

车辆随机振动功率谱分析的虚拟激励法概述*

赵岩, 张亚辉, 林家浩

(大连理工大学 工程力学系 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023)

(本刊编委林家浩来稿)

摘要: 车辆受到路面或轨道不平度激励会产生随机振动, 对这类随机振动进行快速有效的分析对于提高车辆性能具有非常重要的意义. 而这类随机振动的分析, 历来都只能将车辆模拟为自由度很低的弹簧质量体系, 其计算精度难于保证. 特别在需要计算疲劳应力集中的情况, 需要使用网格很密的有限元模型, 计算困难就更为突出. 此外, 在考虑多个车轮受到路面随机激励时, 就更难应用效率相对较高的频域分析来计算车辆的随机振动; 而只能借助于一条或几条路面不平度样本, 让车轮在上面移动, 借助数值积分工具而粗略地得到随机响应的统计特性. 效率很低而且精度不高. 虚拟激励法对于克服上述困难具有很好的效果; 目前已在我国的汽车、火车、磁浮列车等领域获得日益广泛的应用. 该文对此作一概略的叙述.

关键词: 车辆; 随机振动; 虚拟激励法; 功率谱

中图分类号: O324; TH113.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.02.001

引言

车辆运行时受到路面或轨道表面不平度的激励所产生的随机振动, 是车辆振动的主要原因. 它对于车辆乘坐的舒适性、安全性、耐久性等都有重大影响. 由于传统随机振动计算方法的复杂低效, 对这类振动的控制历来主要依赖于试验手段. 不但周期长、费用高, 而且在初始的设计阶段因为没有模型实体而难于进行试验, 也难于修改参数而进行多方案比较. 虽然说采用若干个随机激励的样本函数, 通过逐步积分的手段对每一个样本函数进行数值积分, 然后对大量的数值计算结果进行数值统计处理也能得到有一定参考价值的结构随机响应. 但是这不但要耗费巨大的计算成本, 而且为了降低计算成本, 就需要寻找少量最为适当的样本函数, 往往这本身也不太容易. 工程界普遍认为基于随机振动理论的功率谱方法是最为合理的方法. 世界各国有许多著名的专家为探索高效精确的计算方法而作出了长期不懈的努力. 其实相同的努力

* 收稿日期: 2012-12-12

基金项目: "973" 国家重点基础研究计划, "复杂装备研发数字化工具中的计算力学和多场耦合若干前沿问题" 课题(2010CB832704); "十一五" 国家科技支撑计划, "中国高速列车关键技术研究及装备研制" 资助项目(2009BAG12A04); 国家自然科学基金"多点地震作用下车桥耦合系统随机动力性态研究" 资助项目(11172056)

作者简介: 赵岩(1974—), 男, 吉林公主岭人, 副教授(通讯作者. +86-411-84706337; E-mail: yzhao@dlut.edu.cn);
林家浩, 教授(E-mail: jhlin@dlut.edu.cn).

也在其它工程领域进行。例如最近几十年来,随着大跨度桥梁、大型水坝和机场、车站、体育馆等各种大跨度公用建筑的蓬勃发展,迫切需要研究大跨度结构的不同支撑点受到非一致随机地震激励的结构响应计算方法。尽管表现形式不同,但是这类随机振动在数学方程及其处理上却与车辆多个车轮受到路面或轨道表面激励的情况是大同小异的。在这抗震领域,似乎有更多的著名学者付出了很大努力,去研究这类多输入多输出(MIMO)随机振动问题的有效计算方法^[1-5]。例如在经过多年研究之后,国际著名的学者,加州大学伯克利分校(University of California, Berkeley)地震研究中心主任 Kiureghian 教授等^[4]在其研究报告中指出“虽然随机振动方法以其统计特性而很吸引人,它却还不能被执业工程师接受为其分析方法”;普林斯顿大学(Princeton University)教授 Vanmarcke 等^[5]则进一步指出“虽然在随机激励场中随机响应分析方法的理论框架已经建立,但是将其应用于地震工程界还是不现实的,除非是对于只有少量自由度和支承的简单结构”。

自1980年以后,我国的基本建设蓬勃发展,大型水坝、桥梁等的大量兴建更令全世界瞩目。国家对于相关的科学研究也显著加大了投入,取得了大量成果。虚拟激励法就是在这种形势下发展起来的^[6-14]。虚拟激励法没有沿袭国际上流行多年的传统思路,而是运用计算力学的手段,独辟蹊径,将平稳随机振动的计算转化为简谐振动计算,而将非平稳随机振动的计算转化为常规的逐步积分计算。不但用最简单的数学工具求得了随机振动问题的精确解,而且计算效率提高若干数量级。几十年来阻碍随机振动被工程界广泛应用的计算效率瓶颈就此被打破。以上在国际上长期未能解决的 MIMO 随机振动问题的求解也被我们中国人破解了,并且被数以百计的著名专家教授应用于大型水坝、桥梁、体育场馆等的抗震计算之中^[15-18]。借助于虚拟激励法,成千上万自由度的三维整体工程分析已经可以轻易地在微机上得到精确的计算结果,有力地推动了我国工程技术的发展。

虚拟激励法在大跨度结构抗震分析上所取得的突破,也为车辆多个轮子受路面激励而发生的随机振动计算带来了算法上的突破。事实上,车辆做匀速运动时所受的地面激励可以模拟为大跨度结构受平稳随机地震激励的作用;而做非匀速运动时,则可模拟为受非平稳(演变)随机地震激励的作用;而在同一轨道上各车轮所受轨道不平度的激励之间只有相位角的差异,则与桥梁各桥墩受随机地震波激励时之行波效应在数学表达上完全一致。于是,在大跨度结构抗震领域所适用的虚拟激励法经过适当的变换即可应用于车辆的随机振动计算。实际上海洋平台的随机波浪响应,大跨度悬索桥的风激抖振等的随机振动计算也都有类似之处^[11]。首先在汽车随机振动领域实现了虚拟激励法计算的是郑浩哲、赵又群、李强等^[19-21]。近年来,我国的汽车、火车、磁浮列车研发和生产领域也发表了大量论文和报告,纷纷对虚拟激励法作了深入研究^[22-27],在国际学术界也成为有特色的创新成果^[28-32]。

1 匀速运动独轮车受路面不平度激励的随机振动计算

假定路面是整体水平(没有倾斜)的,在足够长的一段直线距离内,路面的竖向不平度可以看作是一个空间平稳随机过程^[12]。其随机起伏(竖向位移) $x = x(s)$ 的自变量是距离 s 。相应的功率谱是空间谱 $S_{xx}^s(\Omega)$, 自变量则是空间频率(r/m), 即 $f_s = 1/\lambda$; 或 $\Omega = 2\pi f$ (rad/m)。 λ 为波长。

如果一个独轮车以均匀速度 v 在路面上运动,则它所受的路面竖向强迫位移仍然是 x , 可以看作是 $x = x(t)$ 。相应的功率谱是时间谱 $S_{xx}^t(\omega)$, 自变量则是时间频率(r/s), 即 $f = 1/T$; 或圆频率 $\omega = 2\pi f$ (rad/s); T 为周期。

这是从空间或时间的两个不同角度来描述地面的不平度,它们的关系为^[12]

$$S_{xx}^t(\omega) = S_{xx}^s(\Omega)/v. \quad (1)$$

该独轮车由路面不平度引起的竖向激励,相当于结构受竖向地震作用.不过激励谱不是以地面加速度的形式给出,而是按强迫位移的方式给出.它们之间有下列换算关系

$$S_{xx}^t(\omega) = \omega^4 S_{xx}^t(\Omega). \quad (2)$$

车辆的竖向运动方程为

$$M\ddot{\mathbf{y}} + C\dot{\mathbf{y}} + K\mathbf{y} = -M\mathbf{E}\ddot{x}_g(t). \quad (3)$$

可以用虚拟激励法求解^[6,8,11],虚拟地面加速度为

$$\ddot{x}_g(t) = \sqrt{S_{xx}^t(\omega)} e^{i\omega t}. \quad (4)$$

将此虚拟地面加速度代替式(3)右端的真实地面加速度 $\ddot{x}_g(t)$,得到下列虚拟激励简谐运动方程

$$M\ddot{\mathbf{y}} + C\dot{\mathbf{y}} + K\mathbf{y} = -M\mathbf{E}\sqrt{S_{xx}^t(\omega)} e^{i\omega t}. \quad (5)$$

对于自由度较高的有限元体系,假定 C 是比例阻尼矩阵,则这个简谐运动方程的位移向量的解为

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \sum_{j=1}^q \tilde{u}_j \boldsymbol{\phi}_j = \sum_{j=1}^q \gamma_j H_j \boldsymbol{\phi}_j \sqrt{S_{x_g}^t(\omega)} e^{i\omega t}. \quad (6)$$

这里总共计算了 q 阶特征对 $(\omega_j, \boldsymbol{\phi}_j)$, $j=1, 2, \dots, q$; 第 j 阶振型参与系数 γ_j 和频率响应函数 H_j 为

$$\gamma_j = \boldsymbol{\phi}_j^T M \mathbf{E}, \quad H_j = (\omega_j^2 - \omega^2 + 2i\zeta_j \omega_j \omega)^{-1}. \quad (7)$$

根据虚拟激励法^[8,11],位移响应 \mathbf{y} 的功率谱矩阵可按下式计算

$$S_{yy} = \tilde{\mathbf{y}}^* \tilde{\mathbf{y}}^T. \quad (8)$$

若将式(6)代入式(8),可得

$$S_{yy} = \tilde{\mathbf{y}}^* \tilde{\mathbf{y}}^T = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^q \gamma_j \gamma_k \boldsymbol{\phi}_j \boldsymbol{\phi}_k^T H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{x_g}(\omega), \quad (9)$$

这是位移功率谱矩阵的常规算法.它的计算量是直接按式(8)计算时的 q^2 倍.如果取 $q=100 \sim 200$ 阶振型进行振型叠加,则按虚拟激励法的计算在确保精度完全不受损失的前提下,计算速度可加快4个数量级.因此借助于虚拟激励法,大型系统随机振动计算的效率瓶颈不复存在.

应用 $\tilde{\mathbf{y}}$ 不难算得结构的其它虚拟响应,例如某应力集中点处的虚拟应力 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$,则该点处的应力功率谱可以方便地用下式计算:

$$S_{\sigma\sigma}(\omega) = \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^* = |\tilde{\boldsymbol{\sigma}}|^2. \quad (10)$$

当然,要计算应力集中时,必须将有限元网格划分得非常细,并且计算大量的振型,亦即取很大的 q ,才能确保计算精度.这是虚拟激励法特别能够发挥高效精确优点的情况.

2 匀速运动多轮车受路面不平度激励的随机振动计算

倘若车辆有 m 个车轮同时受到路面或轨面不平度的激励,则激励谱矩阵是一个 m 阶非负定的 Hermit 矩阵,记作 $S_{xx}(\omega)$.它可被表达成下列形式^[10-11]:

$$S_{xx}(\omega) = \sum_{j=1}^m \lambda_j \boldsymbol{\psi}_j \boldsymbol{\psi}_j^{*T}, \quad (11)$$

其中,上标 $*$ 与 T 代表取复共轭及矩阵(向量)转置,而 λ_j 及 $\boldsymbol{\psi}_j$ 则是该 Hermit 矩阵的特征对,它们满足以下关系式:

$$\mathbf{S}_{xx} \boldsymbol{\psi}_j = \lambda_j \boldsymbol{\psi}_j, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\psi}_j^{*\text{T}} \boldsymbol{\psi}_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j), \\ 0 & (i \neq j). \end{cases} \quad (13)$$

因此, 只要用每一阶特征对构造下列虚拟激励

$$\tilde{\mathbf{x}}_j = \boldsymbol{\psi}_j^* \sqrt{\lambda_j} e^{i\omega t}, \quad (14)$$

就可以将 \mathbf{S}_{xx} 表达为以下形式

$$\mathbf{S}_{xx} = \sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{x}}_j^* \tilde{\mathbf{x}}_j^{\text{T}}. \quad (15)$$

一般情况下, $\boldsymbol{\psi}_j$ 是复向量, 而 λ_j 为非负实数. 若按下式计算虚拟(简谐)响应

$$\tilde{\mathbf{y}}_j = \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}_j, \quad (16)$$

则不难证明下列算式成立

$$\sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{y}}_j^* \tilde{\mathbf{y}}_j^{\text{T}} = \mathbf{H}^* \left(\sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{x}}_j^* \tilde{\mathbf{x}}_j^{\text{T}} \right) \mathbf{H}^{\text{T}} = \mathbf{H}^* \mathbf{S}_{xx}(\omega) \mathbf{H}^{\text{T}} = \mathbf{S}_{yy}, \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{x}}_j^* \tilde{\mathbf{y}}_j^{\text{T}} = \left(\sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{x}}_j^* \tilde{\mathbf{x}}_j^{\text{T}} \right) \mathbf{H}^{\text{T}} = \mathbf{S}_{xx}(\omega) \mathbf{H}^{\text{T}} = \mathbf{S}_{xy}, \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{y}}_j^* \tilde{\mathbf{x}}_j^{\text{T}} = \mathbf{H}^* \left(\sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{x}}_j^* \tilde{\mathbf{x}}_j^{\text{T}} \right) = \mathbf{H}^* \mathbf{S}_{xx}(\omega) = \mathbf{S}_{yx}. \quad (19)$$

如果由 $\tilde{\mathbf{x}}_j$ 算得另一种量的虚拟响应为 $\tilde{\mathbf{z}}_j$, 也不难证明二种响应 \mathbf{y} 与 \mathbf{z} 之间的互谱矩阵为^[10-11]

$$\mathbf{S}_{yz} = \sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{y}}_j^* \tilde{\mathbf{z}}_j^{\text{T}}, \quad \mathbf{S}_{zy} = \sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{z}}_j^* \tilde{\mathbf{y}}_j^{\text{T}}. \quad (20)$$

因此对于这种一般情况的多点平稳随机激励问题, 可以转化为若干个简谐振动计算而求得响应的功率谱, 使得问题得到极大的简化.

对于某些特殊的情况, 例如在计算半节车厢的随机振动时, 该结构模型所包含的全部 m 个车轮都在同一轨道上排成一列, 当这些车轮通过轨道时, 可以用下列表达式来表示这些激励^[11-13]:

$$\mathbf{f}(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_m(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 F(t - t_1) \\ a_2 F(t - t_2) \\ \vdots \\ a_m F(t - t_m) \end{Bmatrix}. \quad (21)$$

这个多点激励向量表达式与表示大跨度结构多支点随机地震激励的行波效应表达式是完全一样的. 各车轮经过轨道上这一点时受到的激励分量有相同的随频率分布的形式, 但存在时间滞后, 即作用时间上相差一个常因子. 这里 $a_j (j=1, 2, \dots, m)$ 是实数, 代表各点的作用强度. 假定式(21)中所有 a_j 和 t_j 皆为已知常数, 则 $\mathbf{f}(t)$ 可视为广义的单激励. 设 $F(t)$ 的自谱密度 $S_{FF}(\omega)$ 为已知, 则相应的虚拟激励为

$$\tilde{F}(t) = \sqrt{S_{FF}(\omega)} e^{i\omega t}. \quad (22)$$

显然, 与 $F(t - t_1)$ 相应的虚拟激励为

$$\tilde{F}(t - t_1) = \sqrt{S_{FF}(\omega)} e^{i\omega(t-t_1)};$$

而与前面式(21)相应的虚拟激励为

$$\tilde{f}(t) = \begin{cases} a_1 e^{-i\omega t_1} \\ a_2 e^{-i\omega t_2} \\ \vdots \\ a_m e^{-i\omega t_m} \end{cases} \sqrt{S_{FF}(\omega)} e^{i\omega t}, \quad (23)$$

这是一个广义单激励问题的虚拟激励。与忽略各车轮所受激励时间差的情况相比,只不过是式(22)中的幅值向量由实向量变成了复向量。不管有几个车轮,随机振动计算的工作量都与单个车轮受激励情况基本相当(一般只增加几个百分点)。

3 移动车辆受路面不平度激励的非平稳随机振动计算

车辆在路面上移动时,包含了质量的移动和随机荷载的移动。比较难于处理的是后者。但是按照虚拟激励法的基本原理,可以将移动的平稳随机荷载转化为一系列不同频率的移动简谐荷载,因此只要弄清楚移动简谐荷载的计算就可以了。林家浩、吕峰等^[12-13]介绍了借助于扩展精细积分法处理这个问题的高效精确方法。

对于在路面或桥面上以匀速移动的随机点荷载来说,最简单的处理方法是将这个荷载按照静力平衡原理将它分解到它所作用的单元的各个节点上。然后用幅值随时间变化的各个节点荷载的合力来模拟随机点荷载的匀速或变速移动,这是“简单分解法”。但是当单元划分比较粗,亦即单元尺寸较大时,这种分解法会造成较大的局部误差。改进的办法是采用构建有限元时的形函数对移动荷载进行分解,这是“协调分解法”,它可以达到很高的精度,但是计算效率较低。一般可以应用二者的折衷方案,即“混合分解法”^[13-14]。于是,在每一个单元节点上的随机荷载 $f(t)$ 可以看作是一个零均值平稳随机荷载 $x(t)$ 乘以一个随时间变化的非随机函数 $g(t)$,即

$$f(t) = g(t)x(t). \quad (24)$$

相对于 $x(t)$ 中的每一个频率分量而言, $g(t)$ 一般假定为随时间慢变的确定性函数。如果已经知道 $x(t)$ 的功率谱密度 $S_{xx}(\omega)$,则与 $f(t)$ 相应的虚拟激励为^[7,9,11]

$$\tilde{f}(t) = \sqrt{S_{xx}(\omega)} g(t) e^{i\omega t}. \quad (25)$$

以它作为外载对系统进行数值积分计算(例如采用Newmark(纽马克)方法),就可以得到在任意时刻的任何一种位移。或与位移成线性关系的其它响应量,记为 $\tilde{y}(\omega, t)$ 。可以证明^[7,9,11], $y(t)$ 的自功率谱密度有下列形式:

$$S_{yy}(\omega, t) = \tilde{y}^*(\omega, t) \tilde{y}(\omega, t) = |\tilde{y}(\omega, t)|^2. \quad (26)$$

如果采用精细积分法代替Newmark方法进行移动荷载或移动车辆的积分,则会在精度和效率上有较大的改进^[11-12]。

吕峰^[13],张志超等^[14,30-31],Zhang等^[28]在上述方法基础上,又对车-轨-地基,车-桥耦合系统的随机振动进行了深入研究。所提出的算法都达到了工程实用的要求。其计算规模和精度也是各种国外有限元程序系统目前还做不到的。特别是,基于大连理工大学自主开发的工程与科学计算软件集成系统(简称SIPESC)搭建的车辆随机振动仿真平台,已经实现我国高速列车的全三维有限元车体高效随机振动数值模拟仿真,而在微机上实现的计算规模达到百万自由度量级,对我国高速列车基于随机振动功率谱的动力学设计提供了有效手段^[29]。

4 车辆受路面不平度激励的随机振动灵敏度分析

一系、二系悬挂刚度阻尼系统对于车辆动力学性能具有显著的影响,也是车辆动力学设计

中的关键参数. 由于加工、制造等多种原因, 悬挂系统的参数实际值与设计值往往不一致, 而存在一定的不确定性. 开展车辆受路面不平度激励的车辆设计关键参数灵敏度分析对于车辆运行的安全性、舒适性具有重要意义, 也是车辆设计参数优化和振动控制的基础工作^[32-36]. 由于同时需要考虑路面不平度随机性和参数的随机性, 此类问题一直具有很大挑战性. 虚拟激励法通过谱分解的思想将随机振动分析转化为确定性振动分析, 为车辆受路面不平度激励的随机振动灵敏度分析提供了新的解决途径^[32,37-40].

由虚拟激励法可知, 对于车辆在虚拟激励下的任一虚拟响应 $\tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)$ (如位移、加速度和应力等), 其自功率谱可以表示为

$$S_{rr}(\boldsymbol{\alpha}, \omega) = \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega) * \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega). \quad (27)$$

随机振动响应功率谱可按式(27)计算响应方差

$$u(\boldsymbol{\alpha}) = \sigma^2(\boldsymbol{\alpha}) = 2 \int_0^{\infty} S(\boldsymbol{\alpha}, \omega) d\omega. \quad (28)$$

由式(27)可知, 任一响应功率谱对车辆悬挂系统不确定参数的一阶、二阶灵敏度分别为

$$\frac{\partial S(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i} * \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega) + \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega) * \frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 S(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} &= \frac{\partial^2 \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} * \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega) + \frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i} * \frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_j} + \\ &\frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_j} * \frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i} + \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega) * \frac{\partial^2 \tilde{r}(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j}, \end{aligned} \quad (30)$$

则响应方差对车辆悬挂不确定参数的一阶、二阶灵敏度分别为

$$\frac{\partial u(\boldsymbol{\alpha})}{\partial \alpha_i} = 2 \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \int_0^{\infty} S(\boldsymbol{\alpha}, \omega) d\omega = 2 \int_0^{\infty} \frac{\partial S(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i} d\omega, \quad (31)$$

$$\frac{\partial^2 u(\boldsymbol{\alpha})}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} = 2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \int_0^{\infty} S(\boldsymbol{\alpha}, \omega) d\omega = 2 \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 S(\boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} d\omega. \quad (32)$$

由此可以看到, 只要由式(28)~(29)计算出结构虚拟响应的一阶、二阶灵敏度即可计算响应功率谱的一阶、二阶灵敏度, 则可进一步由式(30)和(31)计算随机振动响应方差的一阶、二阶灵敏度. 可见基于虚拟激励法的随机响应灵敏度分析不但精确方便, 而且有极高的计算效率.

5 路面不平度功率谱识别的逆虚拟激励法

路面或轨道表面不平度的功率谱, 对于车辆设计是非常重要的. 但是要以足够的精度来产生这些功率谱, 也是一件相当困难、繁重的工作. 林家浩、智浩、郭杏林等^[41-42]将虚拟激励法逆向推广, 用来求解随机振动的反问题(随机荷载识别问题), 亦即从测量得到的随机响应, 逆推随机荷载, 从而为随机荷载的识别开辟了一条有效的途径. 下面作一简单的介绍.

前面提到, 为了解决随机 MIMO 正问题, 国际学术界曾经作出了巨大的努力, 但是效果并不理想, 成为众所瞩目的难题. 而随机荷载识别, 本质上是随机 MIMO 问题的反问题, 其难度无疑比上述随机 MIMO 正问题更为困难得多. 因此, 长期以来, 这方面的研究论文就更加难以找到. 虚拟激励法通过提出简单的虚拟激励, 将平稳随机振动 MIMO 问题精确地转化为简谐振动问题, 使得多年未能解决的困难迎刃而解. 而在此基础上发展出来的逆虚拟激励法^[41-42], 则是将随机 MIMO 反问题转化为简谐 MIMO 反问题, 也就是说, 将一个本来很困难的随机反问题转化为一个简单得多的简谐反问题, 使得这类问题的求解有了全新的锐利武器. 一系列实验和理论研究^[43-44]表明, 逆虚拟激励法不但易于实施, 而且精度高, 抗干扰能力强, 是非常有发展前

景的随机荷载识别方法.近年来,这一“逆虚拟激励法”已经在国内航空、土木、车辆等工程领域得到日益广泛的研究和应用.其中在路面不平度功率谱密度识别的领域,也有多位学者发表了研究论文,例如文献[43-48].

6 结 论

本文介绍了虚拟激励法在车辆行驶随机振动问题中的应用.虚拟激励法在计算上的高效和精确性,使得车辆的随机振动问题可以采用精细的有限元模型进行分析,同时也能处理更为复杂的多点平稳/非平稳随机振动问题,这是传统随机振动方法所不能完成的.另外,逆虚拟激励法在路面或轨道表面不平度功率谱的识别问题中也具有广阔的应用前景.

参考文献(References):

- [1] Lee M C, Penzien J. Stochastic analysis of structures and piping systems subjected to stationary multiple support excitations[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1983, **11**(1): 91-110.
- [2] Lin Y K, Zhang R, Yong Y. Multiply supported pipeline under seismic wave excitations[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1990, **116**(5): 1094-1108.
- [3] Dumanoglu A A, Severn R T. Stochastic response of suspension bridges to earthquake forces [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1990, **19**(1): 133-152.
- [4] Kiureghian A D, Neuenhofer A. Response spectrum method for multi-support seismic excitations[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1992, **21**(8): 713-740.
- [5] Ernesto H Z, Vanmarcke E H. Seismic random vibration analysis of multi-support structural systems[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1994, **120**: 1107-1128.
- [6] 林家浩. 随机地震响应的确定性算法[J]. 地震工程与工程振动, 1985, **5**(1): 89-94. (LIN Jia-hao. A deterministic method for the computation of stochastic earthquake response [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1985, **5**(1): 89-94. (in Chinese))
- [7] 林家浩. 非平稳随机地震响应的精确高效算法[J]. 地震工程与工程振动, 1993, **13**(1): 24-29. (LIN Jia-hao. An accurate and efficient algorithm of non-stationary stochastic seismic responses[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1993, **13**(1): 24-29. (in Chinese))
- [8] Lin J H. A fast CQC algorithm of PSD matrices for random seismic responses[J]. *Computers & Structures*, 1992, **44**(3): 683-687.
- [9] Lin J, Zhang W, Williams F W. Pseudo-excitation algorithm for nonstationary random seismic responses[J]. *Engineering Structures*, 1994, **16**(4): 270-276.
- [10] Lin J, Zhang W, Li J. Structural responses to arbitrarily coherent stationary random excitations[J]. *Computers & Structures*, 1994, **50**(5): 629-633.
- [11] 林家浩, 张亚辉. 随机振动的虚拟激励法[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui. *Pseudo Excitation Method in Random Vibration*[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese))
- [12] 林家浩, 钟万勰. 辛数学·精细积分·随机振动及应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2008. (LIN Jia-hao, ZHONG Wan-xie. *Symplectic Mathematics, Precise Integration, Random Vibration and Application*[M]. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2008. (in Chinese))
- [13] 吕峰. 车辆与结构相互作用随机动力分析[D]. 博士论文. 大连: 大连理工大学, 2008. (LÜ

- Feng. Stochastic analysis for dynamic interaction of vehicles and structures[D]. Ph D thesis. Dalian; Dalian University of Technology, 2008. (in Chinese))
- [14] 张志超. 车桥系统耦合振动和地震响应的随机分析[D]. 博士论文. 大连: 大连理工大学, 2010. (ZHANG Zhi-chao. Stochastic analysis for coupling vibration and seismic responses of train-bridge systems[D]. Ph D thesis. Dalian; Dalian University of Technology, 2010. (in Chinese))
- [15] 王光远, 程耿东, 邵卓民, 陈厚群. 抗震结构的最优设防烈度与可靠度[M]. 北京: 科学出版社, 1999. (WANG Guang-yuan, CHENG Geng-dong, SHAO Zhuo-min, CHEN Hou-qun. *Optimal Fortification Intensity and Reliability of Aseismic Structures* [M]. Beijing: Science Press, 1999. (in Chinese))
- [16] 陈厚群. 水工混凝土结构抗震研究进展的回顾和展望[J]. 中国水利水电科学研究院学报, 2008, 6(4): 245-257. (CHEN Hou-qun. Review and prospect of seismic study on concrete hydraulic structures[J]. *Journal of China Institute of Water Resources and Hydropower Research*, 2008, 6(4): 245-257. (in Chinese))
- [17] 刘天云, 刘光廷. 拱坝地震动随机响应分析[J]. 工程力学, 2000, 17(6): 20-25. (LIU Tian-yun, LIU Guang-ting. Random response analysis of arch dam subject to seismic excitations [J]. *Engineering Mechanics*, 2000, 17(6): 20-25. (in Chinese))
- [18] 范立础, 王君杰, 陈玮. 非一致地震激励下大跨度斜拉桥的响应特征[J]. 计算力学学报, 2001, 18(3): 358-363. (FAN Li-chu, WANG Jun-jie, CHEN Wei. Response characteristics of long-span cable-stayed bridges under non-uniform seismicaction[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2001, 18(3): 358-363. (in Chinese))
- [19] 郑浩哲. 随机路面行驶车辆振动响应的快速虚拟激励算法[J]. 汽车工程, 1993, 15(5): 268-275. (ZHENG Hao-zhe. A fast computing method for random vibrations of vehicles[J]. *Automotive Engineering*, 1993, 15(5): 268-275. (in Chinese))
- [20] 赵又群, 郭孔辉. 具有随机道路输入的人-车-路闭环操纵系统的响应分析与操纵安全性评价[J]. 汽车工程, 1997, 19(5): 273-278. (ZHAO You-qun, GUO Kong-hui. Response analysis and handing safety evaluation for driver/vehicle/road closed-loop maneuvering system with random road input[J]. *Automotive Engineering*, 1997, 19(5): 273-278. (in Chinese))
- [21] 李强, 周济. 重型越野车的非平稳随机激励系统优化设计方法[J]. 机械强度, 1998, 20(1): 45-52. (LI Qiang, ZHOU Ji. The dynamic optimization design method of nonstationary stochastic excitation heavy truck [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 1998, 20(1): 45-52. (in Chinese))
- [22] 彭献, 刘晓晖, 文桂林. 基于虚拟激励法的变速行驶车辆振动分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2007, 34(11): 37-41. (PENG Xian, LIU Xiao-hui, WEN Gui-lin. Vibration analysis of vehicle at uneven speed with pseudo-excitation method[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2007, 34(11): 37-41. (in Chinese))
- [23] 李杰, 秦玉英, 赵旗, 张伟. 虚拟激励法及在汽车振动分析中的应用[J]. 机械科学与技术, 2009, 28(3): 281-285. (LI Jie, QIN Yu-ying, ZHAO Qi, ZHANG Wei. A pseudo excitation method for automotive vibration[J]. *Analysis Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2009, 28(3): 281-285. (in Chinese))
- [24] 张亮亮, 唐驾时, 李立斌. 虚拟激励算法下的汽车悬架振动分析[J]. 振动与冲击, 2006, 25(6): 167-169. (ZHANG Liang-liang, TANG Jia-shi, LI Li-bin. Vibration analysis of suspension system of a vehicle model with pseudo-excitation method[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2006, 25(6): 167-169. (in Chinese))

- [25] 周劲松, 李大光, 沈钢, 任利惠, 张祥韦. 磁浮车辆运行平稳性的虚拟激励分析方法[J]. 交通运输工程学报, 2008, **8**(1): 5-9. (ZHOU Jin-song, LI Da-guang, SHEN Gang, REN Li-hui, ZHANG Xiang-wei. Pseudo-excitation analysis method of riding quality for maglev vehicle [J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2008, **8**(1): 5-9. (in Chinese))
- [26] 杨新文. 高速铁路轮轨噪声理论计算与控制研究[D]. 博士论文. 成都: 西南交通大学, 2010. (YANG Xin-wen. Theoretical analysis and control studies in wheel/rail noises of high speed railway[D]. Ph D thesis. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2010. (in Chinese))
- [27] 李小珍, 朱艳, 强士中. 车桥系统空间非平稳随机分析[J]. 铁道学报, 2012, **34**(6): 88-94. (LI Xiao-zhen, ZHU Yan, QIANG Shi-zhong. Spatial train-bridge coupling system non-stationary stochastic response analysis[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2012, **34**(6): 88-94. (in Chinese))
- [28] Zhang Y W, Lin J H, Zhao Y, Howson W P, Williams F W. Symplectic random vibration analysis of a vehicle moving on an infinitely long periodic track[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, **329**(21): 4440-4454.
- [29] Zhang Y W, Lin J H, Kennedy D. FEM-based symplectic random vibration analysis of coupled vehicle-track systems [C]//*Proceedings of 8th International Conference on Structural Dynamics*, Leuven, Belgium, 2011: 2727-2734.
- [30] Zhang Z C, Lin J H, Zhang Y H, Howson W P, Williams F W. Non-stationary random vibration analysis of three-dimensional train-bridge systems[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2010, **48**(4): 457-480.
- [31] Zhang Z C, Zhang Y H, Lin J H, Zhao Y, Howson W P, Williams F W. Random vibration of a train traversing a bridge subjected to traveling seismic waves[J]. *Engineering Structures*, 2011, **33**(12): 3546-3558.
- [32] Xu W T, Zhang Y H, Lin J H, Kennedy D, Williams F W. Sensitivity analysis and optimization of vehicle-bridge systems based on combined PEM-PIM strategy[J]. *Computers & Structures*, 2011, **89**(3): 339-345.
- [33] Dahlberg T. An optimized speed-controlled suspension of a 2-DOF vehicle travelling on a randomly profiled road[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1979, **62**(4): 541-546.
- [34] Naude A F, Snyman J A. Optimisation of road vehicle passive suspension systems—part 1: optimisation algorithm and vehicle model[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2003, **27**(4): 249-261.
- [35] Thoresson M J, Uys P E, Els P S, Snyman J A. Efficient optimisation of a vehicle suspension system, using a gradient-based approximation method—part 1: mathematical modelling[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2009, **50**(9/10): 1421-1436.
- [36] 于翔. 汽车悬挂参数的多级优化[J]. 汽车技术, 1994(7): 10-12. (YU Xiang. Multilevel optimization of suspension parameters of motor vehicles[J]. *Automobile Technology*, 1994(7): 10-12. (in Chinese))
- [37] 林家浩. 结构动力优化中的灵敏度分析[J]. 振动与冲击, 1985, **4**(1): 1-6. (LIN Jia-hao. Sensitivity analysis in structural dynamic optimization [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 1985, **4**(1): 1-6. (in Chinese))
- [38] Xu W T, Lin J H, Zhang Y H, Kennedy D, Williams F W. Pseudo-excitation-method-based sensitivity analysis and optimization for vehicle ride comfort[J]. *Engineering Optimization*, 2009, **41**(7): 699-711.
- [39] 徐文涛, 张亚辉, 林家浩. 基于虚拟激励法的车辆振动灵敏度分析及优化[J]. 机械强度, 2010,

- 32(3): 347-352.** (XU Wen-tao, ZHANG Ya-hui, LIN Jia-hao. PEM based sensitivity analysis for vehicle ride comfort and optimization[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2010, **32(3): 347-352.** (in Chinese))
- [40] 王凤阳, 赵岩, 林家浩. 参数不确定结构平稳随机响应的虚拟激励摄动方法[J]. 大连理工大学学报, 2011, **51(3):320-325.** (WANG Feng-yang, ZHAO Yan, LIN Jia-hao. Pseudo-excitation perturbation method for stationary random response of structure with uncertain parameters [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2011, **51(3):320-325.** (in Chinese))
- [41] 林家浩, 智浩, 郭杏林. 平稳随机振动荷载识别的逆虚拟激励法(一)[J]. 计算力学学报, 1998, **15(2):127-136.** (LIN Jia-hao, ZHI Hao, GUO Xing-lin. Inverse pseudo excitation method for loading identification of stationary random vibration (1)[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 1998, **15(2):127-136.** (in Chinese))
- [42] Lin J H, Guo X L, Zhi H, Howson W P, Williams F W. Computer simulation of structural random loading identification[J]. *Computers & Structures*, 2001, **79(4): 375-387.**
- [43] 廖俊, 孔宪仁. 随机载荷识别的算法改进与实验验证[J]. 航天器环境工程, 2008, **25(4): 355-359.** (LIAO Jun, KONG Xian-ren. An improved algorithm for random loading identification and experimental validation[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2008, **25(4): 355-359.** (in Chinese))
- [44] 侯秀慧, 邓子辰, 黄立新, 胡伟鹏. 桥梁结构移动平稳随机荷载识别新方法[J]. 计算力学学报, 2009, **26(5): 659-663.** (HOU Xiu-hui, DENG Zi-chen, HUANG Li-xin, HU Wei-peng. A new method for the identification of a stationary random load moving on bridge structure[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, **26(5): 659-663.** (in Chinese))
- [45] 张丽萍, 张立新. 基于逆虚拟激励法的车辆动载的识别[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2011, **32(3): 415-418.** (ZHANG Li-ping, ZHANG Li-xin. Vehicle dynamic load determination based on an inverse pseudo excitation method[J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2011, **32(3): 415-418.** (in Chinese))
- [46] 林敏, 张湘伟, 成思源. 基于虚拟激励法的三维随机路面仿真[J]. 机械设计与制造, 2012(2): 84-86. (LIN Min, ZHANG Xiang-wei, CHENG Si-yuan. Simulation of three-dimensional road based on pseudo excitation method[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2012(2): 84-86. (in Chinese))
- [47] 李龙龙, 吕令毅. 基于虚拟激励法的高耸结构风荷载识别[J]. 工程建设与设计, 2012(4): 72-75. (LI Long-long, LÜ Ling-yi. Identification of the tall structure wind load based on pseudo-excitation method[J]. *Construction & Design for Project*, 2012(4): 72-75. (in Chinese))
- [48] 熊铁华, 梁枢果, 邹良浩. 基于完全气弹模型风洞试验输电塔风荷载识别[J]. 建筑结构学报, 2010, **31(10): 48-54.** (XIONG Tie-hua, LIANG Shu-guo, ZOU Liang-hao. Wind loading identification of transmission towers based-on wind tunnel tests of full aero-elastic model[J]. *Journal of Building Structures*, 2010, **31(10): 48-54.** (in Chinese))

Summary on the Pseudo-Excitation Method for Vehicle Random Vibration PSD Analysis

ZHAO Yan, ZHANG Ya-hui, LIN Jia-hao

*(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Department of Engineering Mechanics, Faculty of Vehicle Engineering
and Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116023, P. R. China)*

Abstract: Random vibration will take place for vehicles moving on uneven road or railway surfaces. Quick and reliable PSD (power spectral density) analysis for such random vibration is of great importance in order to improve the performance of vehicles. Due to the low efficiency and precision of the conventional random vibration algorithm, previously the vehicles have to be modeled into spring-mass systems with very low degrees of freedom, and so the analysis precision cannot be ensured. Particularly if the fatigue stress concentration is computed, very refined finite element meshes must be adopted, the computational cost will be extremely high and prohibited. In addition, when several wheels are excited simultaneously on different locations of the surface, the MIMO (multi-input-multi-output) random vibration analysis will be even more difficult. Usually, only one or a few samples of the surface unevenness were taken for direct numerical integration, the results were then used to evaluate the statistical characteristics of the vehicle random responses. Clearly, both the precision and efficiency are quite limited. In recent years, the pseudo-excitation method has received much attention in overcoming the above difficulties, and are being used and further developed by many experts in the research fields of cars, trains or even maglevs, which are briefly summarized.

Key words: vehicle; random vibration; pseudo-excitation method; power spectral density