

不变形双滴的热毛细迁移及相互作用*

尹兆华, 常磊, 胡文瑞, 高鹏

(中国科学院力学研究所 国家微重力实验室,北京 100190)

(本刊编委胡文瑞来稿)

摘要: 对微重力下不变形双滴的非定常热毛细迁移运动进行了数值模拟,采用了有限差分方法对动量方程和能量方程进行离散,使用波前追踪法捕捉运动的不变形液滴界面. 研究显示双滴的排列方式对它们的迁移规律和相互作用影响很大,其中影响任一个液滴运动的最主要的因素是另一个液滴的存在所引起的温度场的扰动.

关键词: 双滴相互作用; 热毛细迁移; 波前追踪法

中图分类号: O359+.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.07.001

引 言

在微重力环境中,液滴或气泡在有温度梯度存在的母液中的迁移运动(又称热毛细迁移运动),是由界面处的界面张力不同而引起的.这种运动在空间材料制备和空间流体管理等应用背景下显得十分重要. Young 等^[1]在 1959 年最先研究了这一问题,他们在忽略热对流和对流的情况下(YGB 模型),得到液滴/气泡的迁移速度

$$V_{YGB} = \frac{2U}{(2 + 3\mu_d/\mu_b)(2 + k_d/k_b)}, \quad (1)$$

上式中 U 是以液滴/气泡上热毛细力和粘性作用平衡定义的参考速度, $U = |\sigma_T| |\nabla T_\infty| a / \mu_b$, μ_d, μ_b, k_d 和 k_b 分别是液滴/气泡(以下标 d 表示)和母液(以下标 b 表示)的动力学粘性和热传导率, σ_T 是界面张力温度系数, ∇T_∞ 是母液里温度梯度, a 代表液滴/气泡的半径.

尽管 YGB 线性理论和其后关于单滴研究的各方面进展(Yin 等^[2],并参考其引用文献)非常有助于理解热毛细迁移运动的过程,但在实际应用中母液里经常同时存在两个或两个以上液滴/气泡,因此研究液滴/气泡之间的相互作用就非常有必要. Meyyappan 等^[3]利用双极坐标首先研究了轴对称模型下两个气泡的热毛细运动,发现当两个不同半径的气泡的中心连线与温度梯度方向平行时,比孤立气泡迁移的情形,半径小的气泡运动速度较高,半径大的气泡速度较低.之后 Meyyappan 和 Subramanian^[4]将这个问题扩展到任意摆放的两个气泡. Balasubramaniam 和 Subramanian^[5]假设两气泡在位势流中迁移(Reynolds 数足够大),并使用匹配渐进

* 收稿日期: 2011-04-14; 修订日期: 2011-05-18

基金项目: 中国科学院知识创新工程重要方向项目资助(KJ CX2-YW-L08)

作者简介: 尹兆华(1973—),男,山东胶州人,副研究员,博士(联系人. Tel: +86-10-82544100;

Fax: +86-10-82544097; E-mail: zhaohua.yin@imech.ac.cn).

方法对足够大的 Marangoni 数 (Ma) 进行渐进分析,求解了后继气泡附近的能量方程,发现前导气泡留下的热尾迹对温度场的扰动,会改变后继气泡界面处的温度分布,从而减小其迁移速度. Anderson^[6] 首先进行了热毛细迁移中两液滴的相互作用,利用反射变换法得出了球形液滴的迁移速度,并认为相对于重力沉降,两个热毛细迁移液滴之间的相互作用影响较弱. Keh 和 Chen^[7] 使用双球坐标,分析了轴对称模型下两个液滴的热毛细迁移运动,并利用理论分析结合数值计算的方法将其扩展到沿着其连线方向摆放多个液滴的情形^[8]. 另外, Zhou 和 Davis^[9] 研究了轴对称模型下变形对两个液滴相互作用的影响. Nas 等人^[10-11] 的非正常数值模拟结果显示,多个并排排列的液滴或气泡做热毛细迁移运动时,半径相同的液滴/气泡会趋向于排在一条垂直于温度梯度方向的直线上,而且液滴间距几乎相等. 双液滴热毛细迁移实验研究较少,其中一个重要的结果是小的前导液滴能够阻碍大的后继液滴的热毛细运动^[12].

迄今为止,任意摆放的双滴的热毛细迁移和相互作用的规律尚无系统的研究,这也是本文的研究重点. 为了使讨论更加简单明了,我们研究两相同大小和物性的不变形液滴,即两滴动力学粘性、热传导率、密度和比热容等材料参数均相同. 在第 1 节我们描述了控制方程和数值方法;第 2 节详细介绍了本文中使用的模拟模型和参数;第 3 节讨论忽略热对流和惯性情况下,两热毛细液滴相互作用规律;第 4 节研究热对流和其他参数对两滴相互作用的影响.

1 控制方程和数值方法

在液滴热毛细迁移问题中,包含两半径均为 a 的液滴的母液充满整个长方体区域 $\Omega = [x_0, x_1] \times [y_0, y_1] \times [z_0, z_1]$ (图 1),区域周围均为速度为 0 的固壁. 取温度梯度的方向为 z 方向,液滴中心处 $x = 0$, 坐标原点取在区域左下方. 该问题的控制方程可以写为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + 2 \nabla \cdot (\mu \mathbf{D}(\mathbf{u})) + \mathbf{F}_\sigma, \quad (3)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T), \quad (4)$$

其中,速度 $\mathbf{u} = (u, v, w)$, 空间向量 $\mathbf{x} = (x, y, z) \in \Omega$. 应变速率张量 $\mathbf{D}(\mathbf{u}) = (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u})/2$, \mathbf{F}_σ 就是考虑到界面处界面张力的作用而增加的体积力(网格力)项,即为界面张力在界面上的积分^[2]. 注意到上面的控制方程对液滴和母液同时有效,只需在液滴相或者母液相设置不同的物性常数. 我们定义无量纲参考量如下:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u}/U, \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/a, \bar{t} = t/(a/U), \bar{p} = p/(\rho_b U^2), \\ \bar{T} = T/(|\nabla T_\infty| a), \bar{\rho} = \rho/\rho_b, \bar{\mu} = \mu/\mu_b, \bar{k} = k/k_b, \\ \bar{C}_p = C_p/C_{pb}, \bar{\mathbf{F}}_\sigma = \mathbf{F}_\sigma a/(\rho_b U^2), Re = Ua/\nu_b, Ma = Ua/\kappa_b, \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\nu_b = \mu_b/\rho_b$ 是运动学粘性系数, $\kappa_b = k_b/(\rho_b C_{pb})$ 代表母液的热扩散率,从而可以得到无量纲形式的控制方程

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{\mathbf{u}})}{\partial \bar{t}} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \frac{2}{Re} \nabla \cdot (\bar{\mu} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{u}})) + \bar{\mathbf{F}}_\sigma, \quad (7)$$

$$\bar{\rho} \bar{C}_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \bar{T} \right) = \frac{1}{Ma} \nabla \cdot (\bar{k} \nabla \bar{T}). \quad (8)$$

速度边界条件为固壁条件

$$\begin{cases} \bar{u}|_{\bar{x}=\bar{x}_0, \bar{x}_1} = \bar{v}|_{\bar{x}=\bar{x}_0, \bar{x}_1} = \bar{w}|_{\bar{x}=\bar{x}_0, \bar{x}_1} = 0, \\ \bar{u}|_{\bar{y}=\bar{y}_0, \bar{y}_1} = \bar{v}|_{\bar{y}=\bar{y}_0, \bar{y}_1} = \bar{w}|_{\bar{y}=\bar{y}_0, \bar{y}_1} = 0, \\ \bar{u}|_{\bar{z}=\bar{z}_0, \bar{z}_1} = \bar{v}|_{\bar{z}=\bar{z}_0, \bar{z}_1} = \bar{w}|_{\bar{z}=\bar{z}_0, \bar{z}_1} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

对于能量方程,使用第一类边界条件保证 z 方向的温度梯度

$$\begin{cases} \bar{T}|_{\bar{x}=\bar{x}_0} = \bar{T}_0 + \bar{z}, \bar{T}|_{\bar{x}=\bar{x}_1} = \bar{T}_0 + \bar{z}, \\ \bar{T}|_{\bar{y}=\bar{y}_0} = \bar{T}_0 + \bar{z}, \bar{T}|_{\bar{y}=\bar{y}_1} = \bar{T}_0 + \bar{z}, \\ \bar{T}|_{\bar{z}=\bar{z}_0} = \bar{T}_0 + \bar{z}_0, \bar{T}|_{\bar{z}=\bar{z}_1} = \bar{T}_0 + \bar{z}_1. \end{cases} \quad (10)$$

初始条件为

$$\bar{u}|_{\bar{t}=0} = \bar{v}|_{\bar{t}=0} = \bar{w}|_{\bar{t}=0} = 0, \bar{T}|_{\bar{t}=0} = \bar{T}_0 + \bar{z}. \quad (11)$$

为了叙述方便,后文中将使用不带上划线的字母表示无量纲的物理量.

2 具体研究模型和离散参数

图 1 是双滴热毛细迁移的示意图.两滴之间在 y 方向和 z 方向的间距分别是 dy 和 dz ,为了方便与前人工作比较,定义无量纲的两方向的间距分别是 $S_y = dy/2, S_z = dz/2$ ^[7];用 S_{y_0} 和 S_{z_0} 表示初始时刻 S_y 和 S_z 的值.为了表示 $x = 0$ 截面内液滴界面各处的位置,我们取 $\theta = 0$ 代表液滴的前驻点, $\theta = \pi$ 或者 $\theta = -\pi$ 代表后驻点,从前驻点顺时针旋转则 $\theta > 0$,反之则 $\theta < 0$.在三维模型下,计算区域均设置为 $6 \times 9 \times 24$,网格分辨率是 $60 \times 90 \times 240$,近似线性算例 ($Re = Ma = 1 \times 10^{-3}$) 的时间步长为 1×10^{-6} ,其它算例时间步长都是 1×10^{-3} .

尽管在计算区域比较小时液滴热毛细迁移可能会有非轴对称效应^[13],但是在一般参数下、相对较大的计算空间内,轴对称假设对于这种情况是一个较好的近似.为了节省计算量,当 $\Phi = 0$ 时,我们使用轴对称模型(详见文献[2]).处于相对较高温度的液滴 1 称之为前导液滴(leading drop),处于相对较低温度区域的液滴称之为后继液滴(trailing drop).且此时两滴之间的无量纲间距 S_z 和 S_{z_0} 直接称为 S 和 S_0 .轴对称模型下,计算区域均为 6×24 ,在 128×512 的网格上进行离散,算例 $Re = Ma = 1 \times 10^{-3}$ 的时间步长为 5×10^{-7} ,其它算例时间步长都是 2×10^{-4} .

在热毛细迁移中,一般液滴的无量纲迁移速度只有 0.1 左右,因此如果按照通常意义的无量纲速度的定义($\bar{u} = u/U_{max}$,其中 U_{max} 是流场中的最大值,而非公式 $U = |\sigma_T| |\nabla T_\infty| a/\mu_b$) 会更小.因此热毛细迁移中 Re 的影响比较单一,基本上可以根据对应单滴结果进行预测,本文没有加以讨论(如未说明,下文中 Re 都取单位 1).我们下面主要讨论热对流(Ma) 和初始间距对双滴的影响.

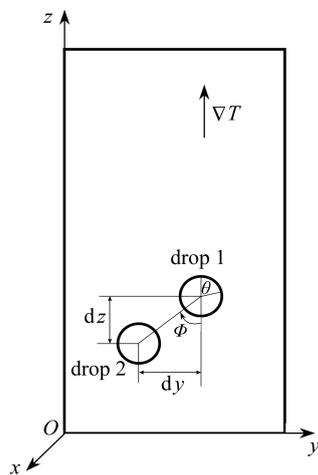


图 1 双滴热毛细迁移模型示意图(液滴 1 与液滴 2 的中心连线与温度梯度方向夹角为 Φ)

Fig. 1 The Sketch of two drops in the thermocapillary migration (Φ is the angle between the temperature gradient and the center line of two drops)

3 忽略惯性和热对流时两滴迁移规律

Keh 和 Chen^[7] 采用理论分析方法指出,在轴对称模型下 ($\Phi = 0$), 当惯性和热对流可以忽略时,物性和大小都相同的两个液滴的热毛细迁移速度是相同的,并且比孤立单滴的迁移速度(下面简称单滴速度,相应物理量用下标 iso 表示)要大, Gao^[14] 使用非定常的数值模拟也得到了同样的结论. 取 $Re = Ma = 10^{-3}$, 我们分析了 $\Phi = 0$ 和 $\Phi = \pi/2$ 时两滴的迁移速度, 如图 2 所示, 当前的结果也显示 $\Phi = 0$ 时两滴的速度相同并都大于单滴的迁移速度, 且随着两滴间距的增大, 迁移速度不断减小至单滴速度. 而当 $\Phi = \pi/2$ 时, 两个液滴的迁移速度仍然是相同的, 并且 y 或 x 方向的迁移速度可忽略, 但是两滴 z 方向速度的相互影响与 $\Phi = 0$ 时截然相反: 两滴的迁移速度要比单滴要小, 并且随着两滴间距的增大, 迁移速度不断增大至单滴速度.

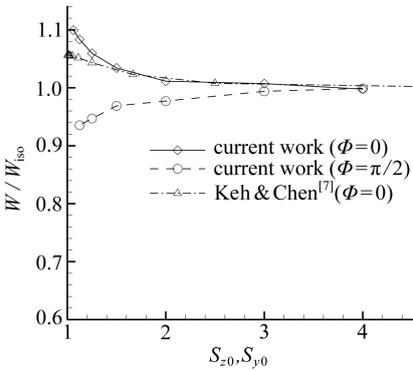


图 2 $Re = Ma = 1 \times 10^{-3}$, 间距不同时两滴稳态迁移速度 ($\Phi = 0$ 时, 图中横坐标为 $S_{z,0}$; $\Phi = \pi/2$ 时, 图中横坐标为 $S_{y,0}$)

Fig. 2 The steady-state thermocapillary migration velocities of two drops with different initial distances (The horizontal ordinate is $S_{z,0}$ for $\Phi = 0$, and $S_{y,0}$ for $\Phi = \pi/2$. Here, $Re = Ma = 10^{-3}$)

与双滴热毛细迁移研究相近似的是双球之间的相互作用研究^[15-17], 我们利用已知的理论结果在这里做个简单的比较. 取以均匀速度 U 运动的半径为 a 的液滴中心为原点, 固结于周围静止空间的球坐标系 (r, θ, ϕ) ($\theta = 0$ 为液滴运动方向), 忽略热对流时液滴热毛细

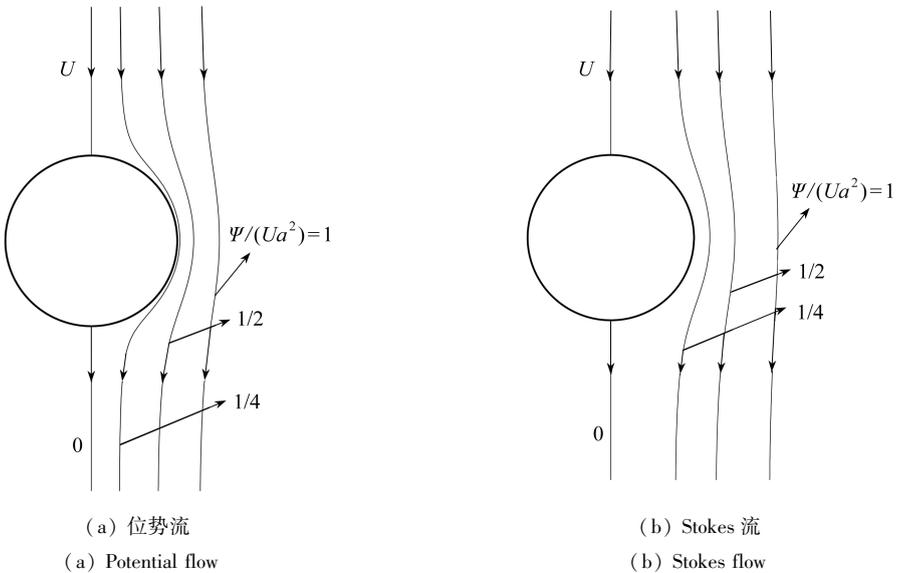


图 3 随体坐标下位势流和 Stokes 流函数示意图

Fig. 3 Streamlines in a reference frame attached to the drop/sphere

迁移中母液服从的位势流 (potential flow) 的 r, θ 方向速度 v_r, v_θ 为^[18-19]

$$v_r = U \frac{a^3}{r^3} \cos \theta, \quad v_\theta = -\frac{1}{2} U \frac{a^3}{r^3} \sin \theta, \quad (12)$$

而小球周围扰流服从的 Stokes 流的速度由^[20-21]给出:

$$\begin{cases} v_r(r, \theta) = \frac{1}{2}U \left(3 \frac{a}{r} - \frac{a^3}{r^3} \right) \cos \theta, \\ v_\theta(r, \theta) = -\frac{1}{4}U \left(3 \frac{a}{r} + \frac{a^3}{r^3} \right) \sin \theta. \end{cases} \quad (13)$$

由式(12)和式(13)可以看出,位势流和 Stokes 流中速度随着距离 r 衰减的快慢分别是 $O(1/r^3)$ 和 $O(1/r)$ 量阶.位势流中速度的扰动影响范围相对较小(参见图 3),且液滴运动时前方的流体会随着环流从液滴后方补充进来,对流场的扰动有着明显的方向性的.而 Stokes 流中扰动影响范围更大,小球带动周围流体一起向前运动.

对于小球,不论两球中线与运动方向垂直摆放或者平行摆放,两球上的阻力都保持相同并且比单一的球体的阻力要小^[22-23],如果驱动力不变的情况下,两球的运动速度相对单一球运动速度要快.当非线性作用比较强的时候,刚体球相互作用的研究集中于对流(惯性)作用.但整体来说,对于这些刚体或者柔性体的相互影响,往往都是前导物体后尾流造成的.而对于液滴热毛细迁移,温度场的扰动比尾流的扰动要大得多,这也是我们下面要重点研究的内容.

4 考虑热对流时结果和讨论

4.1 $\Phi = 0$ 时热对流效应的影响

首先我们固定 $Re = 1$, 初始间距 $S_0 = 1.5$, 研究不同 Ma 下双滴迁移规律.可以看出, $Ma = 1$ 时,前导液滴的迁移速度要比后继液滴的迁移速度要快,但是两滴迁移速度都比单滴速度快(图 4(a));这一点与对流和热对流可以忽略时的两滴一致.而 $Ma = 20$ 时,从图 4(b)中可知,前导液滴的迁移速度一直大于单滴速度,后继液滴的迁移速度则明显小于单滴速度,最大下降 8% 左右.当 Ma 更大等于 100 时(图 4(c)),前导和后继液滴迁移速度都与单滴类似,有着明显的起伏,并且后继液滴的迁移速度相对单滴速度下降更多($t = 60$ 时为 20% 左右).

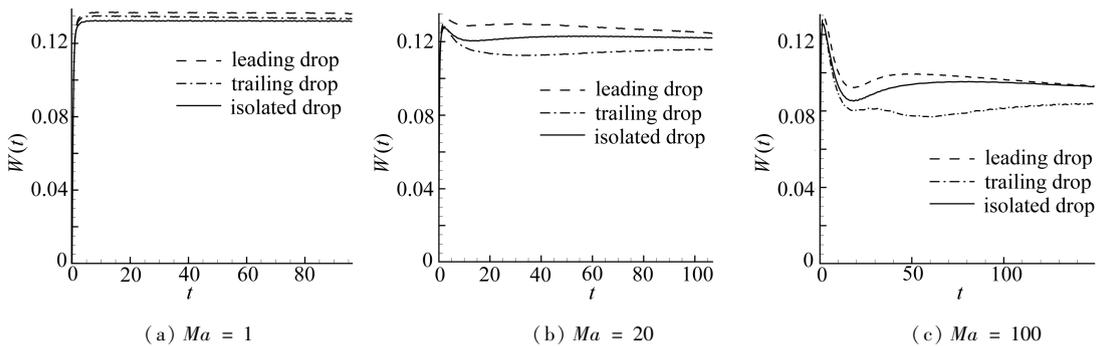


图 4 $Re = 1, S_0 = 1.5$, 不同 Marangoni 数两液滴迁移速度曲线与单滴比较

Fig. 4 The migration velocities of the leading drop, the trailing drop, and the isolated drop with $Re = 1$ and $S_0 = 1.5$

图 5 是 $t = 20$ 和 $t = 60$ 时两滴附近的等温线分布.可以看出,当 Ma 比较小等于 1 时,热对流比较弱,等温线基本上保持初始时的均匀状态(图 5(a)和图 5(d)).随着 Ma 的增大,热对流作用增强,等温线在液滴中部向上拱起得更加明显,并且在 $Ma = 100$ 时在液滴内部形成封闭的低温区域(图 5(c)和图 5(f)),而两滴之间部分的等温线也向上拱起得越来越明显,即前导液滴的后驻点附近相对于未扰动温度场温度更低,而这会降低后继液滴附近的温度梯度.

$t = 60$ 时两滴界面各处与前驻点处的温差如图 6 所示(为了方便比较我们还减去对应单滴

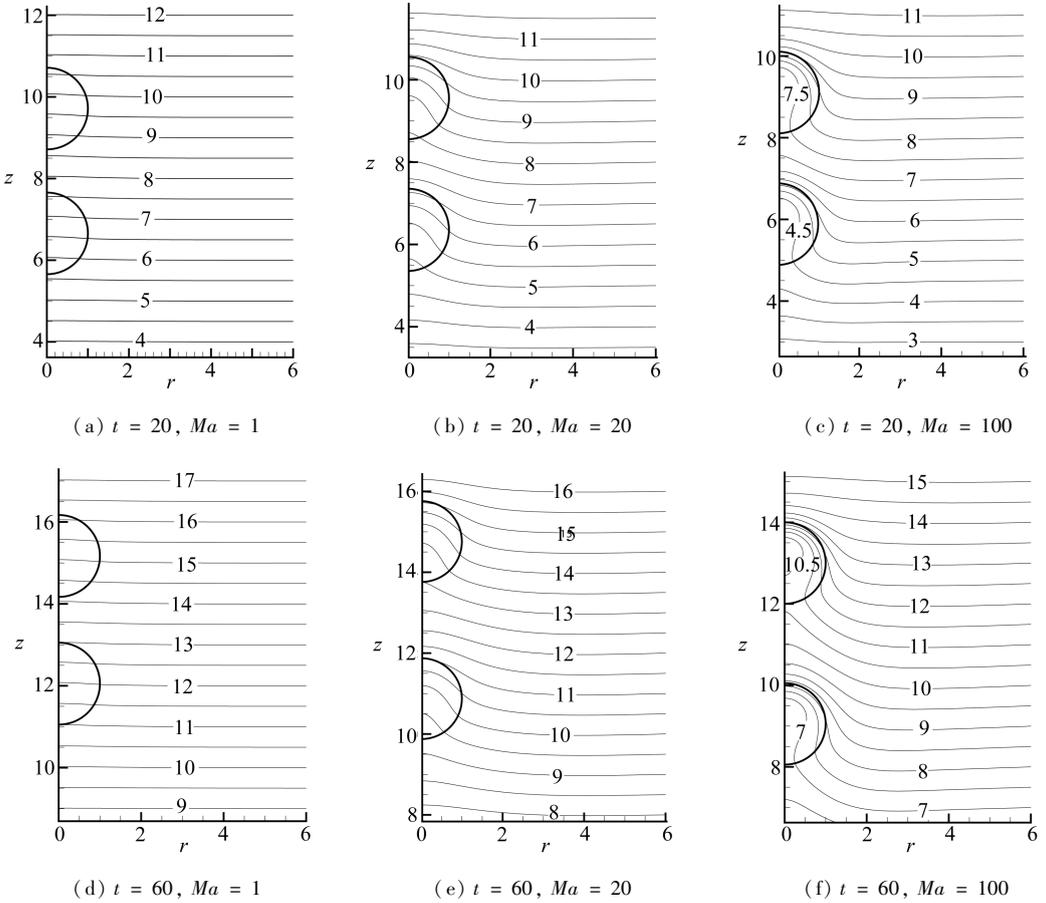


图5 $Re = 1, S_0 = 1.5$ 时不同 Marangoni 数两液滴附近等温线

Fig.5 The isotherms around the two droplets with $Re = 1$ and $S_0 = 1.5$

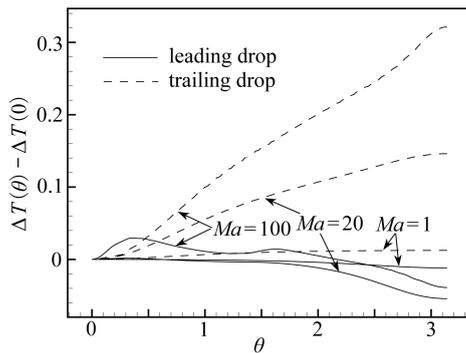


图6 $Re = 1, S_0 = 1.5, t = 60$ 时,相对于单滴,不同 Marangoni 数两滴界面

各处与前驻点处温差(其中, $\Delta T(\theta) = T(\theta) - T_{iso}(\theta)$)

Fig.6 Temperature difference between the point θ on interface and the front stagnation at $t = 60$

($Re = 1, S_0 = 1.5, \Delta T(\theta) = T(\theta) - T_{iso}(\theta)$)

的温差),实线代表的前导液滴后驻点处 $\Delta T(\pi) - \Delta T(0)$ 均小于0,说明其前后驻点温差比单滴大,而虚线代表的后继液滴则相反,其前后驻点温度差要比单滴小,并且随着 Ma 增大 $\Delta T(\pi) - \Delta T(0)$ 在增大,说明温度差在进一步减小.显然,热对流对后继液滴的影响明显大于

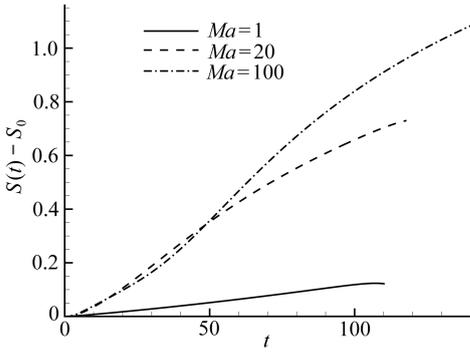


图7 $Re = 1, S_0 = 1.5$ 时,不同 Marangoni 数两滴分离间距 $(S - S_0)$ 随迁移时间的演化

Fig. 7 Time evolutions of separation distances $(S - S_0)$ between two drops for $Re = 1$ and $S_0 = 1.5$

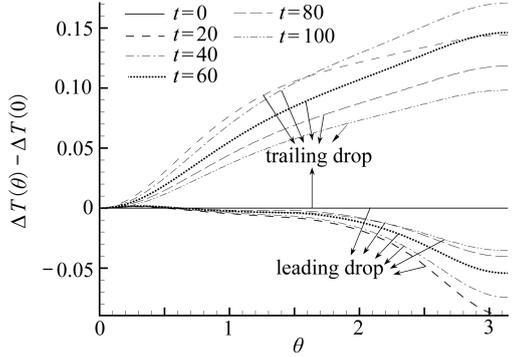
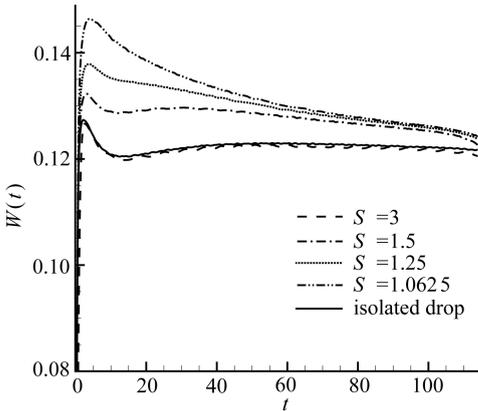
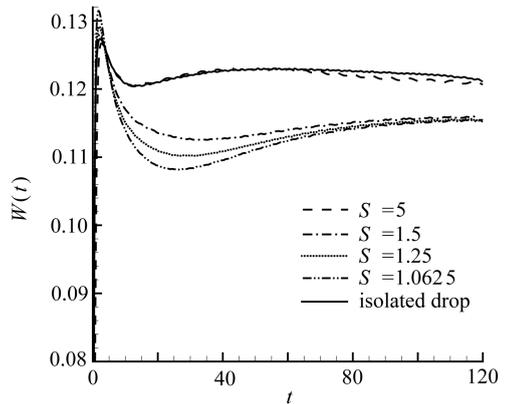


图8 $Re = 1, Ma = 20, S_0 = 1.5$, 相对于单滴,不同时刻前导液滴和后继液滴界面各处与前驻点处温差(其中, $\Delta T(\theta) = T(\theta) - T_{iso}(\theta)$)

Fig. 8 The time evolution of the temperature difference for $Re = 1, Ma = 20$ and $S_0 = 1.5$ ($\Delta T(\theta) = T(\theta) - T_{iso}(\theta)$)



(a) 前导液滴
(a) Leading drop



(b) 后导液滴
(b) Trailing drop

图9 $Re = 1, Ma = 20$, 不同初始间距的前导液滴和后继液滴迁移速度与单滴比较

Fig. 9 Time evolutions of drop velocities for $Re = 1$ and $Ma = 20$ with various initial distances

对前导液滴的影响。

热对流越强,后继液滴受到的影响越大,所以大 Ma 数分离间距 $S - S_0$ 也就增加得越快(图7)。图中 $Ma = 100$ 的曲线在初始有一阶段在 $Ma = 20$ 的下方,这是由于大 Ma 数的初期速度起伏过程比小 Ma 数时长^[2],后继液滴还处在未发展充分的前导液滴的热尾迹区(对比图5(c)图5(f)可见 $t = 20$ 时, $Ma = 100$ 的前滴附近等温线还未充分拱起,而 $Ma = 20$ 的温度场形态已基本稳定),前后滴速度相差不够大,因而分离得相对慢一些。

$Ma = 20$ 时,在不同时刻,前后液滴界面各处与前驻点处的温差(为方便比较,减去对应单滴的温差)见图8。对于前导液滴, $t = 20$ 时前后驻点温度差就比单滴大,并且在此之后随着两滴不断远离慢慢下降,趋近于单滴的温差分布。而后继液滴 $t = 20$ 时还未充分受到前导液滴热对流影响,在 $t = 40$ 时前后驻点温度差相比单滴才达到最低,然后才随着两滴远离慢慢增加,趋近于单滴的温差分布。

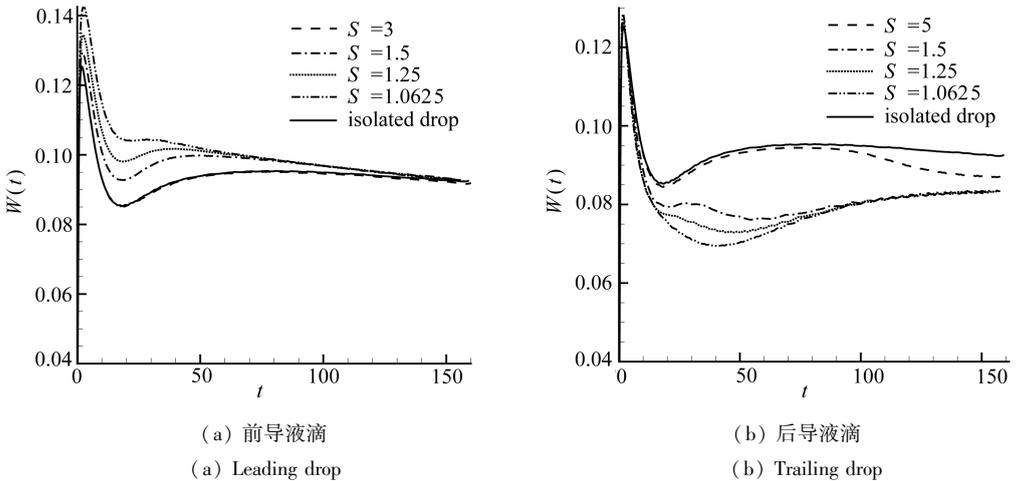


图 10 $Re = 1, Ma = 100$, 不同初始间距的前导液滴和后继液滴迁移速度与单滴比较

Fig. 10 Time evolutions of drop velocities for $Re = 1$ and $Ma = 100$ with various initial distances

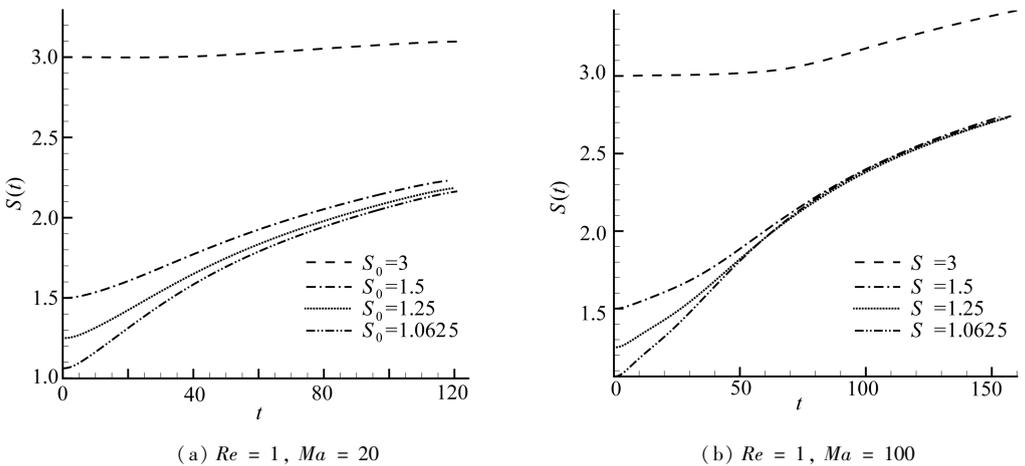


图 11 不同初始间距两滴之间距离 S 的演化

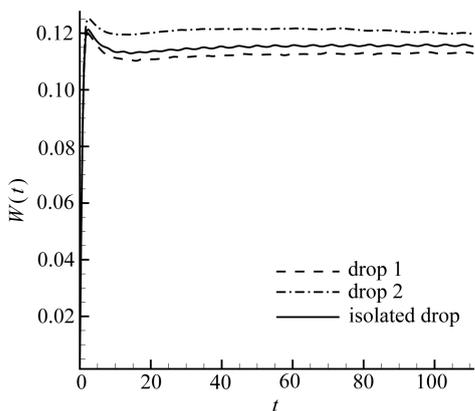
Fig. 11 Time evolutions of the separating distances between drops

4.2 $\Phi = 0$ 时初始间距的影响

显然,当两滴初始距离足够大时,液滴迁移过程接近于孤立单滴热毛细迁移的情形.因此,我们要研究的第一个问题就是,前方和后继液滴能够不受对方影响而相对独立迁移的临界初始距离是多大.我们取初始间距分布为 $S_0 = 5, 3, 1.5, 1.25$ 和 1.0625 ,得到 $Ma = 20$ 时前导液滴和后继液滴的迁移速度曲线.为了使图片更清楚,我们将前导液滴和后继液滴与单滴速度的比较分别画在图 9(a) 和图 9(b) 中.由图中可以看出,对于前导液滴,当初始间距增大至 $S_0 = 3$ 时,迁移速度曲线就与单滴时基本重合;而对于后继液滴,临界初始间距就要更大一些,当 $S_0 = 5$ 时后继液滴的迁移速度才与单滴基本重合.这就说明前导液滴造成的热尾迹对后继液滴的影响范围更远.

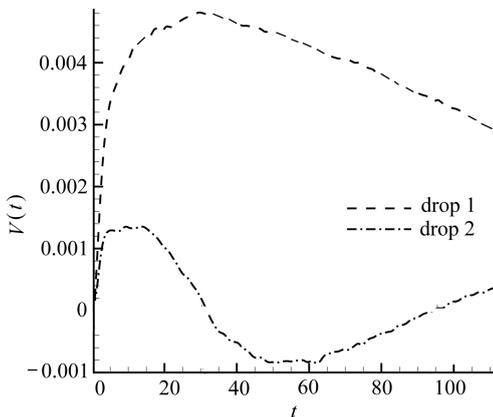
当 Ma 增大到 100 时,对于前导液滴临界初始间距同样是 $S_0 = 3$ (图 10(a)),而对于后继液滴,由于此时热尾迹更强时,其初始间距在 $S_0 = 5$ 时,还在迁移的后期明显受到前导液滴的影响而迁移速度小于单滴(图 10(b)),因此后继液滴的临界初始间距要更大.

$Ma = 20, Ma = 100$ 两滴之间的间距随迁移时间的演化见图 11,可以看出,两滴间距都是逐



(a) z 方向迁移速度

(a) Velocity in z direction



(b) y 方向迁移速度

(b) Velocity in y direction

图 12 $Re = 1, Ma = 20, S_{y,0} = S_{z,0} = 1.35$, 两液滴迁移速度演化

Fig. 12 $Re = 1, Ma = 20$ and $S_{y,0} = S_{z,0} = 1.35$, evolution of migration velocities

渐增加的,且初始间距越近,两滴相互间距增大就越快.而当迁移到后期时,由于初始间距小的两滴分离的更快,从而可以抵消小初始间距的影响,因此不同初始间距的前导液滴之间/后继液滴之间的迁移速度差别就不是很大了.

4.3 $\Phi \neq 0$ 时热对流的影响

我们模拟了 $Re = 1, Ma = 20, S_{y,0} = S_{z,0} = 1.35$ 的问题,借此来分析三维模型与轴对称模型两滴的相互作用的不同.数值模拟的结果显示,两滴运动保持在 $y-z$ 平面,几乎没有 x 方向的运动.我们得到的 z 方向的两滴迁移速度如图 12(a) 所示,可以看出,除了刚开始的加速阶段,相对于单独液滴,位置偏前方的液滴 1 的迁移速度更慢,位置偏后方的液滴 2 的迁移速度更快.

由 $t = 60$ 时刻两液滴附近的温度场分布(图 13)可以看出,因为液滴 1 在液滴 2 的右上方,液滴 2 的热对流作用,促进了液滴 1 温度等值线向下弯曲,使液滴 1 中下部的温度梯度减小;而液滴 1 导致液滴 2 中上部的温度梯度增大.而为了更加清楚解释 z 方向两滴速度的规律,我们分析了 $x = 0$ 截面里, $t = 60$ 时,液滴 1 和液滴 2 所在的表面温度分布,如图 14 所示.在图 14(a) 中,各滴都取其前驻点处温度作为参考温度,即纵坐标是 $T(\theta) - T(0)$.而图 14(b) 中则是将图 14(a) 中液滴 1 和液滴 2 的 $T(\theta) - T(0)$ 值再减去单滴对应值,从而可以比较其与单滴界面上温度差分布.可以看出,液滴 2 的前后驻点温度差比单滴大,而液滴 1 的前后驻点温度差比单滴小.

液滴 1 和液滴 2 在水平方向的迁移速度如图 12(b) 所示,可见液滴 1 在水平方向远离液滴 2 的方向运动,而液滴 2 开始是向液滴 1 方向运动,到 $t \approx 30$ 之后则反向运动.由于液滴 2 的水平方向速度一直小于液滴 1 的速度,因此水平方向两滴的间距是不断增大的.而垂直方向的则是两滴间距不断减小的,如图 15 中 $Re = 1, Ma = 20$ 的曲线(实线)所示.

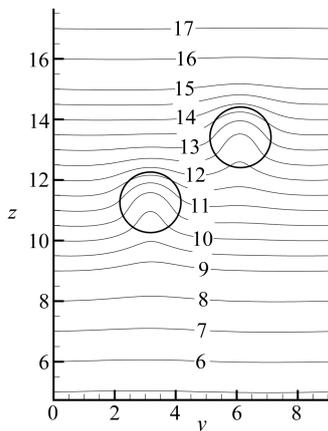
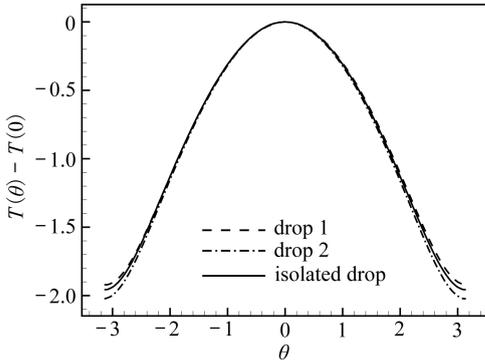


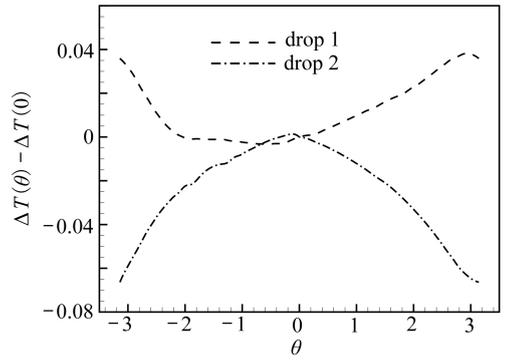
图 13 $Re = 1, Ma = 20, S_{y,0} = S_{z,0} = 1.35$, $t = 60$ 时,两滴附近的温度场

Fig. 13 Isotherms at $t = 60, Re = 1, Ma = 20$ and $S_{y,0} = S_{z,0} = 1.35$



(a) 温度分布

(a) Distribution of temperature



(b) 与单调相比温度差分布

(b) Distribution of temperature difference compared with the isolated drop

图 14 $Re = 1, Ma = 20, S_{y_0} = S_{z_0} = 1.35, t = 60$ 时在 $x = 0$ 截面上液滴界面处的温度分布(其中, $\Delta T(\theta) = T(\theta) - T_{iso}(\theta)$)

Fig. 14 The temperature distributing on the surface of drops in the $x = 0$ plane at $t = 60$ ($Re = 1, Ma = 20, S_{y_0} = S_{z_0} = 1.35, \Delta T(\theta) = T(\theta) - T_{iso}(\theta)$)

4.4 $\Phi \neq 0$ 时初始间距的影响

我们保持 $Re = 1, Ma = 20$, 分别模拟不同初始间距情况 2 ($(S_{y_0}, S_{z_0}) = (1.1, 1.35)$) 和情况 3 ($(S_{y_0}, S_{z_0}) = (1.35, 1.25)$), 并将 y 方向迁移速度与上一节情况 1 ($(S_{y_0}, S_{z_0}) = (1.35, 1.35)$) 的结果进行比较, 如图 16 (a) 所示. 可以看出, 当两滴 y 方向间距更加小时, 两滴的 y 方向速度也更大. 两滴的 $x = 0$ 截面的温度差 $T(\theta) - T(-\theta)$ (图 16 (b)) 也说明, 情况 2 中液滴左右两侧的温度差更大.

另外, 我们保持 $S_{y_0} = S_{z_0} = 1.35$, 模拟了不同 Reynolds 数和 Marangoni 数的问题. 我们比较了两滴 y 和 z 方向的分离间距 (图 15), 发现 $Re = 1, Ma = 1$ 时分离得非常慢. 当 Re 数增大到 5 时, 两滴在 z 方向接近得更快. 然而, 当 Ma 数增加时, 目前观察到的分离间距的演化变化并不是特别明显. 总体说来, 处于后方的液滴 2 的 z 方向速度会稍微比单滴快, 而前方液滴 1 的 z 方向速度比单滴慢, 因此两滴在 z 方向的间距都是减小的. 如果我们加大 z 方向的数值模拟区域, 液滴 2 将能在 z 方向超过液滴 1 从而在液滴 1 的前方. 且照此前结果推论, 液滴 2 超过液滴 1 之后, 速度会降下来, 而液滴 1 的速度又会比较快, 因此液滴 1 又继续追上液滴 2. 如此反复, 两滴应该会稳定在与温度梯度垂直的水平线上 (因为两滴 y 方向一直在远离), 这与 Nas 等人的结果一致^[10-11].

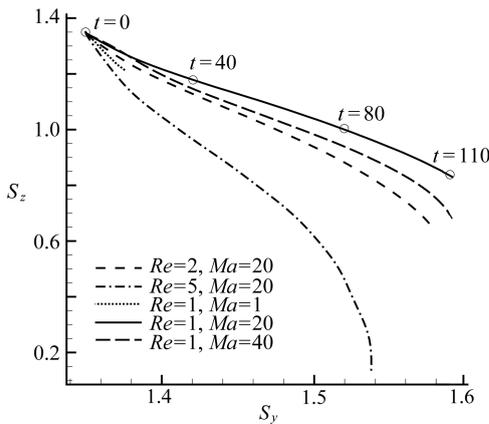
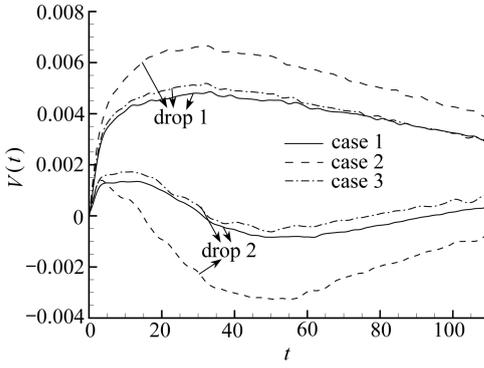


图 15 $S_{y_0} = S_{z_0} = 1.35$, 不同 Reynolds 数和 Marangoni 数, 两滴的分离间距

Fig. 15 The time evolution of the vertical and horizontal distances between two drops with $S_{y_0} = S_{z_0} = 1.35$

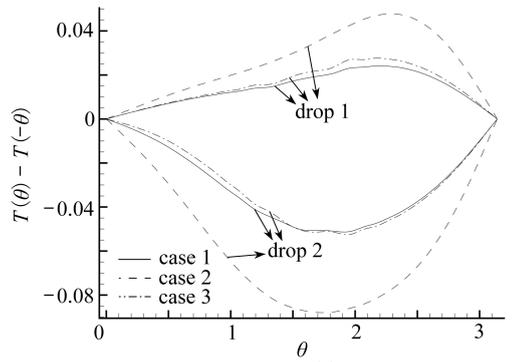
5 总结和讨论

在本文中, 我们使用了轴对称模型和三维模型, 对在热毛细迁移中的两个液滴之间相互作用



(a) 两滴 y 方向迁移速度

(a) Time evolutions of the vertical velocities of the drops with various initial distances



(b) 界面两侧温度差 $T(\theta) - T(-\theta)$ 比较

(b) The temperature differences between the left and right sides of the drops

图 16 不同初始间距时, (a) 两滴 y 方向迁移速度, 以及 (b) 界面两侧温度差

Fig. 16 (a) Time evolutions of the vertical velocities of the drops with various initial distances, (b) the temperature differences between the left and right sides of the drops

用进行了研究。

在忽略非线性效应时,若两滴中心线与温度梯度平行 ($\Phi = 0$) 时,则与理论分析一致^[10], 两滴迁移速度相同且都比单滴快;当 $\Phi = \pi/2$ 时,两滴速度都比单滴慢且间距越近速度越小。

当热对流作用明显, $\Phi = 0$ 时(轴对称模型)时,前导液滴比单滴速度快,而后继液滴会在前导液滴对温度场的扰动影响下,温度梯度减小,迁移速度比单滴慢。当两滴间距比较近时,它们之间的相互作用会比较明显,但是这种较强的相互作用不会持续太久,因为相距得越近,它们的速度差就会越大,从而就会分离得越快。

当对流比较明显, $\Phi \neq 0$ (三维模型) 时,两滴的运动保持在 $y-z$ 平面内,由于热对流的影响,偏上方的液滴 1 迁移速度比单独液滴慢,偏下方的液滴 2 比单滴速度快,因此在温度梯度 z 方向上两滴不断接近。在 y 方向上两滴则不断远离。文中各算例液滴 1 和液滴 2 的 z 方向速度 W_1, W_2 与单滴速度大小的比较,见表 1。

表 1 不同排列位置和参数下,两滴速度与单滴比较(表中 W_1 或 W_2 后面的“+”和“-”分别表示其比单滴速度大和小,对于最后一列中小球(spheres),其速度比单滴快意思是其在 Stokes 流中的所受阻力比单滴小)

Table 1 The velocities of drop 1 (W_1) and drop 2 (W_2) are compared with W_{iso} ('+'/'-' means the velocity is bigger/smaller than W_{iso}). The velocities of rigid spheres in Stokes flow are listed in the last row, the bigger/smaller velocity stands for the smaller/bigger resistance than that on the isolated rigid sphere)

parameters	$Re = Ma = 10^{-3}$	$Re = 1$			spheres
		$Ma = 1$	$Ma = 20$	$Ma = 100$	
$\Phi = 0$	$W_1 +, W_2 +$	$W_1 +, W_2 +$	$W_1 +, W_2 -$	$W_1 +, W_2 -$	$W_1 +, W_2 +$
$\Phi = 0.68, \pi/4, 0.82$	—	—	$W_1 -, W_2 +$	—	$W_1 +, W_2 +$
$\Phi = \pi/2$	$W_1 -, W_2 -$	—	—	—	$W_1 +, W_2 +$

总之,本文中在有限的参数范围内,初步分析了双滴相互作用现象和影响机制,包括不同半径、不同物性比等在内的更广的参数下液滴相互作用和深层的物理机制还有待进一步研究。

参考文献:

- [1] Young N O, Goldstein J S, Block M J. The motion of bubbles in a vertical temperature gradient[J]. *J Fluid Mech*, 1959, **6**(3): 350-356.
- [2] YIN Zhao-hua, GAO Peng, HU Wen-rui, CHANG Lei. Thermocapillary migration of nondeformable drops[J]. *Phys Fluids*, 2008, **20**(8): 20082101.
- [3] Meyyappan M, Wilcos W R, Subramanian R S. The slow axisymmetric motion of two bubbles in a thermal gradient[J]. *J Colloid Interface Sci*, 1983, **94**(1): 243-257.
- [4] Meyyappan M, Subramanian R S. The thermocapillary motion of two bubbles oriented arbitrarily relative to a thermal gradient[J]. *J Colloid Interface Sci*, 1984, **97**(1): 291-294.
- [5] Balasubramanian R, Subramanian R S. Axisymmetric thermal wake interaction of two bubbles in a uniform temperature gradient at large Reynolds and Marangoni numbers[J]. *Phys Fluids*, 1999, **11**(10): 2856-2864.
- [6] Anderson J L. Droplet interactions in thermocapillary motion[J]. *Int J Multiphase Flow*, 1985, **11**(6): 813-824.
- [7] Keh H J, Chen S H. The axisymmetric thermocapillary motion of two fluid droplets[J]. *Int J Multiphase Flow*, 1990, **16**(3): 515-527.
- [8] Keh H J, Chen S H. Droplet interactions in axisymmetric thermocapillary motion[J]. *J Colloid Interface Sci*, 1992, **151**(1): 1-16.
- [9] Zhou H, Davis R H. Axisymmetric thermocapillary migration of two deformable viscous drops[J]. *J Colloid Interface Sci*, 1996, **181**(1): 60-72.
- [10] Nas S, Tryggvason G. Thermocapillary interaction of two bubbles or drops[J]. *Int J Multiphase Flow*, 2003, **29**(7): 1117-1135.
- [11] Nas S, Muradoglu M, Tryggvason G. Pattern formation of drops in thermocapillary migration[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2006, **49**(13/14): 2265-2276.
- [12] Balasubramanian B, Lacy C E, Woniak G, Subramanian R S. Thermocapillary migration of bubbles and drops at moderate values of the Marangoni number in reduced gravity[J]. *Phys Fluids*, 1996, **8**(4): 872-880.
- [13] Brady P T, Herrmann M, Lopez J M. Confined thermocapillary motion of a three-dimensional deformable drop[J]. *Phys Fluids*, 2011, **23**(2): 022101.
- [14] GAO Peng. Numerical investigation of the drop thermocapillary migration[D]. PhD Thesis. Chinese Academy of Sciences, 2007.
- [15] Hick W M. On the motion of two spheres in a fluid[J]. *Phil Trans Roy Soc*, 1880, **171**: 455-492.
- [16] Herman R A. On the motion of two spheres in fluid and allied problems[J]. *Quart J Pure Appl Math*, 1887, **22**: 204-262.
- [17] Kaneda Y, Ishii K. The hydrodynamic interaction of two spheres moving in an unbounded fluid at small but finite Reynolds number[J]. *J Fluid Mech*, 1982, **124**: 209-217.
- [18] Batchelor G K. *An Introduction to Fluid Mechanics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1967.
- [19] 吴望一. 流体力学[M]. 上册,下册. 北京: 北京大学出版社,1982, 1983. (WU Wang-yi. *Fluid Dynamics*[M]. Beijing: Peking University Press, 1982, 1983. (in Chinese))
- [20] Happel J, Brenner H. *Low Reynolds Number Hydrodynamics*[M]. The Hague: Martinus Nijhoff Publishers, 1965(1st ed), 1973, 1983(reprint).

- [21] 严宗毅. 低雷诺数流理论[M]. 北京: 北京大学出版社, 2002. (YAN Zong-yi. *Theory of Low Reynolds Number Hydrodynamics* [M]. Beijing: Peking University Press, 2002. (in Chinese))
- [22] Stimson M, Jeffery G B. The motion of two spheres in a viscous fluid[J]. *Proc Roy Soc A*, 1926, **111**: 110.
- [23] Goldman A J, Cox R G, Brenner H. The slow motion of two identical arbitrarily oriented spheres through a viscous fluid[J]. *Chem Eng Sci*, 1966, **21**(12): 1151 -1170.

Thermocapillary Migration and Interaction of Two Nondeformable Droplets

YIN Zhao-hua, CHANG Lei, HU Wen-rui, GAO Peng

(*National Microgravity Laboratory, Institute of Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, P. R. China*)

Abstract: A numerical study on interactions of two spherical drops in thermocapillary migration in microgravity was presented. Finite-difference methods were adopted and the interfaces of drops were captured by the front-tracking technique. It is found that the arrangement of drops directly influences their migrations and interaction, and that the motion of one drop is mainly determined by the disturbed temperature field because of the existence of another drop.

Key words: interactions of two drops; thermocapillary motion; front tracking method