

# 一个综合植被地表径流与饱和地下水流 之间相互作用的数值模型\*

K·S·埃尔杜拉<sup>1,2</sup>

- (1. 尼第大学 土木工程系, 尼第 51245, 土耳其;
2. 沙迦美利坚大学 土木工程系, 沙迦 26666, 阿联酋)

**摘要:** 构建一个综合的数值模型, 用来处理植被地表径流与饱和地下水流之间的相互作用问题。综合了早先提出的准三维植被地表径流模型, 与二维饱和地下水流模型建立起该数值模型。植被地表水流模型被构建为, 二维浅水方程 (SWE) 显式的有限体积解, 耦合了 Navier-Stokes 方程 (NSE) 隐式的有限差分分解, 得到了竖向速度的分布。地下水流模型是以二维饱和地下水流方程 (SGE) 显式的有限体积解为基础构建。通过在连续方程中引入源-汇项, 达到植被地表径流和地下水流之间的相互作用。单一的规则将 2 个解紧密地耦合在一起。最后, 应用 4 个案例来验证本综合模型, 结果是令人满意的。

**关键词:** 植被地表径流; 饱和地下水流; 相互作用的水流; 紧耦合; 有限体积法; 有限差分法; 流阻

**中图分类号:** TV133      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2012.07.004

## 引 言

随着数字计算机和数值方法的快速发展, 使得许多工程问题的数值求解成为可能。本文将介绍如何构建综合的数值模型, 来模拟植被地表径流与饱和地下水流之间的相互作用。地表径流和地下水流的相互作用是自然界中共同问题, 这样的流动过程也是水循环的核心问题。大多数时常发生的实例, 出现在河流与蓄水层之间, 也经常出现在坡面漫流和蓄水层之间。如果地表径流受到自然原因或人工结构的阻塞, 这样的流动过程会变得更加复杂。本研究将这样的流动集中在地面区域, 地表径流经常受到植被的遮挡和阻塞, 造成地表径流和地下水流之间的相互作用。

已经提出过不少综合的地下水和地表水模型, 这些模型可以按照空间和时间的维数、方程的类型以及方程求解所使用的方法来加以区分, 这些因素决定了该模型的复杂程度。自然界中水的流动是真实的三维流动, 因此, 需要对控制方程降维, 以及其他方面的简化以便求解。一般情况下, 地表水流动可以用二维 (2D) 的浅水方程 (SWE), 或者一维 (1D) 的 de Saint-Venant 方程描述。在植被流动情况下, 这样的简化使得流动速度受到限制, 通常在 3 个空间方向上, 植被

\* 收稿日期: 2011-07-15; 修订日期: 2012-02-10

作者简介: K. S. Erduran, 副教授 (E-mail: kserduran@nigde.edu.tr).

本文原文为英文, 海治译, 张禄坤校。

流动速度都会出现相当大的改变,实验还证明这种流动具有湍流的特性<sup>[1]</sup>。

植被对流动的主要作用是,流动引起的阻力导致动量的损失<sup>[2]</sup>。植被性质如高度、直径、位置和刚度,对流动分量有着十分重要的影响<sup>[3-4]</sup>。植被所处的状态,即植被是否处于淹没状态,或者处于非淹没状态,也能控制流动的变化。Palmer<sup>[5]</sup>将流动的变化分为3类:低水位流(植被暴露且没有发生弯曲)、中水位流(植被完全被淹没并出现弯曲,流动受到阻塞,流出发生快速改变)和高水位流(植被处于倒伏状态,或者处于接近倒伏状态)。Carollo等<sup>[6]</sup>认为,大多数问题属于中水位流。Wu等<sup>[7]</sup>还发现,植被不仅有拽拉效应,也有阻碍效应。槐文信等<sup>[8]</sup>强调了刚性植被和柔性植被对流动影响之间的差别。所有这些因植被产生的因素,或提高拽拉效应,或减少拽拉效应,最终都将造成流动分量的改变。

通过植被的流动计算不是一件简单事情。多数在实验的基础上,尝试找到精确计算植被产生流阻的方法。早期运用 Manning 公式计算流过刚性植被的均匀流。Petryk 和 Bosmajian<sup>[9]</sup>提出一种相当简单的方法,看作包含植被阻力的 1D 均匀稳定流。Kouwen<sup>[10]</sup>提出了一个更机械的方法,计算流过柔性植被时的流动。Fischenich<sup>[2]</sup>和 Wu 等<sup>[4]</sup>研究了流过淹没和非淹没植被时的流动。Helmio<sup>[11]</sup>按不稳定的 1D 流动,计算植被漫滩形成河道时的流动。该模型随后被用于估算莱茵河,评估局部植被漫滩产生的流阻<sup>[12]</sup>。Järvela<sup>[13]</sup>实验研究了植被的类型、位置和密度对流动分量的影响。Stone 和 Shen<sup>[14]</sup>提出以物理为基础,计算淹没或暴露刚性植被时的流阻公式。

包括前面提到的数值方法,下面研究涉及更为一般的植被流动状态。Kutija 和 Hong<sup>[15]</sup>给出的 1D 模型,适合计算刚性、柔性、淹没和非淹没植被时的流动。Darby<sup>[16]</sup>提出的 1D 模型,对刚性和柔性植被时的流动计算都适合。Vionnet 等<sup>[17]</sup>引入所谓流动的横向分布法,计算流过柔性植物时的流阻和涡粘度系数。Simoes 和 Wang<sup>[18]</sup>提出了准 3D(Q3D)湍流模型,模拟刚性植被时的流动。Shimizu 和 Tsujimoto<sup>[19]</sup>亦提出了仅用于刚性植被时的湍流模型。Fischer-Antze 等<sup>[20]</sup>提出了 3D  $k-\varepsilon$  湍流模型,模拟淹没刚性植被时的流动。Erduran 和 Kutija<sup>[3]</sup>引入 Q3D 简化湍流模型,用于计算柔性、刚性、淹没或非淹没植被时的流动。Zhang 和 Su<sup>[21]</sup>亦使用 3D LES 模型,模拟刚性的、笔直又光滑的圆柱型刚性植被时的流动。Liu 和 Shen<sup>[22]</sup>运用 3D 湍流模型预测淹没植被对流动的影响。最近,槐文信等<sup>[23-24]</sup>提出了局部植被通道时的解析解,他们认为该解析解和实验结果非常相近。

地下水流动被建模为,或可以用来处理饱和、非饱和以及变饱和流动的 Richards 方程,或采用基于 Darcy 定律的更为简单的方程,仅可以用来处理饱和和流动<sup>[25-26]</sup>。地表水流动模型,有 2 种方法可以与地下水流动模型相耦合:外(松散)耦合和内(也称为紧或动)耦合。在外耦合模型中,地表水和地下水的模拟是(一个接着一个)同时完成,而在内耦合模型中,要求在同一时间级规定好耦合,需要用单一规则写出地表水和地下水计算,与外耦合模型相比较,实现难度很大<sup>[27-29]</sup>。本文构建和应用一个综合的数值模型,模拟地表水与饱和的地下水之间的相互作用,本模型可以用来处理柔性或刚性的、淹没或非淹没植被时的流动,另外,地表径流解与地下水流解是内耦合的。

## 1 求解方法

受上述早期研究报道的启发构建本综合模型。在本综合数值模型中,植被地表径流计算由 Erduran<sup>[30]</sup>与 Erduran 等<sup>[3]</sup>提出的解来完成;地下水流计算采用 Erduran 等<sup>[28]</sup>提出的想法,同时,植被地表径流解和地下水流解是内耦合的。

### 1.1 控制方程及其求解

本综合数值模型应用 Q3D 解法计算植被地表径流,由 Erduran<sup>[30]</sup> 提出 Q3D 解,本身就是一个综合解,有 2 个主模块.第 1 个模块,用有限体积法(FVM)求解带阻力项的 SWE.本文对该模块进行了些微的修改.原先的第 1 模块使用 Osher 格式,来计算流过单元界面的数值流量,并使用所谓分裂法,来处理坡底和摩擦项<sup>[3]</sup>;本文使用 Roe 格式<sup>[31]</sup>来计算数值流量,通过上风格式<sup>[32]</sup>来处理坡底,这样规定后,能使坡底流量达到更好地平衡.在第 1 个模块中,需要求解下列含阻力项的 SWE:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hv_x)}{\partial x} + \frac{\partial(hv_y)}{\partial y} = q_{in} + q_{sp}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(hv_x)}{\partial t} + \frac{\partial(hv_x^2 + gh^2/2)}{\partial x} + \frac{\partial(hv_x v_y)}{\partial y} = gh(S_{ox} - S_{fx}) - \bar{F}_x, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(hv_y)}{\partial t} + \frac{\partial(hv_x v_y)}{\partial x} + \frac{\partial(hv_y^2 + gh^2/2)}{\partial y} = gh(S_{oy} - S_{fy}) - \bar{F}_y, \quad (3)$$

其中,  $h$  为水深,  $v_x$  和  $v_y$  分别表示  $x$  和  $y$  方向水深平均速度分量,  $q_{in}$  为地表水向地下的渗透项,  $q_{sp}$  为额外的地下来水,  $g$  为重力加速度,  $S_{ox}$  和  $S_{fx}$  分别为  $x$  方向的基坡和摩擦项,  $S_{oy}$  和  $S_{fy}$  分别为  $y$  方向的基坡和摩擦项,  $\bar{F}_x$  和  $\bar{F}_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向植被产生的水深平均阻力.

在第 2 个模块中,使用有关网格的隐式有限差分法,竖向求解 Navier-Stokes 方程(NSE),在第 1 个模块的有限体积单元中心上设置竖向网格.含阻力项的 NSE 为

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z} + F_x + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} + g \frac{\partial h}{\partial x} - gS_{ox} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z} + F_y + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} + g \frac{\partial h}{\partial y} - gS_{oy} = 0, \quad (6)$$

其中,  $u_x$ ,  $u_y$  和  $u_z$  分别为  $x$ ,  $y$  和  $z$  方向的速度分量,  $\rho$  为水的密度,  $\tau_x$  和  $\tau_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向的竖向剪切应力,  $F_x$  和  $F_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向由植被产生的单位面积附加阻力.竖向剪切应力可用竖向粘度和水平速度在竖向的梯度表示:

$$\frac{\tau_\lambda}{\rho} = \varepsilon_\lambda \frac{\partial u_\lambda}{\partial z}, \quad \lambda = x, y, \quad (7)$$

其中  $\varepsilon_x$  和  $\varepsilon_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向上的涡粘度.

为了计算植被地表径流的竖向粘度值,本文选择 Kutija 和 Hong<sup>[15]</sup>的方法,详细参见 Erduran 和 Kutija 的文献[3].由方程(4)和(6)可知,竖向动量方程可忽略,因而,成为准 3D(Q3D)的解.在高于植被的区域,  $x$  和  $y$  方向植被产生的阻力  $F_x$  和  $F_y$  为 0;在植被河道内,  $F_x$  和  $F_y$  可以如下计算:

$$F_x = \frac{mdh_r C_d u_x \sqrt{u_x^2 + u_y^2}}{2\Delta z}, \quad F_y = \frac{mdh_r C_d u_y \sqrt{u_x^2 + u_y^2}}{2\Delta z}, \quad (8)$$

其中,  $m$  为植被密度,  $C_d$  为阻力系数,  $d$  为单棵芦苇的直径,  $h_r$  为单棵芦苇的有效高度,见图 1.

在求解方程(4)和(6)时,可采用不同的离散化方法,用于提高解的稳定性又便于计算<sup>[3]</sup>.下列各项:加速度、阻力和剪切应力,采用隐式有限差分近似;其余各项采用显式处理,以便减少计算量.平流项用上风格式离散化,水深的水平梯度用向前差分近似,近似的结果方程成为

线性的代数方程组。因为该矩阵方程组是三对角阵,可以用两次扫描算法来计算未知的水平速度<sup>[33]</sup>。对所有离散点计算速度,在两个网格点之间的中点,计算竖向的剪切应力<sup>[3]</sup>。

方程(2)和(3)中的水深平均阻力可以如下计算:

$$\bar{F}_\lambda = \frac{\sum_{k=0}^M F_\lambda(i, j, k)}{M + 1}, \quad \lambda = x, y \quad (9)$$

其中  $M$  为竖向离散点的总数。

在第2模块中,首先要计算每个竖向网格点  $k$  处的阻力,然后才能用方程(9)计算水深平均阻力,最后,将计算所得水深平均阻力代入第1模块。为了增加流经柔性植被的解,运用悬臂梁理论<sup>[34]</sup>。

密度为常量,并含均匀流体渗透项的2D饱和地下水水流方程(SGE)为

$$S_y \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x E \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y E \frac{\partial H}{\partial y} \right) + q_{in}, \quad (10)$$

其中,  $S_y$  为单位出水量,  $H$  为地下水头,  $K_x$  和  $K_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向的渗透系数,  $E$  为完全饱和地下水蓄水层的厚度。

方程(10)不带  $q_{in}$  项时,可以通过有限体积法(FVM)求解<sup>[28]</sup>,用FVM求解该方程的关键在于计算流过单元界面的流量。选择 Roe 格式来计算地表水的流量,然而在地下水解中,用 Darcy 定律来计算流量。值得注意的是,在地下水流动的计算中,使用了2D SWE解中相同的有限体积单元。

### 1.2 植被地表径流解与饱和地下水解的耦合

分3种情况讨论植被地表径流解与地下水解的耦合,尽管计算都是从求解SGE开始,但计算步骤决定了要分这样3种情况,见下面的图2。

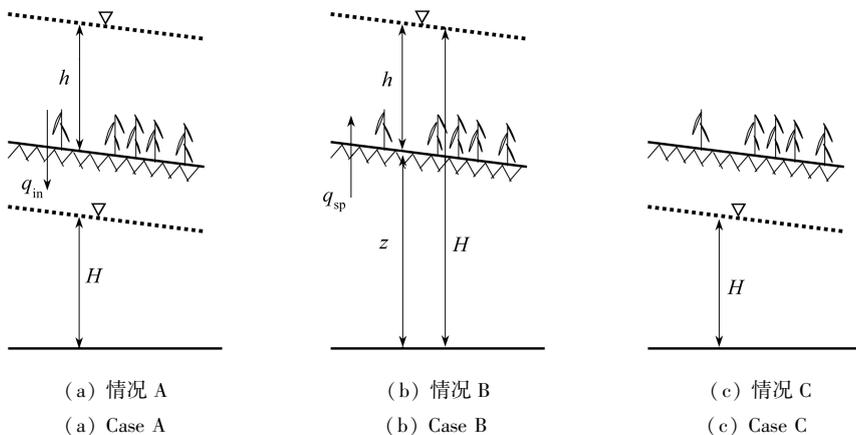


图2 植被表面流与饱和地下水水流的相互作用

Fig.2 The vegetated surface-saturated subsurface flow interaction processes

**情况 A** 地表有水且水深是确定的,但地下水头低于单元的地面标高,见图2(a)。这时候将出现从地表向地下的渗透,按  $z$  方向的 Darcy 定律计算:

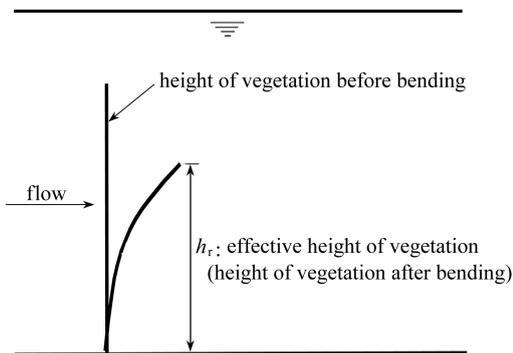


图1 阻力计算中植被的有效高度

Fig.1 Effective height of vegetation used in the computation of drag forces



其中,  $N$  为有限体积单元的边数,  $f$  为垂直单元界面的地下水流量,  $L$  为单元的边长,  $A$  为单元的面积。

由于地下水头高于地表, 地下水头的任何变化都会影响地表水深, 因此计算水深修正值的方法与情况 A 类似, 将得到的水深修正值  $h^{up}$  用于 SWE 求解 (正如图 4 所示), 接下来的计算可参考情况 A。由于地下水头高于地面, 重新计算地下水头值, 最终浅水深度值  $h^{n+1}$  与  $h^{up}$  不同, 后者通过  $h^{n+1}$  和  $z$  相加得到, 见图 4。

**情况 C** 地表一些区域无水, 这些区域的单元干涸无水, 见图 2(c)。为避免出现除数为 0 的问题, 设每个干涸单元的水深值为 0.000 01 m。由于地下水头低于地面标高, 不会出现渗流, 无需综合地下水和地表水。如果干涸单元周围单元有水 (邻接单元可能有水), 这时, 也需要计算地表径流, 这时候使用分裂法的次数减少为 2 次: 一次用来处理摩擦项, 另一次用来处理阻力。图 5 给出了情况 C 的计算步骤。

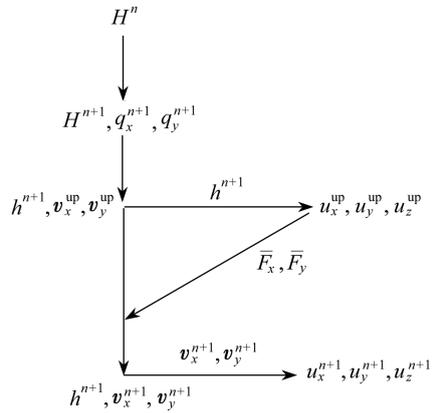


图 5 情况 C 的计算步骤和计算变量

Fig. 5 Computational steps and computed variables for case C

## 2 案例与计算结果

将综合模型用于植被地表径流和饱和地下水流条件。选用 4 个案例来验证模型的性能。在前两个案例中, 植被地表径流条件按照 Tsujimoto 和 Kitamura<sup>[1]</sup>所做的实验设定, 以便将模型的结果与这些实验的结果相比较。由于原始实验不包含地下水的测试数据, 需要对原始实验条件进行修改。为了验证模型在综合处理地表径流和地下水流之间相互作用的能力, 对每个案例中的地下水流条件也进行了人为设定, 这些修改是非常仔细的, 不会改变地表径流条件。设第 1 个案例的耦合类型为情况 A, 第 2 个案例表示出现情况 B。后两个假想案例评估地表径流和地下水流相互作用综合模型的性能覆盖了所有情况。

### 2.1 案例 1

计算区域长 12 m, 宽 0.4 m, 将其分割成 96 个大小为  $1 \times 0.05$  m 的有限体积单元, 也就是说,  $x$  方向有 12 个单元,  $y$  方向有 8 个单元。假设除计算域中部 7.5 m 处之外, 最初各处的地下水头均为常量 7 m, 见图 6(a) 和 6(b) 所示。上游  $x = 0.5$  m 处单元中心的地面标高为 8 m, 并以常坡度 0.001 减少, 从而下游  $x = 11.5$  m 处单元中心的地面标高为 7.989 m, 因此各处的地下水头均低于地面。取所有方向上的渗透率为  $10^{-5}$  m/s, 它处于碎石的  $10^3$  m/d 和致密粘土的  $10^{-5}$  m/d 的范围之内<sup>[35]</sup>。设单位出水量为单位 1, 但是模型也允许用其它值代替, 一般对粘土取 0.01, 对沙土取 0.46<sup>[36]</sup>。各处地表水深为 0.095 m, 设初始速度为 0。通道表面有植被覆盖, 每一棵植物的直径为 0.15 cm, 植被密度为每平方米 2 500 棵, 植物的刚度为  $2 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ , 实验中采用刚性植被。Manning 系数取 0.025, 阻力系数取 1.1, 竖向网格点数为 21。假设地下水边界闭合; 对于地表水, 假设水深 0.095 m 作为上游的边界条件, 并假设下游为开边界。以上的初始条件和预期出现的流动示意图, 见图 6, 模型运行 60 000 s, 时间步长为 0.02 s。

正如图 6 所示, 箭头指出了预期的流动: 由于存在底坡, 地表径流从通道的上游流向下游; 然而在水头 7.5 m 点的周围, 同时出现水平横向 ( $x$  和  $y$ ) 的地下水流动。由于有地表向地下的渗流, 预计地下水的容积也会逐渐增大。

图 7 和图 8 给出了,由于横向和竖向流动导致地下水头的变化,其中变化最明显的区域,出现在初始水头 7.5 m 点周围的水平方向.不出所料,地下水容积由于渗透竖向增加,横向地下水头随时间减少,60 000 s 时,沿通道的地下水头变化非常小.

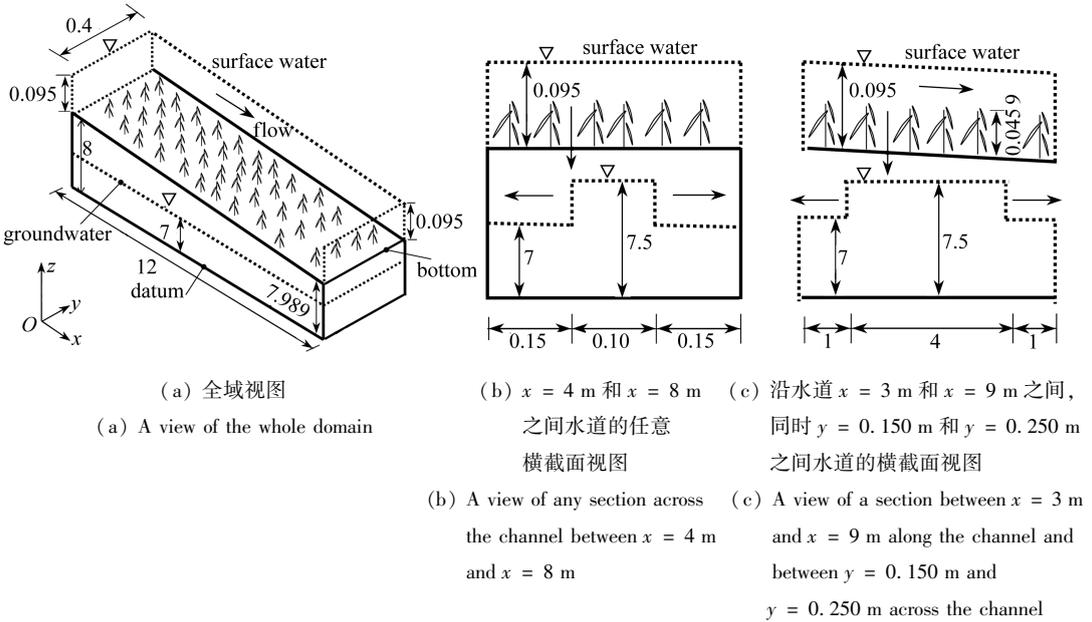


图 6 案例 1 的初始流条件和预期流动(箭头所指)的计算域(单位:m)

Fig. 6 Computational domain with initial flow conditions and expected flow motions (arrows) for test 1 (unit: m)

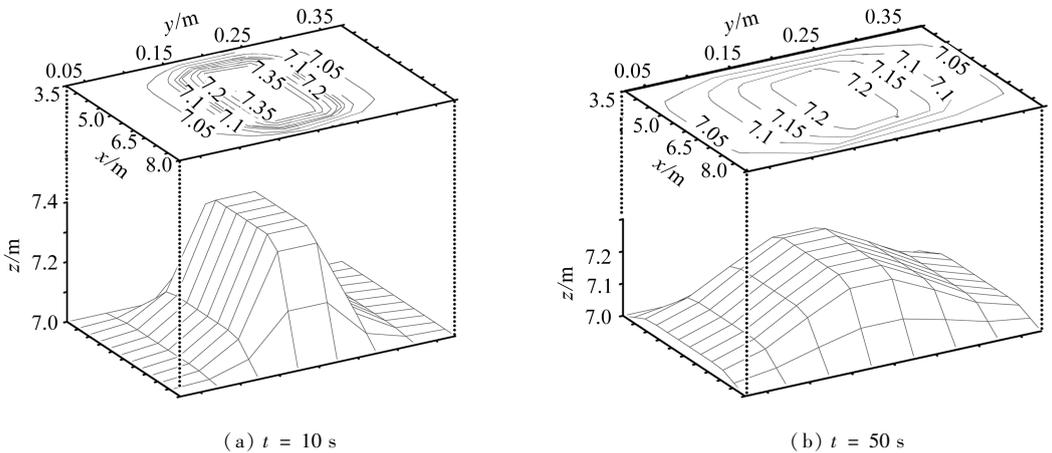
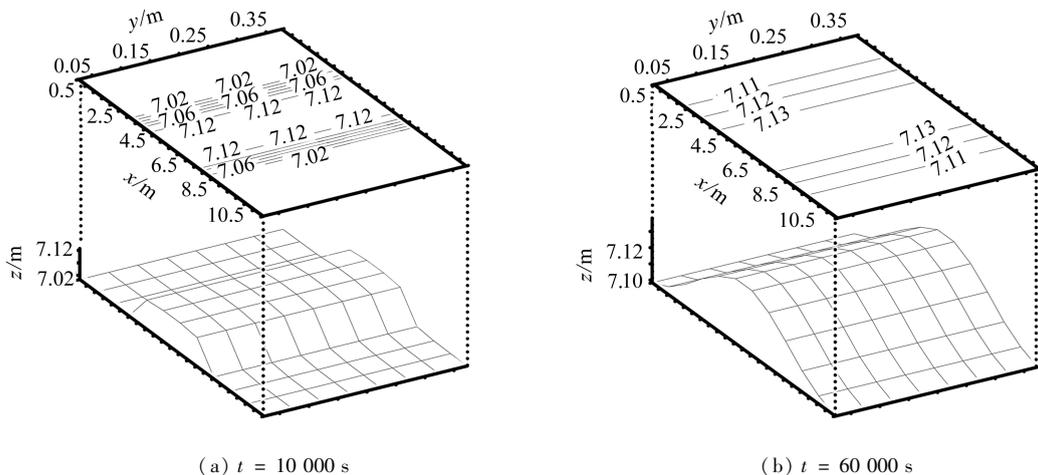


图 7 案例 1 的地下水头分布和等值线图

Fig. 7 Groundwater head profiles and contours for test 1

在模拟进行了 100 s 之后,由于地表径流几乎是稳定的,沿通道的地表径流速度和水深值变化很小(水深最大的差值小于 0.000 1 m).图 9(a)给出 20 000 s 时,本模型和实验的竖向速度分布结果,实验结果用符号 A11 表示,取自 Tsujimoto 和 Kitamura<sup>[1]</sup>的结果.图 9(a)给出的图形,是一个观察/计算淹没植被地表径流典型的速度分布图<sup>[1]</sup>.图 9(a)有 3 个富有特色的区域:地表附近区域、植被区域和植被以上区域,3 个区域分别用 R1, R2 和 R3 表示(见图 9(a)和图 12(a)).由该速度分布图可见:第 1 区 R1 主要受土壤层摩擦的影响,第 2 区 R2 明显受到植

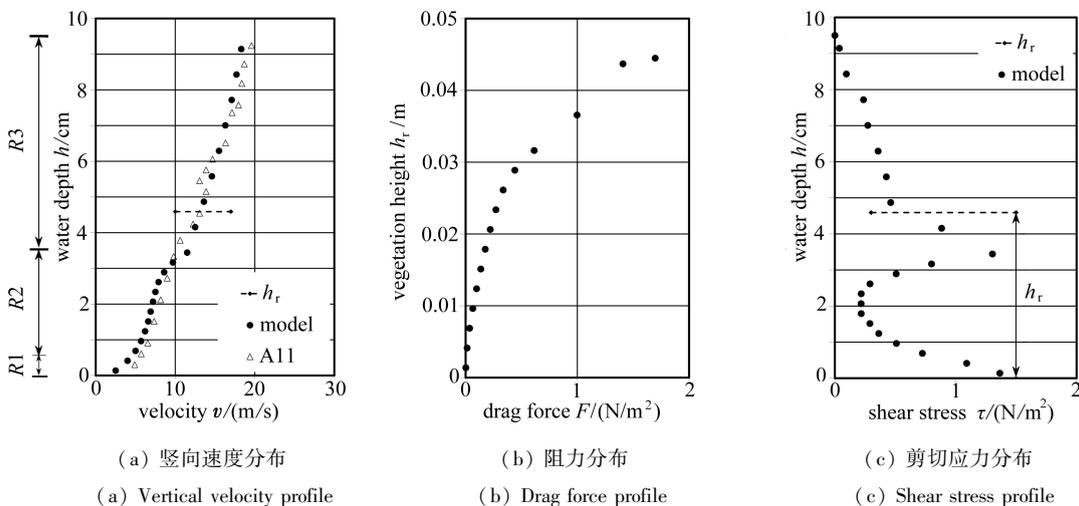


(a)  $t = 10\ 000\ s$

(b)  $t = 60\ 000\ s$

图8 案例1的地下水头分布和等值线图

Fig. 8 Groundwater head profiles and contours for test 1



(a) 竖向速度分布

(b) 阻力分布

(c) 剪切应力分布

(a) Vertical velocity profile

(b) Drag force profile

(c) Shear stress profile

图9 案例1的植被地表径流结果

Fig. 9 Vegetated surface flow results for test 1

被阻力的影响,第3区  $R3$  没有阻碍了,阻力也没有了,流速朝着自由表面快速增加.速度变化最明显发生在植被顶端,也就是说出现在  $R2$  和  $R3$  的交界处,明显是由于从受植被影响时的慢速流,到无植被影响时的快速流转变.本案例中植被没有出现偏斜可以解释如下,因为刚度值  $2\ N \cdot m^2$  相当大,而作用在植被上的荷载又太小,无法产生明显的偏斜.值得再次提醒的是,选取该刚度值是为了重现刚性植被(竹子圆柱体)的实验条件.图9(b)给出了阻力的分布曲线,看到阻力随着速度的增加而增加.图9(c)绘出了典型的剪切应力分布,剪切应力分布主要为竖向速度梯度所控制,在第2区  $R2$  和第3区  $R3$  之间的过渡区域里,剪切应力值较大;而植被顶端下的速度梯度较小,因而剪切应力也相应变小;但是底部的剪切应力(更精确地说是底部的摩擦力)计算与速度梯度无关,而是按 Manning 摩擦公式计算的<sup>[3]</sup>.植被顶端速度梯度随着减少并趋近于0,剪切应力值也是如此变化.该区域内剪切应力减少的另一个原因是,使用了混合长度理论计算剪切应力值<sup>[3]</sup>.

## 2.2 案例 2

案例 2 的计算域和案例 1 相同,数据也几乎一样,但是为了重现实验条件(Tsujimoto 和 Kitamura<sup>[1]</sup>给出并用符号 A11 表示)需作以下变化:计算区域被分割为  $12 \times 4$  个有限体积单元,每个单元的大小为  $1 \times 0.1$  m,各处初始水深为 0.089 5 m,  $x$  方向底的坡度为 0.007,选取水深 0.089 5 m 为上游边界条件,假设除了通道 5 m 到 7 m 间地面标高一致之外,初始各处地下水头均为常量 7.5 m,见图 10(a)和 10(b)所示。另外,  $x = 0.5$  m 处上游单元中心的地面标高为 8 m,减少到下游  $x = 11.5$  m 处单元中心地面标高 7.923 m,因此该案例属 B 型耦合。取所有方向上的渗透率为  $2 \times 10^{-4}$  m/s。模型运行 10 000 s 后结束,时间步长为 0.02 s。

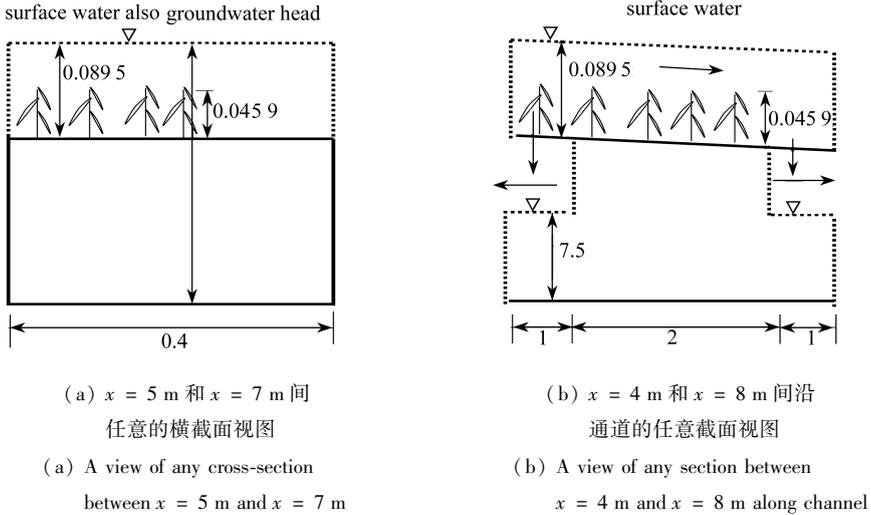


图 10 案例 2 初始的流动条件和预期的流动(箭头所指)(单位:m)

Fig. 10 Initial flow conditions and expected flow motions (arrows) for test 2 (unit: m)

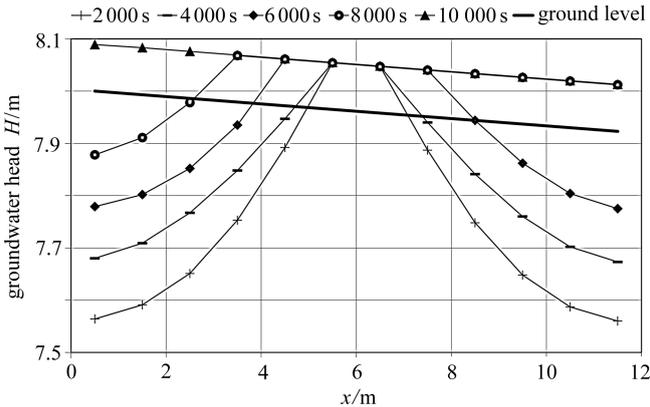


图 11 案例 2 中地下水头沿通道的分布

Fig. 11 Groundwater head profiles along the channel for test 2

图 11 给出 10 000 s 后地下水头的变化,地下水同时向水平和垂直方向运动,地下水头升高,并在 10 000 s 时处处达到地表水位。图 12(a)给出了竖向速度分布的模型结果和实验结果的比较,两者具有较好的一致性。沿通道水平速度的计算值,几乎为常量 0.271 1 m/s。图 12(b)给出了案例 2 的阻力分布。

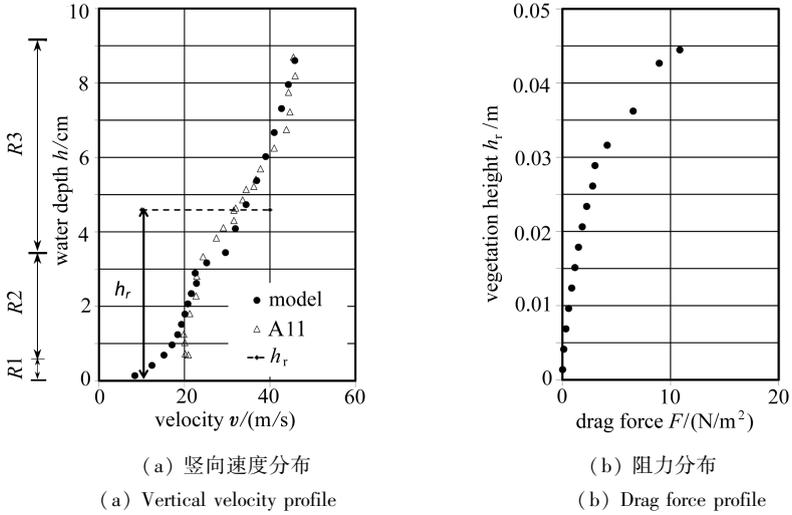


图 12 案例 2 中植被地表径流计算结果

Fig. 12 Vegetated surface flow results for test 2

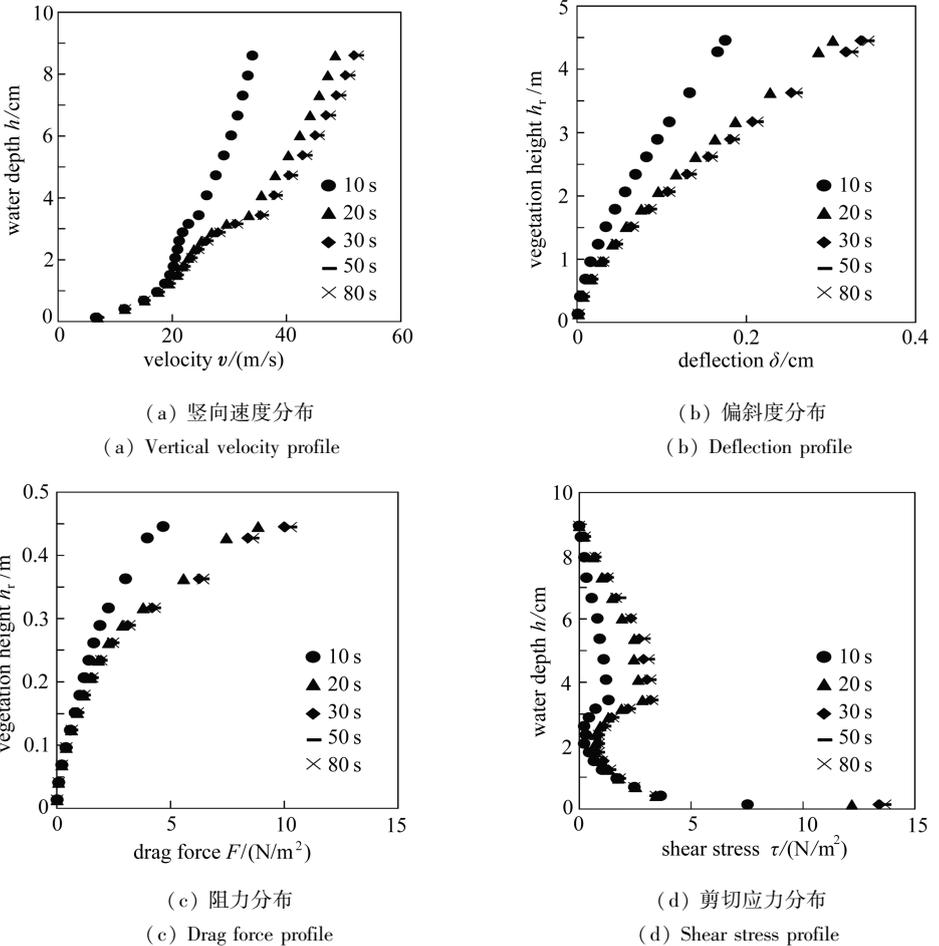


图 13 修改后案例 2 的植被地表径流计算结果

Fig. 13 Vegetated surface flow results for modified test 2

为了展示本模型的其他特性,对案例2进行修改,分别将植被的刚度系数和直径减少为 $0.000\ 01\ \text{N}\cdot\text{m}^2$ 和 $0.001\ \text{m}$ ,修改后案例2通道中为柔性植被。模型运行80 s后结束,图13给出了10 s, 20 s, 30 s, 50 s和80 s时的速度、偏斜度、阻力和剪切应力分布。从图13可以看到,50 s以后通道中流速几乎没有变化;刚度和直径的下降,导致植被的偏斜,最大横向偏斜大约为 $0.35\ \text{cm}$ ,植物的有效高度减少约 $0.1\ \text{cm}$ ;尽管植被的有效高度减少和偏斜度很小,水平流速还是从 $0.271\ 1\ \text{m/s}$ 增加到 $0.311\ \text{m/s}$ ,也就是说,植物高度减小2%,使水平流速增加约14.7%。从图13中还可以看到,随着流速增加,阻力、剪切应力和偏斜度也随之增加。

### 2.3 案例3

计算区域长 $20\ \text{m}$ ,宽 $1\ \text{m}$ ,将其分割成20个大小为 $1\times 1\ \text{m}$ 的单元,假设地表径流和地下水流的边界均是闭合的。人造的水渗透率取为 $10^{-5}\ \text{m/s}$ 。为了便于检查每次计算结束的质量平衡,设出水量为单位1。案例3无摩擦,底部无坡度,地面标高(蓄水层厚度)为 $2\ \text{m}$ ,在半个计算域内,初始地表水深和地下水头值分别取为 $2\ \text{m}$ 和 $1.5\ \text{m}$ ;在另外半计算域内,分别取为 $3\ \text{m}$ 和 $5\ \text{m}$ ,在图14中可以看到地表水的快速变化。在这些条件下可以预料,最初的不平衡质量重分配后达到静态流条件。可简单地计算出,一旦达到静态流条件,地表水深将为 $2.25\ \text{m}$ ,地下水头将为 $4.25\ \text{m}$ ( $2+2.25\ \text{m}$ )。模拟时间步长为 $0.1\ \text{s}$ ,过程持续 $30\ 000\ \text{s}$ 后达到稳定流条件,正如图14(b)、14(c)和14(d)所示,由于初始水深差别较大,模拟过程早期出现突变。

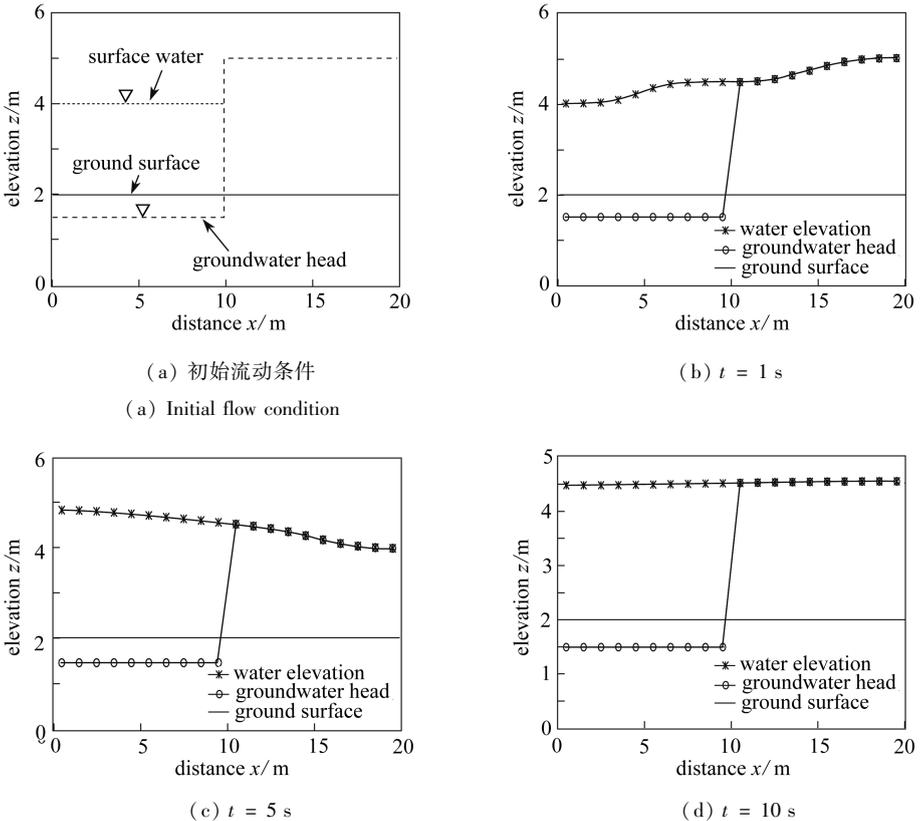


图14 案例3的地下水头和地表水的分布

Fig. 14 Groundwater head and water surface profiles for test 3

图15(a)给出100 s前后时,计算域两端闭合边界之间的地表水波动,但是期间地下水头

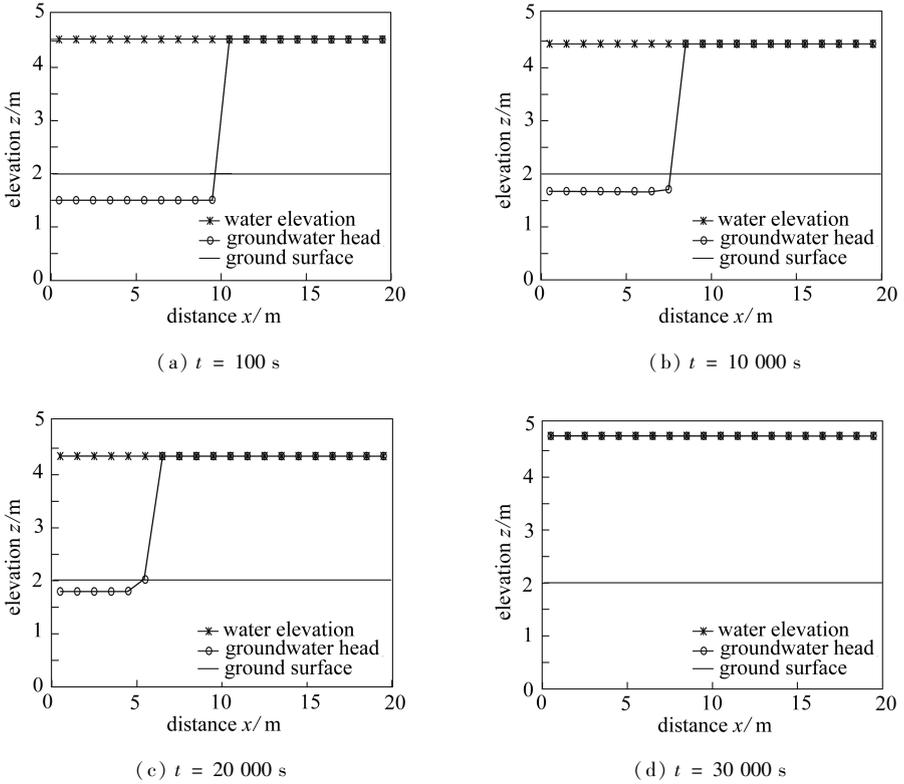
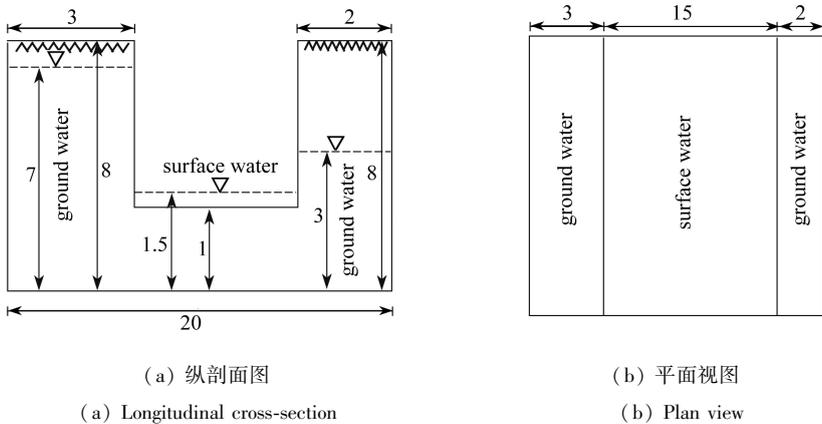


图 15 案例 3 的地下水头和地表水的分布

Fig. 15 Groundwater head and water surface profiles for test 3

没有明显变化. 图 15(b) 给出了 10 000 s 时, 由于渗流地表水明显出现下降. 由图 15(c), 特别是在计算域的中部, 由于渗流使得地下水头增加, 水头差又造成横向的流动. 最后, 预期的平衡条件将在 30 000 s 时达到, 见图 15(d). 这样一个结果表明, 水的初始总容积是守恒的, 这就是说, 分裂法及地表和地下水耦合的时间计算得到了有效处理.



(a) 纵剖面图

(b) 平面视图

(a) Longitudinal cross-section

(b) Plan view

图 16 案例 4 的初始流条件(单位: m)

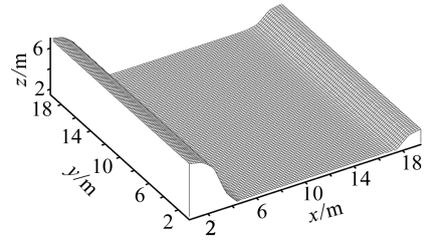
Fig. 16 Initial flow conditions for test 4(unit: m)

## 2.4 案例 4

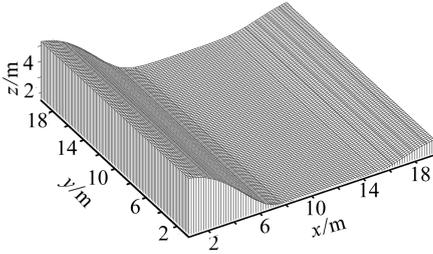
为了进一步验证该综合地表径流和地下水流相互作用模型, 将 20×20 m 的计算域分割成

400 个大小为  $1 \times 1 \text{ m}$  的单元. 初始流条件由图 16(a) 和 16(b) 给出, 设流动边界闭合, 渗透率和单位出水量与案例 3 相同. 为达到稳定流条件, 模拟时间取长达约 180 d. 可以预料的是, 初始流条件将会出现从地下水头较高处向较低处流动, 计算域中部的地表水将会增加, 是由于来自两边的横向流动, 数值模拟结束后, 保持水的初始容积  $990 \text{ m}^3$  不变.

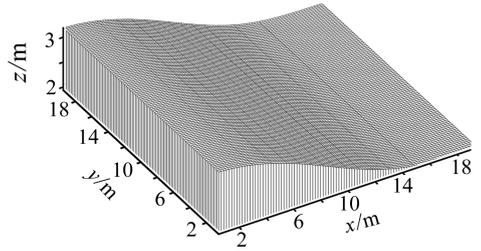
模型运行的时间步长为  $1 \text{ s}$ . 图 17 给出了不同时间



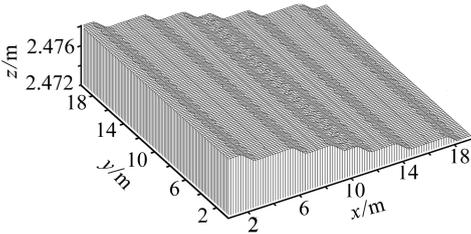
(a)  $t = 10\,000 \text{ s}$



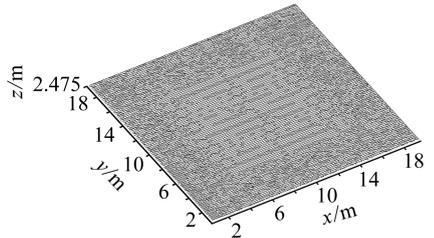
(b)  $t = 100\,000 \text{ s}$



(c)  $t = 1\,000\,000 \text{ s}$



(d)  $t = 100\,000\,000 \text{ s}$



(e)  $t = 15\,000\,000\,000 \text{ s}$

图 17 案例 4 的地表水分布

Fig. 17 Water surface profiles for test 4

的地表水分布,正是所预期的,计算域中部的地表水位升高,最终处处达到平衡流条件时的水位为  $2.475 \text{ m}$ . 模拟结束时 ( $15\,000\,000 \text{ s}$ ) 水的容积和初始容积完全相同,即  $2.475 \times 20 \times 20 = 990 \text{ m}^3$ . 说明该模型精确地反映了地表径流和地下水流的相互作用问题.

### 3 讨 论

本文的结果表明,综合数值模型重现了植被地表径流与饱和地下水流间的相互作用. 为了避免重复,没有给出模型很多尚有的其他特性,更多的信息可以参考 Erduran 等的文献[3]与 Erduran 等的文献[28].

也许争论在于,该模型最明显的缺点是湍流闭合问题的解,本文利用 2 个简化的方法来计算涡粘度值. 在植被水道中,采用了 Tsujimoto 和 Kitamura<sup>[1]</sup> 提出的公式,然而在上述水道,应用混合长度理论. 同时采用这 2 个简化方法的想法,首先是由 Kutija 和 Hong<sup>[15]</sup> 提出,后来被 Erduran 和 Kutija<sup>[3]</sup> 所采用. 尽管方法比较简单,可以给出令人相当满意的结果. Rodi<sup>[37]</sup> 认为对一个特定问题,通用的湍流模型并不意味着也是最适当的模型,他建议在现有可利用解的算法中,可采用一种简单又高效的模型,只要它能给出满意的结果.

此外,为了减少执行和求解的难度,对模型也作了简化,没有采用全 3D 模型,而是采用 Q3D 模型,假设压力按流体静力学分布.根据这个假设,NSE 的竖向动量方程可以忽略不计.但是,这个假设对淹没条件下,尤其是柔性植被顶端的流动明显不适合,尽管它表示一个特定问题,这里的结果与实验(刚性植被)具有很好的一致性.一般来说,柔性植被顶端附近的流动具有高度湍流的特性,并需要采用非流体静力学压力分布的全 3D 模型求解.因为本文所提出的模型不能应用于这类问题,再采用流体静力学压力分布假设是有害的.

植被弯曲是基于线性弹性理论假设有效,也就是说,当作用在植被的荷载消失,植被会恢复到原始状态.这个假设并不都是正确的,取决于植被的类型,植被弯曲以后,植被可能不能恢复到原始状态,意味着植被可能呈现非弹性的特征.因此,模型尚需进一步完善,以适合更加一般的情况.还需要注意地下水流解,仅对饱和地下水流条件是有效的.此外,其解可应用于那些满足 Darcy 定律的问题.

对于所有的数值模型来说,网格点的数量很重要,因为解的精度随着网格点数量的增加而增加.这里值得注意的是,竖向网格点数尤为重要.荷载的计算基于这样一个假设:点  $k + 1/2$  和  $k - 1/2$  之间的荷载是相同的,用点  $k$  处的速度来计算荷载.若点  $k + 1/2$  和  $k - 1/2$  的间隔较大,点  $k - 1$ ,  $k$  和  $k + 1$  处的速度出现明显的变化,则这些点之间的荷载分布,不再是均匀的或接近均匀的,这样中间点( $k$  点)速度不再具有代表性,导致植被偏斜的估算失真.

模型中的一些参数诸如阻力系数和 Manning 值  $n$  需要进行校正,本文已经对这些参数进行了校正,为简化计而没有给出.本文中使用的参数均为已经校正过的值,若需了解校正过程和网格点数、植被特性等各个参数对流动特性的影响,可参考 Erduran 的文献[30]和 Erduran 等的文献[3]给出的详细信息.

## 4 总 结

本研究可总结为如下结论:构造了一个新型的综合数值模型:模拟植被地表径流和饱和地下水流的相互作用;清楚地论证了出现流动相互作用的内耦合法及其可能情况;通过 4 个不同案例验证了综合数值模型的性能,表明该模型结果非常令人满意;表明了综合数值模型可用于预测植被地表径流和饱和地下水流的相互作用;论证了该模型用于模拟流过柔性植被的可能性;此外,强调了对更为一般性课题需要注意的问题.

### 参考文献(References):

- [1] Tsujimoto T, Kitamura T. Velocity profile of flow in vegetated-bed channels[R]. Japan: Khl progressive report. Hydraulic Laboratory, Kanazama University, 1990.
- [2] Fischenich C. Resistance due to vegetation[R]. EMRRP technical notes ERDC TN-EMRRP-SR-07, US Army Engineer Research and Development Center, Vicksburg, 2000.
- [3] Erduran K S, Kutija V. Quasi three-dimensional numerical model for flow through flexible, rigid, submerged and non-submerged vegetation[J]. *Journal of Hydroinformatics*, 2003, 5 (3):189-202.
- [4] Wu F C, Shen H W, Chou Y J. Variation of roughness coefficients for unsubmerged and submerged vegetation[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999, 125(9):934-942.
- [5] Palmer V J. A method for designing vegetated waterways[J]. *Agricultural Engineering*, 1945,

- 20(4):516-520.
- [6] Carollo F G, Ferro V, Termini D. Flow velocity measurements in vegetated channels [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2002, **128**(7):664-673.
- [7] Wu Y, Falconer R A, Struve J. Mathematical modelling of tidal currents in mangrove forests [J]. *Environmental Modelling and Software*, 2001, **16**(1):19-29.
- [8] 槐文信, 韩杰, 曾玉红, 安翔, 钱忠东. 基于掺长理论的淹没柔性植被水流流速分布研究 [J]. *应用数学和力学*, 2009, **30**(3):325-332. (HUI Wen-xin, HAN Jie, ZENG Yu-hong, AN Xiang, QIAN Zhong-dong. Velocity distribution of flow with submerged flexible vegetations based on mixing length approach [J]. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 2009, **30**(3):343-351.)
- [9] Petryk S, Bosmajian G. Analysis of flow through vegetation [J]. *Journal of the Hydraulic Division, ASCE*, 1975, **101**(7):871-884.
- [10] Kouwen N. Modern approach to design of grassed channels [J]. *Journal of Hydrology*, 1992, **118**(5):733-743.
- [11] Helmiö T. Unsteady 1D flow model of compound channel with vegetated floodplains [J]. *Journal of Hydrology*, 2002, **269**(1/2):89-99.
- [12] Helmiö T. Unsteady 1D flow model of a river with partly vegetated floodplains—application to the Rhine river [J]. *Environmental Modelling and Software*, 2005, **20**(3):361-375.
- [13] Järvelä J. Flow resistance of flexible and stiff vegetation: a flume study with natural plants [J]. *Journal of Hydrology*, 2002, **269**(1/2):44-54.
- [14] Stone B M, Shen H T. Hydraulic resistance of flow in channels with cylindrical roughness [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2002, **128**(5):500-506.
- [15] Kutija V, Hong H T M. A numerical model for assessing the additional resistance to flow introduced by flexible vegetation [J]. *Journal of Hydraulic Research*, 1996, **34**(1):99-114.
- [16] Darby S E. Effect of riparian vegetation on flow resistance and flood potential [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999, **125**(5):443-454.
- [17] Vionnet C A, Tassi P A, Martín Vide J P. Estimates of flow resistance and eddy viscosity coefficients for 2D modelling on vegetated floodplains [J]. *Hydrological Processes*, 2004, **18**(25):2907-2926.
- [18] Simoes F J, Wang S S Y. Three-dimensional modelling of compound channels with vegetated flood plains [C]//Wang S S Y. *27th IAHR Congress on Environmental and Coastal Hydraulics: Protecting the Aquatic Habitat*. San Francisco, California, USA: ASCE, Vol 2. 1997: 809-814.
- [19] Shimuzu Y, Tsujimoto T. Suspended sediment concentration affected by organized motion near vegetation zone [C]//Wang S S Y. *27th IAHR Congress on Environmental and Coastal Hydraulics: Protecting the Aquatic Habitat*. San Francisco, California, USA: ASCE, Vol 2. 1997: 1384-1389.
- [20] Fischer-Antze T, Stoesser T, Bates P, Olsen N R B. 3D numerical modelling of open-channel flow with submerged vegetation [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2001, **39**(3):303-310.
- [21] Zhang Z T, Su X H. Numerical model for flow motion with vegetation [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2008, **20**(2):172-178.

- [22] Liu C, Shen Y M. Flow structure and sediment transport with impacts of aquatic vegetation [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2008, **20**(4):461-468.
- [23] 槐文信, 耿川, 曾玉红, 杨中华. 部分植被化矩形河槽紊流时均流速分布分析解[J]. 应用数学和力学, 2011, **32**(4):437-444. (HUAI Wen-xin, GENG Chuan, ZENG Yu-hong, YANG Zhong-hua. Analytical solutions for transverse distributions of stream-wise velocity in turbulent flow in rectangular channel with partial vegetation[J]. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 2011, **32**(4):459-468. )
- [24] 槐文信, 徐治钢, 杨中华, 曾玉红. 部分植被化复式河道水流的二维解析解[J]. 应用数学和力学, 2008, **29**(8):976-982. (HUAI Wen-xin, XU Zhi-gang, YANG Zhong-hua, ZENG Yu-hong. Two dimensional analytical solution for a partially vegetated compound channel flow[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2008, **29**(8):1077-1084. )
- [25] Singh V, Bhallamudi S M. Conjunctive surface-subsurface modelling of overland flow[J]. *Advances in Water Resources*, 1998, **21**(7):567-579.
- [26] Yakirevich A, Borisov V, Sorek S. A quasi three-dimensional model for flow and transport in unsaturated and saturated zones—1: implementation of the quasi two-dimensional case[J]. *Advances in Water Resources*, 1998, **21**(8):679-689.
- [27] Cartwright N, Jessen O J, Nielsen P. Application of a coupled ground-surface water flow model to simulate periodic groundwater flow influenced by a sloping boundary, capillarity, and vertical flows[J]. *Environmental Modelling and Software*, 2005, **21**:770-778.
- [28] Erduran K S, Macalister C R, Kutija V. Finite volume solution to integrated shallow surface-saturated groundwater flow [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2005, **9**(7):763-783.
- [29] Thompson J R, Sørensen H R, Gavin H, Refsgaard A. Application of the coupled MIKE SHE/MIKE 11 modelling system to a lowland wet grassland in southeast England[J]. *Journal of Hydrology*, 2004, **293**(1/4):151-179.
- [30] Erduran K S. An integrated model for complex flow simulations: COMSIM[D]. Ph D thesis. University of Newcastle upon Tyne, 2001.
- [31] Roe P L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes[J]. *Journal of Computational Physics*, 1981, **43**(2):357-372.
- [32] Brufau P, Vázquez-Cendón M E, García-Navarro P. A numerical model for the flooding and drying of irregular domains [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2002, **39**(3):247-275.
- [33] Abbott M B, Minns A W. *Computational Hydraulics* [M]. 2nd Edition. Connecticut, England: Ashgate, 1998.
- [34] Timoshenko S P. *Strength of Materials, Part 1: Elementary Theory and Problems* [M]. New York: Van Nostrand Company, Inc, 1955.
- [35] Shaw E M. *Hydrology in Practice* [M]. 3rd Edition. London: Chapman and Hall, 1994.
- [36] Anderson M P, Woessner W W. *Applied Groundwater Modelling: Simulation of Flow and Advective Transport* [M]. New York: Academic Press, 1992.
- [37] Rodi W. *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics: a State of the-Art Review* [M]. 3rd Edition. Rotterdam, Netherlands: Balkema A A, 1993.

# An Integrated Numerical Model for Vegetated Surface and Saturated Subsurface Flow Interaction

K. S. Erduran<sup>1,2</sup>

(1. *Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Nigde, Nigde 51245, Turkey;*

2. *Department of Civil Engineering, College of Engineering, American University of Sharjah, Sharjah 26666, United Arab Emirates*)

**Abstract:** The construction of an integrated numerical model was presented to deal with interactions between vegetated surface and saturated subsurface flows. The numerical model was built up by integrating previously developed quasi-three-dimensional vegetated surface flow model with a two-dimensional saturated groundwater flow model. The vegetated surface flow model was constructed by coupling the explicit finite volume solution of the two-dimensional shallow water equations (SWE) with the implicit finite difference solution of Navier-Stokes equations (NSE) for vertical velocity distribution. The subsurface model was based on the explicit finite volume solution of two-dimensional saturated groundwater flow equations (SGFE). The ground and vegetated surface water interaction was achieved by the introduction of source-sink terms into the continuity equations. Two solutions were tightly coupled in a single code. The integrated model was applied to four test cases and the results were satisfactory.

**Key words:** vegetated surface flow; saturated groundwater flow; flow interactions; tight coupling; finite volume method; finite difference method; flow resistance