

薄壁管道爆破压力的强度差异 效应与强度准则影响*

金乘武¹, 王立忠², 张永强²

(1. 浙江大学 工程力学系, 杭州 310027;

2. 浙江大学 建筑工程学院, 杭州 310058)

摘要: 在有限变形理论的框架内,基于统一强度准则对在內压作用下的薄壁管道的塑性失效进行了分析.考虑强度差异效应和强度准则对爆破压力的影响,得到了两端封闭薄壁长圆管道的爆破压力的解析解.此外,在统一强度准则的基础上,在內压作用下的两端开口薄壁长圆管道的爆破压力解析解也被导出.经过讨论,发现对于受內压的两端封闭管道,不同的强度准则和强度拉压异性对其爆破压力的影响是显著的,而对于受內压的两端开口管道,其爆破压力则不受强度准则的具体形式和强度差异的影响.

关键词: 爆破压力; 统一强度准则; 薄壁管道; 有限应变

中图分类号: O344.5 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2012.11.002

引 言

目前,管道在水、原油和天然气等的运输中得到了广泛的应用.管道的使用效率在一定程度上归因于它们的实用性和安全性.由于管道是高容量水、石油和天然气的有效运输手段,它们的完整性和安全性得到了大量的关注^[1-14].为了管道系统的安全使用,给设计师和使用者提供在泄漏和灾难性破坏发生前的最大压力负荷的一些知识是非常必要的.因此,在管道的安全性和完整性设计和评估中,管道的爆破压力的准确预测是一个重要的考虑因素.

作为代表管道的最大承载能力,爆破压力通常被定义为在塑性失效时管道的极限载荷或失效压力.对受內压作用的管道的爆破压力已经进行了大量的理论、数值和实验研究. Law等^[15]对不同的薄壁管道的爆破压力公式进行了比较分析. Christopher等^[16]对厚壁容器的爆破压力预测进行了比较研究. Cooper^[17]和 Svensson^[2]通过使用 von Mises 屈服准则和塑性失稳理论得到了柱形和球形容器的爆破压力预测的一个理论解法. Hiller^[18]对薄壁管进行了类似的研究.同样在 von Mises 准则的基础上, Updike 和 Kalnins^[19]提出了一个数学模型来预测在拉伸

* 收稿日期: 2011-11-30; 修订日期: 2012-06-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51079128; 11172265); 浙江省自然科学基金资助项目(Y1101107)

作者简介: 金乘武(1986—),男,浙江台州人,硕士生(E-mail: zhxzjcw@126.com);
张永强(1969—),男,浙江金华人,教授,博士生导师(联系人. Tel: +86-571-88208678;
E-mail: cyqzhang@zju.edu.cn).

塑性失稳中轴对称薄壁压力容器的极限载荷。Stewart 和 Klever^[20] 在 Tresca 和 von Mises 屈服准则的基础上推出了无缺陷管道爆破压力的两个不同理论解。Zhu 和 Leis^[21] 提出了平均剪应力屈服 (ASSY) 准则, 用于对薄壁管道爆破压力的预测。

应当指出, 上面提到的爆破压力的预测方法是针对一种或几种特殊的材料得出的, 并且只适用于无强度差异 (即拉压同性) 的材料。考虑强度差异 (SD) 效应, 在统一强度准则 (USC)^[22-24] 的基础上, 冯剑军等^[25] 导出了在结合内压和轴向力下厚壁管道的塑性极限解。但是, 他们的解是在小应变和没有考虑应变硬化的情况下得到的。有鉴于此, 本文在有限变形框架下, 考虑应变硬化, 基于 USC 对内压作用下管道的塑性失效进行了分析, 分别导出了两端封闭和两端开口薄壁圆管的爆破压力的解析解, 探讨了拉压异性和不同的强度准则对爆破压力的影响。

1 统一强度准则

统一强度准则是在双剪单元和多滑移机制的基础上发展得到的。它可以用主应力表示如下^[22-24]:

$$f = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_1, \quad \text{当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \text{ 时}, \quad (1a)$$

$$f = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_1, \quad \text{当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \text{ 时}, \quad (1b)$$

其中, σ_1, σ_2 和 σ_3 是主应力, 并且 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, $\alpha = \sigma_t/\sigma_c$ 是材料的拉压强度比, 其中 σ_t 和 σ_c 分别是单轴拉伸和压缩的强度, 且 $0 < \alpha \leq 1$ 。参数 α 是材料的 SD 效应指数。 b 是反应中间主剪应力以及相应面上的最大和最小正应力对材料破坏影响程度的材料参数, 其值为

$$b = \frac{(1+\alpha)\tau_0 - \sigma_t}{\sigma_t - \tau_0}, \quad (2)$$

其中 τ_0 是材料的抗剪强度。

方便起见, USC 的等效应力 σ_{UE} 被定义为

$$\sigma_{UE} = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3), \quad \text{当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \text{ 时}, \quad (3a)$$

$$\sigma_{UE} = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3, \quad \text{当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \text{ 时}. \quad (3b)$$

因此, 在方程(1)中的 USC 可以简单地写成 $\sigma_{UE} = \sigma_1$ 。

统一强度准则是由在 π 平面上一系列随着 b 的变化得出的分段线性强度准则组成, 如图 1 所示。对某种材料的强度准则, 其具体的表达形式依赖于参数 b 的选择。根据 b 的具体取值, USC 可以简化为许多现行的屈服或强度准则。例如, 当 $\alpha = 1$ 且 $b = 0$ 时, 它可以转化为 Tresca 准则; 当 $\alpha = 1$ 且 $b = 1/(1+\sqrt{3})$ 时, 线性逼近 von Mises 准则; 当 $0 < \alpha < 1$ 且 $b = 0$ 时, 为 Mohr-Coulomb 准则; 当 $\alpha = 1$ 且 $b = 1$ 时, 为双剪应力准则 (TS)^[26]; 当 $0 < \alpha < 1$ 且 $b = 1$ 时, 为广义双剪应力准则 (GTS)^[23]。在应力空间中可以看出 (见图 1), 在 π 平面上屈服面的下边界 (USC 中 $b = 0$ 的特殊情况) 不是 $\alpha = 1$ 时的 Tresca 准则, 就是 $0 < \alpha < 1$ 时的 Mohr-Coulomb 准则; 而屈服面的上边界 (USC 中 $b = 1$ 的特殊情况) 不是 $\alpha = 1$ 时的 TS 准则, 就是 $0 < \alpha < 1$ 时的 GTS 准则。当参数 b 在 0 和 1 之间变化时, 可以得到在两个极限面之间的用来描述各种材料强度特性的一系列屈服面。

从统一强度准则中可以看出参数 b 具有重要的作用。它反映了中间主应力对材料塑性失

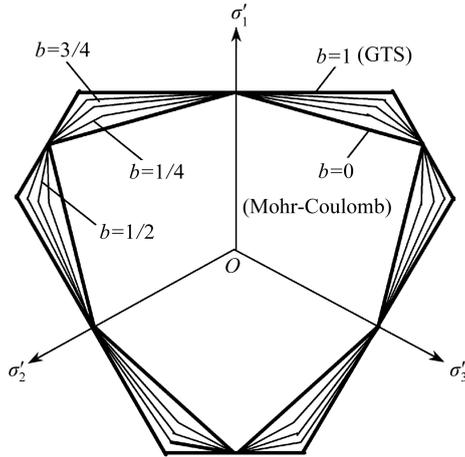


图1 统一强度准则在 π 平面上的屈服轨迹 ($0 < \alpha < 1$)

Fig. 1 Yield loci on the deviatoric-plane for the USC ($0 < \alpha < 1$)

效的影响。另一方面,它也把不同的强度准则有区分的联系了起来。对于不同的 b 值,USC 代表或接近所有传统使用的强度或屈服准则。因此,统一强度准则不能被认为是一个简单的强度准则,而是一个包含一系列强度准则的理论体系,它可以适用于各种不同的材料。USC 的具体形式的应用范围是通过参数 b 和 α 来反应的。

2 爆破压力的确定

受内压的管道设计需要两种失效模式的研究。第 1 种失效发生在当变形变得过度并且有永久变形的可能的时候;第 2 种失效发生在一个更高的压力下表现为管道爆破的形式。本节的目的推导出一个由加工硬化材料制成的长圆管的爆破压力的表达式。

2.1 应力-应变法则

韧性管道在发生爆破时通常会发生大的塑性变形。因此,材料的应力-应变关系可以通过纯幂率曲线来很好地表示:

$$\sigma = K\varepsilon^n, \quad (4)$$

其中, σ 和 ε 分别代表在简单拉伸条件下的单轴真应力和真应变, K 是强度参数, n 是应变硬化指数。参数 n 和 K 可以通过应力-应变曲线实验数据的回归来确定。

方程(4)中所示的应力-应变法则给出了真实应力与真实应变的关系。但是,在简单拉伸实验中应力-应变曲线通常用名义应力和工程应变来描述。假设变形发生时体积不变,则有

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon'), \quad (5)$$

$$\sigma = \sigma'(1 + \varepsilon'), \quad (6)$$

其中, ε' 是在简单拉伸实验中的工程应变, σ' 是在简单拉伸实验中的名义应力。

对于塑性大变形,塑性失效通常被认为是塑性失稳,失稳的开始可以通过如下条件来确定^[27]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = \sigma, \quad \text{当 } \varepsilon = \varepsilon_u \text{ 时}, \quad (7)$$

其中 ε_u 表示在极限载荷下的真实应变。联合方程(4)、(5)和(7)得到

$$n = \varepsilon_u = \ln(1 + \varepsilon'_u), \quad (8)$$

其中 ε'_u 是相应极限强度的工程应变。通过方程(4)至(6)和(8),得到

$$K = \frac{\sigma_u}{n^n} = \left(\frac{e}{n}\right)^n \sigma'_u, \quad (9)$$

其中, σ_u 和 σ'_u 分别代表在极限载荷下的真实应力和名义应力, 且 $e=2.718\ 28$.

2.2 两端封闭管道的爆破压力

考虑在内压作用下的两端封闭的薄壁长圆管. 对于这种情形, 有

$$\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta} = \frac{PD}{2t}, \quad (10)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{aa} = \frac{PD}{4t}, \quad (11)$$

$$\sigma_3 = \sigma_{rr} = 0, \quad (12)$$

其中, 坐标 (θ, r, a) 分别表示环向、径向和轴向. P 是内压, D 是管道的瞬时平均直径, t 是管道的瞬时壁厚. 一系列大量的底端封闭柱形管道的爆破实验结果表明, 受内压作用的圆管轴向应变通常很小并且可以忽略不计^[28-29]. 因此, 有限变形中的 3 个主应变可以通过如下式子给出:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{\theta\theta} = \ln \frac{D}{D_0}, \quad (13)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{aa} = 0, \quad (14)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{rr} = \ln \frac{t}{t_0}, \quad (15)$$

其中, D_0 是管道的初始平均直径, t_0 是管道的初始壁厚. 对于塑性大变形, 假定体积不可压缩:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0. \quad (16)$$

从方程(14)和(16)中可得

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_3. \quad (17)$$

联合方程(13)、(15)和(17)导出

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = 2\varepsilon_1 = \ln \left(\frac{D}{t} \frac{t_0}{D_0} \right). \quad (18)$$

从方程(10)至方程(12)中可以得到

$$\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1 + \alpha}.$$

因此, 通过方程(3a)可以得出此时的 USC 的等效应力为

$$\sigma_{UE} = \frac{2 + 2b - \alpha b}{2(1 + b)} \sigma_1. \quad (19)$$

基于 Hill 的塑性功假设和薄壁管道的应力和应变状态^[21,30], 有

$$\sigma_{UE} \varepsilon_{UE} = \sigma \varepsilon = \sigma_1 \varepsilon_1, \quad (20)$$

其中, ε_{UE} 表示 USC 的等效应变, 它可以通过联合方程(19)和(20)得到

$$\varepsilon_{UE} = \frac{2(1 + b)}{2 + 2b - \alpha b} \varepsilon_1. \quad (21)$$

结合方程(18)和(21)导出

$$\frac{D}{t} = \frac{D_0}{t_0} e^{(2+2b-\alpha b)\varepsilon_{UE}/(1+b)}. \quad (22)$$

通过方程(4)、(9)、(10)、(19)和(22), 施加的内压可以表示为

$$P = \frac{1 + b}{2 + 2b - \alpha b} \frac{4t_0}{D_0} e^{-(2+2b-\alpha b)\varepsilon_{UE}/(1+b)} \left(\frac{e}{n}\right)^n \sigma'_u \varepsilon_{UE}^n. \quad (23)$$

当失稳发生时, P 达到最大值且满足 $\partial P / \partial \varepsilon_{\text{UE}} = 0$. 把这个塑性失稳条件应用到方程(23)中,可以得到极限 USC 等效应变

$$\varepsilon_{\text{UE}} = \frac{1+b}{2+2b-\alpha b} n. \quad (24)$$

把方程(24)代入方程(23)中得到

$$P_{\text{U}} = \left(\frac{1+b}{2+2b-\alpha b} \right)^{n+1} \frac{4t_0}{D_0} \sigma_{\text{u}}', \quad (25)$$

这就是统一强度准则下受内压作用的两端封闭薄壁长圆管的爆破压力解。

2.3 两端开口管道的爆破压力

考虑在内压作用下两端开口的薄壁长圆管. 由数值结果表明对这样的管道, 它的轴向应力不存在, 且径向应力可以忽略不计. 这种情况下有

$$\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta} = \frac{PD}{2t}, \quad (26)$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{aa} = \sigma_{rr} = 0. \quad (27)$$

通过有限应变分析, 3 个主应变为

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{\theta\theta} = \ln \frac{D}{D_0}, \quad (28)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_{aa} = \varepsilon_{rr} = \ln \frac{t}{t_0}. \quad (29)$$

在塑性大变形中, 由材料体积的不可压缩推出

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{3} \ln \left(\frac{D}{t} \frac{t_0}{D_0} \right). \quad (30)$$

通过方程(3)、(26)和(27), 可知 USC 的等效应力为

$$\sigma_{\text{UE}} = \sigma_1, \quad (31)$$

对于这种情形, 在 Hill 的塑性功假设基础上有

$$\sigma_{\text{UE}} \varepsilon_{\text{UE}} = \sigma \varepsilon = \sigma_1 \varepsilon_1, \quad (32)$$

其中 ε_{UE} 表示 USC 等效应变. 通过方程(31)和(32), 得到

$$\varepsilon_{\text{UE}} = \varepsilon_1. \quad (33)$$

联合方程(30)和(33)导出

$$\frac{D}{t} = \frac{D_0}{t_0} e^{3\varepsilon_{\text{UE}}/2}. \quad (34)$$

利用方程(4)、(9)、(26)、(31)和(34), 施加的内压可以由以下表达式得到

$$P = \frac{2t_0}{D_0} e^{-3\varepsilon_{\text{UE}}/2} \left(\frac{e}{n} \right)^n \sigma_{\text{u}}' \varepsilon_{\text{UE}}^n. \quad (35)$$

当失稳发生时, P 达到最大值且满足 $\partial P / \partial \varepsilon_{\text{UE}} = 0$. 把这个塑性失稳条件应用到方程(35)中,可以得到极限 USC 等效应变

$$\varepsilon_{\text{UE}} = \frac{2}{3} n. \quad (36)$$

把方程(36)代入方程(35)中得到

$$P_{\text{U}}' = \left(\frac{2}{3} \right)^n \frac{2t_0}{D_0} \sigma_{\text{u}}', \quad (37)$$

这就是统一强度准则下受内压作用的两端开口薄壁无缺陷长圆管的爆破压力解。

3 讨 论

对于两端封闭的管道情形,上面得到的爆破压力的统一解可以由参数 b 和 α 的不同取值蜕化为一系列的经典解.当 $\alpha = 1$ 且 $b = 0$ 时,这个由方程(25)给出的统一解可以蜕化为基于 Tresca 准则的爆破压力解^[21,31]

$$P_T = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \frac{4t_0}{D_0} \sigma'_u. \quad (38)$$

当 $0 < \alpha < 1$ 且 $b = 0$ 时,基于 Mohr-Coulomb 准则的解也可以通过统一解得到

$$P_C = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \frac{4t_0}{D_0} \sigma'_u. \quad (39)$$

可以发现,基于 Mohr-Coulomb 准则的爆破压力解与基于 Tresca 准则的解相同.当 $\alpha = 1$ 且 $b = 1/(1 + \sqrt{3})$ (≈ 0.366) 时,统一解可以简化为基于 von Mises 准则的爆破压力解^[21,31]

$$P_M = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{n+1} \frac{4t_0}{D_0} \sigma'_u. \quad (40)$$

当 $\alpha = 1$ 且 $b = (8\sqrt{3} - 10)/23$ (≈ 0.168) 时,

$$P_A = \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)^{n+1} \frac{4t_0}{D_0} \sigma'_u, \quad (41)$$

这个解即为基于 ASSY 准则的爆破压力解^[21].此外,当 $0 < \alpha < 1$ 且 $b = 1$ 时,通过统一解可以得到

$$P_G = \left(\frac{2}{4 - \alpha}\right)^{n+1} \frac{4t_0}{D_0} \sigma'_u, \quad (42)$$

其中 P_G 表示为 GTS 准则的爆破压力.当 $\alpha = 1$ 且 $b = 1$ 时,

$$P_S = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \frac{4t_0}{D_0} \sigma'_u, \quad (43)$$

其中 P_S 是 TS 准则下的爆破压力.

图 2 和图 3 显示的是通过方程(25)预测的爆破压力随参数 α 和 b 的变化.从图中可以看出这两个参数对爆破压力有重要的影响.爆破压力随着参数 α 和 b 的增大而增大.换句话说,中间主应力和拉压强度异性对爆破压力的影响不可忽视.此外,由于 b 是确定强度准则具体表达式的参数,爆破压力在参数 b 上的显著依赖表明,不同的强度准则对爆破压力的预测值有相当大的影响.因此,对于两端封闭管道的爆破压力的推导中,选择一个合适的强度准则就变得非常重要了.实际上,当基本材料参数通过实验获得后, b 的值可以通过方程(2) 确定.当参数 b 被确定后,由该种材料组成的管道的爆破压力就可以通过由方程(25) 给出的统一解得到.

为了更进一步考虑 SD 效应,考虑在内压作用下由高强度钢 Air steel X200 制成的两端封闭薄壁长圆管情形.管道的内直径和壁厚分别 255 mm 和 1.5 mm,应变硬化指数 n 的值为 0.032 7,名义极限抗拉强度的大小为 2 100 MPa^[16].一般而言,对韧性金属材料拉压强度比 α 在 0.77 和 1.0 之间变化,对韧性较低的金属材料在 0.33 和 0.77 之间变化^[32].因为 Air steel X200 是一种中碳高强度钢且其延性小于低碳钢,所以 α 取值为 0.7.因此,对相同的 b (比如说 $b = 1$),忽略 SD 效应 ($\alpha = 1$) 的爆破压力可以通过方程(25) 确定,计算可知为 32.4 MPa,而考虑 SD 效应 ($\alpha = 0.7$) 的爆破压力为 29.3 MPa.对于这种情形,我们可以观察得出考虑了 SD 效应的爆破压力的值比忽略 SD 效应的爆破压力低 10% 左右.

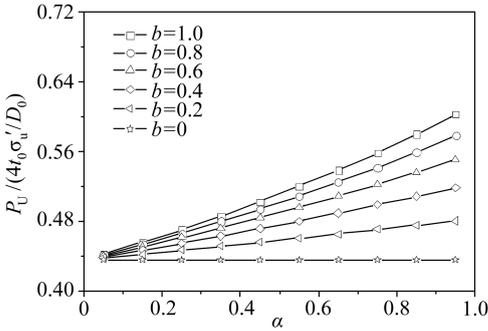


图2 对不同的 b 爆破压力随参数 α 的变化 ($n = 0.2$)

Fig. 2 Variation of burst pressure with the parameter α for various b ($n = 0.2$)

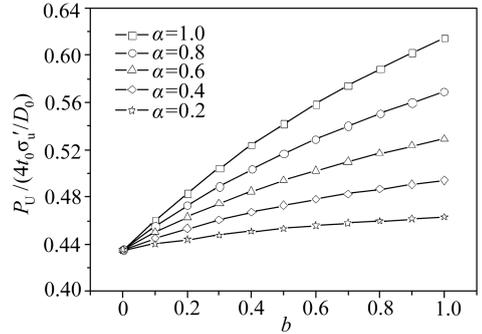


图3 对不同的 α 爆破压力随参数 b 的变化 ($n = 0.2$)

Fig. 3 Variation of burst pressure with the parameter b for various α ($n = 0.2$)

对于两端开口管道的情形,关于统一强度准则的爆破压力可以通过方程(37)预测。可以观察发现这种情形下爆破压力与参数 b 和 α 无关。因此可以得知,对于两端开口管道的爆破压力没有 SD 效应,采用不同的强度准则对其值也没有影响。究其原因,对于两端开口只受内压情形只有环向应力不为 0 而轴向应力不存在且径向应力被忽略不计。对于这种应力状态,我们可以从图 1 观察到在 π 平面上所有强度准则的屈服轨迹交于一点。

4 结 论

在有限变形理论框架内,基于统一强度准则,对受内压作用的薄壁长圆管的塑性失效进行了分析。对于两端封闭圆管,导出的爆破压力解析解是一个关于管道几何、应变硬化指数、极限应力以及参数 α 和 b 的函数。这个统一爆破压力解适用于各种不同的材料。随着参数 b 从 0 变化到 1,一系列爆破压力解可以从此统一解中蜕化得到。这些基于 Tresca, Mohr-Coulomb, von Mises, ASSY, TS 和 GTS 准则的解都是此统一解的特例。另外,对于在内压作用下两端开口的薄壁圆管的爆破压力的解析解也被导出,这个解独立于参数 b 和 α 。

对于受内压的两端封闭的长圆管,从讨论中可以看出中间主应力和拉压强度差异对爆破压力有重大的影响。不同的屈服准则对爆破压力的影响是相当大的。因此,在管道的塑性失效分析中选择合适的强度准则是非常重要的。在工程应用中,当基本材料参数通过实验得到时,参数 b 的值就可以被确定。随着参数 b 的确定,合适的强度准则和相应的爆破压力解就可得到。

对于受内压的两端开口的长圆管,由讨论可知使用通过统一强度准则定义的各种强度准则得到的爆破压力解都是一样的。因此,对于内压作用下两端开口的长圆管,其爆破压力没有 SD 效应,采用不同的强度准则对其结果也没有影响。

参考文献 (References):

- [1] Faupel J H. Yielding and bursting characteristics of heavy walled cylinders[J]. *Trans ASME J Appl Mech*, 1956, **78**(5): 1031-1064.
- [2] Svensson N L. Bursting pressure of cylindrical and spherical pressure vessels[J]. *Trans ASME J Appl Mech*, 1958, **80**(3): 89-96.
- [3] Folias E S. An axial crack in a pressurized cylindrical shell[J]. *Int J Fract Mech*, 1965, **1**(2): 104-113.

- [4] Harvey J F. *Theory and Design of Modern Pressure Vessels*[M]. 2nd. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1974.
- [5] Yeh M K, Kyriakides S. On the collapse of inelastic thick-walled tubes under external pressure[J]. *Trans ASME J Energy Resource Technol*, 1986, **108**(1): 35-47.
- [6] Miller A G. Review of limit loads of structures containing defects[J]. *Int J Pres Ves Piping*, 1988, **32**(1/4): 197-327.
- [7] Mok D H B, Pick R J, Glover A J, Hoff R. Bursting of line pipe with long external corrosion [J]. *Int J Pres Ves Piping*, 1991, **46**(2): 195-215.
- [8] Kyriakides S, Park T D, Netto T A. On the design of integral buckle arrestors for offshore pipelines[J]. *Appl Ocean Res*, 1998, **20**(1/2): 95-104.
- [9] 陈志平, 郑津洋, 孙国有. ABS 工程塑料管爆破压力的测试[J]. 塑料工业, 2000, **28**(5): 36-38. (CHEN Zhi-ping, ZHENG Jin-yang, SUN Guo-you. Bursting pressure test of ABS engineering plastics pipe[J]. *China Plastics Industry*, 2000, **28**(5): 36-38. (in Chinese))
- [10] 郑传祥, 文祺. 低碳钢压力容器爆破试验及爆破压力公式研究[J]. 压力容器, 2002, **19**(9): 9-12. (ZHEN Chuan-xiang, WEN Qi. Explosive experiment of mild steel pressure vessel and research on formula of explosive stress[J]. *Pres Ves Technol*, 2002, **19**(9): 9-12. (in Chinese))
- [11] Zhu X K, Leis B N. Theoretical and numerical predictions of burst pressure of pipelines[J]. *Trans ASME J Pres Ves Technol*, 2007, **129**(4): 644-652.
- [12] Netto T A, Ferraz U S, Estefen S F. The effect of corrosion defects on the burst pressure of pipelines[J]. *J Construct Steel Res*, 2005, **61**(8): 1185-1204.
- [13] Law M, Bowie G. Prediction of failure strain and burst pressure in high yield-to-tensile strength ratio linepipe[J]. *Int J Pres Ves Piping*, 2007, **84**(8): 487-492.
- [14] Chattopadhyay J, Kushwaha H S, Roos E. Improved integrity assessment equations of pipe bends[J]. *Int J Pres Ves Piping*, 2009, **86**(7): 454-473.
- [15] Law M, Bowie G, Fletcher L. Burst pressure and failure strain in pipeline—part 2: comparison of burst pressure and failure-strain formulas[J]. *J Pipeline Integrity*, 2004, **3**(2): 102-106.
- [16] Christopher T, Rama Sarma B S V, Potti P K G, Rao B N, Sankarnarayanamy K. A comparative study on failure pressure estimations of unflawed cylindrical vessels[J]. *Int J Pres Ves Piping*, 2002, **79**(1): 53-66.
- [17] Cooper W E. The significance of the tensile test to pressure vessel design[J]. *Weld J-Weld Res Suppl*, 1957, **1**: 49-56.
- [18] Hiller M J. Tensile plastic instability of thin tubes[J]. *J Mech Eng Sci*, 1962, **4**(3): 251-256.
- [19] Updike D P, Kalnins A. Tensile plastic instability of axisymmetric pressure vessels[J]. *J Pres Ves Technol*, 1998, **120**(1): 6-11.
- [20] Stewart G, Klever F J. Analytical model to predict the burst capacity of pipelines[C]//*The 13th International Conference of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. Vol V, Pipeline Technology, Houston, USA, 1994: 177-188.
- [21] Zhu X K, Leis B N. Average shear stress yield criterion and its application to plastic collapse analysis of pipelines[J]. *Int J Pres Ves Piping*, 2006, **83**(9): 663-671.
- [22] Yu M H, He L N. A new model and theory on yield and failure of materials under complex stress state[C]//*Mechanical Behaviour of Materials—6*. Masahiro J, Tatsuo I. Vol 3. Oxford, New York: Pergamon Press, 1992: 841-846.

- [23] Fan S C, Yu M H, Yang S Y. On the unification of yield criteria[J]. *Trans ASME J Appl Mech*, 2002, **68**(2): 341-343.
- [24] Yu M H. Advance in strength theory of material and complex stress state in the 20th century [J]. *Appl Mech Rev*, 2002, **55**(3): 169-218.
- [25] 冯剑军, 张俊彦, 张平, 谭援强, 韩利芬. 在复杂应力状态下厚壁筒极限载荷分析[J]. *工程力学*, 2004, **21**(5): 188-192. (FENG Jian-jun, ZHANG Jun-yan, ZHANG Ping, TAN Yuan-qiang, HAN Li-fen. Limit analysis of thick-walled tubes in complex stress state [J]. *Engineering Mech*, 2004, **21**(5): 188-192. (in Chinese))
- [26] Yu M H. Twin shear stress yield criterion[J]. *Int J Mech Sci*, 1983, **25**(1): 71-74.
- [27] Jonas J J, Holt R A, Coleman C E. Plastic instability in tension and compression[J]. *Acta Metall*, 1976, **24**(10): 911-918.
- [28] Crossland B, Bones J A. The ultimate strength of thick walled cylinders subjected to internal pressure[J]. *Engineering (London)*, 1995, **179**: 80-83.
- [29] Costantino C J. The strength of thin-walled cylinders subjected to dynamic internal pressures [J]. *Trans ASME J Appl Mech*, 1965, **32**(1): 104-107.
- [30] Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*[M]. London: Oxford University Press, 1950.
- [31] Zhu X K, Leis B N. Strength criteria and analytic predictions of failure pressures in line pipes [J]. *Int J Offshore Polar Eng*, 2004, **14**(2): 125-131.
- [32] Li X W, Zhao J H, Wang Q Y. Unified stresses solution for sheet forming[J]. *Advanced Mater Res*, 2012, **463/464**: 629-633.

Strength Differential Effect and Influence of Strength Criterion on Burst Pressure of Thin-Walled Pipelines

JIN Cheng-wu¹, WANG Li-zhong², ZHANG Yong-qiang²

(1. *Department of Engineering Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P. R. China;*

2. *College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, P. R. China)*

Abstract: In the framework of finite deformation theory, the plastic collapse analysis of thin-walled pipes subjected to internal pressure was conducted on the basis of the unified strength criterion (USC). An analytical solution of burst pressure for pipes with capped ends was derived, which included the strength differential effect and took into account the influence of strength criterion on the burst pressure. In addition, a USC-based analytical solution of burst pressure for end-opened pipes under internal pressure was deduced. Through discussion, it is found that for the end-capped pipes the influence of different yield criteria and the strength differential effect on the burst pressure are significant, while for the end-opened pipes the burst pressure is independent of the specific form of strength criterion and strength difference in tension and compression.

Key words: burst pressure; unified strength criterion; thin-walled pipe; finite strain