

幂函数型曲线裂纹平面问题的一般解*

郭俊宏, 袁泽帅, 卢子兴

(北京航空航天大学 固体力学研究所,北京 100191)

摘要: 通过构造一个新的、精确的和通用的保角映射,利用 Muskhelishvili 复势法研究了任意自然数次幂的幂函数型曲线裂纹的平面弹性问题,给出了远处受单向拉伸载荷下裂纹尖端 I 型和 II 型应力强度因子的一般解.当幂次取不同的自然数时,可以退化为若干已有的结果.通过数值算例,讨论了幂函数型曲线裂纹的系数、幂次及在 x 轴上的投影长度对 I 型和 II 型应力强度因子的影响规律.

关键词: 幂函数型曲线裂纹; 保角映射; 复变函数; 应力强度因子; 平面问题

中图分类号: O346.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.05.003

引 言

在线弹性断裂力学研究方面,多数工作是针对直线裂纹^[1]、孔洞^[2]以及孔边裂纹^[3-5]等缺陷问题进行的.然而,实际工程结构中产生的裂纹往往是不规则、非直线型的.因此,准确描述曲线裂纹的断裂行为并给出其一般解是非常重要的而又较难解决的问题.Chen^[6]利用奇异积分方程将宏观曲线裂纹分解为无数个斜率不同的短直线裂纹的叠加或积分,给出了受拉载荷作用下抛物线型曲线裂纹尖端应力强度因子的数值解.胡和赵^[7]采用 Stroh 公式和映射法研究了沿抛物线分布的各向异性曲线裂纹问题,但实际求解时只能解决抛物线很平坦的情况.魏和董^[8]利用保角映射和复变函数法,研究了轴对称抛物线型曲线裂纹的平面弹性问题,并给出了裂纹尖端应力强度因子的解析解.在此基础上,郭怀民等^[9]将轴对称曲线裂纹模型推广到一些幂函数类曲线裂纹的情形,得到了这些曲线裂纹尖端应力强度因子的解析解.但是,他们的工作只针对幂次为 3,4,5,6 幂函数型曲线裂纹问题,并且采用了 4 个不同且形式复杂的保角映射,重复计算才能得到每个幂函数型曲线裂纹尖端应力强度因子的解析解.然而,对于更高次幂的幂函数型曲线裂纹情形,相应的保角映射和应力强度因子都较难直接给出其结

* 收稿日期: 2010-12-09; 修订日期: 2011-03-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10932001;11072015;10761005);北京市教育委员会共建项目建设计划资助项目(KZ201010005003);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(201011021100167)

作者简介: 郭俊宏(1981—),男,内蒙古乌兰察布人,博士生(E-mail: guojunhong@ase.buaa.edu.cn);
卢子兴(1960—),男,河北枣强人,教授,博士生导师(联系人. Tel: +86-10-82317507; Fax: +86-10-82328501; E-mail: luzixing@buaa.edu.cn).

果。

本文构造一个简洁而通用的新保角映射,将物理平面上任意自然数次幂的幂函数型曲线裂纹的外部区域映射到数学平面上的单位圆内部,利用 Muskhelishvili 复势法^[2]给出任意自然数次幂的幂函数型曲线裂纹尖端 I 型和 II 型应力强度因子的一般解。通过数值算例,进一步讨论了幂函数型曲线裂纹的系数、幂次及在 x 轴上的投影长度对 I 型和 II 型应力强度因子的影响规律。

1 保角映射

本文考虑幂函数型曲线裂纹的一般形式,即

$$y = cx^n \quad (c \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{N}, -a \leq x \leq a). \quad (1)$$

显然,文献[8-9]中考虑的曲线裂纹均是本文的特殊情形。并且,当 $n = 0, 1$ 时,式(1)分别对应于 Griffith 裂纹和斜直线裂纹,同时式(1)中的系数 c 可正、可负、可为 0。因此,这里考虑的式(1)是幂函数型曲线裂纹的一般形式。如图 1 所示,假设曲线裂纹在 x 轴上的投影长度为 $2a$,在无穷远处受均布拉应力 q ,裂纹表面不受力作用。当 n 为偶数时(图 1(a)),曲线关于 y 轴对称,并且系数 $c > 0$ 开口向上, $c < 0$ 开口向下。当 n 为奇数时(图 1(b)),曲线关于原点对称,并且系数 $c > 0$ 位于第 1 和第 3 象限, $c < 0$ 位于第 2 和第 4 象限。为了解决这一类幂函数型曲线裂纹问题,构造如下精确、简洁而通用的保角映射:

$$z = \omega(\zeta) = \frac{a}{2}(\zeta + \zeta^{-1}) + \frac{ica^n}{2^n}(\zeta + \zeta^{-1})^n. \quad (2)$$

式(2)将 z 平面上幂函数型曲线裂纹外部区域映射到 ζ 平面上单位圆内部,其中 ζ 平面上 $\zeta = 1$ 点对应于 z 平面上 $z = a + ica^n$ 点, $\zeta = -1$ 对应于 z 平面上 $z = -a + ica^n (-1)^n$ 点, $\zeta = \pm i$ 分别对应于 z 平面上 $(0, 0^-)$ 与 $(0, 0^+)$ 。

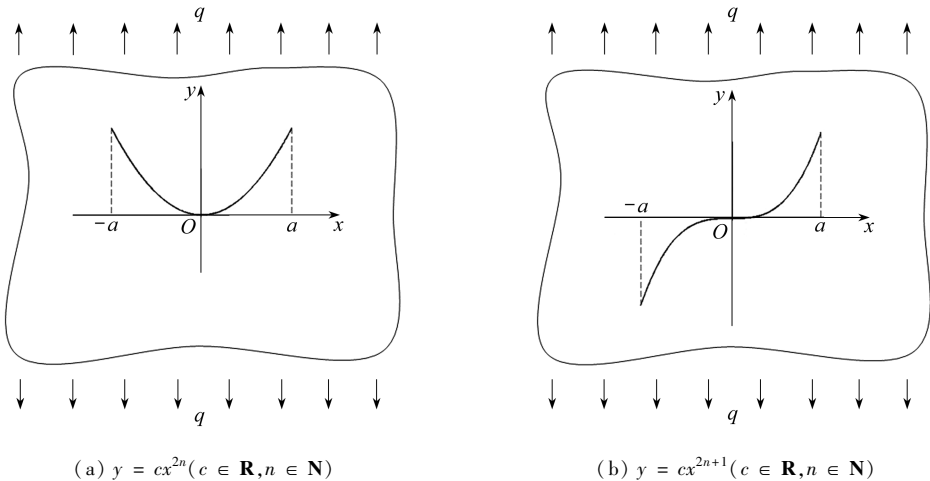


图 1 无限大板中幂函数型曲线裂纹

Fig. 1 Power function curved cracks in an infinite plate

由文献[4, 10]可知,只要确定 ζ 平面上曲线裂纹问题的复应力函数 $\phi(\zeta)$,便可求得断裂力学中最重要的物理量——应力强度因子。为此,引入复应力强度因子^[10]

$$K = K_I - iK_{II} = 2\sqrt{2\pi} \lim_{z \rightarrow z_1} \{ \sqrt{z - z_1} \phi'(z) \}. \quad (3)$$

经保角映射后, ζ 平面上的复应力强度因子为

$$K = K_I - iK_{II} = 2\sqrt{2\pi} \lim_{\zeta \rightarrow \zeta_1} \left\{ \sqrt{\omega(\zeta) - \omega(\zeta_1)} \frac{\phi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \right\}. \quad (4)$$

2 一般解

当曲线裂纹在无穷远处受均布拉应力 q , 裂纹表面不受力作用时, 应力函数为

$$\phi(\zeta) = \frac{q}{4} \omega(\zeta) + \phi_0(\zeta), \quad \psi(\zeta) = \frac{q}{2} \omega(\zeta) + \psi_0(\zeta), \quad (5)$$

而解析函数 $\phi_0(\zeta)$ 和 $\psi_0(\zeta)$ 满足如下方程组^[2,10]:

$$\phi_0(\zeta) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \frac{\overline{\phi_0'(\sigma)}}{\sigma - \zeta} d\sigma = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f_0}{\sigma - \zeta} d\sigma, \quad (6)$$

$$\psi_0(\zeta) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \frac{\phi_0'(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\overline{f_0}}{\sigma - \zeta} d\sigma, \quad (7)$$

其中, γ 代表单位圆周, 且

$$f_0 = -\frac{q}{2} \omega(\zeta) - \frac{q}{2} \overline{\omega(\zeta)}. \quad (8)$$

由式(2)得到下列各式:

$$\omega(\sigma) = \frac{a}{2} \left(\sigma + \frac{1}{\sigma} \right) + \frac{ica^n}{2^n} \left(\sigma + \frac{1}{\sigma} \right)^n, \quad (9)$$

$$\overline{\omega(\sigma)} = \frac{a}{2} \left(\sigma + \frac{1}{\sigma} \right) - \frac{ica^n}{2^n} \left(\sigma + \frac{1}{\sigma} \right)^n, \quad (10)$$

$$\omega'(\sigma) = \frac{a}{2} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2} \right) + \frac{inca^n}{2^n} \left(\sigma + \frac{1}{\sigma} \right)^{n-1} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2} \right), \quad (11)$$

$$\overline{\omega'(\sigma)} = \frac{a}{2} (1 - \sigma^2) - \frac{inca^n}{2^n} \left(\sigma + \frac{1}{\sigma} \right)^{n-1} (1 - \sigma^2), \quad (12)$$

$$\frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} = \frac{(\sigma + 1/\sigma) [2^{n-1} + ica^{n-1} (\sigma + 1/\sigma)^{n-1}]}{(1 - \sigma^2) [2^{n-1} - inca^{n-1} (\sigma + 1/\sigma)^{n-1}]}, \quad (13)$$

$$\frac{\overline{\omega(\sigma)}}{\omega'(\sigma)} = \frac{(\sigma + 1/\sigma) [2^{n-1} - ica^{n-1} (\sigma + 1/\sigma)^{n-1}]}{(1 - 1/\sigma^2) [2^{n-1} + inca^{n-1} (\sigma + 1/\sigma)^{n-1}]}. \quad (14)$$

由于 $\phi_0(\zeta)$ 和 $\psi_0(\zeta)$ 在 $|\zeta| < 1$ 内解析, 且在 $|\zeta| \leq 1$ 是连续的, 故 $\phi_0(\zeta)$ 和 $\psi_0(\zeta)$ 具有如下形式:

$$\phi_0(\zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \zeta^k, \quad \psi_0(\zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \zeta^k. \quad (15)$$

因此, 式(6)左端积分中的被积函数

$$F_1(\zeta) = \frac{(\zeta + 1/\zeta) [2^{n-1} + ica^{n-1} (\zeta + 1/\zeta)^{n-1}]}{(1 - \zeta^2) [2^{n-1} - inca^{n-1} (\zeta + 1/\zeta)^{n-1}]} \overline{\phi_0'(\zeta)} \quad (16)$$

在单位圆外(即 $|\zeta| > 1$) 解析, 根据无穷远处的 Cauchy 积分公式, 得

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \frac{\overline{\phi_0'(\sigma)}}{\sigma - \zeta} d\sigma = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{F_1(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma = F_1(\infty) = 0. \quad (17)$$

故有

$$\phi_0(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f_0}{\sigma - \zeta} d\sigma. \quad (18)$$

而式(7)左端积分中的被积函数

$$F_2(\zeta) = \frac{(\zeta + 1/\zeta) [2^{n-1} - ica^{n-1}(\zeta + 1/\zeta)^{n-1}]}{(1 - 1/\zeta^2) [2^{n-1} + inca^{n-1}(\zeta + 1/\zeta)^{n-1}]} \phi_0'(\zeta), \quad (19)$$

在单位圆内(即 $|\zeta| < 1$) 解析, 根据有限区域的 Cauchy 积分公式, 得

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\overline{\omega(\sigma)} \phi_0'(\sigma)}{\omega'(\sigma) \sigma - \zeta} d\sigma = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{F_2(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma = F_2(\zeta). \quad (20)$$

因此, 式(7)化为

$$\psi_0(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\overline{f_0}}{\sigma - \zeta} d\sigma - F_2(\zeta). \quad (21)$$

将式(8)代入式(18)和(21), 并利用 Cauchy 积分公式, 得

$$\phi_0(\zeta) = -\frac{qa}{2} \zeta, \quad (22)$$

$$\psi_0(\zeta) = -\frac{qa}{2} \zeta - \frac{(\zeta + 1/\zeta) [2^{n-1} - ica^{n-1}(\zeta + 1/\zeta)^{n-1}]}{(1 - 1/\zeta^2) [2^{n-1} + inca^{n-1}(\zeta + 1/\zeta)^{n-1}]} \phi_0'(\zeta). \quad (23)$$

将式(22)代入式(5), 并对 ζ 求导, 得

$$\begin{aligned} \phi'(\zeta) &= \frac{q}{4} \omega'(\zeta) + \phi_0'(\zeta) = \\ &= \frac{q}{4} \left[\frac{a}{2} \left(1 - \frac{1}{\zeta^2} \right) + \frac{inca^n}{2^n} \left(\zeta + \frac{1}{\zeta} \right)^{n-1} \left(1 - \frac{1}{\zeta^2} \right) \right] - \frac{qa}{2}. \end{aligned} \quad (24)$$

将式(2)的导函数和式(24)代入式(4), 得到幂函数型曲线裂纹尖端的复应力强度因子为

$$K = K_I - iK_{II} = q \sqrt{\frac{\pi a}{1 + nica^{n-1}}}. \quad (25)$$

分离上式的实部和虚部, 便可得到幂函数型曲线裂纹尖端 I 型与 II 应力强度因子分别为

$$K_I = \frac{q\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + n^2 c^2 a^{2n-2}}}{1 + n^2 c^2 a^{2n-2}}}, \quad (26)$$

$$K_{II} = \frac{q\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2}} \frac{nca^{n-1}}{\sqrt{(1 + n^2 c^2 a^{2n-2})(1 + \sqrt{1 + n^2 c^2 a^{2n-2}})}}. \quad (27)$$

3 特解讨论与数值算例

由于本文给出的幂函数型曲线裂纹构型具有一般性, 故得到的解析表达式(25)是幂函数型曲线裂纹的一般解. 在特殊情形下, 可退化为已有的一些结果. 例如, 当 $n = 0$ 时, 式(25)退化为 Griffith 裂纹受单向拉伸的应力强度因子^[2]; 当 $n = 1$ 时, 式(25)退化为一条斜裂纹的结

果,它等价于直线裂纹受单向斜拉伸作用下的解^[10];当 $n=2$ 时,幂函数型曲线裂纹退化为抛物线型曲线裂纹的结果,这与魏和董^[8]给出的解析解完全一致;当 $n=3, \dots, 6$ 时,式(25)退化为郭怀民等^[9]给出的结果.此外,对于 n 取更高次幂的曲线裂纹,相应的解均可从解析表达式(25)得到.因此,本文给出的解析解(25)比已有文献给出的解更具一般性,应用也将更为广泛.

为了讨论幂函数型曲线裂纹的几何构型对 I 型和 II 型无量纲应力强度因子的影响规律,设定 $K_0 = q\sqrt{\pi a}$ 和 $K_0^* = q\sqrt{\pi \cdot 1}$.

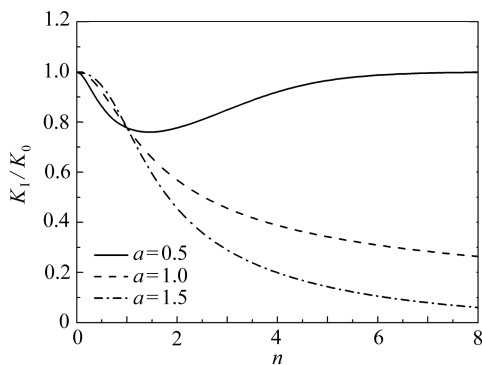


图2 幂函数型裂纹的幂次对 I 型无量纲应力强度因子的影响

Fig. 2 Effect of power for power function curved crack on the non-dimensional SIFs for mode I

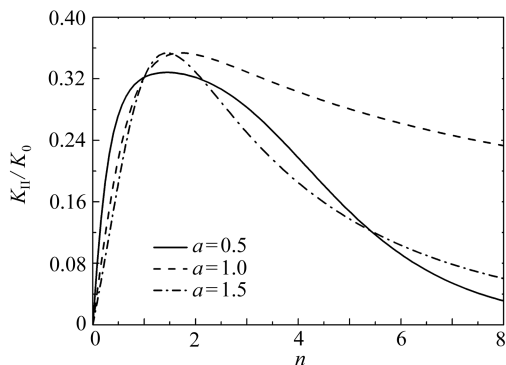


图3 幂函数型裂纹的幂次对 II 型无量纲应力强度因子的影响

Fig. 3 Effect of power for power function curved crack on the non-dimensional SIFs for mode II

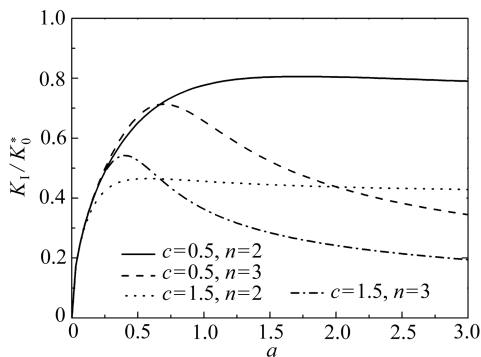


图4 幂函数型裂纹在 x 轴上的投影长度对 I 型无量纲应力强度因子的影响

Fig. 4 Effect of projected length for power function curved crack on the non-dimensional SIFs for mode I

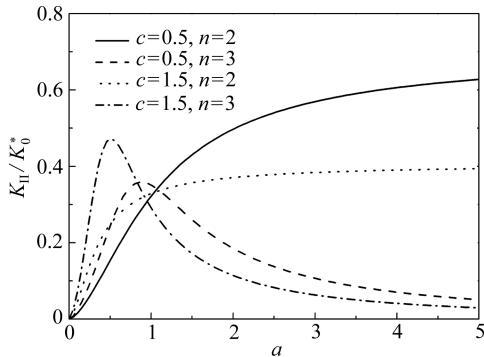


图5 幂函数型裂纹在 x 轴上的投影长度对 II 型无量纲应力强度因子的影响

Fig. 5 Effect of projected length for power function curved crack on the non-dimensional SIFs for mode II

取幂函数型曲线裂纹的系数 $c=1$,图2和图3分别显示了幂函数型裂纹的幂次 n (注:图中仅对 $n \in \mathbf{N}$ 成立)对 I 型和 II 型无量纲应力强度因子的影响.从图2可知,当投影长度 $a < 1$ 时,直裂纹的 I 型无量纲应力强度因子最大,而抛物线型曲线裂纹的 I 型无量纲应力强度因子最小.然后,随着幂次($n \geq 3$)的增加,幂函数型曲线裂纹的 I 型无量纲应力强度因子逐渐增

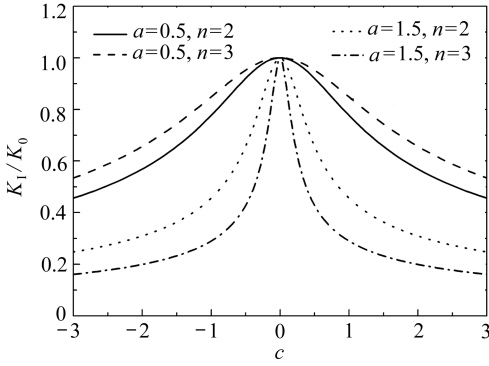


图6 幂函数型裂纹的系数对 I 型
无量纲应力强度因子的影响

Fig. 6 Effect of coefficient for power function
curved crack on the non-dimensional
SIFs for mode I

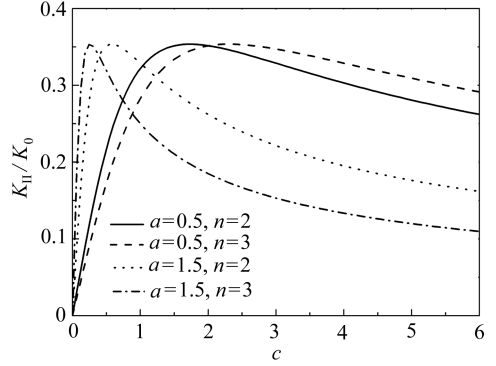


图7 幂函数型裂纹的系数对 II 型
无量纲应力强度因子的影响

Fig. 7 Effect of coefficient for power function
curved crack on the non-dimensional
SIFs for mode II

加。但当投影长度 $a \geq 1$ 时,随着幂次的增加,幂函数型曲线裂纹的 I 型无量纲应力强度因子逐渐减小并趋向于 0。而幂函数型曲线裂纹的 II 型无量纲应力强度因子(图 3)随幂次的增加先增加达到最大值,然后逐渐减小。

以抛物线型曲线裂纹和 3 次幂函数型曲线裂纹为例,图 4 至图 7 给出了幂函数型曲线裂纹在 x 轴上的投影长度和系数分别对 I 型和 II 型无量纲应力强度因子的影响。从图 4 可知,当 c 值一定时,随着投影长度的增加 I 型无量纲应力强度因子先增加达到最大值后再减小,而 3 次幂函数型曲线裂纹要比抛物线型曲线裂纹减小得快。从图 5 中发现,对于 3 次幂函数型曲线裂纹,投影长度对 II 型无量纲应力强度因子的影响类似于 I 型,但抛物线型曲线裂纹尖端的 II 型无量纲应力强度因子随投影长度的增加始终增加。从图 6 和图 7 可知,在给定的投影长度下,系数 c 对 I 型和 II 型无量纲应力强度因子的影响完全不同。I 型无量纲应力强度因子随着系数 c 绝对值的增加逐渐减小(图 6),当 $c \rightarrow 0$ 时达到最大。这表明幂函数型曲线裂纹的系数越小时裂纹越容易扩展,换言之,幂函数型曲线裂纹越平坦裂纹越容易扩展。而 II 型无量纲应力强度因子随着系数 c 的增大先增加然后减小(图 7)。但无论是 I 型还是 II 型幂函数型曲线裂纹,投影长度越大,系数 c 对应力强度因子的影响越大。

4 结 论

本文通过构造一个简洁而通用的新保角映射,将物理平面上任意自然数次幂的幂函数型曲线裂纹的外部区域映射到数学平面上的单位圆内部,利用 Muskhelishvili 复势法给出了任意自然数次幂的幂函数型曲线裂纹尖端 I 型和 II 型应力强度因子的一般解。通过数值算例,讨论了幂函数型曲线裂纹的系数、幂次及在 x 轴上的投影长度对 I 型和 II 型应力强度因子的影响规律。最后,可得如下结论:

1) 在曲线系数给定情形下,当投影长度 $a < 1$ 时,直裂纹的 I 型无量纲应力强度因子最大,而抛物线型曲线裂纹的 I 型无量纲应力强度因子最小。然后,随着幂次 ($n \geq 3$) 的增加,幂函数型曲线裂纹的 I 型无量纲应力强度因子逐渐增加。但当投影长度 $a \geq 1$ 时,随着幂次的增

加,幂函数型曲线裂纹的 I 型无量纲应力强度因子逐渐减小并趋向于 0. 而幂函数型曲线裂纹的 II 型无量纲应力强度因子随幂次的增加先增加达到最大值,然后逐渐减小.

2) 当曲线系数一定时,随着投影长度的增加 I 型无量纲应力强度因子先增加达到最大值后再减小,而 3 次幂函数型曲线裂纹要比抛物线型曲线裂纹减小得快. 对于 3 次幂函数型曲线裂纹,投影长度对 II 型无量纲应力强度因子的影响类似于 I 型,但抛物线型曲线裂纹尖端的 II 型无量纲应力强度因子随投影长度的增加始终增加.

3) 在给定的投影长度下,曲线系数 c 对 I 型和 II 型无量纲应力强度因子的影响完全不同. 对于 I 型曲线裂纹而言,幂函数型曲线裂纹越平坦裂纹越容易扩展. 而 II 型无量纲应力强度因子随着系数 c 的增大先增加然后减小. 但无论是 I 型还是 II 型幂函数型曲线裂纹,投影长度越大,曲线系数对应力强度因子的影响越大.

本文所得结果可为工程材料断裂分析和结构设计提供重要的理论基础,同时,幂函数型曲线裂纹模型将会在准晶、压电、磁电弹性等新材料中得到广泛的应用.

致谢 感谢北京航空航天大学博士创新基金(300351)的资助.

参考文献:

- [1] SHEN Da-wei, FAN Tian-you. Exact solutions of two semi-infinite collinear cracks in a strip [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, **70**(6): 813-822.
- [2] Muskhelishvili N I. *Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity*[M]. Gorningen, Holland; P Noordhoff, 1975.
- [3] YAN Xiang-qiao. A numerical analysis of cracks emanating from an elliptical hole in a 2-D elasticity plate[J]. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2006, **25**(1): 142-153.
- [4] 郭俊宏, 刘官厅. 带双裂纹的椭圆孔口问题的应力分析[J]. 力学学报, 2007, **39**(5): 699-703. (GUO Jun-hong, LIU Guan-ting. Stress analysis for elliptical hole with two straight cracks [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, **39**(5): 699-703. (in Chinese))
- [5] Abdelmoula R, Semani K, Li J. Analysis of cracks originating at the boundary of a circular hole in an infinite plate by using a new conformal mapping approach[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, **188**(2): 1891-1896.
- [6] CHEN Yi-zhou. Stress intensity factors for curved and kinked cracks in plane extension[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 1999, **31**(3): 223-232.
- [7] 胡元太, 赵兴华. 沿抛物线分布的各向异性曲线裂纹问题[J]. 应用数学和力学, 1995, **16**(2): 107-115. (HU Yuan-tai, ZHAO Xing-hua. Curve crack lying along a parabolic curve in anisotropic body[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 1995, **16**(2): 115-124.)
- [8] 魏雪霞, 董健. 含轴对称抛物线曲裂纹平面弹性问题的解析解[J]. 北京理工大学学报, 2004, **24**(5): 380-382. (WEI Xue-xia, DONG Jian. An analytical solution for the elastic plane problem with a symmetric parabolic crack[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2004, **24**(5): 380-382. (in Chinese))
- [9] 郭怀民, 刘官厅, 皮建东. 若干含幂函数类对称曲线裂纹平面弹性问题的解析解[J]. 内蒙古师范大学学报(自然科学汉文版), 2007, **36**(5): 533-536. (GOU Huai-min, LIU Guan-ting, PI Jian-dong. Analytical solutions for the elastic plane problem with symmetric power function

- cracks[J]. *Journal of Inner Mongolia Normal University (Natural Science Edition)*, 2007, **36**(5): 533-536. (in Chinese)
- [10] 范天佑. 断裂理论基础[M]. 北京:科学出版社,2003. (FAN Tian-you. *Foundation of Fracture Theory*[M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese))

General Solutions of Plane Problem for Power Function Curved Cracks

GUO Jun-hong, YUAN Ze-shuai, LU Zi-xing

(*Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, P. R. China*)

Abstract: A new, exact and universal conformal mapping was proposed. Using the Muskhelishvili's complex potential method, the plane elasticity problem of power function curved cracks with an arbitrary power of natural number was investigated and the general solutions of stress intensity factors (SIFs) for mode I and mode II at the crack tip were obtained under the remotely uniform tensile loads. The present results can be reduced to the well-known solutions when the power of power function is prescribed to different natural numbers. Numerical examples are conducted to reveal the effects of opening orientation, opening size, power and projected length along x -axis of the power function curved crack on the SIFs for mode I and mode II.

Key words: power function curved crack; conformal mapping; Muskhelishvili's complex potential method; SIFs; plane problem