

# Richardson 数对后台阶流动熵产的影响\*

陈 胜<sup>1,2</sup>

(1. 武汉钢铁研究院, 武汉 430083;  
2. 华中科技大学 煤燃烧国家重点实验室, 武汉 430074)

**摘要:** 后台阶流动是研究伴随有传热现象的分离流动的常用模型, 虽然 Richardson 数的改变会明显影响分离流动的流动和传热特性, 但是迄今为止关于 Richardson 数对后台阶流动熵产影响的研究依然很少. 基于求解熵产方程, 第一次系统研究 Richardson 数对后台阶流动熵产的影响. 对于求解熵产方程所需的速度和温度等变量, 通过格子 Boltzmann 方法来得到. 通过上述工作可以发现, 后台阶流动中熵产和 Bejan 数的分布随 Richardson 数变化显著. 总熵产数是 Richardson 数的单调减函数而平均 Bejan 数是 Richardson 数的单调增函数.

**关键词:** 熵产; 后台阶流; Richardson 数; 格子 Boltzmann 方法

**中图分类号:** TK01+1      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2012.11.008

## 引 言

自从上个世纪 80 年代末举办关于远场边界论坛以来<sup>[1]</sup>, 后台阶流动就成为一种常见的流体力学研究对象. 这种流动形式不但在理论研究中具有极大价值, 而且在实际的能量转化过程中非常普遍, 如电子冷却系统. 迄今已有大量关于后台阶流动的研究工作. 比如, Armaly 等人<sup>[2]</sup>使用试验和数值模拟的手段详细研究了层流和湍流后台阶流动. Le 等人<sup>[3]</sup>通过直接数值模拟研究了湍流后台阶流动的压力波动和涡结构, 并发现在回流区摩擦因数特别高. 最近的关于后台阶流动的研究请参见文献[4-6]. 关于伴随传热现象的后台阶流动的综述文章请参见文献[7]. 由于相关的工作非常多, 因此在本文中仅能罗列一小部分. 随着微机电系统 (MEMS)、和超大规模集成电路 (VLSI) 的发展, 后台阶流动已经成为研究伴随传热现象的微尺度分离流动的常见研究模型<sup>[8-9]</sup>.

自从 Bejan<sup>[10]</sup> 讨论传热和流动中的熵产现象以来, 关于后台阶流动的熵产研究也大量展开. 后台阶流动的熵产研究有着大量的应用背景, 如评价气流通过汽轮机叶片时能量的损失及内燃机燃烧过程中的能量损失<sup>[11]</sup>. Abu-Nada<sup>[12]</sup> 分析了后台阶强迫对流熵产特性并总结了无量纲温度, Reynolds 数和 Brinkman 数对熵产的影响. Abu-Nada<sup>[13]</sup> 还研究了后台阶结构参数对熵产和 Bejan 数的影响. 最近, Abu-Nada<sup>[13]</sup> 分析了渗流条件下后台阶流动的熵产特征并详细讨论渗流对熵产和 Bejan 数的影响.

\* 收稿日期: 2011-11-17; 修订日期: 2012-05-05

作者简介: 陈胜 (1977—), 男, 湖北武汉人, 副教授, 博士 (Tel: +86-27-87542417; Fax: +86-27-87544779; E-mail: shengchen. hust@ gmail. com).

但是,迄今为止关于 Richardson 数对后台阶流动熵产影响的研究依然是空白.众所周知,当 Richardson 数很小时,流动和传热特性会明显受到 Richardson 数改变的影响<sup>[1,14-15]</sup>.但是在微机电系统,由于受结构尺寸的限制,Reynolds 数一般都很小,因此为了优化微系统的性能,研究 Richardson 数对后台阶流动熵产影响的工作非常重要和必要.本文的目的就是为了详细揭示 Richardson 数对后台阶流动熵产的影响.作为熵产分析所必需的流场速度和温度,在本文中通过格子 Boltzmann 方法<sup>[16-19]</sup>求解而不是常用的计算流体力学(CFD)方法得到.在本文作者以前的工作<sup>[20]</sup>中已经详细分析了在熵产分析中格子 Boltzmann 方法与常用的计算流体力学相比的特有优势.

## 1 控制方程

本文研究的问题域如图 1 所示.后台阶的扩展比为 1 : 2,与文献[11,15]中的参数相同.后台阶长度  $L$  为  $L = 30h$ .后台阶高度为  $H - h$ .无量纲的连续性方程,动量方程和能量方程如下所示<sup>[1,15]</sup>:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} + RiTk, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \frac{1}{Pe} \Delta T, \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{u} = (u, v)$  是速度矢量,  $\mathbf{k}$  是沿  $y$  轴方向的单位矢量.  $Re, Ri$  和  $Pe$  分别是 Reynolds 数, Richardson 数和 Peclet 数,其定义式请参见文献[15].在现有关于后台阶流动熵产分析的工作中<sup>[11-13]</sup>,方程(2)中的最后 1 项都被忽略了,因此 Richardson 数对后台阶流动熵产的影响同时也被忽略.当 Richardson 数很小时,这一近似可以成立.但是当 Reynolds 数很小时, Richardson 数对流动和传热的影响就将显得非常重要<sup>[15,21]</sup>.

入口处的速度边界为  $u = 24(y - 0.5)(1 - y), v = 0$ ,温度边界条件为  $T = 2(y - 0.5)$ .其它固壁假设为无滑移边界条件.流场出口假设为远场边界条件<sup>[1,15]</sup>.上壁面无量纲温度  $T = 1.0$ ,下壁面无量纲温度  $T = 0.0$ .

## 2 熵产方程

无量纲熵产方程为

$$S = (\nabla T)^2 + \varphi |\phi|^2, \quad (4)$$

其中,  $\varphi = Br/(\Delta T)$  为不可逆分布比<sup>[20]</sup>.  $Br = PrEc$  为 Brinkman 数,  $Ec$  为 Eckert 数<sup>[20]</sup>.  $|\phi|$  为应变率张量绝对值,其定义如下:

$$|\phi| = \sqrt{2\phi_{\alpha\beta}\phi_{\alpha\beta}}, \quad (5)$$

式(5)中  $\phi_{\alpha\beta} = (\partial_\alpha u_\beta + \partial_\beta u_\alpha)/2$ .对于二维问题,我们可以简化为

$$|\phi|^2 = 2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2. \quad (6)$$

由于式(5)中复杂的空间偏导数,使用传统方法计算  $|\phi|$  非常复杂.而如已发表文献[17-19]所示,在格子 Boltzmann 方法中,  $|\phi|$  可以非常容易求解.类似的,方程(4)中的空间偏导数

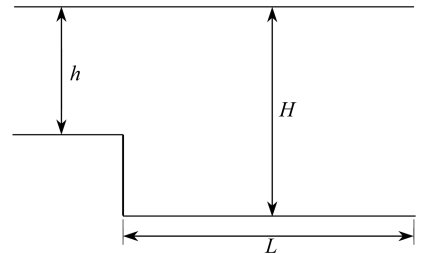


图 1 后台阶示意图

Fig. 1 Sketch of backward-facing step

也非常容易在格子 Boltzmann 方法中进行求解<sup>[22]</sup>. 方程(4)中的第 1 项表示由于传热产生的不可逆, 而第 2 项表示流体粘性产生的不可逆, 因此该方程可以改写为

$$S = S_D + S_\mu, \quad (7)$$

下标 D 和  $\mu$  分别表明由于传热产生的不可逆和流体粘性产生的不可逆<sup>[20]</sup>, 通常用 HTI 和 FFI 来表示<sup>[10]</sup>. Bejan 数定义为<sup>[10-11,20]</sup>

$$Be = \frac{S_D}{S}. \quad (8)$$

当 Bejan 数远大于 0.5 时, 表明不可逆主要由传热产生. 反之, 当 Bejan 数远小于 0.5 时, 表明不可逆主要由流体粘性产生. 总熵产数定义为<sup>[10]</sup>

$$S_{\text{total}} = \int_{\Omega} S \partial \Omega, \quad (9)$$

其中  $\Omega$  表示整个计算域. 平均 Bejan 数的定义式与之类似.

### 3 结果与讨论

首先, 我们模拟了不考虑 Richardson 数影响 (即  $Ri = 0$ ) 的工况. 图 2 和图 3 显示的是对应的流线及等温线分布; 图 4 和图 5 显示的是对应的熵产及 Bejan 数分布图. 在本文中其它参数选取为  $\varphi = 1$ ,  $Pr = 1$ , 网格分辨率为  $750 \times 50$ . 本文作者以前的工作<sup>[15]</sup>已经证明该网格分辨率能得到足够精度的模拟结果. 详细的求解过程请参见文献<sup>[15, 20]</sup>.

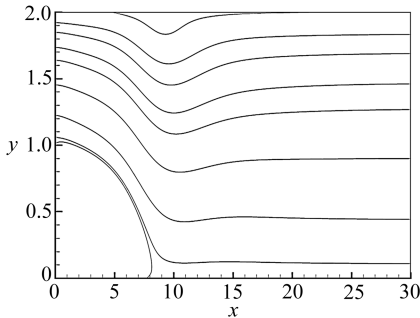


图 2  $Re = 400$ ,  $Ri = 0$  时的流线图  
Fig. 2 Streamlines at  $Re = 400$  excluding the effect of  $Ri$

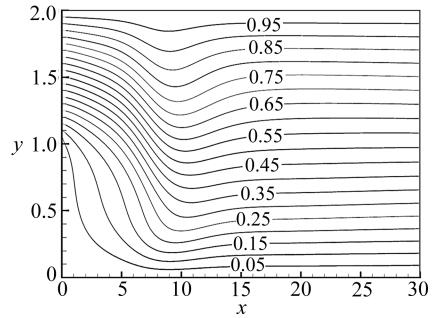


图 3  $Re = 400$ ,  $Ri = 0$  时的等温线图  
Fig. 3 Isotherms at  $Re = 400$  excluding the effect of  $Ri$

图 6 显示的是熵产和 Bejan 数沿下壁面轴向的分布. 熵产最小值出现在左下角. 从该图中可以看到熵产的第 1 个峰值出现在回流区内. 该峰值会迅速衰减并在再汇合点达到 1 个极小值. 该现象是由于在该区域涡显著增强导致粘性不可逆增加而产生的. 而在再汇合点, 流体剪切应力消失导致粘性不可逆为 0 而传热不可逆占主导地位. 在  $x = 0$  处  $Be = 1$  再次证明本文的分析是正确的, 因为在该处速度梯度为 0. Bejan 数的最小值出现在主回流区内, 因为在该区中粘性不可逆增加明显.

图 7 显示的是熵产和 Bejan 数沿上壁面轴向的分布. 在  $x = 0$  处熵产出现 1 个极大值. 这是由于在上壁面的边界层导致的. 从该图可以看到在再汇合点熵产迅速减小. Bejan 数的最小值出现在边界层的边缘而较大值出现在上回流区. 在上壁面二级回流区的边缘, Bejan 数达到最大值.

本文得到的结论与文献<sup>[11-13]</sup>相吻合. 稍许差别是由于不同的温度边界条件导致的. 在

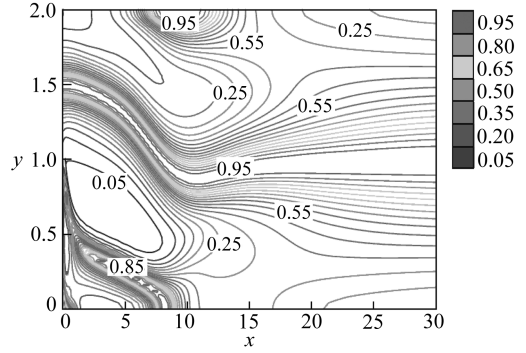
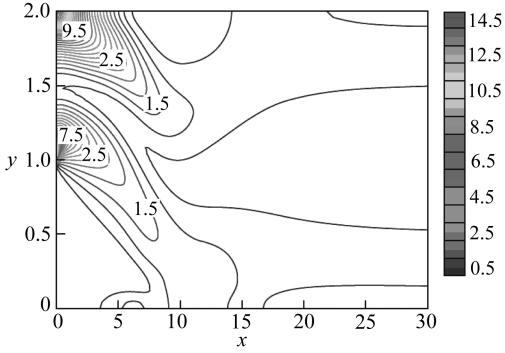
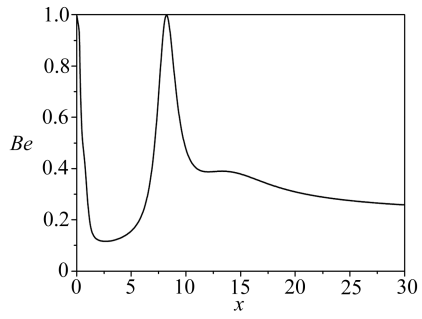
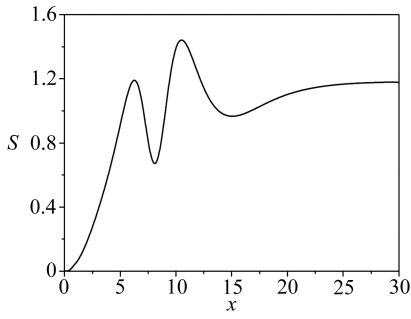


图4  $Re = 400, Ri = 0$  时的熵产分布图

图5  $Re = 400, Ri = 0$  时的 Bejan 数分布图

Fig.4 Entropy generation number distribution at  $Re = 400$  excluding the effect of  $Ri$

Fig.5 Bejan number distribution at  $Re = 400$  excluding the effect of  $Ri$



(a) 熵产数

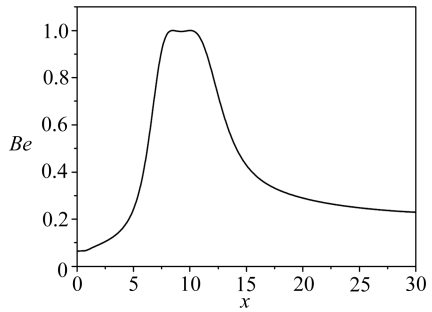
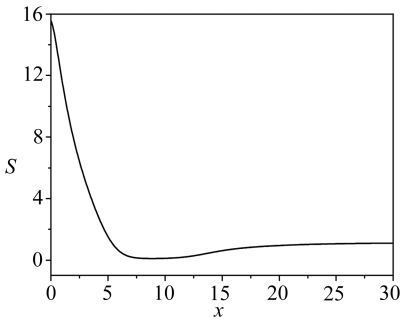
(b) Bejan 数

(a) Entropy generation number

(b) Bejan number

图6  $Re = 400, Ri = 0$  时下壁面熵产和 Bejan 数分布

Fig.6 Entropy generation number and Bejan number along bottom wall at  $Re = 400$  excluding the effect of  $Ri$



(a) 熵产数

(b) Bejan 数

(a) Entropy generation number

(b) Bejan number

图7  $Re = 400, Ri = 0$  时上壁面熵产和 Bejan 数分布

Fig.7 Entropy generation number and Bejan number along top wall at  $Re = 400$  excluding the effect of  $Ri$

本文的剩余部分,我们如文献[11]中所研究的工况一样,取  $Re = 400$  来消除流场的三维效应,而让 Richardson 数在 0.1 至 1 间变动。

图8和图9显示的当  $Ri = 0.1$  时的流线和等温线分布。从图中可以明显看到,当 Richardson 数非常小的时候, Richardson 数对流动和传热的影响并不显著。除了下回流区被轻微压缩外,图8和图9与图2和图3并无明显差别。上回流区在  $Ri = 0.1$  时会被拉伸并向上游移动。

该现象与文献[15]结论一致。当 Richardson 数非常小的时候,传热的主要形式为上下壁面间的热传导。因此,如图 10 和图 11 所示,熵产和 Bejan 数的分布也与  $Ri = 0$  的时候(图 4 和图 5)差别不大。熵产主要集中在入口处。在后台阶处有一处较大区域 Bejan 数约为 0,而另外有 4 处区域不可逆主要由传热导致。这 4 个区域的分布为:上回流区,下壁面的墙角,下再汇合点和流场中心。

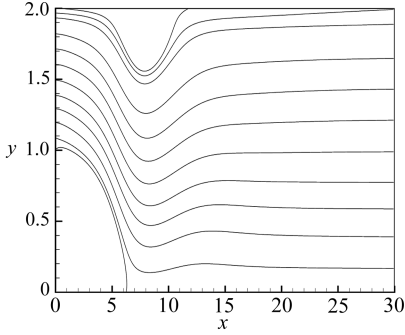


图 8  $Re = 400, Ri = 0.1$  时的流线图  
Fig. 8 Streamlines at  $Re = 400$  and  $Ri = 0.1$

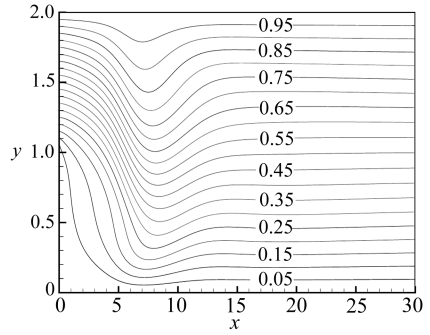


图 9  $Re = 400, Ri = 0.1$  时的等温线图  
Fig. 9 Isotherms at  $Re = 400$  and  $Ri = 0.1$

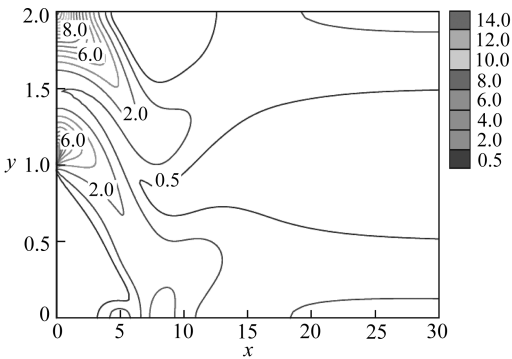


图 10  $Re = 400, Ri = 0.1$  时的熵产分布图  
Fig. 10 Entropy generation number distribution at  $Re = 400$  and  $Ri = 0.1$

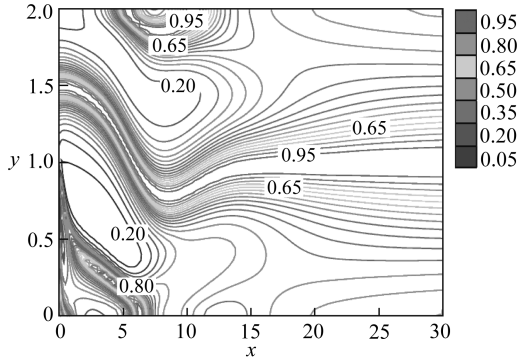


图 11  $Re = 400, Ri = 0.1$  时的 Bejan 数分布图  
Fig. 11 Bejan number distribution at  $Re = 400$  and  $Ri = 0.1$

图 12 显示的是熵产和 Bejan 数沿下壁面轴向的分布。熵产出现了两个峰值,其中第 2 个峰值是最大值,和图 6 类似。但是与图 6 相比,由于下回流区被压缩,极大值的出现位置开始向上游移动。并且图 12 中峰值要远大于图 6 中的峰值。

图 13 显示的是熵产和 Bejan 数沿上壁面轴向的分布。熵产的最大值出现在上壁面的边缘并迅速衰减至最小值。熵产最小值出现在再汇合点,因为上回流区向上游方向移动,因此熵产的最小值出现位置也相应向上游方向移动。由于上回流区被增强,因此 Bejan 数的分布出现了一个类似山谷的形状。

图 14 和图 15 显示的是  $Ri = 1$  时的流线和等温线图。完全不同于图 2、3 和图 8、9,由于  $Ri$  增大,流线和等温线的分层现象消失而成为波浪状。非常明显,在 Richardson 数很大时,在流场入口附近  $x (\leq 15)$  的传热方式已经由传导改为对流。在上下壁面各出现 3 个涡,因此熵产和 Bejan 数的分布也出现很大变化,如图 16、17 所示。

图 18 显示的是熵产和 Bejan 数沿下壁面轴向的分布。毫无疑问,由于在下壁面存在 3 个

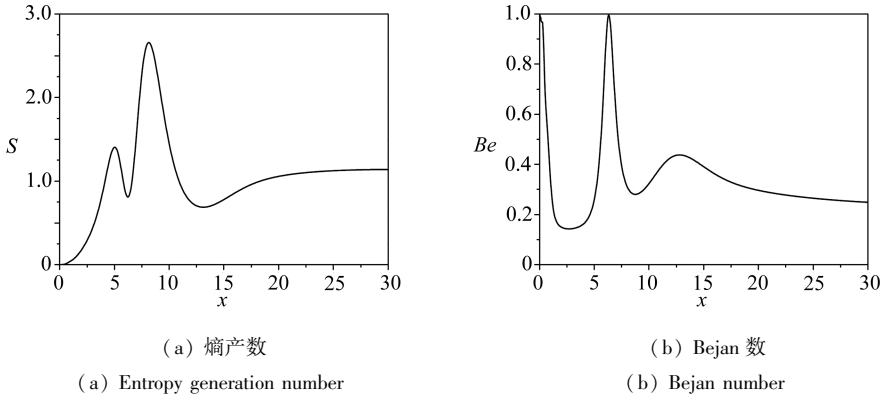


图 12  $Re = 400, Ri = 0.1$  时下壁面熵产和 Bejan 数分布

Fig. 12 Entropy generation number and Bejan number along bottom wall at  $Re = 400$  and  $Ri = 0.1$

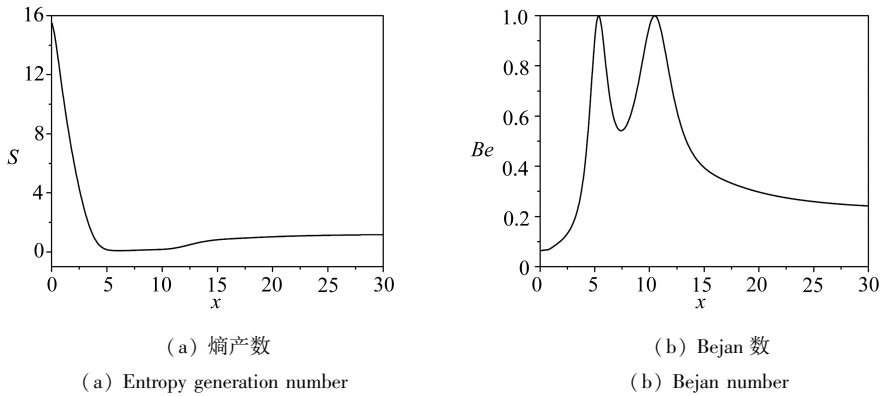


图 13  $Re = 400, Ri = 0.1$  时上壁面熵产和 Bejan 数分布

Fig. 13 Entropy generation number and Bejan number along top wall at  $Re = 400$  and  $Ri = 0.1$

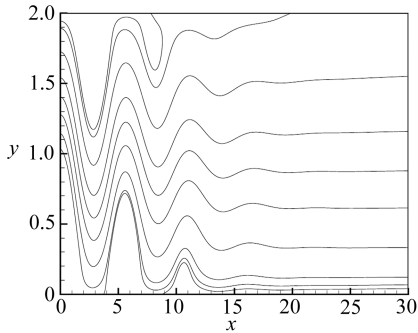


图 14  $Re = 400, Ri = 1$  时的流线图

Fig. 14 Streamlines at  $Re = 400$  and  $Ri = 1$

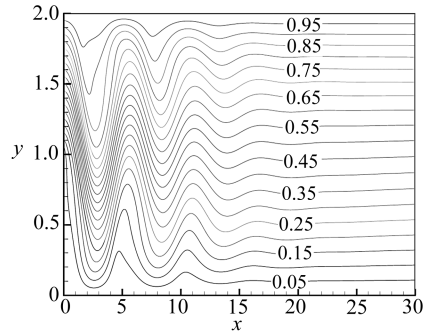


图 15  $Re = 400, Ri = 1$  时的等温线图

Fig. 15 Isotherms at  $Re = 400$  and  $Ri = 1$

回流区,熵产和 Bejan 数各出现了 3 个峰值.不同于低 Richardson 数的工况,熵产的第 1 个峰值即为最大值然后开始振荡减小.类似的现象也出现在上壁面,请参看图 19.需要强调的是对于 Richardson 数的工况(比如  $Ri = 1$ ),在左下角的速度梯度并不再为 0,因此该处的 Bejan 数不再为 1,如图 17 和图 18 所示.对于大 Richardson 数的工况,靠近左下角处,Bejan 数远小于 0.5,表明粘性不可逆占主导地位.这是由于当 Richardson 数较大时,该处的速度梯度远大于温度梯度.另外,在上壁面边界层边缘附近,Richardson 数对熵产影响非常小.



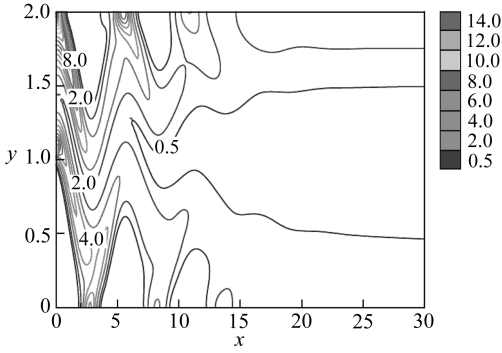


图 16  $Re = 400, Ri = 1$  时的熵产分布图  
Fig. 16 Entropy generation number distribution at  $Re = 400$  and  $Ri = 1$

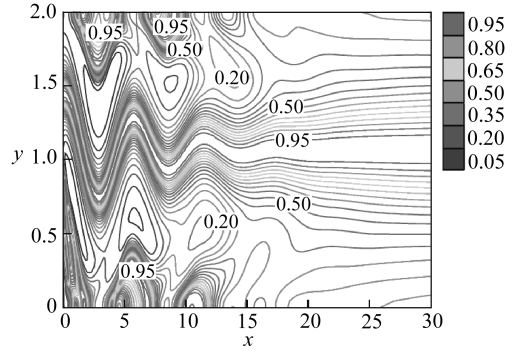
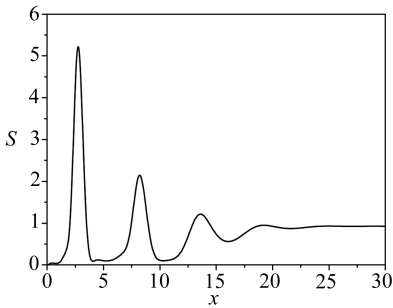
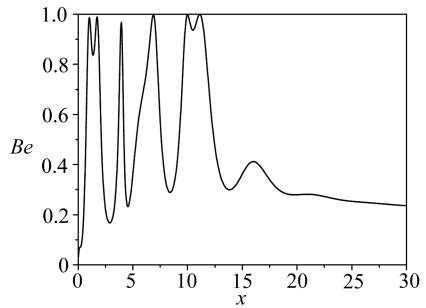


图 17  $Re = 400, Ri = 1$  时的 Bejan 数分布图  
Fig. 17 Bejan number distribution at  $Re = 400$  and  $Ri = 1$



(a) 熵产数

(a) Entropy generation number

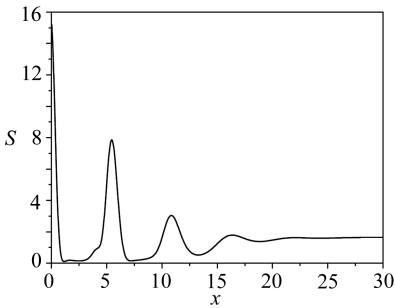


(b) Bejan 数

(b) Bejan number

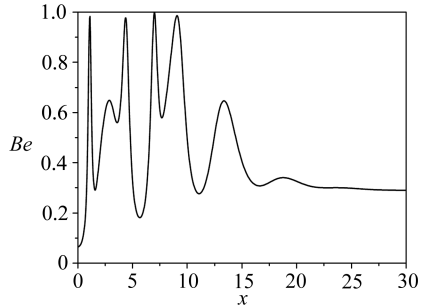
图 18  $Re = 400, Ri = 1$  时下壁面熵产和 Bejan 数分布

Fig. 18 Entropy generation number and Bejan number along bottom wall at  $Re = 400$  and  $Ri = 1$



(a) 熵产数

(a) Entropy generation number



(b) Bejan 数

(b) Bejan number

图 19  $Re = 400, Ri = 1$  时上壁面熵产和 Bejan 数分布

Fig. 19 Entropy generation number and Bejan number along top wall at  $Re = 400$  and  $Ri = 1$

图 20 显示的是不同 Richardson 数下总熵产和平均 Bejan 数变化趋势。从图中可以看到，虽然熵产的峰值随 Richardson 数增加而增加，但总熵产却是 Richardson 数的单调减函数。这是由于虽然温度和速度梯度随 Richardson 数增加而增大，但是回流区的大小却随 Richardson 数增加而减小，而回流区内才是熵产发生的主要区域。然而，平均 Bejan 数却是 Richardson 数的单调增函数。这是由于随着 Richardson 数增大，粘性不可逆开始占主导地位。

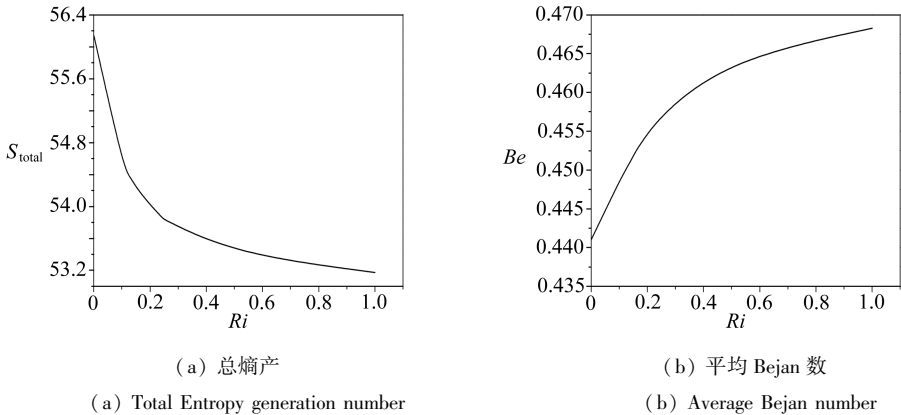


图 20  $Re = 400$  时总熵产和平均 Bejan 数随 Richardson 数变化趋势

Fig. 20 Total Entropy generation number and average Bejan number at  $Re = 400$

## 4 总 结

众所周知,后台阶流动的流动和传热特性都会受到 Richardson 数变化的显著影响<sup>[1,15]</sup>。但是,关于 Richardson 数变化对后台阶流动熵产影响的研究却是空白。在本文工作中,我们使用文献[15,20]开发的方法进行了相应研究。

通过本文分析,可以发现后台阶流动熵产分布非常类似于平板层流边界层内的熵产分布。在壁面边缘会出现熵产最大值并且熵产往下游方向逐渐减小。在壁面边缘处,与粘性不可逆相比,传热不可逆对熵产的贡献可以忽略。当 Richardson 数比较小的时候,以热传导方式为主。当 Richardson 数较大时,则以热对流方式为主。下壁面熵产的第 1 个峰值出现在主回流区内。上壁面熵产的最大值则出现在壁面边缘。下壁面 Bejan 数的最小值出现在主回流区。当 Richardson 数非常小的时候,流动和传热基本没有影响。但是当 Richardson 数足够大的时候,流动和传热特性会发生显著改变。熵产的峰值随 Richardson 数增加而增大,但总熵产却是随 Richardson 数增大而单调减小。平均 Bejan 数是 Richardson 数的单调增函数。

### 参考文献 (References):

- [1] Leone Jr J M. Open boundary condition symposium benchmark solution: stratified flow over a backward-facing step[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1990, **11**(7): 969-984.
- [2] Armaly B F, Durst F, Pereira J C F, Schonung B. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1983, **127**: 473-496.
- [3] Le H, Moin P, Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1997, **330**: 349-374.
- [4] Ramsak M, Skerget L, Hribersek M, Zunic Z. A multidomain boundary element method for unsteady laminar flow using stream function vorticity equations[J]. *Engineering Analysis With Boundary Elements*, 2005, **29**(1): 1-14.
- [5] Calle J L D, Devloo P R B, Gomes S M. Stabilized discontinuous Galerkin method for hyperbolic equations[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, **194**(17): 1861-1874.
- [6] Creuse E, Giovannini A, Mortazavi I. Vortex simulation of active control strategies for transi-



- tional backward-facing step flows[J]. *Computers and Fluids*, 2009, **38**(7): 1348-1360.
- [7] Abu-Mulaweh H I. A review of research on laminar mixed convection flow over backward- and forward-facing steps[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2003, **42**(9): 897-909.
- [8] Ho C, Tai Y. Micro-electro-mechanical-systems (MEMS) and fluid flows[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1998, **30**: 579-612.
- [9] Karniadakis G E, Beskok A. *Micro Flows Fundamentals and Simulation*[M]. New York: Springer-Verlag, 2002: 55-70.
- [10] Bejan A. *Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow*[M]. 2nd ed. New York: Wiley Interscience, 1994: 200-210.
- [11] Abu-Nada E. Investigation of entropy generation over a backward facing step under bleeding conditions[J]. *Energy Conversion and Management*, 2008, **49**(11): 3237-3242.
- [12] Abu-Nada E. Numerical prediction of entropy generation in separated flows[J]. *Entropy*, 2005, **7**(4): 234-252.
- [13] Abu-Nada E. Entropy generation due to heat and fluid flow in backward facing step flow with various expansion ratios[J]. *International Journal of Energy*, 2006, **3**(4): 419-435.
- [14] Chen S, Liu Z, Shi B, Zheng C G. Computation of gas-solid flows by finite difference Boltzmann equation[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, **173**(1): 33-49.
- [15] Chen S, Shi B, Liu Z, He Z, Guo Z L, Zheng C G. Lattice-Boltzmann simulation of particle-laden flow over a backward-facing step[J]. *Chinese Physics*, 2004, **13**(10): 1657-1664.
- [16] Qian Y, D'Humières D, Lallemand P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation[J]. *Europhysics Letters*, 1992, **17**: 479-484.
- [17] Benzi R, Succi S, Vergassola M. The lattice Boltzmann equation: theory and applications[J]. *Physics Report*, 1992, **222**(3): 145-197.
- [18] Chen S, Doolen G D. Lattice Boltzmann method for fluid flows[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1998, **30**: 329-364.
- [19] Succi S. *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*[M]. Oxford: Oxford University Press, 2001: 10-52.
- [20] Chen S, Krafczyk M. Entropy generation in turbulent natural convection due to internal heat generation[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2009, **48**(10): 1978-1987.
- [21] Lioua K, Oztop H F, Borjini M N, Al-Salemc K. Second law analysis in a three dimensional lid-driven cavity[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2011, **38**(10): 1376-1383.
- [22] Kuo L S, Chen P H. Numerical implementation of thermal boundary conditions in the lattice Boltzmann method[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2009, **52**(1/2): 529-532.

# Effect of Richardson Number on Entropy Generation Over a Backward Facing Step

CHEN Sheng<sup>1,2</sup>

(1. *Research & Development Center, WISCO, Wuhan 430083, P. R. China;*

2. *State Key Laboratory of Coal Combustion, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P. R. China*)

**Abstract:** Flow over a backward facing step (BFS) has been taken as a useful prototype to investigate characteristics of separated flow with heat transfer. However, to date the study on the effect of Richardson number on entropy generation over BFS is absent yet although the flow pattern and heat transfer characteristic both would receive significant influence caused by variation of Richardson number in many practical applications, for example in microelectromechanical systems and aerocrafts. The effect of Richardson number on entropy generation in BFS flow was reported for the first time. Results of entropy generation analysis was obtained by numerically solving the entropy generation equation. The values of velocity and temperature, which were the inputs of the entropy generation equation, were obtained by the lattice Boltzmann method. It is found that the distributions of local entropy generation number and Bejan number are significantly influenced by the variation of Richardson number. The total entropy generation number is a monotonic decreasing function of Richardson number whereas the average Bejan number is a monotonic increasing function of Richardson number.

**Key words:** entropy generation; backward facing step; Richardson number; lattice Boltzmann method