

饱和纳米流体多孔介质中竖直嵌入板上边界层的非 Newton 流*

F·M·哈迪¹, F·S·艾伯拉赫门¹,
S·M·阿卜杜勒·盖德², M·R·艾德²

(1. 阿斯尤特大学 理学院 数学系, 阿斯尤特 71516, 埃及;
2. 阿斯尤特大学 教育学院, 科学与数学系, 新谷 72111, 埃及)

摘要: 在层流条件下, 对饱和多孔介质中的竖直板, 研究幂指数型非 Newton 流的自由对流热交换. 非 Newton 纳米流体服从幂指数型的数学模型, 模型综合考虑了 Brown 运动和热泳的影响. 通过相似变换, 将问题的偏微分控制方程组, 转化为常微分方程组, 得到了常微分方程组的数值解. 数值解依赖于幂指数 n , Lewis 数 Le , 浮力比 Nr , Brown 运动参数 Nb , 以及热泳参数 Nt . 在 n 和 Le 的不同取值下, 研究并讨论了对相关流体性质参数的影响和简化的 Nusselt 数.

关键词: 非 Newton 流体; 自由对流; 纳米流体; 多孔介质

中图分类号: O357.3 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.12.007

符 号 说 明

D_B	Brown 扩散系数	D_T	热泳扩散系数
f	变换后纳米颗粒的体积率 (见方程(11))	n	幂指数型非 Newton 流体的粘性指数, $n \geq 0$
g	重力加速度	k_m	有效的热传导系数
K	多孔介质的渗透率	Le	Lewis 数(见方程(17))
Nr	浮力比(见方程(17))	Nb	Brown 运动参数(见方程(17))
Nt	热泳参数(见方程(17))	Nu	Nusselt 数(见方程(18))
Nu_T	简化的 Nusselt 数, $Nu/Ra_x^{1/2}$	q_w	壁面的热通量
Ra_x	修正的 Rayleigh 数(见方程(12))	s	无量纲的流函数(见方程(11))
T	温度	T_w	竖直板上的壁面温度
T_∞	$y \rightarrow \infty$ 时的环境温度	u, v	Darcy 速度的 x 和 y 方向分量
x, y	直角坐标	α_m	热扩散系数(见方程(6))
β	非 Newton 流体的体积膨胀系数	ε	多孔介质的空隙率

* 收稿日期: 2010-12-13; 修订日期: 2011-09-19

作者简介: M. R. Eid, 博士(联系人. E-mail: m_r_eid@yahoo.com).

本文原文为英文, 吴承平 译, 张禄坤 校.

η	相似变量(见方程(11))	θ	无量纲温度(见方程(11))
μ	非 Newton 流体的有效粘度	ρ_f	非 Newton 流体的密度
ρ_p	纳米颗粒的质量密度	$(\rho c)_f$	流体的热容量
$(\rho c)_m$	多孔介质的有效热容量	$(\rho c)_p$	纳米颗粒材料的有效热容量
τ	参数(见方程(6))	ϕ	纳米颗粒的体积率
ϕ_w	竖直板上纳米颗粒的体积率	ϕ_∞	$y \rightarrow \infty$ 时纳米颗粒的环境体积率
ψ	流函数(见方程(11))		

引 言

纳米技术被认为是推动本世纪下一次产业革命的一支重要力量,它代表了目前正在探索的最为关键的技术前沿。纳米流体的热交换是一种创新技术,它能够提高热交换的效率。纳米流体是纳米的固体颗粒(直径为 1 ~ 100 nm),在传统的液体(如水、油和乙二醇)中的悬浮液体。根据文献[1-9],低浓度(体积率 1 ~ 5%)的纳米固体颗粒混合液,热传导率可以提高 40%,依赖于纳米固体颗粒的形状、大小和热传导性能。纳米流体是稳定的,它可以在非常小的压力差下传递,还可以通过纳米级管道传递(更多的实例,请参见文献[10])。词“纳米流体”最先由 Choi 在文献[11]中提出。Xuan 和 Li^[12]指出,纳米颗粒的体积率越高,其粘度急剧增大,会抑制纳米流体热交换的增加。因此,慎重地选择合适的纳米颗粒体积率,达到增加热传导的效率是重要的。Buongiorno^[13]指出,纳米颗粒的绝对速度可以看作基流体的速度和相对速度(也称为滑移速度)之和。他依次考虑了 7 种滑移机制:惯性、Brown 扩散、热泳、扩散电泳、Magnus 效应、流体泄漏(fluid drainage)、重力调整(gravity settling)。该模型正是本文研究的基础。Wang 和 Mujumdar^[14]对纳米流体的热传导特性进行了评论。

在过去的数十年间,饱和流体多孔介质中的热交换,由于现代工业中大量的实际应用,引起了人们的广泛兴趣。如出于能源考虑的建筑构件设计、地下水中污染物扩散的控制、紧凑型的换热器、太阳能动力的收集、食品工业等。Hady 等^[15]对嵌入多孔介质中的竖直正弦波浪板,非 Newton 流体的非 Darcy 自由对流问题进行过报道。Hady 和 Ibrahim^[16]在幂指数型饱和的非 Newton 流体多孔介质中,就各向同性固体基,对嵌入平板的强迫对流热交换率的影响进行了研究。Mahdy 和 Hady^[17]在有磁场存在时,对饱和的非 Newton 流体多孔介质中嵌入的平板,研究了热泳颗粒沉积对自由对流的影响。Cheng 和 Minkowycz^[18]对一个嵌入饱和流体多孔介质中的竖直板,竖直板温度按离主要边距离的幂指数变化时,研究竖直板上的自由对流问题。Cheng 和 Chang^[19]假设平板水平表面温度按离原点距离的幂指数变化时,研究了平板的自然对流热交换。Lesnic 等^[20-21]对嵌入按 Newton 方式加热的多孔介质中的竖直或水平表面,调查表面上自然对流边界层的流动。Rastogi 和 Poulikakos^[22]在一个幂指数型非 Newton 饱和流体的多孔介质中,调查平板上的双向扩散问题。

Nield 和 Kuznetsov^[23-24]解析研究了饱和纳米流体多孔介质中水平层的对流问题,所使用的模型综合考虑了 Brown 运动及热泳的影响。解析表明,对典型的纳米流体(大 Lewis 数)的影响,主要来自浮力的影响,外加纳米颗粒的守恒性。在热能方程中,纳米颗粒的贡献是一个二阶的效应,并建立起 Brinkman 模型。求得的热临界 Rayleigh 数有可能大量地减小或增大,取决于基本纳米颗粒的分布:纳米颗粒上面重,还是下面重。纳米颗粒分布下面重时,可能出现振荡的不稳定。Nield 和 Kuznetsov^[25]在一个纳米流体饱和的多孔介质中,解析研究了垂直板上自然对

流的 Cheng-Minkowycz 问题. Hamad 和 Bashir^[26] 研究了幂指数非 Newton 纳米流体在伸展表面上的强迫对流热交换. 用相似解求解 Darcy 模型: 纳米流体综合 Brown 运动和热泳的影响, Khan 和 Pop 在文献[27]中针对流过伸展表面的纳米流体数值求解了这个问题.

最近, Hamad 等^[28] 对嵌入纳米流体多孔介质中竖直的半无限柱体, 研究自然对流边界层流动的局部相似解. 从事该课题的研究人员, 多数将纳米流体作为 Newton 流体处理. 只有极少数人开始考虑纳米流体的非 Newton 特征(参见 Hojjat 等的文献[29-32]). 本文应用 Buongiorno^[13] 模型, 将 Nield 和 Kuznetsov^[25] 的研究结果, 推广到非 Newton 纳米流体.

1 问题的公式化表示

考虑幂指数型非 Newton 流体, 在竖直板上作稳定的二维自由对流边界层流动, 竖直板嵌入饱和的纳米流体的多孔介质中. 选择坐标系的 x 轴竖直向上, 竖直板位于 $y = 0$ 处. 边界上的温度 T 和纳米颗粒体积率 ϕ , 分别取为常数 T_w 和 ϕ_w ; 当 y 趋于无穷大时, T 和 ϕ 的环境值分别为 T_∞ 和 ϕ_∞ . 假设多孔介质的孔隙率为 ε , 渗透率为 K . Darcy 速度为 \mathbf{v} , 这里 $\mathbf{v} = (u, v)$. 考虑 Oberbeck-Boussinesq 近似, 并假设纳米颗粒浓度是稀释的, 同时, 悬浮的纳米颗粒及其基液是热平衡的. 根据上面的假设, 幂指数型非 Newton 纳米流体中的边界层方程(参见 Nield 及 Kuznetsov 的文献[24-25])为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$u^n = \frac{K}{\mu} [(1 - \phi_\infty)\rho_{f\infty}\beta g(T - T_\infty) - (\rho_p - \rho_{f\infty})g(\phi - \phi_\infty)], \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \tau \left[D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right], \quad (3)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = D_B \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (4)$$

对应的边界条件为

$$\begin{cases} \text{当 } y = 0: v = 0; T = T_w; \phi = \phi_w, \\ \text{当 } y \rightarrow \infty: u = v = 0; T \rightarrow T_\infty; \phi \rightarrow \phi_\infty, \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\alpha_m = \frac{k_m}{(\rho c)_f}, \quad \tau = \frac{\varepsilon(\rho c)_p}{(\rho c)_f}, \quad (6)$$

这里的 u, v 分别为沿 x, y 方向的速度分量, n 为幂指数型非 Newton 纳米流体的粘性指数, ρ_f 为密度, μ 为有效粘度, β 为体积膨胀系数, ρ_p 为纳米颗粒的质量密度, g 为重力加速度, 引入有效的热容量 $(\rho c)_m$, 有效的热传导系数 k_m , 热扩散系数 α_m ; 另外, 方程(3)、(4)中的系数 D_B 为 Brown 扩散系数, D_T 为热泳扩散系数. 方程(3)、(4)的推导, 可参见文献[13]和[23-24]. 使得连续性方程自动满足, 如下定义流函数 $\psi(x, y)$:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (7)$$

方程(2)至(4)变为

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^n = \frac{K}{\mu} [(1 - \phi_\infty)\rho_{f\infty}\beta g(T - T_\infty) - (\rho_p - \rho_{f\infty})g(\phi - \phi_\infty)], \quad (8)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \tau \left[D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right], \quad (9)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = D_B \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (10)$$

取无量纲变量^[25]:

$$\begin{cases} \eta = \frac{y}{x} Ra_x^{1/2}, \quad \psi = \alpha_m Ra_x^{1/2} s(\eta), \\ \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad f(\eta) = \frac{\phi - \phi_\infty}{\phi_w - \phi_\infty}, \end{cases} \quad (11)$$

其中 Ra_x 为修正的 Rayleigh 数, 定义为

$$Ra_x = \left(\frac{x}{\alpha_m} \right) \left[\frac{(1 - \phi_\infty) K \rho_{f\infty} \beta g (T_w - T_\infty)}{\mu} \right]^{1/n}. \quad (12)$$

将方程(11)代入方程(8)~(10), 得到如下常微分方程组:

$$s' = [\theta - Nr f]^{1/n}, \quad (13)$$

$$\theta'' + \frac{1}{2} s \theta' + Nbf' \theta' + Nt \theta'^2 = 0, \quad (14)$$

$$f'' + \frac{1}{2} Lef' s + \frac{Nt}{Nb} \theta'' = 0, \quad (15)$$

对应的边界条件为

$$\begin{cases} \text{当 } \eta = 0: s = 0, \theta = 1, f = 1, \\ \text{当 } \eta \rightarrow \infty: s' = 0, \theta = 0, f = 0, \end{cases} \quad (16)$$

其中撇号表示对于 η 的导数. 4 个参数定义如下:

$$\begin{cases} Nr = \frac{(\rho_p - \rho_{f\infty})(\phi_w - \phi_\infty)}{\rho_{f\infty} \beta (1 - \phi_\infty)(T_w - T_\infty)}, \quad Nb = \varepsilon \frac{(\rho c)_p D_B (\phi_w - \phi_\infty)}{(\rho c)_f \alpha_m}, \\ Nt = \varepsilon \frac{(\rho c)_p D_T (T_w - T_\infty)}{(\rho c)_f \alpha_m T_\infty}, \quad Le = \frac{\alpha_m}{\varepsilon D_B}, \end{cases} \quad (17)$$

这里 Le 表示 Lewis 数, Nr 表示浮力比, Nb 表示 Brown 运动参数, Nt 表示热泳参数. 重要的是注意, 当方程(13)~(15)中的 Nr, Nb, Nt 为 0 时, 该边值问题简化为非 Newton 流体流过竖直表面时, 经典的传热传质问题. (成为不相称的 f 边值问题, 因而没有物理意义). 本研究我们感兴趣的量是 Nusselt 数, 定义为

$$Nu = \frac{x q_w}{k_m (T_w - T_\infty)}, \quad (18)$$

其中 q_w 为壁面的热通量. 利用变量(11), 有

$$Nu/Ra_x^{1/2} = -\theta'(0). \quad (19)$$

2 结果和讨论

本文通过相似变换的简化, 在饱和和纳米流体的多孔介质中, 讨论纳米颗粒对流过竖直板边界层非 Newton 流动的影响. 相似变换简化了原始变量的解析解, 由方程(13)~(16)得到. 这里, 令人感兴趣的物理量 Nusselt 数 Nu 由方程(19)给出. 使用隐式有限差分法, 对某些控制参数 n 和 Le , 在边界条件(16)下, 数值地求解方程(13)~(15). 表 1 就 Newton 流体 ($n = 1$), Le

取不同数值时,给出了 Nield 和 Kuznetsov 的文献[25]的结果(简化的 Nusselt 数),与本文结果的比较.表 1 的比较表明,对每一个 Le 值,结果都吻合得很好.因此可以说,本文的结果是非常正确的.表 2 就不同的 Le 值和不同 $n(=0.2,0.5,0.8,1.0)$ 值,给出了简化 Nusselt 数 Nu_r 下,回归系数 C_r, C_b 和 C_t 的变化.

表 1 就 Newton 流体 ($n = 1$)、简化的 Nusselt 数 Nu_r , 对 Nield & Kuznetsov^[25] 和本文的线性回归系数 C_r, C_b 和 C_t 的比较(其中 C_r, C_b 和 C_t 是线性回归评价式

$$Nu_{r\ est}/Re_x^{1/2} = 0.444 + C_r Nr + C_b Nb + C_t Nt \text{ 的系数, } Nr, Nb, Nt \text{ 的取值区间为 } [0, 0.5])$$

Table 1 Comparison between the linear regression coefficients for the study of Nield and Kuznetsov^[25] and the present study (the case of Newtonian fluid $n = 1$ for the reduced Nusselt number.

Here C_r, C_b and C_t are the coefficients in the linear regression estimate

$$Nu_{r\ est}/Ra_x^{1/2} = 0.444 + C_r Nr + C_b Nb + C_t Nt, \text{ applicable for } Nr, Nb, Nt \text{ each in } [0, 0.5])$$

Le	Nield and Kuznetsov ^[25]			present study		
	C_r	C_b	C_t	C_r	C_b	C_t
1	-0.309	-0.060	-0.166	-0.309 46	-0.059 80	-0.165 95
2	-0.230	-0.129	-0.162	-0.230 41	-0.128 91	-0.162 28
5	-0.148	-0.209	-0.152	-0.148 48	-0.208 80	-0.151 90
10	-0.111	-0.245	-0.150	-0.111 08	-0.244 56	-0.149 80
20	-0.086	-0.268	-0.149	-0.085 71	-0.268 32	-0.149 03
50	-0.064	-0.288	-0.149	-0.063 86	-0.288 30	-0.148 67
100	-0.053	-0.298	-0.148	-0.053 06	-0.297 95	-0.148 56
200	-0.045	-0.304	-0.148	-0.045 59	-0.304 42	-0.148 51
500	-0.039	-0.310	-0.148	-0.038 31	-0.311 63	-0.148 51
1 000	-0.036	-0.313	-0.148	-0.036 67	-0.313 46	-0.147 80

表 2 取不同 n 值时,简化 Nusselt 数 Nu_r 的线性回归系数 C_r, C_b, C_t

Table 2 The linear regression coefficients C_r, C_b and C_t for the reduced Nusselt number for different values of n

Le	$n = 0.2$			$n = 0.5$			$n = 0.8$		
	C_r	C_b	C_t	C_r	C_b	C_t	C_r	C_b	C_t
1	-0.472 64	-0.269 70	-0.272 86	-0.418 97	-0.140 33	-0.195 58	-0.322 96	-0.101 20	-0.164 46
2	-0.466 22	-0.275 61	-0.271 81	-0.371 66	-0.167 99	-0.201 98	-0.265 90	-0.146 14	-0.169 09
5	-0.449 24	-0.281 67	-0.266 06	-0.290 09	-0.220 99	-0.198 42	-0.188 27	-0.212 15	-0.164 78
10	-0.412 63	-0.291 05	-0.263 02	-0.236 79	-0.256 38	-0.193 61	-0.146 21	-0.247 79	-0.162 02
20	-0.367 53	-0.306 45	-0.258 56	-0.196 18	-0.281 95	-0.190 56	-0.101 90	-0.268 91	-0.154 29
50	-0.313 29	-0.326 47	-0.253 00	-0.158 60	-0.304 75	-0.188 07	-0.077 22	-0.289 11	-0.153 88
100	-0.280 26	-0.338 58	-0.250 23	-0.139 16	-0.316 03	-0.187 08	-0.064 68	-0.299 04	-0.153 69
200	-0.254 35	-0.347 88	-0.248 49	-0.125 25	-0.323 79	-0.186 53	-0.055 77	-0.305 91	-0.153 60
500	-0.229 30	-0.356 60	-0.247 27	-0.112 04	-0.331 21	-0.186 44	-0.047 87	-0.311 90	-0.153 52
1 000	-0.215 87	-0.361 24	-0.246 80	-0.106 28	-0.334 79	-0.185 92	-0.044 06	-0.314 58	-0.153 49

Nield 和 Kuznetsov 进一步在文献[25]中,对简化的 Nusselt 数,得到简单的线性多元回归评估式 $Nu_{r\ est}$, 组合考虑了浮力比、Brown 运动参数、热泳参数的影响,其中 $Le = 10$,对区间 $[0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5]$ 中 125 组 Nr, Nb, Nt 的取值,计算 $Nu_r = Nu/Ra_x^{1/2}$ 值,完成结果的线性回归.这些线性回归评估式可以写成

$$\begin{cases} Nu_{r\ est} = 0.444 - 0.412\ 63Nr - 0.291\ 05Nb - 0.263\ 02Nt, & n = 0.2 \text{ 时}, \\ Nu_{r\ est} = 0.444 - 0.236\ 79Nr - 0.256\ 38Nb - 0.193\ 61Nt, & n = 0.5 \text{ 时}, \\ Nu_{r\ est} = 0.444 - 0.146\ 21Nr - 0.247\ 79Nb - 0.162\ 02Nt, & n = 0.8 \text{ 时}. \end{cases} \quad (20)$$

这些带回归系数的评估公式结果对血液流体 ($n = 0.8$) 尤为重要. 我们相信对大多数实际使用, 简单的线性回归公式(20) 已经足够了. 选择典型情况: $Le = 10, Nr = 0.5, Nb = 0.5, Nt = 0.5$, 图1 ~ 图3 分别绘出相似变量 $s(\eta), \theta(\eta)$ 和 $f(\eta)$ 的变化图形. 正如所预期的, 对规则的非 Newton 流体, 温度函数 $\theta(\eta)$ 的边界层分布本质上都一样. 温度分布曲线收敛比流函数分布曲线要快. 然而当 $Le > 1$ 时, 质量率函数 $f(\eta)$ 的边界层厚度比热边界层厚度要小. 图1 ~ 图3 对所选取的参数 Nr, Nb 和 Nt 值, 分别给出了 n 对流函数 s 、温度分布 θ 和纳米颗粒体积率 f 的影响. 可以看出, 温度和纳米颗粒体积率随 n 的增大而减小, 而流函数正相反.

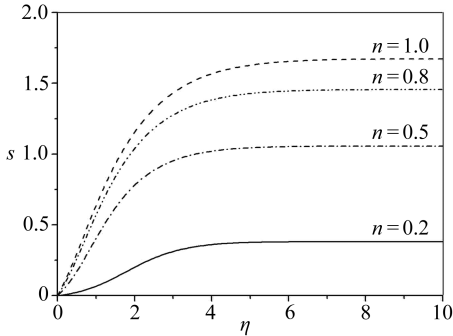


图1 $Le = 10, Nr = Nb = Nt = 0.5$ 时, n 对无量纲流函数分布的影响

Fig.1 Effects of n on the dimensionless stream function distribution at $n = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$ where $Le = 10, Nr = Nb = Nt = 0.5$

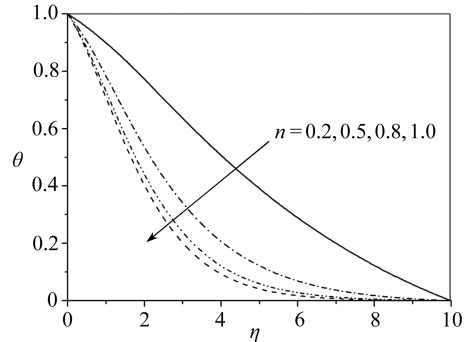


图2 $Le = 10, Nr = Nb = Nt = 0.5$ 时, n 对温度分布的影响

Fig.2 Effects of n on the temperature distribution at $n = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$ where $Le = 10, Nr = Nb = Nt = 0.5$

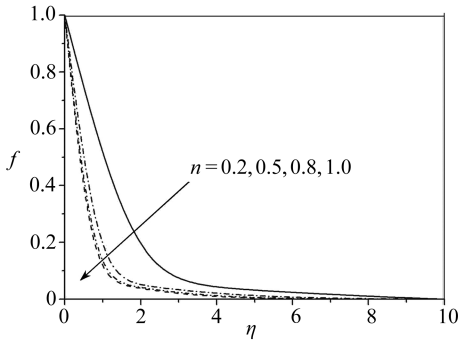


图3 $Le = 10, Nr = Nb = Nt = 0.5$ 时, n 对纳米颗粒体积率的影响

Fig.3 Effects of n on the nanoparticles volume fraction distribution at $n = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$ where $Le = 10, Nr = Nb = Nt = 0.5$

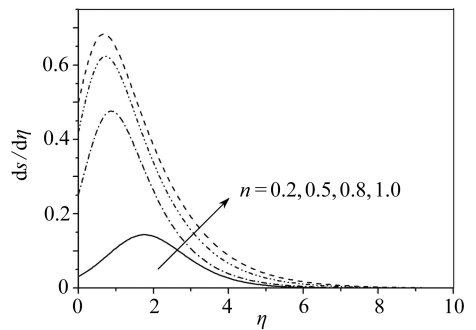


图4 $Le = 10, Nr = Nb = Nt = 0.5$ 时, n 对速度分布的影响

Fig.4 Effects of n on the velocity profiles at $n = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$ where $Le = 10, Nr = Nb = Nt = 0.5$

图4 在给定的参数下, 显示了 n 对速度分布的影响; 显然速度随着 n 的增大而增大. 图5 显示了纳米颗粒体积率 f 随 Le 数的变化; 当 $n (= 0.2, 0.8)$ 相同时, Le 数对纳米体体积率的影响; 显然, 纳米体体积率 f 随着 Le 和 n 的增大而减小. 然而我们从图6 看到, 无量纲的传热速率随着参数

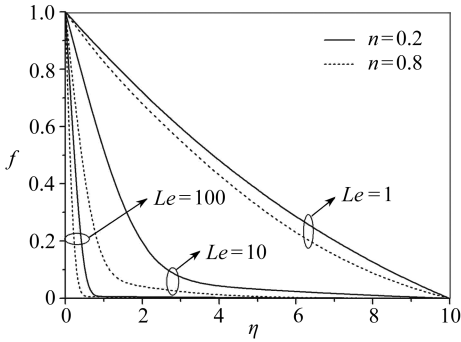


图5 当 $Nr = Nb = Nt = 0.5$, $n = 0.2, 0.8$ 和 $Le = 1, 10, 100$ 时, 纳米颗粒体积率的分布

Fig. 5 Effects of Le on the nanoparticles volume fraction distribution for $n = 0.2, 0.8$ where $Le = 1, 10, 100$ and $Nr = Nb = Nt = 0.5$

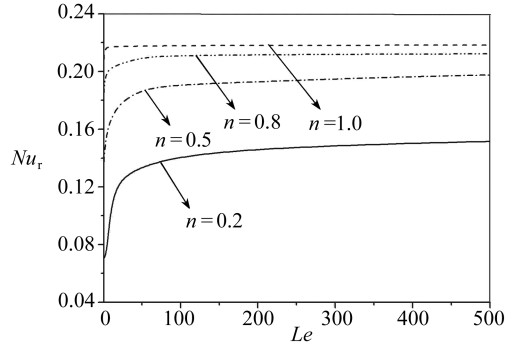


图6 $Nr = Nb = Nt = 0.5$ 时, n 和 Le 对简化的 Nusslet 数 $Nu_r = Nu/Ra_x^{1/2}$ 分布的影响

Fig. 6 Effects of n and Le on the reduced Nusslet number distribution $Nu_r = Nu/Ra_x^{1/2}$ at $Nr = Nb = Nt = 0.5$

Le 和 n 的增大而增大; 对小数值的参数 Le , 无量纲传热速率更高, 随着 n 的增大而速率放缓。

3 结 论

本文对非 Newton 纳米流体多孔介质中的竖直板, 就沿竖直板的自然对流边界层流动, 进行了纳米颗粒影响的数值和解析研究。研究模型使用的纳米流体, 考虑了 Brown 运动和热泳的影响。得到的相似解依赖于幂指数 n , Lewis 数 Le , 浮力比参数 Nr , Brown 运动参数 Nb , 以及热泳参数 Nt 。用表格和图形的方式, 对不同的 n 和 Le 值, 给出了简化 Nusselt 数的变化。还对简化的 Nusselt 数, 得到了浮力比、Brown 运动和热泳参数的线性回归评估式。我们发现, 简化的 Nusselt 数是每个 n 和 Le 参数的增函数; 是纳米流体数 Nr, Nb 和 Nt 的减函数。

参考文献:

- [1] Lee S, Choi S U S, Eastman J A. Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles[J]. *Trans ASME, J Heat Transfer*, 1999, **121**(2): 280-289.
- [2] Xuan Y, Li Q. Heat transfer enhancement of nanofluids[J]. *Int J Heat Fluid Flow*, 2000, **21**(1): 58-64.
- [3] Xuan Y, Roetzel W. Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2000, **43**(19): 3701-3707.
- [4] Eastman J A, Choi S U S, Li S, Yu W, Thompson L J. Anomalous increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles[J]. *Appl Phys Lett*, 2001, **78**(6): 718-720.
- [5] Xie H, Wang J, Xi T G, Liu Y, Ai F. Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particles[J]. *J Appl Phys*, 2002, **91**(7): 4568-4572.
- [6] Wang B X, Zhou L P, Peng X F. A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2003, **46**(14): 2665-2672.
- [7] Wen D S, Ding Y L. Effective thermal conductivity of aqueous suspensions of carbon nanotubes (carbon nanotube nanofluids)[J]. *J Thermophysics Heat Transfer*, 2004, **18**(4): 481-

485.

- [8] Hong T K, Yang H S, Choi C J. Study of the enhanced thermal conductivity of Fe nanofluids [J]. *J Appl Phys*, 2005, **97**(6):1-4.
- [9] Daungthongsuk W, Wongwises S. A critical review of convective heat transfer of nanofluids [J]. *Renewable Sustainable Energy Reviews*, 2007, **11**(5): 797-817.
- [10] Zhou D W. Heat transfer enhancement of copper nanofluid with acoustic cavitation[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2004, **47**(14/16): 3109-3117.
- [11] Choi S. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticle[C]//Siginer D A, Wang H P. *Developments and Applications of Non-Newtonian Flows*. ASME MD 231 and FED **66**, 1995: 99-105.
- [12] Xuan Y, Li Q. Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids[J]. *J Heat Transfer*, 2003, **125**(1): 151-155.
- [13] Buongiorno J. Convective transport in nanofluids[J]. *J Heat Transfer*, 2006, **128**(3): 240-250.
- [14] Wang X Q, Mujumdar A S. Heat transfer characteristics of nanofluids: a review[J]. *Int J Thermal Sci*, 2007, **46**(1): 1-19.
- [15] Hady F M, Mohamed R A, Mahdy A. Non-Darcy natural convection flow along a vertical wavy plate embedded in a non-Newtonian fluid saturated porous medium[J]. *Int J Appl Mech Eng*, 2008, **13**(1): 91-100.
- [16] Hady F M, Ibrahim F S. Forced convection heat transfer on a flat plate embedded in porous media for power-law fluids[J]. *Trans Porous Media*, 1997, **28**(2): 125-134.
- [17] Mahdy A, Hady F M. Effect of thermophoretic particle deposition in non-Newtonian free convection flow over a vertical plate with magnetic field effect [J]. *J Non-Newtonian Fluid Mech*, 2009, **161**(1/3): 37- 41.
- [18] Cheng P, Minkowycz W J. Free convection about a vertical flat plate embedded in a porous medium with application to heat transfer from a dike[J]. *J Geophysical Research*, 1977, **82**(14): 2040-2044.
- [19] Cheng P, Chang I D. Buoyancy induced flows in a saturated porous medium adjacent to impermeable horizontal surfaces[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 1976, **19**: 1267-1272.
- [20] Lesnic D, Ingham D B, Pop I. Free convection boundary layer flow along a vertical surface in a porous medium with Newtonian heating[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 1999, **42**(14): 2621-2627.
- [21] Lesnic D, Ingham D B, Pop I. Free convection from a horizontal surface in a porous medium with Newtonian heating[J]. *Trans Porous Media*, 2000, **3**(3): 227-235.
- [22] Rastogi S K, Poulikakos D. Double-diffusion from a vertical surface in a porous region saturated with a non-Newtonian fluid[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 1995, **38**(5): 935-946.
- [23] Nield D A, Kuznetsov A V. Thermal instability in a porous medium layer saturated by a nanofluid[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2009, **52**(25/26): 5796-5801.
- [24] Nield D A, Kuznetsov A V. Thermal instability in a porous medium layer saturated by a nanofluid: Brinkman model[J]. *Trans Porous Media*, 2010, **81**(3): 409-422.
- [25] Nield D A, Kuznetsov A V. The Cheng-Minkowycz problem for natural convective boundary-layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2009, **52**(25/26): 5792-5795.

- [26] Hamad M A A, Bashir M A. Boundary-layer flow and heat transfer of a power law non-Newtonian over a vertical stretching sheet[J]. *World Appl Sci J*, 2009, 7 (special Issue for appl math) : 172-178.
- [27] Khan W A, Pop I. Boundary-layer flow of a nanofluid past a stretching sheet[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2010, 53(11/12) : 2477-2483.
- [28] Hamad M A A, Pop I, Ismail A I Md. Local similarity solutions for the free convective boundary-layer flow over a vertical semi-infinite cylinder embedded in a porous medium saturated with a nanofluid[J]. *Australian J Basic Appl Sci*, 2011, 5: 147-156.
- [29] Hojjat M, Etemad S Gh, Bagheri R. Laminar heat transfer of non-Newtonian nanofluids in a circular tube[J]. *Korean J Chem Eng*, 2010, 27(5) :1391-1396.
- [30] Hojjat M, Etemad S Gh, Bagheri R, Thibault J. Laminar convective heat transfer of non-Newtonian nanofluids with constant wall temperature[J]. *Heat Mass Transfer*, 2011, 47(2) : 203-209.
- [31] Hojjat M, Etemad S Gh, Bagheri R, Thibault J. Rheological characteristics of non-Newtonian nanofluids: experimental investigation[J]. *Int Commun Heat Mass Transfer*, 2011, 38(2) : 144-148.
- [32] Hojjat M, Etemad S Gh, Bagheri R, Thibault J. Convective heat transfer of non-Newtonian nanofluids through a uniformly heated circular tube[J]. *Int J Thermal Sci*, 2011, 50(4) : 525-531.

Boundary-Layer Non-Newtonian Flow Over a Vertical Plate in a Porous Medium Saturated With a Nanofluid

F. M. Hady¹, F. S. Ibrahim¹, S. M. Abdel-Gaied², M. R. Eid²

(1. *Department of Mathematics, Faculty of Science, Assiut University, Assiut 71516, Egypt;*

2. *Department of Science and Mathematics, Faculty of Education, Assiut University, New Valley 72111, Egypt)*

Abstract: The free convective heat transfer to the power-law non-Newtonian from a vertical plate in a porous medium saturated with nanofluid under laminar conditions was investigated. It was considered that the non-Newtonian nanofluid obeys the mathematical model of power-law. The model used for the nanofluid incorporates the effects of Brownian motion and thermophoresis. The partial differential system governing the problem was transformed into an ordinary system via a usual similarity transformation. The numerical solutions of the resulting ordinary system were obtained. These solutions depend on the power-law index n , Lewis number Le , buoyancy-ratio number Nr , Brownian motion number Nb and thermophoresis number Nt . For various values of n and Le , the effect of the influence parameters on the fluid behavior as well as the reduced Nusselt number was presented and discussed.

Key words: non-Newtonian; free convection; nanofluid; porous media