

热泳和 Brown 运动对太阳能辐射下热分层 纳米流体边界层流动的影响*

N·安布泽志昂¹, K·斯里尼瓦桑²,
K·钱德拉塞卡兰³, R·坎达沙密⁴

- (1. 斯里古鲁技术学院 机械工程系, 哥印拜陀 641110, 印度;
2. 安那大学 机械工程系, 金奈 600025, 印度;
3. RMK 工程学院 机械工程系, 金奈 600040, 印度;
4. 马来西亚敦胡先翁大学 FSTPi 计算数学研究中心, 新山 86400, 马来西亚)

摘要: 在太阳辐射下的纳米流体中, 数值地研究竖向延伸壁面具有可变流条件时的层流运动. 使用的纳米流体模型为, 在热分层中综合考虑了 Brown 运动和热泳的影响. 应用一个特殊形式的 Lie 群变换, 即缩放群变换, 得到相应边值问题的对称群. 对平移对称群得到一个精确解, 对缩放对称群得到数值解. 数值解依赖于 Lewis 数、Brown 运动参数、热分层参数和热泳参数. 得到结论: 上述参数明显地影响着流场、温度和纳米粒子体积率的分布. 显示出纳米流体提高了基流体热传导率和对流的热交换性能, 基流体中的纳米粒子还具有改善液体辐射性能的作用, 直接提高了太阳能集热器的吸热效率.

关键词: 太阳辐射; Brown 运动; 纳米流体; 热泳; 热分层

中图分类号: O357.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2012.06.007

符号说明

C	纳米粒子的体积率	C_f	壁面摩擦因数
C_w	壁面处纳米粒子体积率	C_∞	周围的纳米粒子体积率
c_p	比定压热容	D_B	Brown 运动的扩散系数
D_T	热泳的扩散系数	f	无量纲的流函数
g	重力加速度	k	热传导率
Le	Lewis 数	M	磁场参数
N_b	Brown 运动参数	n	热分层参数
N_t	热泳参数	N_r	浮力比
Pr	Prandtl 数	p	压力

* 收稿日期: 2011-07-14; 修订日期: 2011-12-05

作者简介: R. Kandasamy, 教授, 博士(联系人. E-mail: future990@gmail.com; ramasamy@uthm.edu.my).

本文原文为英文, 海治译, 张禄坤校.

Ra_x	局部的 Rayleigh 数	S	吸入/喷出参数
T	流体温度	T_w	壁面温度
T_∞	周围环境温度	\bar{v}	速度向量
u, v	x 和 y 轴上的速度分量	$U(x)$	自由流的平均速度
V_0	吸入\喷出速度		
希腊字母			
α	热传导率	β	热扩散系数
θ	无量纲温度	ϕ	无量纲的纳米粒子体积率
η	相似变量	μ	动力学粘度
ρ_f	基流体密度	ρ_p	纳米粒子质量密度
$(\rho c)_f$	基流体热容	τ	热容比
ν	运动学粘度	ψ	流函数

引 言

可持续的能源供应是当今社会面临的重要挑战之一。太阳能的利用是解决挑战的一个办法,每小时射入地球表面的太阳能比全人类一年消耗的能量还多。在过去的 10 到 15 年里,集聚太阳能作为能量来源的实验和商业开发的热系统数量越来越多。最新的研究论文显示,工作流体中加入纳米粒子(成为纳米流体)可以改善热交换性能并提高太阳能收集的效率。太阳能是对环境影响最小的、最佳的可再生能源之一,太阳的动力在日常生活中起着重要作用,借助太阳的动力,是人们从自然界中获取热、电、水的天然方法。用不了多久,人们将不得不改变动力方式,以维持必需的又方便的能源供应。人们正面临石化燃料的短缺,太阳能是一个永远消耗不尽的可再生能源。太阳的辐射连同以太阳为资源的其他能量,如波能、风能、生物能和水力发电,都可看作现存地球上可接受、可再生的能源。当前太阳能作为一种重要的清洁和可再生能源,在众多领域中得到了广泛研究。出现了使用纳米流体作为工作流体,可以提高太阳能动力塔的效率。纳米流体具有提高流体性能,特别是热交换性能的巨大潜力,受到了越来越多的学者关注。在太阳能集热系统中,采用纳米流体(基流体中的纳米粒子)具有如下优点:1) 纳米流体可以直接吸收太阳能,跳过了中间的热交换步骤;2) 可以按光学原理选择纳米流体:光程中高吸收、低放射的红外线;3) 接受的阳光更均匀,使得集热系统中产生的温度更一致,从而降低对材料的限制;4) 通过更强的对流和热传导,提高热传导的性能,改善吸热装置的性能;5) 调整纳米粒子的大小和形状,提高吸热的效率。

在太阳能热动力电站(Otanicar 等的文献[1]与 Richard 等的文献[2])和其他工业工程中,为了提高工作温度和热动力效率,通常习惯集中太阳辐射加热工作流体。由于太阳能热动力电站(Odeh 等的文献[3])工作温度和热动力效率高,使其成为一种非常有前途和挑战性的技术。在吸热器的吸热过程中,自然对流和辐射过程的热损失扮演着重要的角色。Clausing^[4]分析了腔式中央吸热器对流的热损失。Dehghan 等^[5]在一个分离加热的开口空腔中,研究了自然对流、传导和辐射组合的热交换。Muftuoglu 等^[6]用集束光辐射的倾斜矩形吸热器模拟热交换。此外,通常还通过选择光的涂层,来提高吸热器的吸热效率,Kennedy^[7]给出了很快提高温度范围的选择光吸收材料的报告。

纳米流体是一种胶状的悬浮液,在基流体中均匀地散布纳米粒子,在热工程领域中具有许多独特的性质。纳米流体还是一种新型流体,能够明显地改善热动力场的热学性能。最近有人

提出,利用纳米流体作为储存热能的、高级的、固体-液体间的相变材料(PCM),以期扩展它们的应用。纳米流体潜在功能的扩充,需要测量纳米流体热传导率,并为纳米流体和(不同于水和乙二醇)基流体建模。纳米流体的主要应用,一是作为热交换流体的热交换器,其他还有热阻装置,在提高粘性的同时将削弱了纳米流体的优势。添加剂的使用增强基流体的热交换性能。常规的热交换流体的热传导率,已经无法适应当今致冷速度的需求。纳米流体显现出,基流体热传导率的提高,以及基流体热对流性能的改善。纳米流体热传导率异常增加的机理之一,可能就是基流体内出现纳米粒子的 Brown 运动。小颗粒的添加剂,使得入射的辐射热散射,允许液体内有较高的吸热。在最新出现的太阳能集热器中, Trieb 等^[8]提出使用纳米流体直接吸收太阳的辐射。有效流体的光学性质,高度依赖于粒子的形状、粒子的大小,以及基流体和微粒本身的光学特性(林培锋等的文献[9]与 Lin 等的文献[10])。纳米流体中热交换性的研究,是科学家和工程师研究太阳能重要又实际的课题,因为它出现在诸多科学和工程分支中。

Masuda 等^[11]观察到一个现象,纳米流体的典型特征是热传导率的提高,这一现象表明,纳米流体用于先进的核系统是可能的(Buongiorno 等的文献[12])。Buongiorno 的文献[13]对纳米流体中的对流传热作了全面的研究,他们认为,应找到热传导率和粘性异常增加作出满意解释的原因,并集中于对流情况下热传递的深入研究。最近, Kuznetsov 等^[14]应用一个说明 Brown 运动和热泳现象的模型,研究纳米粒子对竖向平板自然对流边界层流动的影响。他们假设了可能是最简单的边界条件:即假设沿平板壁面的温度和纳米粒子体积率均为常量。Nield 等^[15]进一步研究了 Cheng-Minkowycz 问题^[16]:在一个充满纳米流体的多孔介质中,竖向平板上的自然对流问题。纳米流体模型综合考虑了 Brown 运动和热泳现象的影响,多孔介质采用 Darcy 模型。热分层现象在池式反应堆系统中十分常见,例如,盐液致冷的先进的高温反应堆(AHTR),液态金属致冷的快速反应堆系统,例如液态钠致冷的快速反应堆(SFR)。在设计优化和事故分析中,精确地预测温度和密度分布十分重要。

Lie 群分析,也叫对称分析,是 Sophus Lie 在寻找点变换时提出,将一个给定的微分方程映射为自身,该方法几乎统一了所有已知的常微分和偏微分方程精确的积分技术^[17]。群分析方法是对给定的微分方程,寻找所有对称性的唯一严谨的数学方法,且不需要特别假设,或者预先知道该方程的研究情况下进行。从物理学观点来看边界层方程特别有意思,它们容许出现大量的不变解,即基本的解析解。由此可见,不变解意味着简化为简单方程,例如常微分方程。Prandtl 边界层方程容许更多不同的对称群。对称群或简单对称是不会改变所研究方程结构的等价变换^[18]。Newton 粘性定律规定剪切应力和速度梯度成正比,满足该定律的流体称为 Newton 流体。水、苯、乙醇、乙烷和大多数简单分子溶液均属于 Newton 流体,仍有无数流体不满足 Newton 粘性定律。控制流体运动的偏微分方程的非线性特征,招致方程求解的困难。在流体力学中,很多学者此时试图求得相似解,假设的缩放变换群,群不变解就是众所周知的相似解^[19]。本文采用一种特殊形式的 Lie 群变换,称之为缩放变换群,找出该问题所有的对称集,然后对其进行研究,适当规定群不变解或者更特殊的相似解。

迄今为止,没有学者试图研究这样一类问题:运用缩放群变换,即 Lie 群变换,分析 Brown 运动和热泳粒子沉积,对太阳能辐射下热分层的纳米流体边界层流动的影响,这正是本文要考虑的问题。

1 数学分析

考虑一个二维问题:选取坐标系(见图1), x 轴竖直向上, $y = 0$ 处有一个竖向平板,远离竖

向平板后环境和吸热的 Newton 流体都保持常温 T_∞ 。假设多孔介质是透明的,并与流体保持热平衡,流体和多孔介质对自身的辐射都不传热;又,假设太阳辐射为一准直射光束,光束垂直于平板。由于太阳辐射对吸热流体和平板的加热,热量从平板向周围环境传递。假设工作流体具有如前所述的吸热特性。在这种情况下,多孔介质吸收了太阳辐射入射的热量,并通过对流将热量传递给工作流体。在平板壁面上,温度 T 和纳米粒子体积率 ϕ ,分别为常量 T_w 和 ϕ_w ;周围环境值,即当 y 趋向无限大时, T 和 ϕ 分别用 T_∞ 和 ϕ_∞ 表示。

使用 Oberbeck-Boussinesq 近似,下面 4 个场方程分别具体表示质量守恒、动量守恒、热能守恒和纳米粒子守恒,场变量为速度 \mathbf{v} ,温度 T 和纳米粒子的体积率 C :

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_f \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} \right) = -\nabla p - \left(\frac{\nu}{K} \right) \bar{\mathbf{v}} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{v}} + [C\rho_p + (1-C)\{\rho_f(1-\beta(T-T_\infty))\}] \bar{\mathbf{g}}, \quad (2)$$

$$(\rho c)_f \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 T +$$

$$(\rho c)_p \left[D_B \nabla C \cdot \nabla T + \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \nabla T \cdot \nabla T \right] - \nabla \cdot \mathbf{q}_{\text{rad}}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla C = D_B \nabla^2 C + \frac{D_T}{T_\infty} \nabla^2 T, \quad (4)$$

记 $\bar{\mathbf{v}} = (u, v)$, 这里 ρ_f 为基流体的密度, ρ_p 为纳米粒子的密度, K 为多孔介质的渗透率, \mathbf{q}_{rad} 为单位面积吸收的辐射热, μ , k 和 β 分别为动力学粘度、热传导率和纳米流体按体积测定的体积扩散系数, 定义为(见文献[20]):

$$\rho_{\text{nf}} = (1-\zeta)\rho_f + \zeta\rho_p, \quad \mu_{\text{nf}} = \frac{\mu_f}{(1-\zeta)^{2.5}},$$

$$(\rho\beta)_{\text{nf}} = (1-\zeta)(\rho\beta)_f + \zeta(\rho\beta)_p, \quad \alpha_{\text{nf}} = \frac{k_{\text{nf}}}{(\rho c_p)_{\text{nf}}},$$

式中, ζ 为固体的体积率, μ_f 为基流体的动力学粘度, β_f 和 β_s 分别为基流体和纳米粒子的热扩散系数, ρ_f 和 ρ_p 分别为基流体和纳米粒子的密度, k_{nf} 为纳米流体的热传导率, $(\rho c_p)_{\text{nf}}$ 为纳米流体的热容量, 定义为

$$(\rho c_p)_{\text{nf}} = (1-\zeta)(\rho c_p)_f + \zeta(\rho c_p)_p, \quad \frac{k_{\text{nf}}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\zeta(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + 2\zeta(k_f - k_s)},$$

其中, k_f 和 k_s 分别为基流体和纳米粒子的热传导率。

方程(3)和(4)中出现的系数: D_B 为 Brown 运动的扩散系数, D_T 为热泳的扩散系数, Buongiorno^[13] 和 Nield 等^[15] 的论文给出了方程(3)和(4)的详细推导。取边界条件为

$$\begin{cases} u = U(x), v = V(x), C = C_w, T = T_w, & y = 0, \\ u = 0, C = C_\infty, T \rightarrow T_\infty = (1-n)T_0 + nT_w, & \bar{y} \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (5)$$

这里, n 是一个常数, $0 \leq n < 1$, 如上定义的 $n = m_1/(1+m_1)$ (参见文献[21]), 其中 m_1 为常

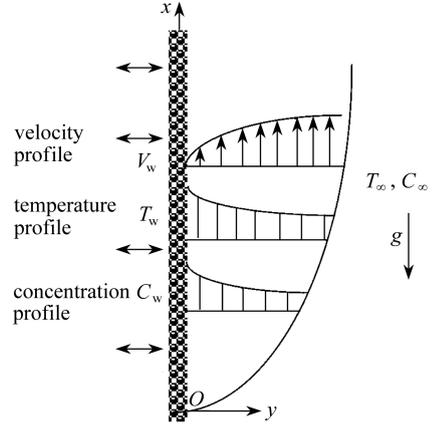


图 1 竖向延伸壁面上流动时的物理模型和坐标系

Fig. 1 Physical flow model and coordinate system over a vertical stretching surface

量), n 表示热分层的参数, T_0 为常量, 参考温度 $T_\infty(0)$, 下标 w 和 ∞ 分别表示壁面条件和周围环境条件.

稳态流动

与 Oberbeck-Boussinesq 近似一样, 假设纳米粒子浓度稀释, 并选取一个合适的参考压力, 可以将动量方程线性化, 从而将方程(2)写成

$$\rho_f \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \bar{v} + [(\rho_p - \rho_{f\infty})(C - C_\infty) + (1 - C_\infty)\rho_{f\infty}\beta(T - T_\infty)]\bar{g} - \left(\frac{\nu}{K}\right)\bar{v}. \quad (6)$$

基于比例分析, 得到标准的边界层近似, 并将控制方程表示成

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \rho_f \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + [(1 - C_\infty)\rho_{f\infty}\beta g(T - T_\infty) - (\rho_p - \rho_{f\infty})g(C - C_\infty)] - \left(\frac{\nu}{K}\right)u, \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \tau \left[D_B \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{1}{(\rho c)_f} \frac{\partial q_{\text{rad}}''}{\partial y}, \quad (10)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_B \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (11)$$

其中, u 和 v 分别为 x 和 y 轴的速度分量, $\alpha = k/(\rho c)_f$ 为流体的热扩散系数, ν 为运动学粘度, $\tau = (\rho c)_p/(\rho c)_f$ 为纳米粒子热容量和基流体热容量之比.

运用辐射时的 Rosseland 近似(Brewster 的文献[22]), 吸收的辐射热可以记为

$$q_{\text{rad}}'' = -\frac{4\sigma_1}{3k^*} \frac{\partial T^4}{\partial y},$$

其中, σ_1 为 Stefan-Boltzman 常数, k^* 为吸收系数.

流速和吸入/喷出速度分别为

$$U(x) = cx^m, \quad V(x) = V_0 x^{(m-1)/2}, \quad (12)$$

这里 $c > 0$ 为常量, T_w 为壁面温度, 幂律指数 m 为常量. 本文取 $c = 1$.

通过交叉微分, 可以从方程(8)和(9)中消去 p , 同时引入流函数定义 ψ :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \phi = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}. \quad (13)$$

于是方程(7)自动得到满足, 并得到以下 3 个方程:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} = -\left(\frac{\nu}{K\rho_f}\right) \frac{\partial \psi}{\partial y} + (1 - \phi_\infty)\rho_{f\infty}\beta g\theta\Delta\theta - (\rho_p - \rho_{f\infty})g\phi\Delta\phi, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \tau \left[D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{4}{3}N \left[(C_T + \theta)^3 \frac{\partial \theta}{\partial y} \right]', \quad (15)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial y} = D_B \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}. \quad (16)$$

由方程(5)和(12)得到

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial y} = x^m, & \frac{\partial \psi}{\partial x} = -V_0 x^{(m-1)/2}, & C = C_w, & T = T_w, & y = 0; \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} \rightarrow 0, & C = C_\infty, & T \rightarrow T_\infty = (1-n)T_0 + nT_w, & y \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (17)$$

其中, $\Delta\theta = T_w - T_\infty$ 和 $\Delta\phi = C_w - C_\infty$.

引入简单形式的 Lie 群变换, 即缩放比例尺变换群, 如

$$\begin{aligned} \Gamma: x^* &= xe^{\varepsilon\alpha_1}, & y^* &= ye^{\varepsilon\alpha_2}, & \psi^* &= \psi e^{\varepsilon\alpha_3}, & u^* &= ue^{\varepsilon\alpha_4}, \\ v^* &= ve^{\varepsilon\alpha_5}, & \theta^* &= \theta e^{\varepsilon\alpha_6}, & \phi^* &= \phi e^{\varepsilon\alpha_7}. \end{aligned} \quad (18)$$

可以将式(18)看成: 将点坐标 $(x, y, \psi, u, v, \theta, \phi)$ 变换成坐标 $(x^*, y^*, \psi^*, u^*, v^*, \theta^*, \phi^*)$ 的点变换.

将式(18)代入式(14)和式(15)及式(16), 得到

$$\begin{aligned} e^{\varepsilon(\alpha_1+2\alpha_2-2\alpha_3)} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^* \partial y^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} \right) = \\ \nu e^{\varepsilon(3\alpha_2-\alpha_3)} \frac{\partial^3 \psi^*}{\partial y^{*3}} + e^{-\varepsilon\alpha_6} (1 - \phi_\infty) \rho_{f\infty} \beta g \theta \Delta\theta - \\ e^{\varepsilon(\alpha_2-\alpha_3)} \left(\frac{\nu}{K\rho_f} \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} - e^{-\varepsilon\alpha_7} (\rho_p - \rho_{f\infty}) g \phi \Delta\phi, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} e^{\varepsilon(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_3-\alpha_6)} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \\ \alpha e^{\varepsilon(2\alpha_2-\alpha_6)} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} + e^{\varepsilon(2\alpha_2-\alpha_6)} \frac{4}{3} N \left[(C_T + \theta)^3 \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right]' + \\ \tau \left[D_B e^{\varepsilon(2\alpha_2-\alpha_6-\alpha_7)} \frac{\partial \phi^*}{\partial y^*} \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} + e^{\varepsilon(2\alpha_2-2\alpha_6)} \frac{D_T}{T_\infty} \left\{ \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right\}^2 \right], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} e^{\varepsilon(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_3-\alpha_7)} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial \phi^*}{\partial y^*} \right) = \\ D_B e^{\varepsilon(2\alpha_2-\alpha_7)} \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial y^{*2}} + \frac{D_T}{T_\infty} e^{\varepsilon(2\alpha_2-\alpha_6)} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}}. \end{aligned} \quad (21)$$

系统在变换群 Γ 下保持不变, 参数间将满足下列的关系:

$$\begin{aligned} \alpha_1 + 2\alpha_2 - 2\alpha_3 = 3\alpha_2 - \alpha_3 = \alpha_2 - \alpha_3 = -\alpha_6 = -\alpha_7, \\ \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_6 = 2\alpha_2 - \alpha_6 = 2\alpha_2 - \alpha_6 - \alpha_7 = 2\alpha_2 - 2\alpha_6, \\ \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_7 = 2\alpha_2 - \alpha_7 = 2\alpha_2 - \alpha_6, \end{aligned}$$

由关系式 $3\alpha_2 - \alpha_3 = \alpha_2 - \alpha_3$, 给出 $\alpha_2 = 0$; 从而, 由 $\alpha_1 + 2\alpha_2 - 2\alpha_3 = 3\alpha_2 - \alpha_3$ 得 $\alpha_6 = \alpha_7 = 0$, $\alpha_2 = \alpha_1/4 = \alpha_3/3$. 由边界条件得 $\alpha_4 = m\alpha_1 = \alpha_1/2$, $\alpha_5 = (m-1)\alpha_1/2 = -\alpha_1/4(m=1/2)$.

由上可知, 边界条件变为

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} = x^{*1/2}, & \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} = -V_0 x^{*(-1/4)}, & C = C_w, & T = T_w, & y^* = 0, \\ \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \rightarrow 0, & C = C_\infty, & T \rightarrow T_\infty = (1-n)T_0 + nT_w, & y^* \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (22)$$

变换群 Γ 将简化为

$$\begin{aligned}x^* &= xe^{\varepsilon\alpha_1}, y^* = ye^{\varepsilon\alpha_1/4}, \psi^* = \psi e^{\varepsilon 3\alpha_1/4}, u^* = ue^{\varepsilon\alpha_1/2}, \\v^* &= ve^{-\varepsilon\alpha_1/4}, \theta^* = \theta, \phi^* = \phi.\end{aligned}$$

将上面各式按 ε 幂次展开为 Taylor 级数, 并保留至 ε 阶, 得到

$$\begin{aligned}x^* - x &= x\varepsilon\alpha_1, y^* - y = y\varepsilon \frac{\alpha_1}{4}, \psi^* - \psi = \psi\varepsilon \frac{3\alpha_1}{4}, \\u^* - u &= u\varepsilon \frac{\alpha_1}{2}, v^* - v = -v\varepsilon \frac{\alpha_1}{4}, \theta^* - \theta = \phi^* - \phi = 0.\end{aligned}$$

由上述方程式, 得到

$$y^* x^{*-1/4} = \eta, \psi^* = x^{*3/4}f(\eta), \theta^* = \theta(\eta), \phi^* = \phi(\eta). \quad (23)$$

利用上述关系, 方程(19)和(20)及(21)变为

$$f''' + \frac{1}{Pr} \left[\frac{3}{4}ff'' - \frac{1}{2}f'^2 \right] + Ra_x[\theta - N_r\phi] + \lambda f' = 0, \quad (24)$$

$$\theta'' + \frac{4}{3}N[(C_T + \theta)^3\theta']' + \frac{3}{4}f\theta' - \frac{3}{4}\left(\theta + \frac{n}{1-n}\right)f' + N_b\theta'\phi' + N_l\theta'^2 = 0, \quad (25)$$

$$\phi'' + \frac{3}{4}Lef\phi' + \frac{N_l}{N_b}\theta'' = 0. \quad (26)$$

边界条件成为

$$\begin{cases} f' = 1, f = -\frac{4V_0}{3}, \theta = \phi = 1, & \eta = 0, \\ f' \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0, \phi \rightarrow 0, & \eta \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (27)$$

其中, $Pr = \nu^*/\alpha^*$ 为 Prandtl 数, $Ra_x = (1 - \phi_\infty)\beta g\Delta\theta/(\nu^*\alpha^*)$ 为局部 Rayleigh 数, $N_r = (\rho_p - \rho_{f\infty})\Delta\phi/(\rho_{f\infty}\beta\Delta\theta(1 - \phi_\infty))$ 为浮力比, $N_b = (\rho c)_p D_B \Delta\phi/(\alpha(\rho c)_f)$ 为 Brown 运动参数, $N_l = (\rho c)_p D_T \Delta\theta/(\alpha(\rho c)_f T_\infty)$ 为热泳参数, $\lambda = \nu/(K\rho_f)$ 为多孔介质参数, $Le = \nu^*/D$ 为 Lewis 数, $N = 4\sigma_1\theta^3/((\rho c_p)_f k^*)$ 为传导-辐射参数, $C_T = T_w/(T_w - T_\infty)$ 为温度比, 假定 C_T 值定义得很小, $T_w - T_\infty$ 比 T_∞ 大得多. 本文假定 C_T 值为 0.01.

边界条件可改写为

$$\begin{cases} f' = 1, f = S, \theta = \phi = 1, & \eta^* = 0, \\ f' \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0, \phi \rightarrow 0, & \eta^* \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (28)$$

式中, $S = -4V_0/3$, $S > 0$ 为吸入, $S < 0$ 为喷出; 反之, 若 $V_0 < 0$ 时, V_0 为吸入速度, 若 $V_0 > 0$ 时, V_0 为喷出速度.

2 数值解

运用 Runge-Kutta-Gill 算法^[23], 在边界条件(28)中, 求解非线性常微分方程组(24)到方程组(26); 打靶法猜测系统值 $f''(0)$, $\theta'(0)$ 和 $\phi'(0)$, 直到无限远处的边界条件 $f''(\infty)$, $\theta'(\infty)$ 和 $\phi'(\infty)$ 以指数速度衰减至 0. 计算采用符号与计算语言 Matlab 程序完成. 以步长 $\Delta\eta = 0.001$ 计算数值解的 η_{\max} ; 精度达到小数点第 5 位, 收敛条件满足; η_∞ 值每次迭代后, 取 $\eta_\infty = \eta_\infty + \Delta\eta$. 对每组参数 N, n, N_r, N_b 和 N_l 确定 η_∞ 的最大值, 要求 $\eta = 0$ 处未知边界条件误差小于 10^{-7} 时, 迭代成功. 就太阳能照射下的纳米流体, 流过多孔竖向延伸壁面时, 在不同的热分层参数、传导-辐射参数、Brown 运动参数和热泳参数下, 研究其对稳定的边界层流动的发展、热量的交

换和纳米粒子体积率的影响。下节将对计算结果进行详细地讨论。

3 结果及讨论

3.1 本文结果和已有文献结果的比较

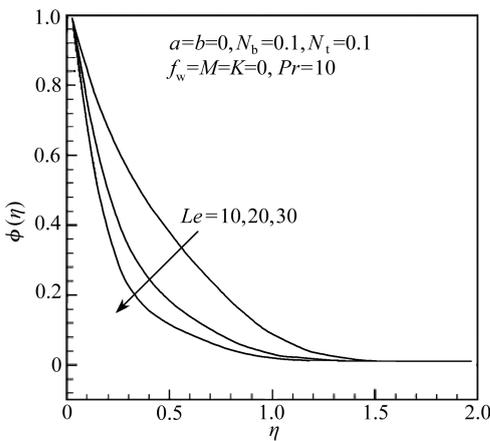
数值分析时取 $0.5 \leq N_b \leq 2.5, 0.5 \leq N_t \leq 2.0, 0.1 \leq n < 1.0, 0.1 \leq N < 2.0$ 和 $-2.0 \leq S \leq 1.0$ ，运用 Runge-Kutta-Gill 和打靶法，控制参数 Pr, n, N_r, N_b 和 N_t 取一些数值时，在边界条件(28)下，数值地求解方程组(24) ~ (26)。表1就 Pr 取不同值，忽略了 N_b 和 N_t 值的影响，将本文得到的 Nusselt 数 $-\theta'(0)$ 的结果，与 Khan 等的文献[24]，Wang 的文献[25]，Gorla 等的文献[26]的结果进行比较。比较发现对每一个 Pr 值，结果都吻合得很好。因此，可以确信，本文结果有着非常高的精度。

表1 本文结果 $-\theta'(0)$ 和已有文献结果的比较

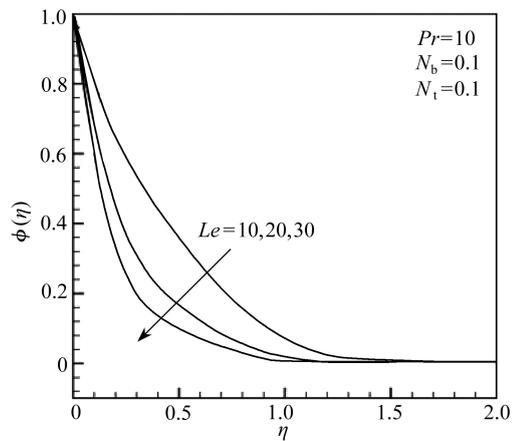
Table 1 Comparison of results for $-\theta'(0)$ with previous published works

Pr	$-\theta'(0)$ (reference[24])	$-\theta'(0)$ (reference[25])	$-\theta'(0)$ (reference[26])	$-\theta'(0)$ (present work)
0.07	0.066 3	0.065 6	0.065 6	0.066 129
0.20	0.169 1	0.169 1	0.169 1	0.169 136
0.70	0.453 9	0.453 9	0.534 9	0.454 285
2.00	0.911 3	0.911 3	0.911 3	0.911 423
7.00	1.895 4	1.895 4	1.890 5	0.895 264
20.00	3.353 9	3.353 9	3.353 9	3.353 853
70.00	6.462 1	6.462 2	6.462 2	6.462 189

无局部 Rayleigh 数 Ra_x 的情况下，为了确定本文数值解的精度，将本文结果与现有文献给出的精确解进行比较。图2(a)和图2(b)就 Lewis 数 Le 取不同数值时，给出了本文和文献[24]中纳米粒子体积率分布的比较。从图2中可以看到，本文结果和理论解一致性极好。当 N_b 和 N_t 值给定时，随着 Lewis 数增大，纳米粒子体积率下降。图2(a)和图2(b)中，比较 $Le = 10, Le = 20$ 和 $Le = 30$ 时的曲线可以发现，随着 Lewis 数的增加，使得纳米粒子体积率边界层的厚度出现减少。



(a) 本文结果
(a) Present result



(b) 文献[24]的结果
(b) Reference[24]

图2 纳米粒子体积率的分布

Fig.2 Comparison of the nanoparticles fraction profiles

3.2 Brown 运动分析

纳米粒子的体积率是研究纳米粒子流场和温度分布的一个关键参数. 图 3 和图 4 分别给出了 Brown 运动, 对纳米粒子的温度分布和体积率的影响. 图 3 和图 4 分别绘出了 Brown 运动参数 N_b 取不同数值时, 典型的纳米粒子温度和体积率的分布曲线. 可以看到, 随着 N_b 值的增加, 流体的温度在上升而体积率在下降. 有趣的是, 纳米粒子的 Brown 运动是在分子和纳米层面上, 决定其热行为的一个关键的纳米级机理. 在纳米流体系统中, 发生纳米粒子大小的 Brown 运动, 可以影响热交换特性. 当粒子的大小级达到纳米级时, 粒子的 Brown 运动以及它对周围环境液体的影响, 将在热交换中发挥重要作用.

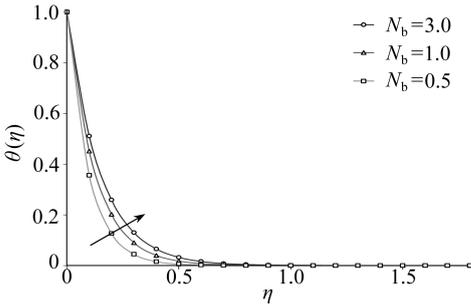


图 3 当 $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_t = 1.0$, $S = 2.0$, $N = 1.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$, $n = 0.5$ 时, N_b 取不同数值时的温度分布

Fig. 3 Temperature profiles for various values of N_b when $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_t = 1.0$, $S = 2.0$, $N = 1.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$, $n = 0.5$

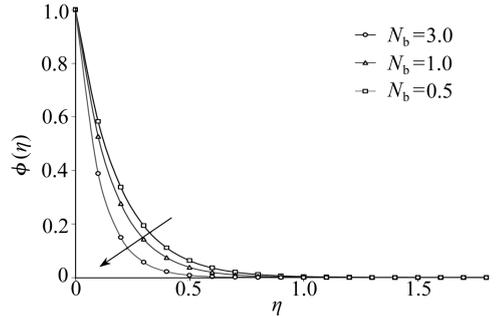


图 4 当 $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_t = 1.0$, $S = 2.0$, $N = 1.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$, $n = 0.5$ 时, N_b 对纳米粒子体积率的影响

Fig. 4 Effect of N_b over the nanoparticle volume fraction profiles when $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_t = 1.0$, $S = 2.0$, $N = 1.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$, $n = 0.5$

3.3 热泳粒子沉积分析

图 5 和图 6 分别给出了热泳参数 N_t 对温度和纳米粒子体积率的影响. 从图中可以看到, 随着 N_t 的增加, 流体的温度在上升, 然而纳米粒子体积率在下降. 值得注意的是, 正数 N_t 表示冷壁面, 而负数 N_t 表示热壁面. 对于热壁面来说, 热泳使纳米粒子边界层远离热壁面, 因为热壁面抵制亚微米大小粒子, 从而, 在壁面附近形成了一个无相关粒子的边界层, 结果, 纳米粒子分布只好在外面形成. 特别是随着热泳参数 N_t 的增加, 使得纳米粒子体积率分布曲线向壁面的倾斜稍有增加, 但是, 使纳米粒子体积率出现下降. 这种情况仅对小 Lewis 数时成立, 这时 Brown 运动的扩散影响, 比对流影响要大得多. 但是, 对大 Lewis 数时, Brown 运动的扩散影响, 比对流影响要小很多, 因而, 期待以热泳参数 N_t 来改变纳米粒子体积率的边界层.

尽管热泳在纳米流体自然对流中有着重要影响, 尚需考虑其它参数的影响, 其中包括由于纳米粒子的存在导致纳米流体有效粘度的提高, 以及由于体积率的变化导致密度的改变. 纳米粒子的体积率越大, 纳米流体越粘稠, 发生混合对流越困难, 因而, 自然对流的 Nusselt 数因高粘性的流体而减少. 另一方面, 通常纳米流体的分离因素是正的, 由于纳米粒子体积率的改变, 导致密度的变化, 被称为粒子浮力, 强烈地促进了纳米流体的对流热交换.

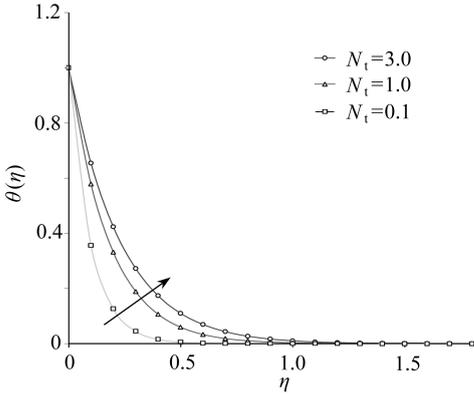


图5 当 $Pr = 2.0, Le = 3.0, N_b = 1.0, S = 2.0, N = 1.0, N_r = 0.5, M = 1.0, n = 0.5$ 时, N_i 取不同数值时的温度分布

Fig.5 Temperature profiles for various values of N_i when $Pr = 2.0, Le = 3.0, N_b = 1.0, S = 2.0, N = 1.0, N_r = 0.5, M = 1.0, n = 0.5$

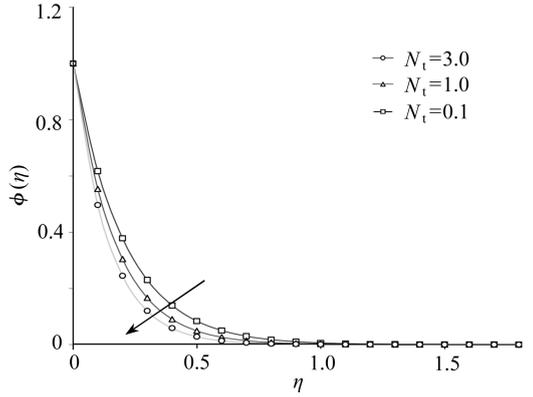


图6 当 $Pr = 2.0, Le = 3.0, N_b = 1.0, S = 2.0, N = 1.0, N_r = 0.5, M = 1.0, n = 0.5$ 时, N_i 对纳米粒子体积率的影响

Fig.6 Effect of N_i over the nanoparticle volume fraction profiles when $Pr = 2.0, Le = 3.0, N_b = 1.0, S = 2.0, N = 1.0, N_r = 0.5, M = 1.0, n = 0.5$

3.4 吸入或喷出参数分析

当热泳粒子的沉积作用均匀 ($N_t = 1.0$) 时, 图7至图9在不同吸入/喷出参数 S 时, 分别给出了速度、温度和纳米粒子体积率的分布曲线。随着吸入参数值 ($S > 0$) 的增加, 速度出现下降 (见图7), 吸入导致边界层区域流体的速度减少。在吸入情况下, 受热流体被推向壁面, 但是浮力起着阻滞的作用, 由于 Brown 运动影响的存在, 这又导致壁面剪切应力的下降。

当 $Pr = 2.0, N_b = 1.0$, 热泳粒子沉积作用均匀即 $N_t = 1.0$ 时, 随着吸入参数值 $S > 0$ 的增加, 图8和图9展示边界层中的温度 $\theta(\eta)$ 和纳米粒子体积率 $\phi(\eta)$ 都是减少的。这个现象可以这样解释, 在吸入情况下, 流体被推向壁面, 使得热边界层和纳米粒子体积率边界层厚度减少。壁面的吸入作用不仅使速度边界层厚度减少, 同样也使热边界层和纳米粒子体积率边界层厚度减少, 即热边界层和纳米粒子体积率边界层厚度变薄。由此, 如果迫使流体从壁面喷出, 则会出现完全相反的情况, 图7至图9中也可以清楚地看到这一点。图7至图9分别得到的速度、温度和纳米粒子体积率分布曲线, 渐近地满足远场边界条件(28), 支持所得到的数值解。

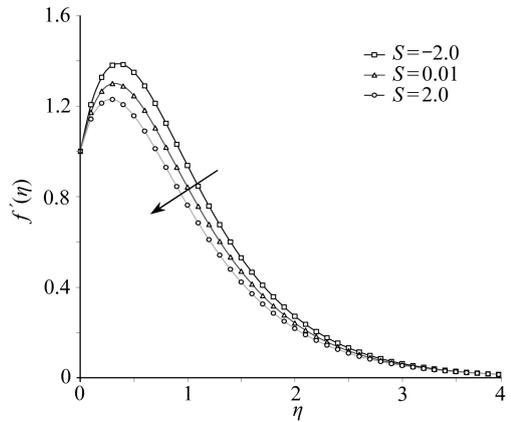


图7 当 $Pr = 2.0, Le = 3.0, N_t = 1.0, N_b = 1.0, N = 1.0, N_r = 0.5, M = 1.0, n = 0.5$ 时, 吸入或喷出对速度分布的影响

Fig.7 Effect of Suction/injection over the velocity profiles when $Pr = 2.0, Le = 3.0, N_t = 1.0, N_b = 1.0, N = 1.0, N_r = 0.5, M = 1.0, n = 0.5$

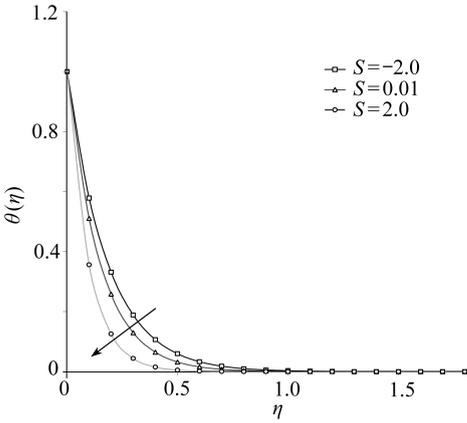


图 8 当 $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_t = 1.0$, $N_b = 1.0$, $N = 1.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$, $n = 0.5$ 时, 吸入或喷出对温度分布的影响

Fig. 8 Effect of Suction/injection over the temperature profiles when $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_b = 1.0$, $N_t = 1.0$, $N = 1.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$, $n = 0.5$

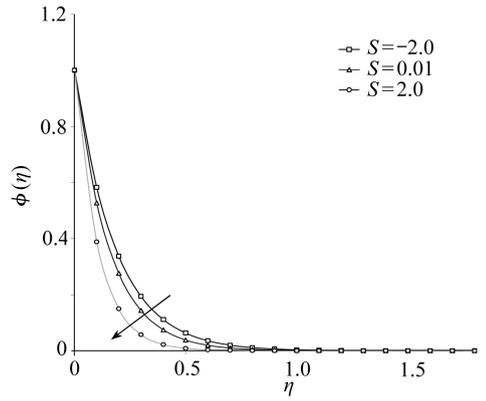


图 9 当 $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_t = 1.0$, $N_b = 1.0$, $N = 1.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$, $n = 0.5$ 时, 吸入或喷出对纳米粒子体积率分布的影响

Fig. 9 Effect of Suction/injection over the nanoparticle volume fraction profiles when $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_b = 1.0$, $N_t = 1.0$, $N = 1.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$, $n = 0.5$

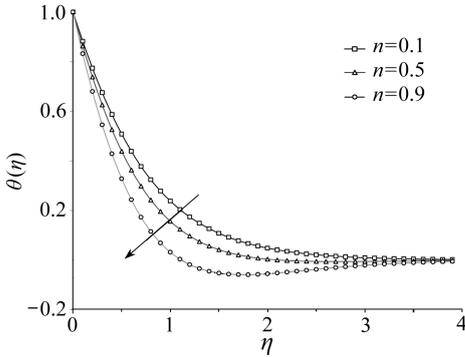


图 10 当 $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_t = 0.5$, $N_b = 0.1$, $N = 1.0$, $S = 2.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$ 时, 热分层参数对温度分布的影响

Fig. 10 Thermal stratification effect over the temperature profiles when $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_b = 0.1$, $N_t = 0.5$, $N = 1.0$, $S = 2.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$

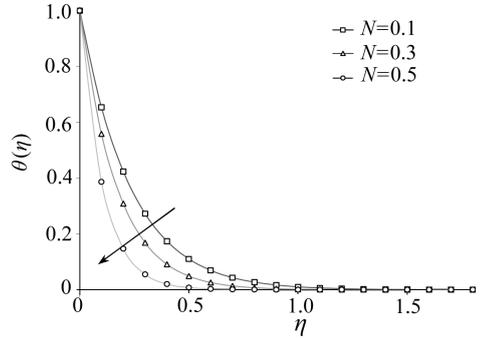


图 11 当 $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_t = 0.5$, $N_b = 0.1$, $S = 2.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$ 时, 传导-辐射参数对温度分布的影响

Fig. 11 Effect of conductive radiation over the temperature profiles when $Pr = 2.0$, $Le = 3.0$, $N_b = 0.1$, $N_t = 0.5$, $S = 2.0$, $N_r = 0.5$, $M = 1.0$

3.5 热分层的影响

在均匀的 Brown 运动下, 图 10 给出了热分层参数取不同数值时典型的温度分布. 从图中可以清楚地看到, 随着热分层参数的加强, 流体温度出现降低, 但纳米粒子体积率没有明显变化. 特别是当热分层参数强度比热泳和 Brown 运动参数大时, 流体温度逐渐从较高数值变化为较低数值. 一个有趣的热交换现象是, 当 $0.9 \leq n < 1$ 时, 温度曲线出现明显的扭曲变形, 当 $n = 0.9$ ($N_b = 0.1$ 和 $N_t = 0.5$) 时, 边界外部温度出现负值. 由此可知, 有热分层存在时, 热泳和

Brown 运动的联合效应在热交换中扮演着重要的角色。

3.6 对流-辐射的分析

图 11 给出了在纳米流体中对流-辐射参数 N 取不同值时典型的温度分布。对于一个特定的 N 值, Pr 的增加, 使温度随着热边界层厚度的减少而下降。进一步地, 对于一个给定的 Pr , 温度随着 N 的增加而下降。这样的结果可以用如下事实解释: 给定 k^* 和 T_∞ , $N = 4\sigma_1\theta^3/((\rho c_p)_f k^*)$ 减少, 意味着 Rosseland 辐射吸收系数 k^* 的减少。根据式(2)和式(3), 随着 $(\rho c_p)_f$ 的增加, 辐射热通量散度 $\partial q_{\text{rad}}''/\partial y$ 的增加, 依次出现, 辐射热交换率的增加。因此, 流体温度在下降。鉴于此, 当 $N \rightarrow 0 (N \neq 0)$ 时辐射效应更为重要, 同时, 当 $N \rightarrow \infty$ 时辐射效应就可以忽略不计。

综上所述, 温度随着传导-辐射参数 N 的增加而下降, 辐射参数 N 是流域中温度下降的重要原因。辐射参数的增加, 意味着来自流域热能的释放, 从而使流体温度下降, 热边界层厚度随之变薄。所有这些物理现象, 都是由纳米流体中热泳粒子的沉积和 Brown 运动的共同作用所造成。

4 结 论

本文对一块嵌入多孔介质中的、理想化的竖向透明平板, 研究吸热液体在太阳辐射下引起的浮力感应流。使用一个说明纳米粒子/基流体相对速度机理的模型, 控制方程中综合考虑了 Brown 运动和热泳的影响。由此发现, 纳米粒子体积率是研究纳米粒子流场和温度分布影响的一个关键性参数。还可以看出, 只有当吸入/喷出速度分布按 $x^{-1/4}$ 变化时, 数值求解才可能存在。有趣的是, 热分层的存在, Brown 运动和热泳粒子的沉积作用, 对边界层流场有实际影响, 因而, 对从壁面到流体的热交换和纳米粒子体积率也有实际影响。特别是因为均匀辐射, 随着 Brown 运动的增加流体温度在上升, 而纳米粒子体积率在减少。在分子和纳米层面上, 纳米粒子的 Brown 运动, 是一个控制其热行为为纳米级机理的关键。纳米流体系统中, 热分层的存在, 纳米粒子大小的 Brown 运动和热泳的发生, 可能影响热交换特性。辐射参数的增加, 表明来自流域热能的释放, 因而使流体的温度下降, 热边界层厚度变薄。纳米粒子还提供改善液体辐射特性的能力, 从而直接提高太阳能集热器的效率。还可以发现, 均匀辐射的存在, 随着磁场参数的增加, 动量边界层的厚度在减少, 而热边界层厚度在增加。

纳米流体的自然对流, 微小颗粒的沉淀, 在太阳能集热器中有着广泛的应用。本文的研究, 直接有利于下一代薄膜太阳能集热器的开发、热交换技术、使用竖向壁面的材料加工、地热能源的储存, 以及所有其他能明显增加传热的工艺流程。本文的分析有助于工程师们了解沉积过程中最重要的因素。纳米粒子的技术运用之一, 用于含纳米粒子悬浮液的热交换流体, 热系统的冷却问题。因此, 在受太阳辐射的纳米流体中, 热泳粒子沉淀和 Brown 运动的组合影响, 在基础和应用研究中引起人们极大的兴趣。

致谢 作者衷心感谢马来西亚敦胡先翁大学副校长和 FSPTi(科学技术与人类发展学院)主任、印度安那大学副校长和机械工程系主任、斯里古鲁技术学院和 RMK 工程学院主席的鼓励和帮助。

参考文献 (References):

- [1] Otanicar T P, Phelan P E, Golden J S. Optical properties of liquids for direct absorption solar thermal energy systems[J]. *Solar Energy*, 2009, **83**(7): 969-977.

- [2] Richard K S, Lee S M. 800 hours of operational experience from a 2 kW solar dynamic system [C]//Mohamed S El-Genk. *Space Technology and Application International Forum*, 1999: 1426-1431.
- [3] Odeh S D, Behnia M, Morrison G L. Performance evaluation of solar thermal electric generation systems[J]. *Energy Conversion and Management*, 2003, **44**(4): 2425-2443.
- [4] Clausing A. Analysis of convective losses from cavity solar central receivers[J]. *Solar Energy*, 1981, **27**(1): 295-300.
- [5] Dehghan A A, Behnia M. Combined natural convection conduction and radiation heat transfer in a discretely heated open cavity[J]. *Journal of Heat Transfer*, 1996, **118**(1): 56-65.
- [6] Muftuoglu A, Bilgen E. Heat transfer in inclined rectangular receivers for concentrated solar radiation[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2008, **35**(5): 551-556.
- [7] Kennedy C E. Review of mid- to high-temperature solar selective absorber materials[R]. NREL/TP-520-31267, Golden CO. National Renewable Energy Laboratory, 2002.
- [8] Trieb F, Nitsch J. Recommendations for the market introduction of solar thermal power stations[J]. *Renewable Energy*, 1998, **14**(1):17-22.
- [9] 林培锋, 林建忠. 纳米粒子在弯管中的输运和沉降特性[J]. 应用数学和力学, 2009, **30**(10): 895-906. (LIN Pei-feng, LIN Jian-zhong. Prediction of nanoparticle transport and deposition in bends[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English edition)*, 2009, **30**(8): 957-968.)
- [10] LIN Jian-zhong, LIN Pei-feng, CHEN Hua-jun. Research on the transport and deposition of nanoparticles in a rotating curved pipe[J]. *Physics of Fluids*, 2009, **21**(12):1-11.
- [11] Masuda H, Ebata A, Teramae K, Hishinuma N. Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles[J]. *Netsu Bussei*, 1993, **7**(2):227-233.
- [12] Buongiorno J, Hu W. Nanofluid coolants for advanced nuclear power plants[C]//*Proceedings of ICAPP*,05. Paper N05705. Seoul, 2005.
- [13] Buongiorno J. Convective transport in nanofluids[J]. *ASME J Heat Transfer*, 2006, **128**(1): 240-250.
- [14] Kuznetsov A V, Nield D A. Natural convective boundary-layer flow of a nanofluid past a vertical plate[J]. *Int J Thermal Sci*, 2010, **49**(2): 243-247.
- [15] Nield D A, Kuznetsov A V. The Cheng-Minkowycz problem for natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2009, **52**(25/26): 5792-5795.
- [16] Cheng P, Minkowycz W J. Free convection about a vertical flat plate embedded in a porous medium with application to heat transfer from a dike[J]. *J Geophys Res*, 1977, **82**(14): 2040-2044.
- [17] Oberlack M. Similarity in non-rotating and rotating turbulent pipe flows[J]. *J Fluid Mech*, 1999, **379**: 1-22.
- [18] Bluman G W, Kumei M. *Symmetries and Differential Equations*[M]. NY: Springer-Verlag, 1989.
- [19] Pakdemirli M, Yurusoy M. Similarity transformations for partial differential equations[J]. *SI-AM Rev*, 1998, **40**(1): 96-101.
- [20] Aminossadati S M, Ghasemi B. Natural convection cooling of a localized heat source at the bottom of a nanofluid-filled enclosure[J]. *Eur J Mech B/Fluids*, 2009, **28**(5): 630-640.
- [21] Akira Nakayama, Hitoshi Koyama. Similarity solutions for buoyancy induced flows over a

- non-isothermal curved surface in a thermally stratified porous medium[J]. *Applied Scientific Research*, 1989, **46**(1):309-314.
- [22] Brewster M Q. *Thermal Radiative Transfer Properties*[M]. NY: John Wiley & Sons, 1972.
- [23] Gill S. A process for the step-by-step integration of differential equations in an automatic digital computing machine[J]. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 1951, **47**(1):96-108.
- [24] Khan W A, Pop I. Boundary-layer flow of a nanofluid past a stretching sheet[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, **53**(5):2477-2483.
- [25] Wang C Y. Free convection on a vertical stretching surface[J]. *ZAMM*, 1989, **69**(3):418-420.
- [26] Gorla R S R, Sidawi I. Free convection on a vertical stretching surface with suction and blowing[J]. *Appl Sci Res*, 1994, **52**(1): 247-257.

Thermophoresis and Brownian Motion Effects on Boundary-Layer Flow of a Nanofluid in the Presence of Thermal Stratification Due to Solar Energy

N. Anbuezhian¹, K. Srinivasan², K. Chandrasekaran³, R. Kandasamy⁴

- (1. *Department of Mechanical Engineering, Sri Guru Institute of Technology, TN, India;*
2. *Department of Mechanical Engineering, Anna University, India;*
3. *Department of Mechanical Engineering, R. M. K. Engineering College, Chennai, India;*
4. *Research Centre for Computational Mathematics, FSTPi, Universiti Tun Hussein Onn Malaysia, Malaysia*)

Abstract: The problem of laminar fluid flow resulted from the stretching of a vertical surface with variable stream conditions in a nanofluid due to solar energy was investigated numerically. The model used for the nanofluid incorporated the effects of Brownian motion and thermophoresis in the presence of thermal stratification. The symmetry groups admitted by the corresponding boundary value problem were obtained by using a special form of Lie group transformations viz. scaling group of transformations. An exact solution was obtained for translation symmetry and numerical solutions for scaling symmetry. This solution depended on a Lewis number, Brownian motion parameter, thermal stratification parameter and thermophoretic parameter. The conclusion was drawn that the flow field and temperature and nanoparticle volume fraction profiles were significantly influenced by these parameters. Nanofluids were shown to increase the thermal conductivity and convective heat transfer performance of the base liquids. Nanoparticles in the base fluid also offered the potential of improving the radiative properties of the liquids, leading to an increase in the efficiency of direct absorption solar collectors.

Key words: solar radiation; Brownian motion; nanofluids; thermophoresis; thermal stratification