

热辐射对粘性流体流过多孔非线性收缩平面时的 MHD 流动和热传导的影响*

G·C·斯特, R·哈尔达

(迦达浦大学 数学系,加尔各答 700032,印度)

摘要: 研究热辐射对多孔非线性收缩平面上磁流体动力学(MHD)流动和热传导的影响.假设收缩平面的速度和横向磁场,按离原点距离的幂函数而变化;又假设粘性按与其有关的温度的反函数变化,热传导率按温度的线性函数变化.通过广义相似变换,将偏微分方程的控制方程,简化为耦合的非线性常微分方程,然后通过有限差分法进行数值求解.在不同的参数取值下,得到速度和温度分布,以及多孔平面上表面摩擦因数和热传导率的数值结果.

关键词: 热辐射; 收缩平面; 可变粘性; 可变热传导率

中图分类号: O361.3 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.06.001

符号说明

u, v	x 和 y 方向上的速度分量	k_{∞}	自由流的热传导系数
n	幂指数	v_0	吸入速度
μ	粘性系数	f	无量纲流函数
μ_{∞}	远离平面的粘性常数	η	相似的空间变量
T	流体温度	θ	无量纲温度
T_w	平面温度	M	磁场参数
T_{∞}	自由流温度	Pr	Prandtl 数
ρ_{∞}	流体密度	θ_r	粘性参数
B_0	磁场强度常量	β	收缩参数
σ	导电率	K	吸入参数
q_r	辐射热通量	Ec	Eckert 数
σ^*	Stefan-Boltzman 常数	Re	Reynolds 数
K^*	平均吸收系数	$Gr(x)$	局部 Grashof 数
β_1	热扩散系数	Nr	热辐射参数
c_p	常压力下的比热容	λ	浮力参数

* 收稿日期: 2010-02-09; 修订日期: 2011-04-08

作者简介: G. C. Shit, 副教授, 博士(联系人. E-mail: gcs@math.jdvu.ac.in).

本文原文为英文, 海治译, 张禄坤校.

g	重力加速度	C_f	表面摩擦因数
$k(T)$	可变的热传导率	Nu	Nusselt 数

引 言

在层状边界层流动中,收缩平面上的流动和热传导问题是一个相对比较新的课题.边界表面速度,都朝着一个固定的点,即所谓收缩现象.边界层 MHD 流动朝着一个收缩平面的研究,引起众多学者的关注,是由于该现象频繁地出现于工业技术、地热利用和应用于核聚变能量转换的高温等离子体,以及 MHD 发电系统.最近,出现了不少关于研究收缩现象的论文^[1-8],Muhaimin 等^[9]在有吸入效应时,研究传热传质对非线性 MHD 粘性流体,流过一个收缩平面时的影响.在众多学者的研究中,他们都详细地探究了流体流过收缩平面时的工业应用,此外,他们还发现,平面的收缩对流场有着实质性的影响.然而上述的研究,都局限于粘性为常量的线性收缩平面.

有一些论文^[10-13],研究了非线性收缩平面上的流动问题.在许多实际情况中,假设连续伸展或收缩表面具有幂律速度.大家知道,流体流动的物理特性能够随着温度而改变,特别是流体的粘性和热传导率的变化.有鉴于此,Prasad 等^[13]就流过一个非线性伸展平面的磁流体流动和热交换,研究可变粘性和可变热传导率的影响.Nadeem 和 Hussain^[5]运用同伦分析法,研究了多孔非线性收缩平面上粘性流体的 MHD 流动,验证了收缩平面解的存在性.如果考虑了磁场,或者考虑了驻点流动,其解就可能存在,但是在他们的研究中,没有考虑热辐射和粘性扩散的影响.

如今对粘性流体流动的研究中加入了一些新的因素,考虑了热辐射以及与温度有关的粘性.在聚合物的工业生产中,热辐射的影响在控制热交换过程中起着重要作用.鉴于此,Raptis 和 Perdikis^[14]、Mohamed 和 Abo-Dahab^[15]以及 Seddeek 等^[16],在有常吸入效应并伴有热量产生的半无限多孔板上,研究了热辐射对 MHD 流动和热交换的影响.此外,Fang 和 Zhang^[17]在一个伴有传质的线性收缩平面上,得到了流动和热交换的解析解,但他们没有考虑热辐射和可变热传导率的影响.

本文就 MHD 流体流过一个多孔非线性收缩平面时,研究了热辐射和流体特性变化的影响,当流体粘性与温度相关时,考虑了粘性的扩散以及浮力的影响,通过适当的相似变换,将偏微分方程的控制方程,简化为一组常微分方程组,运用有限差分法连同 Newton 线性化方法一起,数值求解该耦合的非线性常微分方程组,最后用图形给出该流动特性的数值结果.

1 流动分析

考虑不可压缩的粘性流体,流过多孔非线性收缩的平面,作二维稳定的 MHD 流动和热传导.取流动方向为 x 轴, y 轴与 x 轴相垂直.两个大小相等而方向相反的力作用于 x 轴上,使得平面朝原点收缩.假定连续收缩平面具有幂律速度, $u = U_w = -bx^n$,其中 b 为常量, x 为离原点的距离, n 为幂指数, U_w 为该平面的表面速度.假设在与收缩平面垂直磁场 $B(x)$ 的作用下,导电液体产生感应电流,磁场强度为 $B(x) = B_0x^{(n-1)/2}$,其中 B_0 为垂直作用于多孔收缩平面的磁场强度常量.假设由导电液体运动产生的感应磁场可以忽略不计.由于不考虑电荷的极化,因此不产生电场.

根据 Lai 和 Kulacki 的文献[18],假设流体粘性系数的倒数,按温度的线性函数变化:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\infty}} [1 + \gamma(T - T_{\infty})] \quad (1)$$

或

$$\frac{1}{\mu_{\infty}} = a(T - T_r), \quad (2)$$

其中, $a = \gamma/\mu_{\infty}$, $T_r = T_{\infty} - (1/\gamma)$. 方程(2)中的 a 和 T_r 均为常量,它们的数值与流体的热力学特性,即与 γ 有关,一般情况下, $a > 0$ 表示液体, $a < 0$ 表示气体.

假定热辐射满足 Rosseland 假设,辐射热通量 q_r 由下式给出:

$$q_r = -\frac{4\sigma^*}{3K^*} \frac{\partial T^4}{\partial y}. \quad (3)$$

考虑到流动中的温差足够地小,正如 Chamakha 在文献[19]中指出的那样, T^4 可以展开为温度的线性函数,将 T^4 关于 T_{∞} 的 Taylor 级数展开,并忽略高阶项,得到

$$T^4 \approx 4T_{\infty}^3 T - 3T_{\infty}^4. \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),得到

$$\frac{\partial q_r}{\partial y} = -\frac{16\sigma^* T_{\infty}^3}{3K^*} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (5)$$

根据上述假设,流过多孔收缩平面边界层流动的控制方程,可以用如下方程组表示:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (6)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{\infty}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \pm g\beta_1(T - T_{\infty}) - \frac{\sigma B^2(x)}{\rho_{\infty}} u, \quad (7)$$

$$\rho_{\infty} c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[k(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{\partial q_r}{\partial y}. \quad (8)$$

方程(7)右边第2项表示热浮力的影响,正号表示对流动起促进作用,负号表示对流动起阻止作用.

与温度相关的热传导率由下式给出^[20]:

$$k(T) = k_{\infty} \left[1 + \frac{\epsilon}{\Delta T} (T - T_{\infty}) \right],$$

其中, $\Delta T = T_w - T_{\infty}$, T_w 为平面处的温度,高于 T_{∞} . ϵ 为一小参数, k_{∞} 为远离平面处流体的热传导率.

相应的边界条件为多孔非线性收缩平面的速度场和温度场:

$$u(x, 0) = -bx^n, \quad v(x, 0) = -v_0 x^{(n-1)/2}, \quad T = T_w, \quad \text{当 } y = 0 \text{ 时}, \quad (9)$$

$$u \rightarrow 0, \quad T \rightarrow T_{\infty}, \quad \text{当 } y \rightarrow \infty \text{ 时}. \quad (10)$$

其中, $b (> 0)$ 为常收缩率, v_0 为吸入速度. 值得注意的是 n 的正负号: 正号表示表面速度朝流出带加速, 负号表示表面速度朝流出带减速.

为了检查毗邻平面处流体的流动状态,引入变换:

$$\begin{cases} u = bx^n f'(\eta), \quad v = -\sqrt{\frac{b\nu(n+1)}{2}} x^{(n-1)/2} \left[f(\eta) + \frac{n-1}{n+1} \eta f'(\eta) \right], \\ \eta = \sqrt{\frac{b(n+1)}{2\nu}} x^{(n-1)/2} y, \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}}, \end{cases} \quad (11)$$

其中, f 为无量纲的流函数, η 为一相似的空间变量, ν 为动粘度, θ 为无量纲温度. 显然, u 和 v 由式(11)定义时, 连续方程(6)得到了自动满足. 将方程(11)代入方程(7)~(10), 得到

$$f''' + \left(\frac{\theta_r - \theta}{\theta_r}\right) f f'' + \left(\frac{\theta'}{\theta_r - \theta}\right) f'' - \beta \left(\frac{\theta_r - \theta}{\theta_r}\right) f'^2 - (2 - \beta) \left(\frac{\theta_r - \theta}{\theta_r}\right) M f' + (2 - \beta) \left(\frac{\theta_r - \theta}{\theta_r}\right) \lambda \theta = 0, \quad (12)$$

$$[3Nr(1 + \epsilon\theta) + 4]\theta'' + 3NrPrf\theta' + 3Nr\epsilon\theta'^2 - 3NrPr\left(\frac{\theta_r - \theta}{\theta_r}\right) Ec f'^2 = 0. \quad (13)$$

相应的边界条件变为

$$f'(\eta) = -1, f(\eta) = K, \theta(\eta) = 1, \quad \text{当 } \eta = 0 \text{ 时}, \quad (14)$$

$$f'(\eta) \rightarrow 0, \theta(\eta) \rightarrow 0, \quad \text{当 } \eta \rightarrow \infty \text{ 时}, \quad (15)$$

其中撇号表示对 η 的导数, 方程(12)和方程(13)中的无量纲参数如下定义: $\theta_r = (T_r - T_\infty)/(T_w - T_\infty) = -1/(\gamma(T_w - T_\infty))$ 是粘性参数, $M = 2\sigma B_0^2/(\rho_\infty b(n+1))$ 是磁场参数, $Pr = c_p \mu/k_\infty$ 是 Prandtl 数, $Nr = k_\infty K^*/(4T_\infty^3 \sigma^*)$ 是热辐射参数, $\beta = 2n/(n+1)$ 是收缩参数, $K = v_0/\sqrt{b\nu(n+1)}/2$ 是吸入参数, $\lambda = Gr(x)/Re^2$ 是浮力参数, $Gr(x) = g\beta_1(T_w - T_\infty)/(b^2 x^{2n-1})$ 是局部 Grashof 数, $Re = U_w x/\nu$ 是 Reynolds 数, $Ec = U_w^2/(c_p(T_w - T_\infty))$ 是 Eckert 数.

这里值得注意的是, $\lambda > 0$ 表示促进流体的流动, $\lambda < 0$ 表示阻止流体的流动, $\lambda = 0$ 表示浮力为 0 的情况. 另一方面, 如果 λ 的数量级远大于 1, 浮力将起主要作用, 流动实质上为自由对流. 在我们的研究中, $K > 0$ 表示吸入, $K < 0$ 表示吹出, 有时 K 也被称为壁面传质参数. 本文的研究中还提出了另外两个重要的特性参数: 局部表面摩擦因数 C_f 和局部 Nusselt 数 Nu :

$$\begin{cases} \sqrt{Re} C_f = -\left(\frac{\theta_r}{1 - \theta_r}\right) \sqrt{\frac{1}{2 - \beta}} f''(0), C_f = \frac{\tau_w(x)}{\rho U_w^2}, \\ \tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = -\left(\frac{\theta_r}{1 - \theta_r}\right) b x^{(3n-1)/2} \sqrt{\frac{b(n+1)}{2\nu}} f''(0), \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \frac{Nu}{\sqrt{Re}} = -\sqrt{\frac{1}{2 - \beta}} \theta'(0), Nu = \frac{x q_w}{k_\infty (T_w - T_\infty)}, \\ q_w = -k_\infty \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = -k_\infty \sqrt{\frac{b(n+1)}{2\nu}} x^{(n-1)/2} (T_w - T_\infty) \theta'(0). \end{cases} \quad (17)$$

2 数值结果和讨论

数值地研究产生感应电流的流体, 在流过非线性收缩平面时, 与流体特性相关的温度是如何影响着层流边界层 MHD 流动和热传导的. 使用有限差分法, 在满足边界条件(14)和(15)时, 数值地求解耦合的非线性常微分方程组(12)和(13). 由于方程(12)和(13)是高度非线性的常微分方程, 通过 Newton 线性化法(见 Cebeci 和 Cousteix^[21]), 将方程线性离散化. 数值计算的详细过程可以参看 Misra 和 Shit^[22]、Misra 等^[23-24]早期的研究. 这个方法的实质是基于一种有着良好稳定性、简单和三对角操作的迭代算法, 计算过程中, 空间的长度取 $\Delta\eta = 0.0125$, 更进一步地减小 $\Delta\eta$ 值, 并不会对 $f(\eta)$ 的结果带来明显的变化. 反复迭代, 直到 f 值间差别小于 10^{-6} 量级, 认为达到了所希望的精确度, 这时候的解, 可以认为已经收敛. 在数值计算中, 物理

参数的选取,让 $M, \theta_r, K, \lambda, Nr$ 和 n 的值,在一定范围内变化并在各自的图例中列出. 为了检测本数值结果的精确度,当 $M = 1, \beta = 1, K = 2$ 和 $\lambda = 0$ 时,图 1 给出了 $f'(\eta)$ 的数值解,与 Nadeem 和 Hussain^[5] 得到的解析解之间进行了比较.

在磁场参数 M 取不同数值时,图 2 和图 4 分别给出了轴向速度 $f'(\eta)$ 和温度 $\theta(\eta)$ 的分布. 可以明显地看到,随着 M 的增加,跨越边界层的轴向速度在减少,同时无量纲温度在上升. 原因在于导电流体在横向磁场的作用下,产生了一种称之为 Lorentz 力的抵抗力,一种类似于阻力的力,使流体运动出现减缓的倾向,而这种阻碍流动的阻力,又是造成温度上升的原因. 值得注意的还有磁场的存在,使热边界层的厚度增加.

当收缩参数 β 取不同数值时,图 3 和图 5 分别给出了磁场存在时的轴向速度和温度的分布. 从这两个图中可以看到,随着收缩参数 β 的增加,边界层中的轴向速度在减少,而温度在上升. 从图 3 还可以看到一个有趣的现象,平面附近的轴向速度在减少,而自由流中的轴向速度出现增加的趋势. 在这两种情况下,收缩参数 β 对动量边界层厚度具有削减作用,而对热边界层厚度具有增强作用.

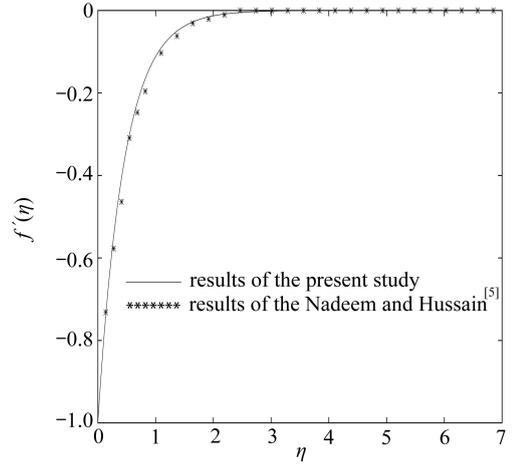


图 1 当 $M = \beta = 1.0, K = 2.0, Ec = \lambda = \epsilon = Pr = Nr = 0, \theta_r \rightarrow -\infty$ 时,轴向速度 $f'(\eta)$ 随 η 的变化

Fig. 1 Comparison of axial velocity $f'(\eta)$ along with η , when $M = \beta = 1.0, K = 2.0, Ec = \lambda = \epsilon = Pr = Nr = 0, \theta_r \rightarrow -\infty$

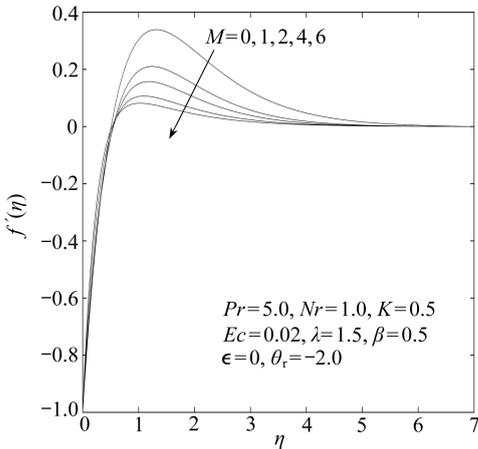


图 2 M 取不同数值时, $f'(\eta)$ 随 η 的变化

Fig. 2 Variation of $f'(\eta)$ with η for different values of M

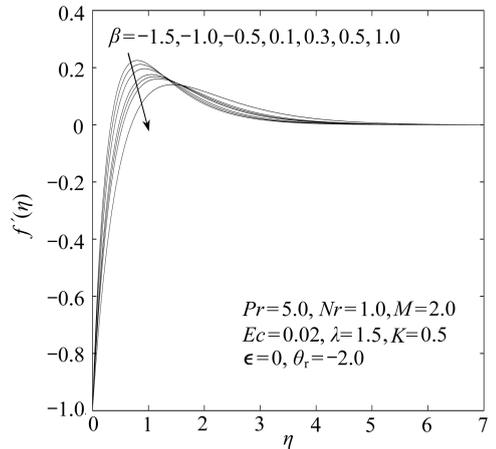


图 3 β 取不同数值时, $f'(\eta)$ 随 η 的变化

Fig. 3 Variation of $f'(\eta)$ with η for different values of β

当浮力参数 λ 和吸入参数 K 取不同数值时,图 6 ~ 图 9 给出了轴向速度 $f'(\eta)$ 和无量纲温度 $\theta(\eta)$ 的变化. 图 6 显示了浮力参数 λ 的变化对轴向速度 $f'(\eta)$ 的影响: 在促进流动区 ($\lambda > 0$), 随着浮力参数的增加, 轴向速度在增加; 而在阻碍流动区 ($\lambda < 0$), 则恰好相反. 物理上

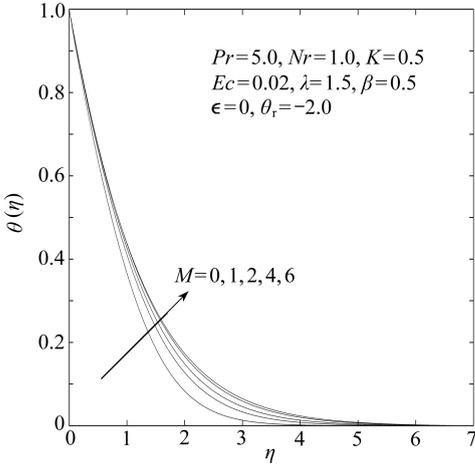


图4 M取不同数值时,无量纲温度 $\theta(\eta)$ 的变化

Fig. 4 Variation of dimensionless temperature $\theta(\eta)$ for different values of M

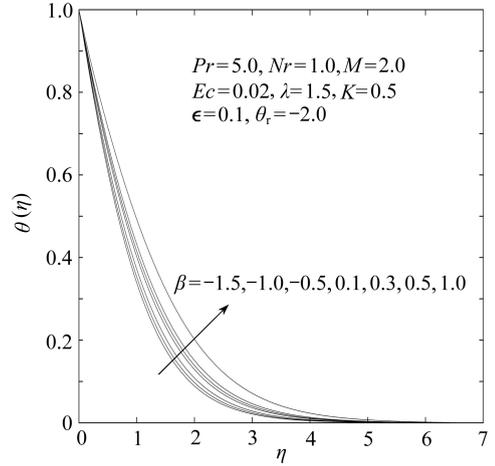


图5 beta取不同数值时,无量纲温度 $\theta(\eta)$ 的变化

Fig. 5 Variation of dimensionless temperature $\theta(\eta)$ for different values of β

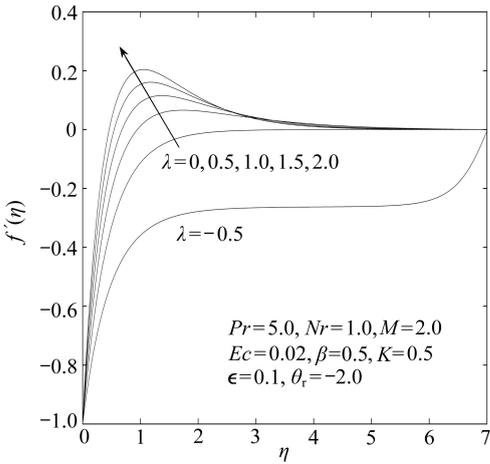


图6 lambda取不同数值时, $f'(\eta)$ 随 η 的变化

Fig. 6 Variation of $f'(\eta)$ with η for different values of λ

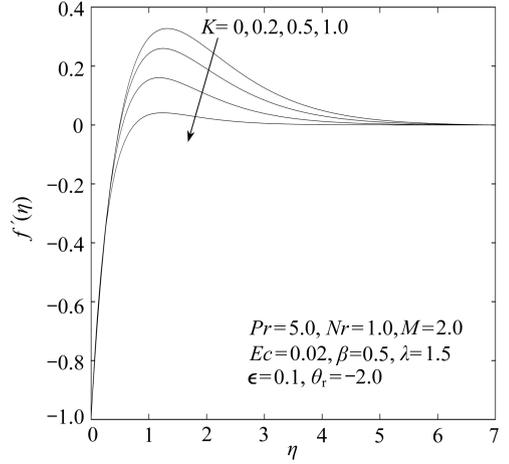


图7 K取不同数值时, $f'(\eta)$ 随 η 的变化

Fig. 7 Variation of $f'(\eta)$ with η for different values of K

认为, $\lambda > 0$ 表明流体在加热或者收缩平面在冷却, $\lambda < 0$ 表明流体在冷却或者收缩平面在加热, $\lambda = 0$ 则对应着自由对流的参数。

从图6还可以看到,加热的流体使得动量边界层厚度增加,而流体的冷却或者平面的加热,使得动量边界层厚度减少。图8中可以看到,无论 $\lambda > 0$ 还是 $\lambda < 0$,随着浮力参数 λ 的增加,温度都是下降的。

当吸入参数 K 取不同数值时,图7和图9分别给出了磁场作用下的轴向速度和温度。随着吸入参数 K 的增加,收缩平面边界层中轴向速度在增加(见图7),而温度出现明显的下降(见图9)。

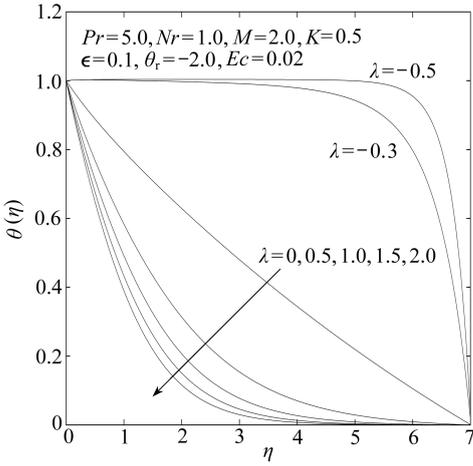


图 8 λ 取不同数值时,无量纲温度 $\theta(\eta)$ 的变化

Fig. 8 Variation of dimensionless temperature $\theta(\eta)$ for different values of λ

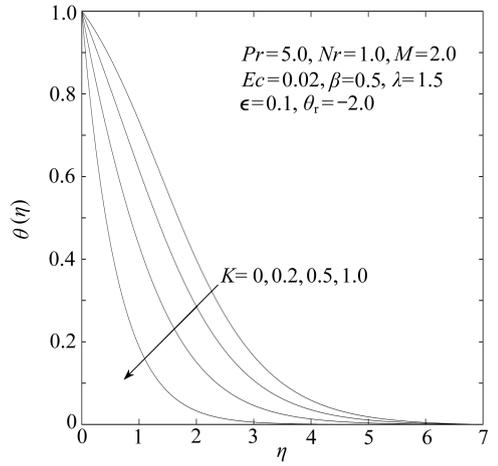


图 9 K 取不同数值时,无量纲温度 $\theta(\eta)$ 的变化

Fig. 9 Variation of dimensionless temperature $\theta(\eta)$ for different values of K

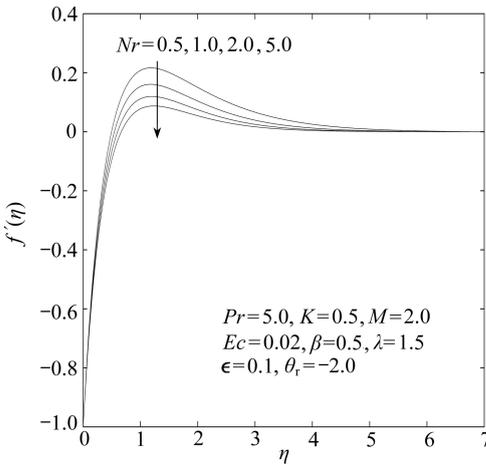


图 10 Nr 取不同数值时, $f'(\eta)$ 随 η 的变化

Fig. 10 Variation of $f'(\eta)$ with η for different values of Nr

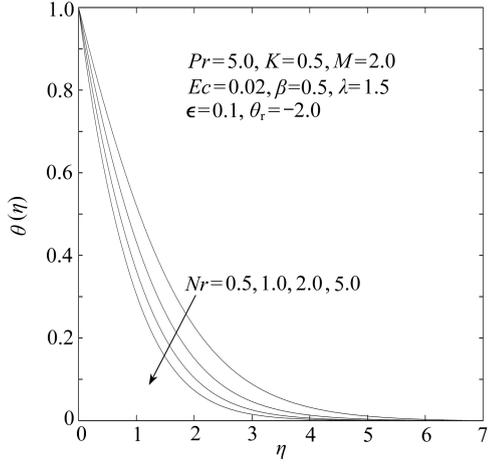


图 11 Nr 取不同数值时, $\theta(\eta)$ 随 η 的分布

Fig. 11 Distribution of $\theta(\eta)$ with η for different Nr

图 10 和图 11 分别给出了热辐射参数 Nr 对轴向速度和温度分布的影响. 从图中可以发现,随着热辐射的增加,轴向速度和温度均出现逐渐下降,这可能归因于,随着 Nr 的增加,导致动量以及热边界层交换的减少这样一个事实.

图 12 和图 13 给出了不同的粘性参数 θ_r , 所对应的轴向速度和温度. 从图中可以看出,随着粘性参数 θ_r 的增加,边界层中的轴向速度在增加,而温度在下降,还可以注意到,当 $\theta_r \rightarrow -\infty$ 时,对粘性参数变化的影响趋于常量.

图 14 和图 15 给出了 Prandtl 数 Pr 对轴向速度和温度的影响. 从图中发现,随着 Prandtl 数 Pr 的增加,轴向速度和温度均逐渐降低. 因而, Prandtl 数 Pr 对两种边界层厚度均有削减作用.

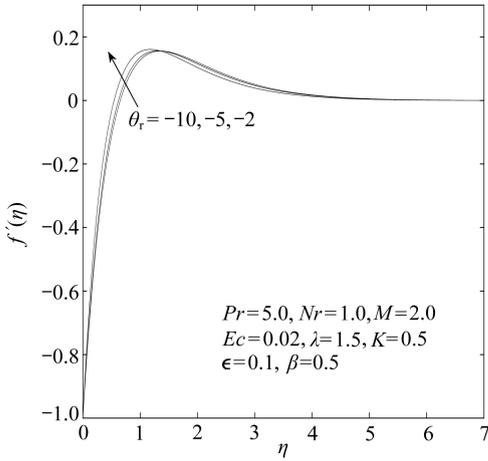


图 12 粘性参数 θ_r 取不同数值时, $f'(\eta)$ 随 η 的变化

Fig. 12 Variation of $f'(\eta)$ with η for different values of θ_r

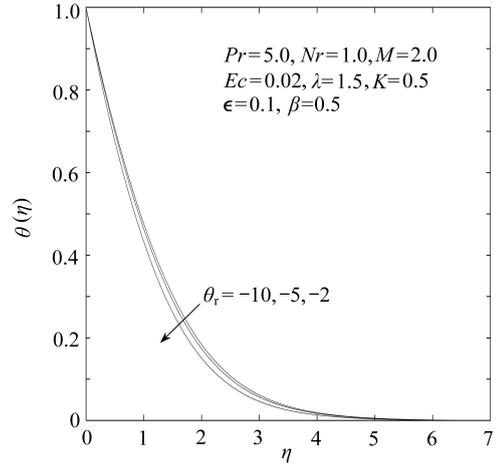


图 13 粘性参数 θ_r 取不同数值时, $\theta(\eta)$ 随 η 的分布

Fig. 13 Distribution of $\theta(\eta)$ with η for different viscosity parameter θ_r

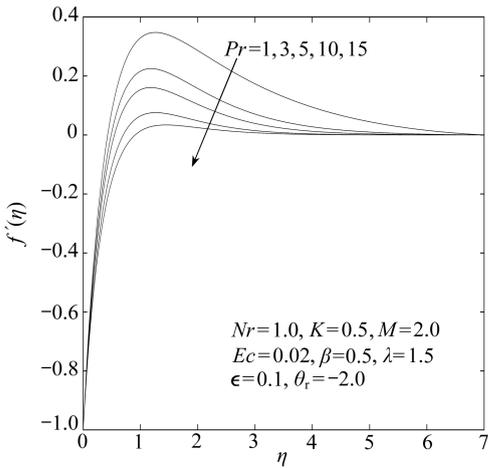


图 14 Pr 取不同数值时, $f'(\eta)$ 随 η 的变化

Fig. 14 Variation of $f'(\eta)$ with η for different values of Pr

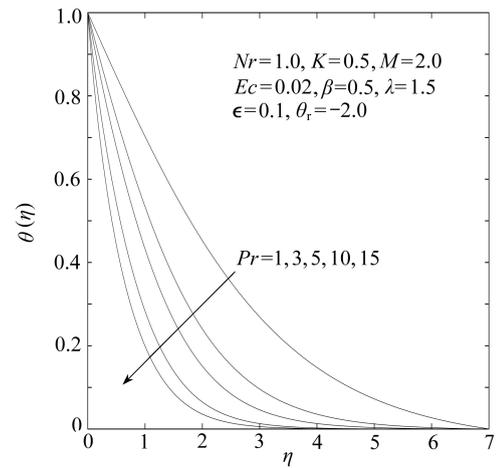


图 15 Pr 取不同数值时, $\theta(\eta)$ 随 η 的分布

Fig. 15 Distribution of $\theta(\eta)$ with η for different values of Pr

图 16 和图 17 给出了不同热传导率 ϵ 对表面摩擦因数 C_f 和 Nusselt 数 Nu 的影响. 从图中可以看到, 随着热传导率 ϵ 的增加, 表面摩擦因数 C_f 和 Nusselt 数 Nu 均出现减少. 因此, 热传导率的变化, 能够影响着动量以及热边界层厚度的出现. 与此相反, 随着收缩参数 β 的增加, 表面摩擦和传热率都出现增加.

图 18 和图 19 分别给出了表面摩擦因数和 Nusselt 数随磁场参数 M 的变化. 从图 18 中可以看到, 随着磁场参数 M 和吸入参数 K 的增加, 表面摩擦因数在增加. 从图 19 中可以看到, 随着磁场参数 M 的增加, 热传导率在降低; 而随着 K 的增加, 热传导率在增加.

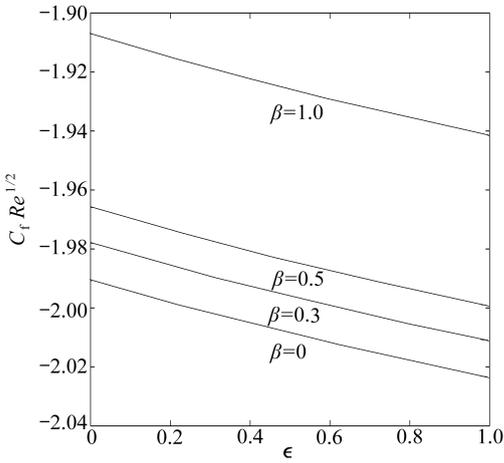


图 16 β 取不同数值时, 表面摩擦因数随 ϵ 的变化

Fig. 16 Variation of skin-friction coefficient with ϵ for different values of β

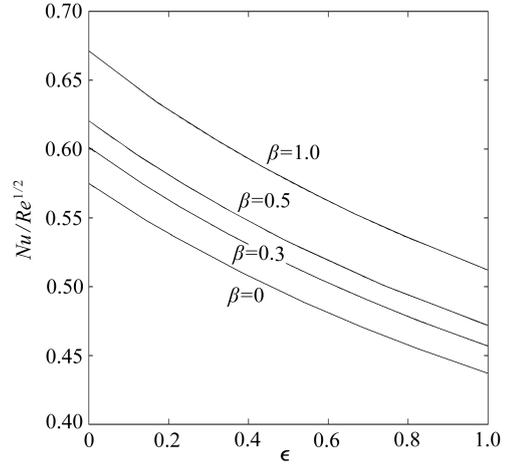


图 17 β 取不同数值时, Nusselt 数随 ϵ 的变化

Fig. 17 Variation of Nusselt number with ϵ for different values of β

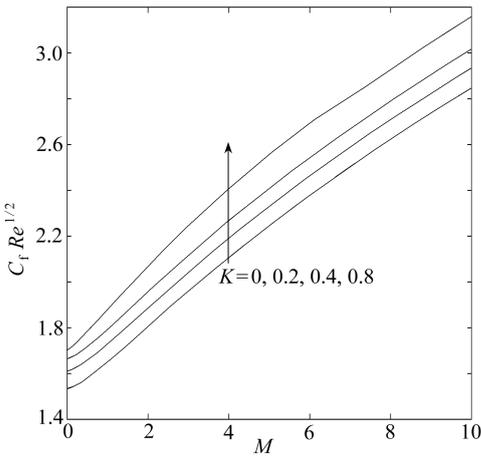


图 18 K 取不同数值时, 表面摩擦因数随 M 的分布

Fig. 18 Distribution of skin-friction coefficient with M for different values K

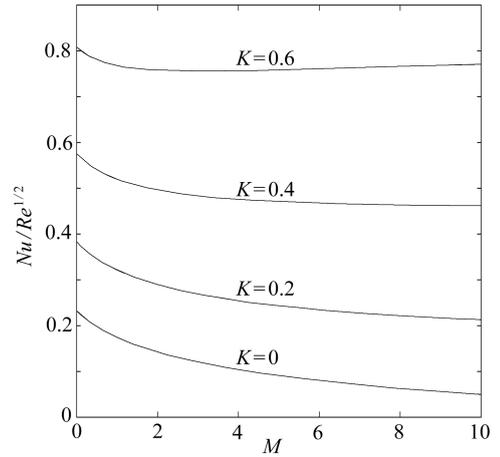


图 19 K 取不同数值时, Nusselt 数 Nu/\sqrt{Re} 的分布

Fig. 19 Distribution of Nusselt number with Nu/\sqrt{Re} for different values of K

3 总 结

本文主要研究不可压缩粘性导电流体, 流过多孔非线性收缩平面时的流动及其热交换, 其中流体特性与温度的变化密切相关. 用 Newton 线性化方法和有限差分法, 得到速度场和温度场的数值解. 本文的主要结论归结如下:

- 1) 随着磁场参数 M 的增加, 跨越收缩平面的轴向速度在减少, 而温度在增加.
- 2) 收缩参数 β 对轴向速度具有削减作用, 而对温度分布具有增强作用.
- 3) 浮力参数 λ 对轴向速度具有双重作用: 在促进流动区 ($\lambda > 0$), 轴向速度在增加; 在阻

碍流动区($\lambda < 0$), 轴向速度在减少. 而温度随着 λ 的增加而在下降.

4) 吸入参数 K 对轴向速度和温度分布的影响, 均出现明显的削减作用.

5) 随着热辐射参数 N_r 的增加, 轴向速度在减少, 温度也在下降.

本研究给出的信息可用于工业应用领域, 例如收缩包装、收缩覆盖、收缩涂层等, 对最终成品的温度加以控制.

致谢 作者感谢新德里 DST, 通过迦达浦大学的 DST-PURSE 项目, 对本文研究提供的资金资助.

参考文献:

- [1] Fang T, Liang W, Lee C F. A new solution branch for the Blasius equation a shrinking sheet problem[J]. *Computers and Mathematics With Applications*, 2008, **56**(12):3088-3095.
- [2] Hayat T, Javad T, Sajid M. Analytic solution for MHD rotating flow of a second grade fluid over a shrinking surface[J]. *Physics Letters A*, 2008, **372**(18):3264-3273.
- [3] Wang C Y. Stagnation flow towards a shrinking sheet[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2008, **43**(5):377-382.
- [4] Nadeem S, Awais M. Thin flim flow of an unsteady shrinking sheet through porous medium with variable viscosity[J]. *Physics Letters A*, 2008, **372**(30):4965-4972.
- [5] S·纳丁, A·候赛因. 同伦分析法求解非线性多孔收缩表面上黏性磁流体的流动[J]. 应用数学和力学, 2009, **30**(12):1473-1481. (Nadeem S, Hussain A. MHD flow of a viscous fluid on a non-linear porous shrinking sheet with homotopy analysis method[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2009, **30**(12):1569-1578.)
- [6] Fang T. Boundary layer flow over a shrinking sheet with power-law velocity[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008, **51**(25/26):5838-5843.
- [7] Fang T, Zhang J. Closed-form exact solutions of MHD viscous flow over a shrinking sheet [J]. *Communications in Non-Linear Science and Numerical Simulation*, 2009, **14**(7):2853-2857.
- [8] S·纳丁, 安沃·胡塞因, M·Y·马立克, T·哈亚特. 具有收缩表面的二阶流体驻点流动的级数解 [J]. 应用数学和力学, 2009, **30**(10):1173-1180. (Nadeem S, Hussain A, Malik M Y, Hayat T. Series solutions for the stagnation flow of a second-grade fluid over a shrinking sheet[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2009, **30**(10):1255-1262.)
- [9] M·R·坎达沙密, A·B·哈密什. 传热传质对有抽吸的收缩薄片上的非线性磁流体动力学边界层流动的影响[J]. 应用数学和力学, 2009, **29**(10):1191-1198. (Muhaimin R K, Khamis A B. Effects of heat and mass transfer on non-linear MHD boundary layer flow over a shrinking sheet in the presence of suction[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2008, **29**(10):1309-1317.)
- [10] Cortell R. Viscous flow and heat transfer over a non-linearly stretching sheet[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, **184**(2):864-873.
- [11] Sajid M, Hayat T, Asghar S, Vajravelu K. Analytical solution for axisymmetric flow over a non-linear stretching sheet[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2008, **78**:127-134.

- [12] Prasad K V, Vajravelu K, Datti P S. The effect of variable fluid properties on the hydromagnetic flow and heat transfer over a non-linearly stretching sheet[J]. *International Journal of Thermal Science*, 2010, **49**(3): 603-610.
- [13] Prasad K V, Vajravelu K, Datti P S. Mixed convection heat transfer over a non-linear stretching surface with variable fluid properties[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2010, **45**(3): 320-330.
- [14] Raptis A, Perdikis C. Viscoelastic flow by the presence of radiation[J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics(ZAMM)*, 1998, **78**(4): 277-279.
- [15] Mohamed R A, Abo-Dahab S M. Influence of chemical reaction and thermal radiation on the heat and mass transfer in MHD micropolar flow over a vertical moving porous plate in a porous medium with heat generation[J]. *International Journal of Thermal Science*, 2009, **48**(9): 1800-1813.
- [16] Seddeek M A, Aboeldahab E M. Radiation effects on unsteady MHD free convection with Hall current near an infinite vertical porous plate[J]. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2001, **26**(4): 249-255.
- [17] Fang T, Zhang J. Thermal boundary layers over a shrinking sheet: an analytical solution[J]. *Acta Mechanica*, 2010, **209**(3/4): 325-343.
- [18] Lai F C, Kulacki F A. The effect of variable viscosity on convective heat transfer along a vertical surface in a saturated porous medium[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1990, **33**(5): 1028-1031.
- [19] Chamakha A J. Hydromagnetic natural convection from an isothermal inclined surface adjacent to a thermally stratified porous medium[J]. *International Journal of Engineering Science*, 1997, **35**(10/11): 975-986.
- [20] Chiam T C. Heat transfer with variable thermal conductivity in a stagnation point towards a stretching sheet[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 1996, **23**(2): 239-248.
- [21] Cebeci T, Cousteix J. *Modeling and Computation of Boundary-Layer Flows*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [22] Misra J C, Shit G C. Flow of a biomagnetic viscoelastic fluid in a channel with stretching walls[J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 2009, **76**(6): 061006.
- [23] Misra J C, Shit G C, Rath H J. Flow and heat transfer of a MHD viscoelastic fluid in a channel with stretching wall: some application to hemodynamics[J]. *Computers & Fluids*, 2008, **37**(1): 1-11.
- [24] J·C·密斯让, A·辛哈, G·C·斯特. 生物磁粘弹性流体的流动: 应用动脉电磁过热评估血液的流动, 癌症治疗进程[J]. *应用数学和力学*, 2010, **31**(11): 1330-1343. (Misra J C, Sinha A, Shit G C. Flow of a biomagnetic viscoelastic fluid: application to estimation of blood flow in arteries during electromagnetic hyperthermia, a therapeutic procedure for cancer treatment[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2010, **31**(11): 1405-1420.)

Effect of Thermal Radiation on MHD Viscous Fluid Flow and Heat Transfer Over a Non-Linear Shrinking Porous Sheet

G. C. Shit, R. Haldar

(*Department of Mathematics, Jadavpur University, Kolkata 700032, India*)

Abstract: Of concern was an investigation of the effects of thermal radiation on magnetohydrodynamic (MHD) flow and heat transfer over a non-linear shrinking porous sheet. The surface velocity of the shrinking sheet and the transverse magnetic field were assumed to vary as a power function of the distance from the origin. The temperature dependent viscosity and the thermal conductivity were also assumed to vary as an inverse function and a linear function of the temperature respectively. A generalized similarity transformation was used to reduce the governing partial differential equations into its non-linear coupled ordinary differential equations and were solved numerically by using finite difference scheme. The numerical results concern with the velocity and temperature profiles as well as the skin-friction coefficient and the rate of heat transfer at the porous sheet for different values of the parameters of interest.

Key words: thermal radiation; shrinking sheet; variable viscosity; variable thermal conductivity