

文章编号:1000-0887(2013)01-0010-08

© 应用数学和力学编委会,ISSN 1000-0887

# 非局部因子和表面效应对微纳米材料 振动特性的影响<sup>\*</sup>

徐晓建<sup>1</sup>, 邓子辰<sup>1,2</sup>

(1. 西北工业大学 工程力学系, 西安 710129;  
2. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)  
(我刊编委邓子辰来稿)

**摘要:** 基于非局部理论和表面效应模型, 导出表面吸附物对微纳米材料的动力学方程, 研究非局部因子和表面能对微纳米传感器振动特性的影响。结果显示, 非局部因子、表面能、吸附物种类、附加刚度和基底种类对微纳米结构的振动特性有重要影响。

**关 键 词:** 微纳米机电系统(MEMS/NEMS)传感器; 非局部理论; 表面效应; 振动特性; 原子/分子吸附

**中图分类号:** TB123; TB34; O326; O485      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.01.002

## 引言

微纳米机电系统(MEMS/NEMS)具有高灵敏度、快速准确等特点, 它已广泛应用于物理、化学和生物等领域, 如传感器、制动器等<sup>[1-3]</sup>。因此, 对微纳米材料振动特性的研究尤为重要。近年来, 很多理论和实验工作都在开展, 研究者认为物理和化学相互作用, 如 van der Waals 力、静电力和水合力等, 对微纳米材料的物理和振动特性有重要影响<sup>[4-7]</sup>。目前有两种通用方法测量由吸附引起的表面能的改变, 一种是静位移测量<sup>[4-5, 8-10]</sup>, 另一种是受附加吸附物的质量和表面弹性能引起振动频率的测量<sup>[6-7, 11-12]</sup>。Hagan 等首次提出理论模型描述实验中得到的数据并得到令人满意的理论解释, 该模型突出的特点是把梁的变形能和吸附分子间的相互作用考虑在内<sup>[4]</sup>。随后, Dargatz 等采用这一多尺度模型, 考虑吸附原子间的相互作用对微纳米梁静位移的影响<sup>[5]</sup>。Huang 等采用多尺度模型研究了原子吸附对微纳米梁振动特性的影响, 并指出原子间相互作用对微纳米梁振动频率的偏移影响很大<sup>[7]</sup>。近年来, 对于原子(分子)吸附问题的理论研究处于不断的发展和改进中, 大多数研究者认为连续介质力学模型能预测 MEMS/NEMS

\* 收稿日期: 2012-05-14; 修订日期: 2012-11-22

基金项目: 国家基础研究计划 973 基金资助项目(2011CB610300); 111 引智计划基金资助项目(B07050); 国家自然科学基金资助项目(10972182; 11172239; 10902089); 高校博士点基金资助项目(20106102110019); 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室开放基金资助项目(GZ0802)

作者简介: 徐晓建(1986—), 男, 河南夏邑人, 博士生(E-mail: xuxiaojian@mail.nwpu.edu.cn); 邓子辰(1964—), 教授, 博士生导师(通讯作者). E-mail: dweifan@mail.nwpu.edu.cn.

系统的静位移偏移和振动频率的改变。伴随着 MEMS/NEMS 的微型化发展,材料的表面效应对静位移偏移和振动频率的改变起到不可忽视的作用,表面效应对 MEMS/NEMS 系统响应影响的研究得到一定程度的发展.Yi 等深入研究了 van der Waals 力、Coulomb 力对微纳米梁表面能、静位移和振动特性的影响<sup>[13]</sup>. Zhang 等采用多尺度 Euler-Bernoulli 梁模型指出附加质量和附加刚度对梁静位移和振动频率的影响不可忽略<sup>[10-11]</sup>. 随后在文献[10-11]的基础上,Gheshlaghi 等采用表面效应的 Timoshenko 梁模型,研究了旋转惯性和剪切变形对微纳米梁振动特性的影响<sup>[12]</sup>. Feng 等给出了温度变化对吸附原子(分子)的微纳米梁静位移和振动频率的变化关系,指出温度变化对微纳米梁响应很敏感<sup>[14]</sup>.

为得到更高灵敏度, MEMS/NEMS 越来越微型化,但随着尺寸的减小,材料将表现尺度效应.近几年来,非局部理论在微纳米材料方面获得一系列的成果,研究结果显示非局部因子对微纳米材料的动态和静态影响很大<sup>[14]</sup>. 非局部理论模型首先由 Eringen 提出,该模型通过引入一个反映材料的小参数描述尺度效应,并在纳米结构中得到广泛的应用和发展<sup>[15-20]</sup>. 由于材料在小尺度时表面效应对材料的影响很大,近年来,基于这两种模型建立了微纳米梁和板的控制微分方程,研究了这两种尺度参数对弯曲位移<sup>[21-22]</sup>、屈曲<sup>[22]</sup>和振动<sup>[23-27]</sup>特性的影响. 例如: Wang 研究了表面效应和非局部因子对流体输运的纳米管的振动特性的影响<sup>[27]</sup>. Gheshlaghi 等基于表面效应和非局部模型,分析了压电纳米材料的电力耦合作用<sup>[26]</sup>. 同时, Gheshlaghi 等利用 Euler-Bernoulli 梁模型研究了压电纳米梁的振动特性,分析表面效应和非局部因子对振动的影响<sup>[26]</sup>. 以上研究表面效应和非局部因子对微结构静变形和频率有很大的影响.但是,据作者所知,公开文献中缺少对原子(分子)吸附的同时考虑表面效应和非局部因子的研究.

为此,基于非局部理论和表面效应模型,分析微纳米梁的振动特性,研究非局部因子、表面能、吸附物种类、附加刚度和基底种类对材料振动的影响.

## 1 分析模型

如图 1 所示,长、宽、高分别为  $L, b, 2h$  的简支梁,该梁上表面吸附原子(或分子),假定吸附物均匀分布于梁一侧,变形前间距为  $d$ , 变形后间距为  $r_{MN}$ <sup>[11,13]</sup>. 原子间相互作用可表述为 Lennard-Jones 势能<sup>[5,7,11-13]</sup>,  $U(r_{ij}) = -A_\alpha/r_{ij}^6 + B_\alpha/r_{ij}^{12}$ , 其中,  $r_{ij}$  为相邻原子间距,  $A_\alpha, B_\alpha$  为 Lennard-Jones 常数,  $\alpha = 1$  代表吸附原子与基底原子相互作用,  $\alpha = 2$  代表吸附原子间相互作用. 原子间势能可由下式给出<sup>[10,12]</sup>:

$$U_{\text{int}} = \eta b \int_0^L [2U_{M1}(r_{M1}) + U_{MN}(r_{MN})] dx, \quad (1)$$

其中,  $r_{M1} = 1/\sqrt{a^2 + c^2(1+h\kappa)^2/4}$ ,  $r_{MN} = d[1 + (h+a)\kappa]$  为变形后原子间距,  $\eta = 1/d^2$  和  $\kappa = \partial^2 w / \partial x^2$  分别为单位面积原子个数和曲率. 考虑线弹性小变形理论, 式(1)可按  $\kappa$  的 Taylor 展开为

$$U_{\text{int}} = \eta b \int_0^L \left( u_0 + \varphi\kappa + \frac{1}{2}\psi\kappa^2 \right) dx, \quad (2)$$

其中

$$u_0 = u_{\text{int}}|_{\kappa=0}, \varphi = \partial u_{\text{int}} / \partial \kappa|_{\kappa=0}, \psi = \partial^2 u_{\text{int}} / \partial \kappa^2|_{\kappa=0}, u_{\text{int}} = 2U_{M1}(r_{M1}) + U_{MN}(r_{MN}).$$

梁的弹性应变能为

$$U_b = \frac{1}{2} E^* I \int_0^L \kappa^2 dx, \quad (3)$$

其中,  $E^* I = EI + 2E_s b h^2$  为有效弹性刚度,  $I = 2bh^3/3$ ,  $E_s$  为表面弹性模量.

系统的动能由吸附物和梁两部分组成, 由下式给出:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L (\rho A + \eta b m_a) \dot{w}^2 dx, \quad (4)$$

其中,  $\rho A$  为梁单位长度质量,  $m_a$  为吸附原子质量. 上点号表示对时间求导,  $w$  表示梁位移.

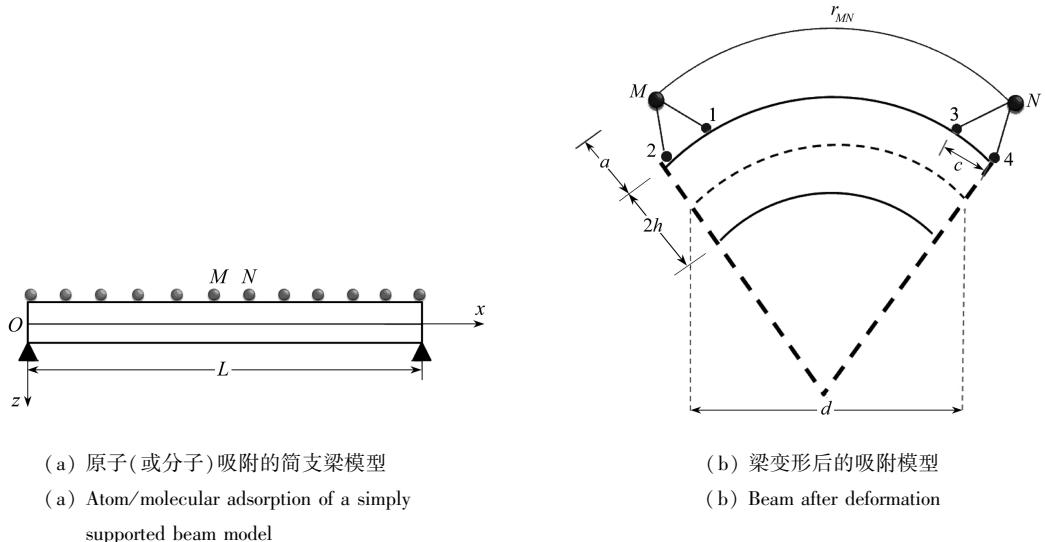


图 1 原子吸附模型图,  $M, N$  代表相邻吸附原子,  $1, 2, 3, 4$  代表梁表面基底原子

Fig. 1 Schematic illustration of the model,  $M, N$  indicate the adjacent atoms,  $1, 2, 3, 4$  denote surface atoms of the beam

从式(4)可看出, 有效质量包含两部分: 1) 每单位长度纳米梁质量; 2) 吸附原子(分子)质量.

梁的表面能为

$$U_s = \int_0^L p(x) w dx, \quad (5)$$

其中,  $p(x) = 2\tau_0 b \kappa$  为残余表面力<sup>[28-29]</sup>.

应用 Hamilton 变分原理,  $\delta \int_t (T - (U_b + U_{int} - U_s)) dt = 0$ , 得弯矩方程为

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -p(x) + (\rho A + \eta b m_a) \ddot{w} + \eta b \psi \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}, \quad (6)$$

其中,  $M = \int_A \sigma_x z dA$  为梁横截面弯矩.

由非局部理论得梁本构关系:

$$\sigma_x - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = E^* \varepsilon_x. \quad (7)$$

式(7)两端同乘  $z dA$  并对横截面  $A$  积分, 有

$$M - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -E^* I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (8)$$

比较式(6)和式(8), 得梁横向运动方程为

$$E^* I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left[ 1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \left[ (\rho A + \eta b m_a) \ddot{w} + \eta b \psi \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2\tau_0 b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] = 0. \quad (9)$$

假定小变形位移为

$$w(x, t) = W(\bar{x}) e^{j\omega t}, \quad (10)$$

把式(10)代入式(9), 并引入无量纲量  $\bar{x} = x/L$ ,  $\bar{W} = W/L$ , 得

$$\left[1 - e^2 \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2}\right] \left[-(1 + a_1) \bar{\omega}^2 \bar{W} + a_2 \frac{d^4 \bar{W}}{d \bar{x}^4} - u_2 \frac{d^2 \bar{W}}{d \bar{x}^2}\right] + (1 + u_1) \frac{d^4 \bar{W}}{d \bar{x}^4} = 0, \quad (11)$$

其中

$$a_1 = \frac{\eta b m_a}{\rho A}, \quad a_2 = \frac{\eta b \psi}{EI}, \quad u_1 = \frac{E^* I - EI}{EI}, \quad u_2 = \frac{2\tau_0 b L^2}{EI}, \quad e = \frac{e_0 a}{L}, \quad \bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}}$$

分别为无量纲质量、吸附抗弯刚度、表面弹性能、表面力、非局部因子和频比。假定小变形简支梁的振型为

$$\bar{W} = \sin(\lambda_n \bar{x}), \quad (12)$$

其中,  $\lambda_n = n\pi, n = 1, 2, 3, \dots$ .

把式(12)代入式(11), 得振动频比为

$$\gamma = \frac{\bar{\omega}}{(n\pi)^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + a_1}} \sqrt{\frac{1 + u_1}{1 + \lambda_n^2 e^2} + a_2 + \frac{u_2}{\lambda_n^2}}, \quad (13)$$

上式即为描述梁的振动频率随吸附物、表面效应和非局部因子的变化关系。

为研究原子吸附对梁共振频率的影响, 引入频率偏移量  $\Omega = (\gamma - \gamma_a)/\gamma_a$ , 其中  $\gamma_a$  为未吸附梁的共振频率(式(13)中令  $a_1 = a_2 = 0$ ).

## 2 数值计算及讨论

采用单晶 Au(100) 梁, 弹性模量  $E = 70$  GPa, 密度  $\rho = 19.3$  g/cm<sup>3</sup>, 表面弹性常数  $E_s = -3.6$  N/m,  $\tau_0 = 1.4$  N/m<sup>[30]</sup>。考虑 O 和 H 原子吸附在 Au(100) 梁表面两种情形, 相关参数见表 1。

表 1 材料参数<sup>[11]</sup>

Table 1 Material parameters<sup>[11]</sup>

	$m_a$ ( $1.66 \times 10^{-27}$ /kg)	$c$ / nm	$a$ / nm	$A_1$ ( $10^{-79}/(J \cdot m^6)$ )
O/Au(100)	16	0.324	0.282	10.30
H/Au(100)	1	0.324	0.251	4.925
	$B_1$ ( $10^{-136}/(J \cdot m^{12})$ )	$A_2$ ( $10^{-79}/(J \cdot m^6)$ )	$B_2$ ( $10^{-136}/(J \cdot m^{12})$ )	
O/Au(100)	7.885	15.34	14.10	
H/Au(100)	2.123	3.536	1.022	

为方便描述吸附原子密度对梁振动频率的影响, 引入无量纲相对吸附密度  $\Theta = \eta/\eta_m$ , 其中  $\eta_m = 1/c^2$ .

首先考虑 O 原子吸附在 Au(100) 梁表面的情形, 频比随梁厚度的变化关系如图 2 所示。由图 2(a)可以看到, 当厚度从纳米增加到微米以上时, 频率下降并逐渐趋于恒定值, 厚度小于数百纳米量级时, 表面效应对固频的影响不可忽略<sup>[31]</sup>。同时, 固频比对梁长度变化比较敏感, 长厚比越大, 固频比越大。非局部因子使梁固频比减小, 并随着厚度的增加而变大。例如: 当厚度为  $2h = 1 \mu\text{m}$ , 长厚比为  $L/(2h) = 10$  时, 计算得到非局部和局部固频比分别为 0.849 和 1.002, 可以看出考虑非局部效应后, 梁等效刚度变小, 频率减小。图 2(b)显示, 模数对频比影响很大, 模数越高, 频比减少越多, 这说明非局部因子对高频影响很大。通过比较有无考虑非局部因子作用的频率比曲线(见图 2(b))可知: 1) 梁厚度达到 100  $\mu\text{m}$  时, 表面效应可忽略; 2) 频率比受非局部参数影响并随模数的增加而减小。

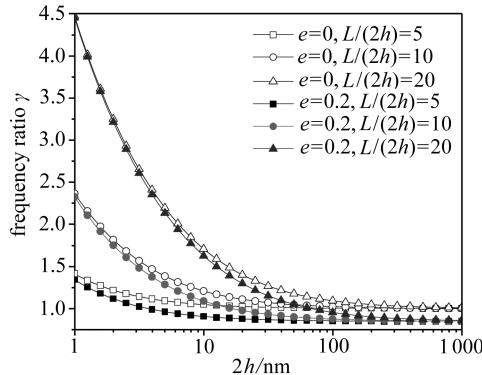
图 3 为吸附密度对梁共振频率的影响。由图 3 可知, 随着吸附密度的增加,  $\Omega$  表现不同的

数值符号。由式(13)可以观察到,频率的增减主要取决于两种物理机制,分别为吸附的原子质量与吸附原子间的相互作用力,它们引起了梁等效抗弯刚度的改变,即每单位长度质量的增大(由 $\rho A$ 到 $\rho A + \eta b m_a$ )导致梁频率的减少和梁等效抗弯刚度的增大或减少(由 $E^* I$ 到 $E^* I + \eta b \psi + 2\tau_0 b (e_0 a)^2$ (见式(9)))导致梁频率的增大(或减少)<sup>[11-12]</sup>。同时,频率偏移量随着非局部因子的增大和模数的增大而增大。例如:对O/Au(100)来讲,基频偏移量分别为

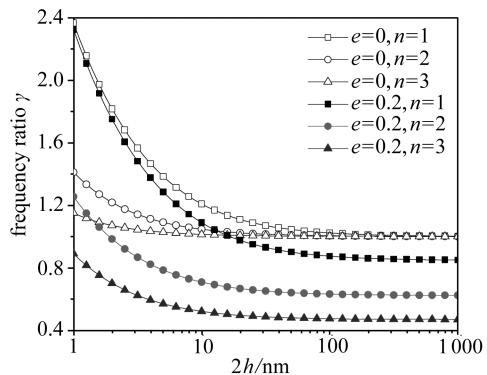
$$\Omega = 0.0096(e=0), \Omega = 0.012(e=0.2);$$

模数为3的频率偏移量分别为

$$\Omega = 0.017(e=0), \Omega = 0.068(e=0.2).$$



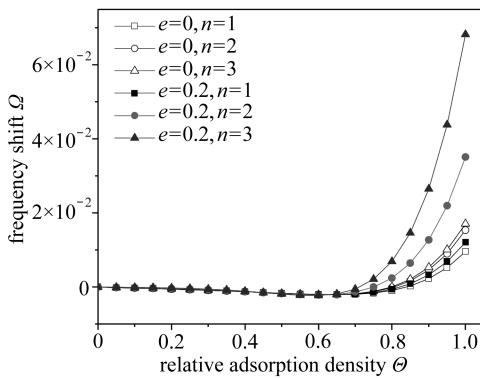
(a) 局部和非局部理论在长厚比为  
 $L/(2h) = 5, 10, 20$  的频率特性  
(a) Length to thickness ratio  
 $L/(2h) = 5, 10, 20$



(b) 长厚比  $L/(2h) = 10$ , 局部和非局部  
理论在模数  $n = 1, 2, 3$  的频率特性  
(b) Vibration modes  $n = 1, 2, 3$  for length  
to thickness ratio  $L/(2h) = 10$

图2  $\Theta = 1$ 时,考虑表面效应的梁厚度对频比的影响

Fig. 2 Frequency ratio versus thickness with surface effects for adsorption density  $\Theta = 1$



(a) O 原子吸附在 Au(100) 表面  
(a) O/Au(100)

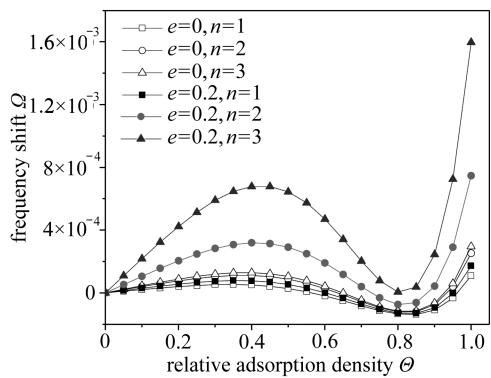


图3 考虑表面效应的梁吸附密度对频比的影响,  $2h = 2 \text{ nm}$ ,  $L/(2h) = 5$

Fig. 3 Effects of the relative adsorption density on the frequency shift with  
surface effects for  $2h = 2 \text{ nm}$ ,  $L/(2h) = 5$

表面效应和吸附密度对梁共振频率的影响见图4。与图3相似,频比随吸附密度的增加表现不同的振动行为。同时,表面效应使梁振动频比偏移量减小。

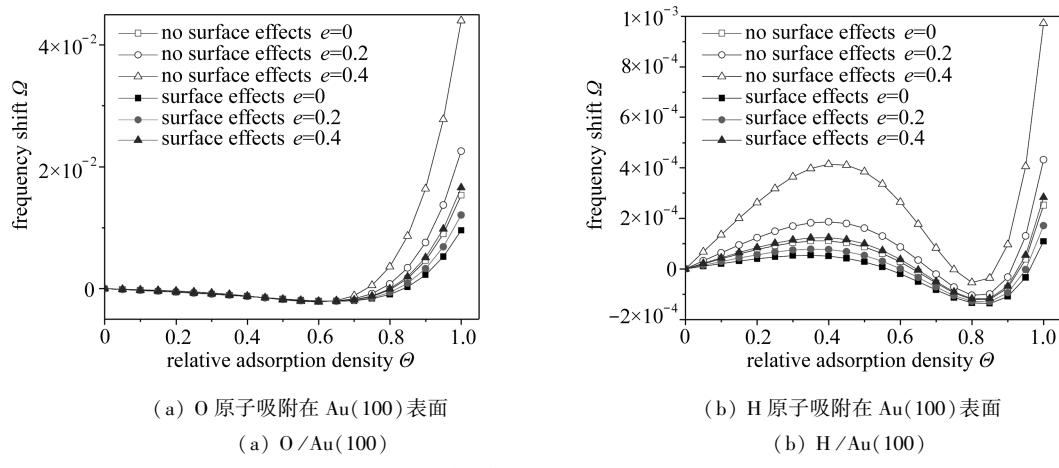


图4 考虑非局部理论的梁吸附密度对固频比的影响,  $2h = 2 \text{ nm}$ ,  $L/(2h) = 5$

Fig. 4 Effects of the relative adsorption density on the frequency shift with different nonlocal parameters for  $2h = 2 \text{ nm}$ ,  $L/(2h) = 5$

### 3 结 论

本文基于表面效应的 Hamilton 原理导出吸附原子的微纳米梁的弯矩方程, 根据非局部理论导出表面吸附物对微纳米梁的动力学方程, 研究非局部因子和表面能对微纳米传感器的振动特性的依赖关系。结论如下:

- 1) 表面效应随梁尺寸的增加而减小, 当厚度为数百纳米以上时, 表面效应的影响可忽略。
- 2) 非局部因子对高频振动频率的影响不可忽略, 尤其在尺寸小于  $100 \mu\text{m}$  时。当尺寸大于数百纳米时, 频比几乎不受厚度等尺寸的影响且趋于一系列渐进值。
- 3) 非局部因子使频比增大, 尤其在高频阶段, 相反表面效应使频比减小。
- 4) 吸附物的类型, 吸附物的密度对微纳米梁的振动特性有明显的影响。

**致谢** 感谢西北工业大学博士论文创新基金(CX201111)的资助。

### 参考文献(References):

- [1] Goeders K M, Colton J S, Bottomley L A. Microcantilevers: sensing chemical interactions via mechanical motion[J]. *Chemical Reviews*, 2008, **108**(2): 522-542.
- [2] Alvarez M, Lechuga L M. Microcantilever-based platforms as biosensing tools[J]. *Analyst*, 2010, **135**(5): 827-836.
- [3] Eom K, Park H S, Yoon D S, Kwon T. Nanomechanical resonators and their applications in biological /chemical detection: nanomechanics principles[J]. *Physics Reports*, 2011, **503**(4/5): 115-163.
- [4] Hagan M F, Majumdar A, Chakraborty A K. Nanomechanical forces generated by surface grafted DNA[J]. *The Journal of Physical Chemistry B*, 2002, **106**(39): 10163-10173.
- [5] Dearing D W, Thundat T. Simulation of adsorption-induced stress of a microcantilever sensor [J]. *Journal of Applied Physics*, 2005, **97**(4): 043526-1-043526-5.
- [6] Eom K, Kwon T Y, Yoon D S, Lee H L, Kim T S. Dynamical response of nanomechanical resonators to biomolecular interactions [J]. *Physical Review B*, 2007, **76**(11): 113408-1-113408-4.

- [7] Huang G Y, Gao W, Yu S W. Model for the adsorption-induced change in resonance frequency of a cantilever[J]. *Applied Physics Letters*, 2006, **89**(4) : 043506-1-043506-4.
- [8] Zang J, Liu F. Theory of bending of Si nanocantilevers induced by molecular adsorption: a modified Stoney formula for the calibration of nanomechanical sensors [J]. *Nanotechnology*, 2007, **18**(40) : 405501-1-405501-4.
- [9] Zang J, Liu F. Modified Timoshenko formula for bending of ultrathin strained bilayer films [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, **92**(2) : 021905-1-021905-3.
- [10] Zhang J Q, Yu S W, Feng X Q, Wang G F. Theoretical analysis of adsorption-induced microcantilever bending[J]. *Journal of Applied Physics*, 2008, **103**(9) : 093506-1-093506-6.
- [11] Zhang J Q, Yu S W, Feng X Q. Theoretical analysis of resonance frequency change induced by adsorption[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2008, **41**(12) : 125306-1-125306-8.
- [12] Gheshlaghi B, Hasheminejad S M. Adsorption-induced resonance frequency shift in Timoshenko microbeams[J]. *Current Applied Physics*, 2011, **11**(4) : 1035-1041.
- [13] Yi X, Duan H L. Surface stress induced by interactions of adsorbates and its effect on deformation and frequency of microcantilever sensors[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2009, **57**(8) : 1254-1266.
- [14] Feng L, Gao F, Liu M, Wang S, Li L, Shen M, Wang Z. Investigation of the mechanical bending and frequency shift induced by adsorption and temperature using micro- and nanocantilever sensors[J]. *Journal of Applied Physics*, 2012, **112**(1) : 013501-1-013501-9.
- [15] Wang C M, Zhang Y Y, Xiang Y, Reddy J N. Recent studies on buckling of carbon nanotubes [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2010, **63**(3) : 030804-030818.
- [16] Eringen A. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves[J]. *Journal of Applied Physics*, 1983, **54**(9) : 4703-4710.
- [17] Peddieson J, Buchanan G R, McNitt R P. Application of nonlocal continuum models to nanotechnology[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2003, **41**(3/5) : 305-312.
- [18] Wang Q, Zhou G Y, Lin K C. Scale effect on wave propagation of double-walled carbon nanotubes[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, **43**(20) : 6071-6084.
- [19] Zhang Y Q, Liu G R, Wang J S. Small-scale effects on buckling of multiwalled carbon nanotubes under axial compression[J]. *Physical Review B*, 2004, **70**(20) : 205430-1-205430-6.
- [20] Zhang Y Q, Liu G R, Xie X Y. Free transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes using a theory of nonlocal elasticity[J]. *Physical Review B*, 2005, **71**(19) : 195404-1-195404-7.
- [21] Wang K F, Wang B L. The electromechanical coupling behavior of piezoelectric nanowires: surface and small-scale effects[J]. *EPL (Europhysics Letters)*, 2012, **97**(6) : 66005-1-66005-6.
- [22] Juntarasaid C, Pulngern T, Chucheepsakul S. Bending and buckling of nanowires including the effects of surface stress and nonlocal elasticity[J]. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 2012, **46** : 68-76.
- [23] Lee H L, Chang W J. Surface effects on frequency analysis of nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory[J]. *Journal of Applied Physics*, 2010, **108**(9) : 093503-1-093503-3.
- [24] Lei X-W, Natsuki T, Shi J-X, Ni Q-Q. Surface effects on the vibrational frequency of double-walled carbon nanotubes using the nonlocal Timoshenko beam model[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2011, **43**(1) : 64-69.
- [25] Wang K F, Wang B L. Vibration of nanoscale plates with surface energy via nonlocal elasticity [J]. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 2011, **44**(2) : 448-453.
- [26] Gheshlaghi B, Hasheminejad S M. Vibration analysis of piezoelectric nanowires with surface

- and small scale effects[J]. *Current Applied Physics*, 2012, **12**(4) : 1096-1099.
- [27] Wang L. Vibration analysis of fluid-conveying nanotubes with consideration of surface effects [J]. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 2010, **43**(1) : 437-439.
- [28] Wang G F, Feng X Q. Effects of surface elasticity and residual surface tension on the natural frequency of microbeams[J]. *Applied Physics Letters*, 2007, **90**(23) : 231904-1-231904-3.
- [29] He J, Lilley C M. Surface stress effect on bending resonance of nanowires with different boundary conditions[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, **93**(26) : 263108-1-263108-3.
- [30] Shenoy V B. Atomistic calculations of elastic properties of metallic fcc crystal surfaces[J]. *Physical Review B*, 2005, **71**(9) : 094104-1-094104-11.
- [31] Abbasion S, Rafsanjani A, Avazmohammadi R, Farshidianfar A. Free vibration of microscaled Timoshenko beams[J]. *Applied Physics Letters*, 2009, **95**(14) : 143122-1-143122-3.

## Surface Effects of Adsorption-Induced Resonance Analysis of Micro/Nanobeams via Nonlocal Elasticity

XU Xiao-jian<sup>1</sup>, DENG Zi-chen<sup>1,2</sup>

(1. Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University,  
Xi'an 710129, P. R. China;

2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,  
Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, P. R. China)

**Abstract:** The governing differential equation of micro/nanobeams with atom/molecule adsorption was derived in presence of surface effects using the nonlocal elasticity. The effects of non-local parameter, adsorption density and the surface parameter on resonant frequency of the micro/nanobeams were investigated. It is found that, in addition to the nonlocal parameter and surface parameter, the bending rigidity and the adsorption-induced mass exhibit different behaviors with the increase of adsorption density depending on the adatom category and the substrate material.

**Key words:** micro-and mano-electromechanic system(NEMS/MEMS) sensors; nonlocal elasticity; surface effects; vibration; atom/molecular adsorption