

噪声和生存环境对捕食生态系统的影响*

徐伟¹, 戚鲁媛¹, 高维廷²

(1. 西北工业大学 数学系,西安 710129;
2. 西北工业大学 电子信息学院,西安 710129)

摘要: 建立了可以描述自然生物生存环境复杂度的捕食生态系统的随机模型,并基于实验得到的系统参数研究了生存环境复杂程度和随机激励强度对两个物种的稳态概率分布,以及系统由非临界状态到临界状态的平均首次穿越时间的影响.在弱扰动假设下应用 Stratonovich-Khasminskii 随机平均原理分别得到了两个物种的稳态概率密度函数并采用 Monte-Carlo 对原系统模拟来验证理论求解的正确性.利用 Pontryagin 方程得到了系统由非临界状态到临界状态的平均首次穿越时间表达式.研究表明:1)生存环境越简单的生态系统越容易受到随机因素的影响;2)随机干扰强度越大生态系统越不稳定;3)系统的平均首次穿越时间随生存环境复杂度提高而变长;4)作用在食物自然生长率的随机激励对系统的平均首次穿越时间影响较大.

关键词: 随机生态系统; 稳态概率密度; 平均首次穿越时间; 生存环境复杂

中图分类号: N93;O324 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.02.006

引言

自从 Lotka 和 Volterra 提出描述物种间相互作用的经典生态模型——Lotka-Volterra 模型后^[1-2],生态系统数学建模以及模型分析领域吸引了众多学者的关注^[3-8].一般来说,由于自然界中存在众多的不确定因素,随机模型比确定性模型更能准确表达生态系统的状态.对生态系统随机模型的分析主要分为定量和定性两大部分.众多学者经过长期努力,发展了一系列可适用于定量分析生态系统随机模型的方法,例如摄动法、路径积分法^[9]、广义图胞映射方法^[10]等.2004年,Cai 和 Lin 首次利用随机平均法研究了白噪声扰动的捕食类型的生态系统随机模型,分别得到了系统中两物种的稳态概率密度(PDF)和系统由某状态运动到临界状态的平均首次穿越时间(MFPT)^[11].2007年,Cai 等进一步建立了受白噪声扰动的含食物过剩和捕食者饱和两个极端情况的统一捕食类型的生态系统模型,并利用随机平均法得到了该统一模型中两物种的稳态 PDF^[12].

以上工作研究的模型中考虑了物种间的自竞争因素,环境中的不确定因素以及食物和食

* 收稿日期: 2012-12-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11172233; 10932009; 61171155);陕西省自然科学基金资助项目(2012JM8010)

作者简介: 徐伟(1957—),男,西安人,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: qiluyuan@gmail.com).

物分配因素,但是并没有考虑到生存环境(或社会环境)的复杂度对捕食生态模型的影响,实验研究已经发现,生存环境对捕食生态系统中各物种的个体分布有极其重要的影响^[13-17]. 2011年, Bairagi 和 Jana 建立了包含生存环境复杂度和时滞的确定性捕食生态系统模型并从理论上研究了其稳定性和 Hopf 分叉^[18]. 但是关于包含生存环境复杂程度的生态系统的随机模型的研究工作却少见报道.

综上所述,本文建立了包含生存环境复杂度的捕食类型的生态系统的随机模型并进行分析. 首先,利用动力系统的局部稳定性条件得到了生存环境复杂程度 $n(0 < n < 1)$ 的两个阈值 n_1 和 n_2 , 根据阈值将环境复杂度划分为3个子区间,在每个子区间上分析了含生存环境复杂程度的确定性生态动力系统的运动性态. 其次,当 $n_1 < n < n_2$ 时应用随机平均法和 Pontryagin 方程,从理论上推导了随机系统中两物种的稳态 PDF 和随机系统由某非临界状态到临界状态的 MFPT. 然后,利用实验数据进行数值计算,具体分析了随机扰动强度和生存环境复杂程度对稳态 PDF 和 MFPT 的影响. 最后,利用 Monte-Carlo 模拟(MCS)验证了理论分析的准确性.

1 建立研究模型

1.1 经典 Lotka-Volterra 模型的重要性质介绍

描述物种间相互作用的经典 Lotka-Volterra 模型表示如下^[1-2]:

$$\dot{x}_1 = x_1(a - bx_2), \quad \dot{x}_2 = x_2(-d + fx_1), \quad (1)$$

其中, x_1 和 x_2 分别代表食物和捕食者(例如:兔子和狼)的数量, a, b, d 和 f 为正常数, a 表示食物自然增长率, d 表示捕食者自然死亡率,两个交叉项 bx_1x_2 和 fx_1x_2 表示物种之间的互相作用. 系统(1)是保守系统,有一个不稳定平衡点 $(0,0)$, 一个稳定的非渐近平衡点 $(d/f, a/b)$ 和如下形式的首次积分^[19]:

$$r(x_1, x_2) = fx_1 + bx_2 - d \ln \frac{fx_1}{d} - a \ln \frac{bx_2}{a} - a - d, \quad (2)$$

其中, $r(d/f, a/b) = 0$, 且对正数 x_1 和 x_2 , $r(x_1, x_2)$ 是常数,表示系统的周期轨道,也是系统(1)的极限环,该周期轨道的周期定义为

$$T(R) = \oint dt = \oint \frac{1}{x_2(fx_1 - d)} dx_2 = \oint \frac{1}{x_1(a - bx_2)} dx_1, \quad (3)$$

其中,环路积分定义在由式(2)确定的周期轨道上.

1.2 含生存环境复杂程度的模型及其性质研究

包含生存环境复杂度的捕食生态系统的确定性模型表示如下^[18]:

$$\dot{x}_1 = zx_1 \left(1 - \frac{x_1}{k} \right) - \frac{\alpha(1-n)x_1x_2}{1 + \alpha(1-n)hx_1}, \quad \dot{x}_2 = -dx_2 + \frac{\theta\alpha(1-n)x_1x_2}{1 + \alpha(1-n)hx_1}, \quad (4)$$

其中, x_1, x_2 和 d 表示含义与模型(1)中的相同; z, k, α, n, h 和 θ 均为正常数, z 表示食物自然增长率, k 表示环境对食物的最大容纳量, $-zx_1^2/k$ 表示食物的种内竞争用以确保食物不会无限制增长, α, h 和 θ 分别表示捕食率、食物消化率和食物转化效率, $n(0 < n < 1)$ 是生存环境复杂程度参数, n 越大表示生存环境越复杂, x_1x_2 的交叉项表示包含生存环境复杂性的 Holling II 类型的种间作用^[20]. 为使理论研究贴近实验研究,文中系统(4)的参数选为草履虫蛹和栉毛虫的实验结果^[18]: $z = 2.65, k = 898, \alpha = 0.045, h = 0.0437, d = 1.06, \theta = 0.215$.

令方程(4)右边等于0得到系统(4)的3个平衡点 $(0,0)$, $(k,0)$ 和 $E^*(x_1^*, x_2^*)$, 其中

$$x_1^* = \frac{d}{\alpha(1-n)(\theta-hd)}, \quad x_2^* = \frac{z(k-x_1^*)[1+\alpha h(1-n)x_1^*]}{\alpha k(1-n)}. \quad (5)$$

利用动力系统在平衡点处的局部稳定性条件^[21]得到 n 的两个阈值, 记为 n_1 和 n_2 , 其中

$$n_1 = 1 - \frac{\theta+hd}{\alpha hk(\theta-hd)} = 0.1227, \quad n_2 = 1 - \frac{d}{\alpha k(\theta-hd)} = 0.8445, \quad (6)$$

且当 $0 < n < n_1$ 时, 根据极限环存在条件^[22]知系统(4)存在一个极限环; 当 $n_1 < n < n_2$ 时, E^* 是渐近稳定点; 当 $n_2 < n < 1$ 时, $(k,0)$ 是渐近稳定点. 表1中给出了当 $n_1 < n < n_2$ 时, E^* 的部分具体值.

表1 E^* 的部分具体值 ($n_1 < n < n_2$)

Table 1 Some specific values of E^* ($n_1 < n < n_2$)

| n | 0.15 | 0.3 | 0.6 | 0.7 |
|-------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| E^* | (164.3, 72.2) | (199.5, 83.4) | (349.1, 114.7) | (465.5, 120.5) |

1.3 建立生存环境复杂的捕食生态系统随机模型

自然界中存在的影响生态系统中各物种繁衍生息的不确定因素, 诸如飓风、地震等, 可以用噪声来模拟, 基于确定性模型, 本文建立如下随机模型:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = zX_1 \left(1 - \frac{X_1}{k}\right) - \frac{\alpha(1-n)X_1X_2}{1+\alpha(1-n)hX_1} + X_1W_1(t), \\ \dot{X}_2 = -dX_2 + \frac{\theta\alpha(1-n)X_1X_2}{1+\alpha(1-n)hX_1} + X_2W_2(t), \end{cases} \quad (7)$$

其中, $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 是两个随机过程, 分别代表食物和捕食者的数量; $W_i(t)$ 是零均值强度为 D_i ($i=1,2$)的相互独立的 Gauss 白噪声, 分别作用于食物自然增长率 z 和捕食者自然死亡率 d .

2 稳态概率密度研究

2.1 随机平均法

为便于应用随机平均法, 引入下列变换简化模型(7):

$$A = \alpha(1-n)h, \quad s = z/k, \quad f = \alpha(1-n)(\theta-hd), \quad a = z - \frac{zd}{kf}, \quad b = \frac{f\alpha(1-n)}{f+Ad}. \quad (8)$$

利用变换(8), E^* 可简化为 $(d/f, a/b)$, 模型(7)可化简为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_1[a - bX_2 + G_1(X_1, X_2)] + X_1W_1(t), \\ \dot{X}_2 = X_2[fX_1 - d + G_2(X_1, X_2)] + X_2W_2(t), \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\begin{cases} G_1(X_1, X_2) = -\frac{s}{f}(fX_1 - d) + AX_2 \frac{b(fX_1 - d)}{f(1+AX_1)}, \\ G_2(X_1, X_2) = -AX_1 \frac{fX_1 - d}{1+AX_1}. \end{cases} \quad (10)$$

利用 Itô 公式^[23]将式(9)转化为如下 Itô 随机微分方程:

$$\begin{cases} dX_1 = X_1 \left[a - bX_2 + G_1(X_1, X_2) + \frac{1}{2}D_1 \right] dt + \sqrt{D_1} X_1 dB_1(t), \\ dX_2 = X_2 \left[fX_1 - d + G_2(X_1, X_2) + \frac{1}{2}D_2 \right] dt + \sqrt{D_2} X_2 dB_2(t), \end{cases} \quad (11)$$

其中, $B_1(t)$ 和 $B_2(t)$ 是相互独立的单位 Wiener (维纳) 过程, $(1/2)D_1X_1dt$ 和 $(1/2)D_2X_2dt$ 是 Wong-Zakai 修正项。

与式(11)相应的 FPK 方程复杂度过高难以理论求解,为得到两个物种的稳态 PDF, 首先定义一个与式(2)对应的随机过程 $R(t)$, 表示如下:

$$R(X_1, X_2) = fX_1 + bX_2 - d \ln \frac{fX_1}{d} - a \ln \frac{bX_2}{a} - d - a. \quad (12)$$

利用 Itô 准则由式(11)、(12)得到 $R(t)$ 的 Itô 随机微分方程:

$$dR = \left[\begin{aligned} & (fX_1 - d)G_1(X_1, X_2) + (bX_2 - a)G_2(X_1, X_2) + \\ & \frac{1}{2}fD_1X_1 + \frac{1}{2}bD_2X_2 \end{aligned} \right] dt + \sqrt{D_1}(fX_1 - d)dB_1 + \sqrt{D_2}(bX_2 - a)dB_2. \quad (13)$$

为使用随机平均法,需要作如下两点说明: 1) 当 $n_1 < n < n_2$ 时,利用四阶 Runge-Kutta 算法计算系统(4)并结合式(10)发现 $G_1(x_1, x_2)$ 和 $G_2(x_1, x_2)$ 是小量; 2) 假设噪声强度 $D_i (i=1, 2)$ 是小量. 由以上两点可知式(13) 右边是小量,故而 $R(t)$ 是慢变过程并且系统(9)可以看做是保守系统(1)受弱扰后产生的新系统。

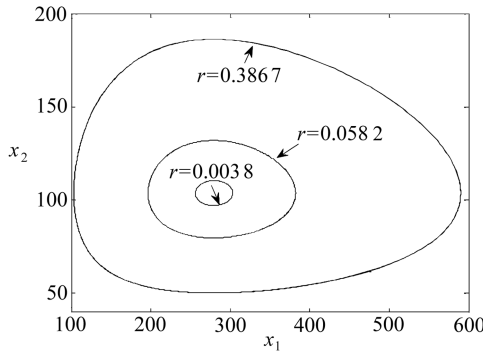


图1 保守系统(1)的3个不同周期轨道(极限环)
Fig. 1 Three different period orbits (limit cycles)
of conservative system (1)

图1给出了保守系统(1)的3个极限环 ($n = 0.5$), a, b 和 f 如式(8)中定义. 由图可见: 1) 食物 x_1 和捕食者 x_2 均沿式(2)确定的轨道做周期运动; 2) r 值越大两物种数量的变化范围越大, 即系统越不稳定. 图2给出了生存环境复杂程度分别为 $n = 0.3$ 和 $0.5 (n_1 < n < n_2)$ 时系统(4)的运动轨道. 由图2可知: 系统稳定于 E^* , 生存环境越复杂, 收敛速度越快。

利用 Stratonovich-Khasminskii 随机平均原理, 得到 $R(t)$ 的平均 Itô 随机微分方程如下:

$$dR = m(R)dt + \sigma(R)dB(t), \quad (14)$$

其中, $B(t)$ 是单位 Wiener 过程, $\langle \cdot \rangle_t$ 表示一个周期内的时间平均, $m(R)$ 和 $\sigma(R)$ 分别为漂移系数和扩散系数。

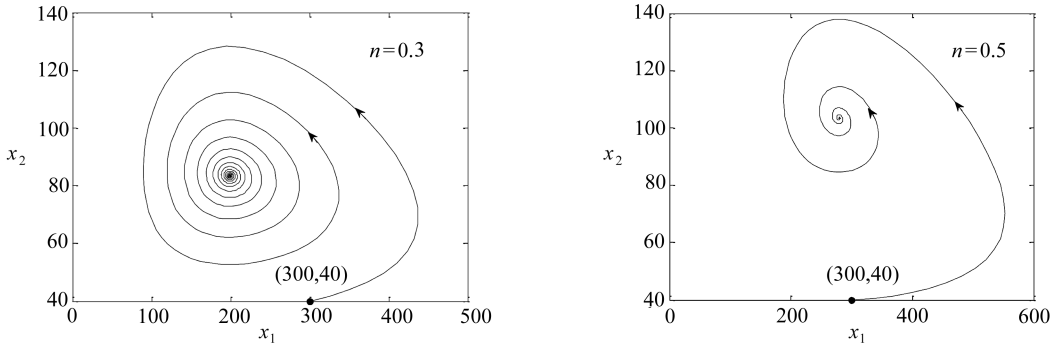


图2 与两个生存环境复杂度对应的系统(4)的轨道

Fig. 2 Two trajectories of system (4) with two different habitat complexity levels

$$m(R) = \langle (fX_1 - d)G_1(X_1, X_2) + (bX_2 - a)G_2(X_1, X_2) \rangle_t + \frac{1}{2}fD_1 \langle X_1 \rangle_t + \frac{1}{2}bD_2 \langle X_2 \rangle_t, \quad (15)$$

$$\sigma^2(R) = D_1 \langle (fX_1 - d)^2 \rangle_t + D_2 \langle (bX_2 - a)^2 \rangle_t, \quad (16)$$

$$\langle \cdot \rangle_t = \frac{1}{T(R)} \oint \cdot dt = \frac{1}{T(R)} \oint \frac{\cdot dX_2}{X_2(fX_1 - d)} = \frac{1}{T(R)} \oint \frac{\cdot dX_1}{X_1(a - bX_2)}. \quad (17)$$

根据式(1)、(3)和(17)得到如下关系式:

$$\langle X_1 \rangle_t = \frac{d}{f}, \quad \langle X_2 \rangle_t = \frac{a}{b}, \quad (18)$$

$$a \langle (fX_1 - d)^2 \rangle_t = d \langle (bX_2 - a)^2 \rangle_t = \frac{g(R)}{T(R)}, \quad (19)$$

$$\left\langle AX_2 \frac{b(fX_1 - d)^2}{f(1 + AX_1)} + (bX_2 - a)G_2(X_1, X_2) \right\rangle_t = \frac{G(R)}{T(R)}, \quad (20)$$

其中

$$g(R) = a \oint \frac{fX_1 - d}{X_2} dX_2, \quad (21)$$

$$G(R) = \frac{bA}{f} \oint \frac{fX_1 - d}{1 + AX_1} dX_2. \quad (22)$$

将式(18)~(20)代入式(15),将式(19)代入式(16)得到化简后的漂移系数和扩散系数如下:

$$m(R) = \frac{1}{2}dD_1 + \frac{1}{2}aD_2 - \frac{s}{af} \frac{g(R)}{T(R)} + \frac{G(R)}{T(R)}, \quad (23)$$

$$\sigma^2(R) = \frac{dD_1 + aD_2}{ad} \frac{g(R)}{T(R)}. \quad (24)$$

$m(r)$ 和 $\sigma(r)$ 可以通过计算系统(1)和公式(2)得到,保守系统(1)就是随机平均的基系统.

2.2 稳态 PDF

由 Itô 随机微分方程(14)可知,随机过程 $R(t)$ 的稳态 PDF 满足如下 FPK 方程:

$$\frac{d}{dr} [m(r)p(r)] - \frac{1}{2} \frac{d^2}{dr^2} [\sigma^2(r)p(r)] = 0, \quad (25)$$

其中, $m(r) = m(R) |_{R=r}$, $\sigma^2(r) = \sigma^2(R) |_{R=r}$.

利用求 FPK 方程的平稳解方法^[24]得

$$p(r) = \frac{N_1}{\sigma^2(r)} \exp \int_0^r \frac{2m(v)}{\sigma^2(v)} dv = NT(r) \exp \left\{ \lambda \left[-r + \frac{af}{s} \int_0^r \frac{2m(v)}{\sigma^2(v)} dv \right] \right\}, \quad (26)$$

其中, N_1 和 N 表示两个归一化系数,

$$N = \frac{N_1 ad}{dD_1 + aD_2}, \quad \lambda = \frac{2sd}{f(dD_1 + aD_2)}. \quad (27)$$

假设当 $R = r$ 时随机过程 X_1 的条件 PDF 为 $p(x_1 | r)$, 则 R 与 X_1 的联合 PDF 为

$$p(r, x_1) = p(r)p(x_1 | r) = \frac{p(r)}{x_1(a - bx_2)T(r)} = \frac{N}{x_1(a - bx_2)} \exp \left\{ \lambda \left[-r + \frac{af}{s} \int_0^r \frac{2m(v)}{\sigma^2(v)} dv \right] \right\}. \quad (28)$$

利用式(2)和 Jacobi 变换得 X_1 与 X_2 的联合 PDF,

$$p(x_1, x_2) = \frac{N}{x_1 x_2} \exp \left\{ \lambda \left[-r + \frac{af}{s} \int_0^r \frac{2m(v)}{\sigma^2(v)} dv \right] \right\}, \quad (29)$$

于是得到两物种的稳态 PDF 为

$$p(x_1) = \int_0^\infty p(x_1, x_2) dx_2, \quad (30)$$

$$p(x_2) = \int_0^\infty p(x_1, x_2) dx_1. \quad (31)$$

$p(x_1)$ 与 $p(x_2)$ 的存在说明: 当 $n_1 < n < n_2$ 时, 与确定性系统(4)不同, 随机系统(7)不再稳定到某个稳定点而是稳定到一定的分布。

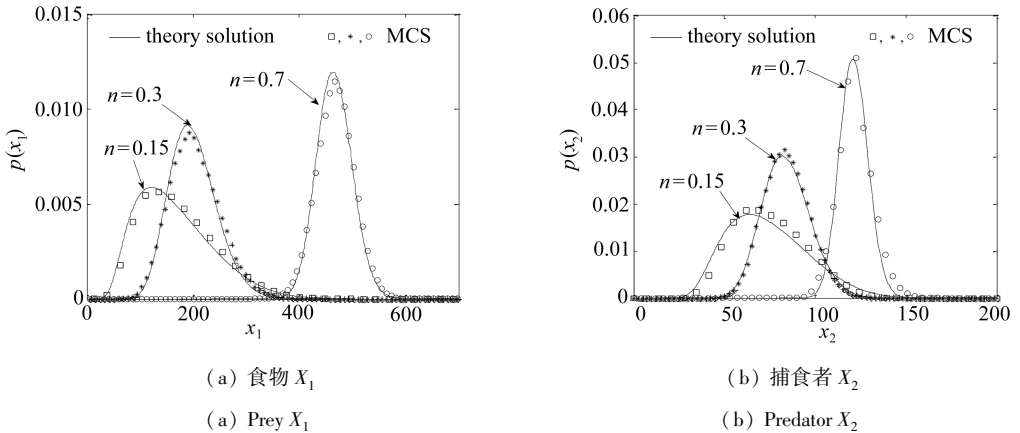


图3 3个生存环境复杂度对应的两物种稳态概率

Fig. 3 The stationary PDFs of prey and predator populations with three habitat complexity levels

图3给出了3个生存环境复杂程度对应的两物种稳态PDF的图像:(a)食物 X_1 的稳态PDF;(b)捕食者 X_2 的稳态PDF,噪声强度为 $D_1 = D_2 = 0.01$.对系统(7)进行 Monte-Carlo 模拟(MCS),理论解和MCS一致证明了理论求解的有效性.从图中看出: X_1 和 X_2 均以固定的概率在系统(4)的稳定点 E^* 周围振动(见表1).当 $n = 0.15$ 时偏离振动范围最大,而当 n 增大时振动范围明显减小,这表明生存环境简单的系统受随机扰动时变化最明显,换句话说生存环境越简单的系统在随机激励作用下变得越不稳定,此结果符合自然规律,证明该随机模型能够解

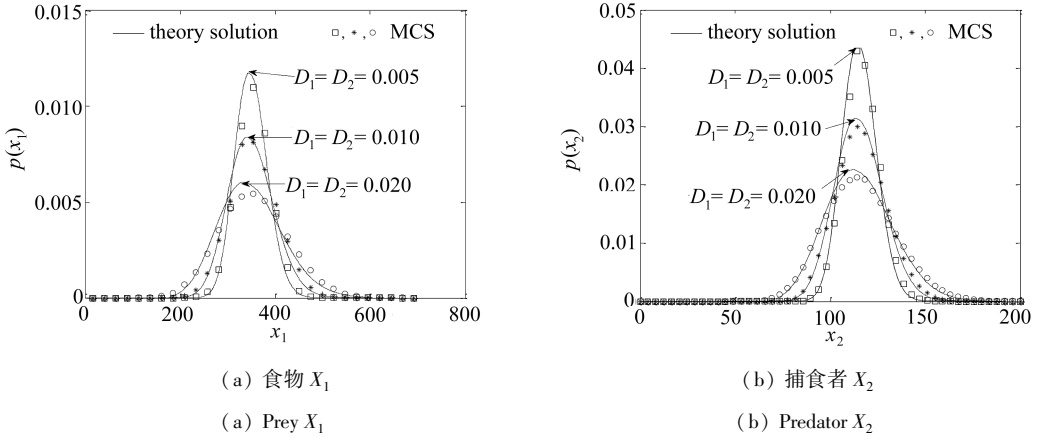


图 4 3 个噪声强度对应的两物种稳态概率

Fig. 4 The stationary PDFs of prey and predator populations with three noise intensities

释一定的实际问题. 图 4 给出了 3 个噪声强度对应的两物种稳态 PDF 的图像: (a) 食物 X_1 的稳态 PDF; (b) 捕食者 X_2 的稳态 PDF, 其中生存环境复杂度为 $n = 0.6$. 由图可知: X_1 与 X_2 的波动范围均随噪声强度增大而增大, 也就是说, 外界不确定因素越强生态系统越不稳定.

3 平均首次穿越时间

随机因素的干扰使两物种个体数均呈现出波动性变化. 由于生态系统中物种之间存在互相依赖关系, 故而应避免任何一个物种濒临灭绝的情况发生. 由图 1 可知当 r 增大时, 物种波动范围增大, 有濒临灭绝的可能, 因此研究随机过程 $R(t)$ 由非临界状态 r_1 运动到某临界状态 r_c 的 MFPT (记为 $\beta(r_1)$) 是有意义的. $\beta(r_1)$ 满足如下 Pontryagin 方程^[24]:

$$m(r_1) \frac{d\beta}{dr_1} + \frac{1}{2} \sigma^2(r_1) \frac{d^2\beta}{dr_1^2} = -1, \tag{32}$$

其中, $m(r_1) = m(R) |_{R=r_1}$, $\sigma^2(r_1) = \sigma^2(R) |_{R=r_1}$.

方程(32)的边界条件为

$$\left. \frac{d\beta}{dr_1} \right|_{r_1=0} = -\frac{1}{m(0)} = -\frac{2}{dD_1 + aD_2}, \beta(r_c) = 0. \tag{33}$$

利用常数变易法得方程(32)的解为

$$\beta(r_1) = \frac{\lambda af}{s} \int_{r_1}^{r_c} \left\{ \frac{1}{g(u)} \exp \left[\lambda \left(u - \frac{af}{s} \int_0^u \frac{G(v)}{g(v)} dv \right) \right] \cdot \int_0^u T(w) \exp \left[\lambda \left(-w + \frac{af}{s} \int_0^w \frac{G(v)}{g(v)} dv \right) \right] dw \right\} du. \tag{34}$$

数值计算中取非临界状态为 $r_1 = 0$ (对应平稳点 E^*), 临界状态为 $r_c = 5$. 图 5 和图 6 中分别给出了与 3 个生存环境复杂程度相应的 MFPT 的图像. 图 5 表示 $\beta(r_1)$ 随 D_1 的变化趋势 ($D_2 = 0$), 图 6 表示 $\beta(r_1)$ 随 D_2 的变化趋势 ($D_1 = 0$). 结果显示: 1) $\beta(r_1)$ 随 D_i 增大而减小, 且 $W_1(t)$ 的作用比 $W_2(t)$ 明显 (纵坐标轴标度不同), 即作用在食物生长率的随机激励对 MFPT 影响较大; 2) 生存环境复杂度 n 对 MFPT 影响明显, n 越大 MFPT 越大, 代表着系统相对越稳定, 这是符合自然规律的.

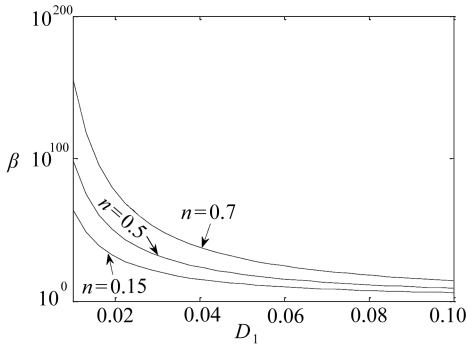


图 5 平均首次穿越时间随 D_1 的变化 ($D_2 = 0$)

Fig. 5 MFPT to a critical state for varying D_1 ($D_2 = 0$)

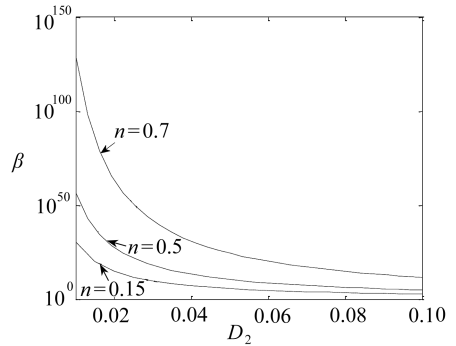


图 6 平均首次穿越时间随 D_2 的变化 ($D_1 = 0$)

Fig. 6 MFPT to a critical state for varying D_2 ($D_1 = 0$)

4 结 论

本文建立了可以刻画自然生物生存环境复杂程度的捕食生态系统的随机模型,并得到了生存环境复杂程度的两个阈值 n_1 和 n_2 ,在区间 $(0, n_1)$, (n_1, n_2) 和 $(n_2, 1)$ 上分别讨论了确定性系统的动力学行为.在实验室得到了系统由非临界状态到临界状态的 MFPT 表达式.结合实验得到的系统参数进行数值计算,研究了生存环境复杂程度和噪声强度对物种稳态 PDF 和 MFPT 的系统参数条件下,在 (n_1, n_2) 区间内对随机系统应用 Stratonovich-Khasminskii 随机平均法得到了该生态模型中两个物种稳态 PDF 的理论解;利用 Pontryagin 方程的影响.对原系统的 Monte-Carlo 数值模拟验证了理论结果的正确性.

对两物种稳态 PDF 的研究发现:受随机扰动的系统将在 E^* 附近振动,振动程度随噪声强度增大而增大,并且生存环境越简单的系统振动越强烈,表示系统越不稳定.对系统 MFPT 的研究发现:系统由非临界态到临界态的 MFPT 随生存环境复杂度提高而变长.作用在食物生长率上的随机激励对 MFPT 影响较大.所有的研究结果均符合自然规律,该随机模型可以有效地解释一定的实际问题.

本文建立的模型是一个复杂模型,研究过程中假设随机激励为 Gauss 白噪声并且理论研究限制在 $n_1 < n < n_2$ 的情形,下一步我们将继续考虑其他形式的激励对系统运动性态的影响并将进一步探索当 $0 < n < n_1$ 和 $n_2 < n < 1$ 时研究随机系统的运动性态的理论方法.

参考文献 (References):

- [1] Lotka A J. *Elements of Physical Biology*[M]. Baltimore: Williams and Wilkins Press, 1925.
- [2] Volterra V. Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie d'animani conviventi [J]. *Mem Acad Lincei*, 1926, **2**: 31-113.
- [3] LI Li, ZHEN Jin. Pattern dynamics of a spatial predator-prey model with noise[J]. *Nonlinear Dyn*, 2012, **67**(3) :1737-1744.
- [4] Haynes K J, Liebhold A M, Johnson D M. Elevational gradient in the cyclicity of a forest-defoliation insect[J]. *Popul Ecol*, 2012, **54**(2) :239-250.
- [5] LI An-wei. Impact of noise on pattern formation in predator-prey model[J]. *Nonlinear Dyn*,

- 2011, **66**(4): 689-694.
- [6] Osuyama T. Behavioural states of predators stabilize predator-prey dynamics[J]. *Theor Ecol*, 2012, **5**(4): 605-610.
- [7] Sieber M, Hilker F M. The hydra effect in predator-prey models[J]. *J Math Biol*, 2012, **64**(1): 341-360.
- [8] Cai G Q, Lin Y K. Stochastic modeling of ecosystem with two competing species[J]. *Probabilistic Eng Mech*, 2012, **27**(1): 2-7.
- [9] May R M. *Stability and Complexity in Model Ecosystems*[M]. Princeton: Princeton University Press, 1973.
- [10] Wu Y, Zhu W Q. Stochastic analysis of a pulse-type prey-predator model[J]. *Phys Rev E*, 2008, **77**: 041911.
- [11] Cai G Q, Lin Y K. Stochastic analysis of the Lotka-Volterra model for ecosystems[J]. *Phys Rev E*, 2004, **70**: 041910.
- [12] Cai G Q, Lin Y K. Stochastic analysis of predator-prey type ecosystems[J]. *Ecol Complex*, 2007, **4**(4): 242-249.
- [13] Nelson W G, Bonsdorff E. Fish predation and habitat complexity: are complexity thresholds real? [J]. *J Exp Mar Biol Ecol*, 1990, **141**(2/3): 183-194.
- [14] Savino J F, Stein R A. Behavioral interactions between fish predators and their prey: effects of plant density[J]. *Animal Behavior*, 1986, **37**(2): 311-321.
- [15] Johnson D W. Predation, habitat complexity and variation in density dependent mortality of temperate reef fishes[J]. *Ecology*, 2006, **87**(5): 1179-1188.
- [16] Christensen B, Persson L. Species-specific antipredatory behaviours: effects on prey choice in different habitats[J]. *Behav Ecol Sociobiol*, 1993, **32**(1): 1-9.
- [17] Weis J S, Candelmo A. Pollutants and fish predator/prey behaviour: a review of laboratory and field approaches[J]. *Current Zoology*, 2012, **58**(1): 9-20.
- [18] Bairagi N, Jana D. On the stability and Hopf bifurcation of a delay-induced predator-prey system with habitat complexity[J]. *Appl Math Model*, 2011, **35**(7): 3255-3267.
- [19] Khasminskii R Z, Klebaner F C. Long term behavior of solutions of the Lotka-Volterra system under small random perturbations[J]. *Ann Appl Probab*, 2001, **11**(3): 952-963.
- [20] Holling C S. Some characteristics of simple types of predation and parasitism[J]. *Canadian Entomologist*, 1959, **91**(7): 385-398.
- [21] 杨万利, 王铁宁. 非线性动力学理论方法及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007. (YANG Wan-li, WANG Tie-ning. *Nonlinear Dynamics Theory and Application*[M]. Beijing: Defense Industry Press, 2007. (in Chinese))
- [22] Kuang Y, Freedman H I. Uniqueness of limit cycles in Gause-type models of predator-prey systems[J]. *Math Biosci*, 1988, **88**(1): 67-84.
- [23] Itô K. On stochastic differential equations[J]. *Memories Am Math Soc*, 1951, **4**: 289-302.
- [24] Lin Y K, Cai G Q. *Probabilistic Structural Dynamics: Advanced Theory and Applications* [M]. New York: McGraw-Hill Press, 2004: 127-190; 419-465.

Effects of Noises and Habitat Complexity in the Prey-Predator Ecosystem

XU Wei¹, QI Lu-yuan¹, GAO Wei-ting²

(1. *Department of Mathematics, Northwestern Polytechnical University,*

Xi'an 710129, P. R. China;

2. *Department of Electronic Information, Northwestern Polytechnical University,*

Xi'an 710129, P. R. China)

Abstract: To explore the habitat complexity and random environmental factors effects to the ecosystem, a new stochastic predation type ecosystem with habitat complexity was proposed. Both theoretical analysis and numerical analysis were explored. With the assumption of weak disturbances, the stationary probability density functions (PDF) for both species were obtained by applying the Stratonovich-Khasminskii averaging principle. The accuracy of the results obtained from theoretical method was demonstrated by those obtained from Monte Carlo simulation (MCS). The system mean first passage time (MFPT) was solved from the Pontryagin equation. The effects of the habitat complexity and the noise intensity were investigated via numerical calculations based on the data obtained from experiment. Results obtained show that: 1) the ecosystem with smaller habitat complexity is less stable when the system is disturbed by noises; 2) the stronger the noise intensities are, the less stable the ecosystem will be; 3) the ecosystem with bigger habitat complexity has longer MFPT; 4) the noise added to the prey natural increase rate has a bigger effect on the MFPT than that added to the predator natural death rate does.

Key words: stochastic ecosystem; stationary probability density; mean first passage time; habitat complexity