

部分植被化矩形河槽紊流 时均流速分布分析解*

槐文信, 耿川, 曾玉红, 杨中华

(武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072)

摘要: 研究了部分植被化矩形河槽紊流的水深平均流速分布. 植被被视为不可移动的刚性多孔介质, 植被对水流的阻力以多孔介质理论加以考虑, 并综合考虑部分植被存在时矩形河槽紊动水流二次流的作用, 建立了紊流动量方程. 针对恒定均匀流的特点, 对动量方程进行了简化, 沿水深方向积分并引入参考量, 形成无量纲形式的基于多孔介质理论紊动水流控制方程, 进而对其求解给出了水深平均纵向时均流速分布的分析解. 研究表明, 在不同水流条件下的二次流强度系数具有相同的数量级. 为验证分析解的正确性, 在实验室采用 MicoADV 测量了部分植被化矩形河槽水流的流速分布. 数值解与实验资料和日本学者的相关实验资料的对比表明, 该方法可以准确预测部分植被化矩形河槽紊流水流的水深平均流速分布.

关键词: 多孔介质理论; 植被河槽; 二次流; 横向时均流速分布; 矩形河槽

中图分类号: TV131.2 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.04.007

引 言

树木、草类植物和灌木等各种形式的植被广泛地存在于天然河道和湿地. 植被可以增加对水流的阻力且减小流速, 从而对洪水控制产生负面的影响. 但是, 植被同样可以起到促进泥沙沉降, 减少河道侵蚀, 改善水环境和恢复河道生态系统的作用. 因此, 研究植被对水流的影响非常重要.

早期, 学者们致力于研究植被对水流的阻力并建立植被阻力与水流之间的经验关系(见 Cowna 的文献[1], Kouwen 等的文献[2]). 随着测量技术的发展, 许多学者逐渐对流速的分布和 Reynolds 应力产生了浓厚的兴趣. 并且开展于部分植被河槽的水流特性的研究, 得到了多种数值分析的方法(例如 Bennett 等^[3], Liu 和 Shen^[4], Shimizu 等^[5], Stone 和 Shen^[6], Tsujimoto 和 Kitamura^[7], Wang 和 Zhu 等^[8], Wu 等^[9], Yang 等^[10]的文献). 以 Shiono 和 Knight^[11]的 SKM 模型为基础, 槐文信等^[12], Rameshwaran 和 Shiono^[13], Tang 和 Knight^[14]发展出了平面二维滩地植被化复式断面河槽的水深平均流速的解析解.

* 收稿日期: 2010-10-01; 修订日期: 2011-02-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10972163;51079102);中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(2104001)

作者简介: 槐文信(1963—), 男, 陕西人, 教授, 博士, 博士生导师(联系人. E-mail: wxhuai@whu.edu.cn).

近期,台湾学者将多孔介质理论引入到了植被水流的研究(见 Hsieh 和 Shiu 的文献[15]),主要用于求解立面二维淹没植被水流纵向流速的数值解,该方法的优点在于,植被被视为均质的各项同性介质且能够很准确地给出流速分布.植被水流的动量方程由 Biot 的多孔介质理论给出(见 Biot 的文献[16]).

本文的主要思想是将多孔介质理论推广到求解非淹没植被水流水深平均流场特性,以期扩大该理论在植被水流研究领域的使用范围.多孔介质理论的优点在于可以为部分植被矩形河槽中的植被区域提供新的阻力表达式.这样将 Reynolds 平均的 N-S 方程沿水深方向积分,同时考虑二次流的简化表达式,得到积分形式的动量方程,从而求解主流方向的时均流速.在分析求解动量方程过程中,为了避免有量纲公式中系数过大,我们引入组合无量纲将该方程变形为无量纲的形式,从而得出物理意义明确,计算稳定的时均流速分布求解方法.为了检验本文分析方法的有效性,我们在实验室进行了部分植被化矩形水槽紊动水流的试验研究,得到了有效的试验资料.本文的实验资料和 Tsujimoto 等在文献[7]的实测资料与本文计算结果的良好吻合,表明本文的分析方法能够很好地用于求解部分植被矩形河槽中水深平均流速分布.

1 数学模型

部分植被化矩形河槽水流可以分为两个部分,即植被区域和无植被区域.据 Hsieh 和 Shiu 的文献[15],植被区水流的动量方程为

$$\alpha\rho\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial t} + \alpha\rho\frac{\partial(\bar{u}_i\bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\mu\alpha^2}{k}\bar{u}_i + \rho g_i - \alpha\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} + \mu\frac{\partial^2\bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \alpha\frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho\overline{u'_i u'_j}), \quad (1)$$

其中, $x_i = (x, y, z)$ 表示坐标方向, x, y, z 分别表示纵向、横向和垂向方向,如图1所示; $\bar{u}_i = (\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z)$ 为流速张量, $\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z$ 分别为 x, y 和 z 方向的时均流速,单位为 m/s ; $u'_i = (u'_x, u'_y, u'_z)$ 为脉动流速张量, u'_x, u'_y, u'_z 分别为 x, y 和 z 方向的脉动流速,单位为 m/s ; g_i 为重力加速度张量;孔隙率 α 被定义为 $\alpha = 1 - N_v A_v$, 其中 $A_v = \pi D^2/4$ 为单株植被所占的断面面积(见 Rameshwaran 和 Shiono 的文献[13]), D 为单株植被直径, N_v 为单位面积渠道内的植被数; ρ 为水的密度; $-(\mu\alpha^2/k)\bar{u}_i$ 为基于多孔介质理论的植被阻力的表达式; μ 为水的粘性系数; k 为多孔介质的特定渗透率.

由方程(1)我们可以得出主流方向,恒定均匀紊流的动量方程:

$$\alpha\rho\left[\frac{\partial(\bar{u}_x\bar{u}_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{u}_x\bar{u}_z)}{\partial z}\right] = \alpha\rho g S_0 + \alpha\frac{\partial\bar{\tau}_{yx}}{\partial y} + \alpha\frac{\partial\bar{\tau}_{zx}}{\partial z} - \frac{\mu\alpha^2}{k}\bar{u}_x. \quad (2)$$

$\mu(\partial^2\bar{u}_i/\partial x_j^2)$ 在紊流中可以被忽略,所以 Reynolds 应力 $\bar{\tau}_{yx} = -\rho\overline{u'_y u'_x}$, $\bar{\tau}_{zx} = -\rho\overline{u'_z u'_x}$, 单位为 N/m^2 ; g 为重力加速度,单位为 m/s^2 ; S_0 为能量坡度,在均匀流中,它等于底坡坡度.

Ervine 等^[17]假定二次流与惯性相关,在他们的 2D 模型中,令

$$\bar{u}_x\bar{u}_y = LU^2, \quad (3)$$

其中, $U = \frac{1}{H} \int_0^H \bar{u}_x dz$ 表示水深平均的主流方向流速; L 为二次流强度系数,它在确定的条件下被认为是常数.二次流的强度越大, L 的值就越大.将方程(2)沿水深方向积分,我们就得到了水深平均的方程:

$$\alpha\rho HL \frac{\partial U^2}{\partial y} + \alpha\rho \int_0^H d(\bar{u}_x \bar{u}_z) = \alpha\rho gHS_0 + \alpha \int_0^H \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial y} dz + \alpha \int_0^H d\bar{\tau}_{zx} - \int_0^H \frac{\mu\alpha^2}{k} \bar{u}_x dz. \quad (4)$$

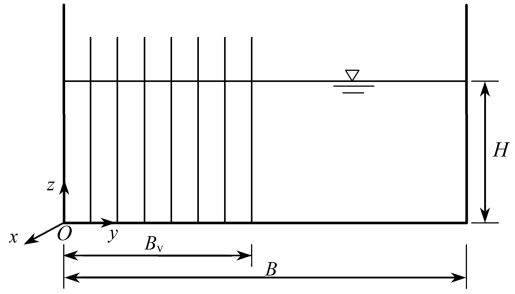


图1 部分植被渠道示意图

Fig.1 Sketch of partially vegetated channel

垂向流速在渠底和水面处通常为0, 即当 $z = 0$ 和 $z = H$ 时, $\bar{u}_z = 0$. 因此, 在方程(4)中

$$\alpha\rho \int_0^H d(\bar{u}_x \bar{u}_z) = 0.$$

Reynolds 应力 $\bar{\tau}_{yx}$ 可按下述方式处理:

$$\bar{\tau}_{yx} = \rho \bar{v}_t \frac{dU}{dy}, \quad (5)$$

\bar{v}_t 为水深平均涡粘度: $\bar{v}_t = \xi HU_* = \xi HU \sqrt{f/8}$, ξ 为涡粘度系数, f 是 Darcy-Weisbach 摩擦因数. 因此

$$\int_0^H \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial y} dz = \rho \xi H^2 \sqrt{\frac{f}{8}} \frac{d}{dy} \left(U \frac{dU}{dy} \right). \quad (6)$$

同时, 假定水面处的 $\bar{\tau}_{zx}$ 为0, 我们可以得出

$$\int_0^H d\bar{\tau}_{zx} = -\tau_b, \quad (7)$$

τ_b 是床面剪切应力, 它的计算公式是 $\tau_b = \rho f U^2/8$. 因此, 方程(4)变形为

$$\rho gHS_0 + \frac{d}{dy} \left(\rho \xi H^2 \sqrt{\frac{f}{8}} U \frac{dU}{dy} - \rho HLU^2 \right) - \frac{1}{8} \rho f U^2 - \frac{\mu\alpha}{k} U = 0. \quad (8)$$

不易直接得到方程(8)的解析解, 因此我们假设

$$\frac{\mu\alpha}{k} U = \frac{\mu\alpha}{k\bar{U}} U^2,$$

以此来得到解析解. \bar{U} 为植被区的断面平均流速, 所以方程(8)可变形为

$$\rho gHS_0 + \frac{d}{dy} \left(\rho \xi H^2 \sqrt{\frac{f}{8}} U \frac{dU}{dy} - \rho HLU^2 \right) - \frac{1}{8} \rho f U^2 - \frac{\mu\alpha}{k\bar{U}} U^2 = 0. \quad (9)$$

在无植被区域, 由于没有植被的存在, 控制方程变为

$$\rho gHS_0 + \frac{d}{dy} \left(\rho \xi H^2 \sqrt{\frac{f}{8}} U \frac{dU}{dy} - \rho HLU^2 \right) - \frac{1}{8} \rho f U^2 = 0. \quad (10)$$

Abril 和 Knight^[18], Ervine 等^[17] 和槐文信等^[12] 给出了计算流速的横向分布的方法. 但是, 这些方法中, 有些带有量纲的系数无法给出明确的物理意义. 而相关系数的数值也往往过大, 而导致计算失准. 为了克服这些弊端, 本文对方程(9)和(10)进行如下的无量纲化处理:

$$Y = y/B, \quad (11)$$

$$\eta = \frac{U^2}{\alpha \sqrt{f/8} gHS_0}. \quad (12)$$

将方程(9)和(10)除以 $\alpha gHS_0 f/(8B^2)$, 得到(本文采用下标 v 来表示植被区域的量而下标 nv 表示无植被区域的量)

$$\frac{d^2\eta}{dY^2} + A_v \frac{d\eta}{dY} + C_v \eta + D_v = 0 \quad (\text{植被区域}), \quad (13)$$

$$\frac{d^2\eta}{dY^2} + A_{nv} \frac{d\eta}{dY} + C_{nv} \eta + D_{nv} = 0 \quad (\text{无植被区域}), \quad (14)$$

其中

$$A_v = -\frac{2BK}{\xi_v H \sqrt{f_v/8}}, \quad C_v = -\frac{2B^2}{\xi_v H^2 \sqrt{f_v/8}} \left(\frac{f_v}{8} + \frac{\mu\alpha}{k\bar{U}\rho} \right), \quad D_v = \frac{16B^2}{f_v H^2 \xi_v},$$

$$A_{nv} = -\frac{2BK}{\xi_{nv} H \sqrt{f_{nv}/8}}, \quad C_{nv} = -\frac{2B^2}{\xi_{nv} H^2 \sqrt{f_{nv}/8}}, \quad D_{nv} = \frac{16B^2}{f_{nv} H^2 \xi_{nv}}.$$

无量纲系数 η 可以从方程(13)和(14)解出:

$$\eta = I_1 e^{r_1 Y} + I_2 e^{r_2 Y} + \delta_v \quad (\text{植被区域}), \quad (15)$$

$$\eta = I_3 e^{r_3 Y} + I_4 e^{r_4 Y} + \delta_{nv} \quad (\text{无植被区域}), \quad (16)$$

$I_i (i=1,2,3,4)$ 为无量纲的常数. 下节详细介绍决定这些常数的边界条件. 其它出现在式(15)和(16)中, 表达式为

$$\delta_v = -\frac{D_v}{C_v}, \quad r_{1,2} = \frac{-A_v \pm \sqrt{A_v^2 - 4C_v}}{2}, \quad \delta_{nv} = -\frac{D_{nv}}{C_{nv}}, \quad r_{3,4} = \frac{-A_{nv} \pm \sqrt{A_{nv}^2 - 4C_{nv}}}{2}.$$

由方程(15)和(16), 我们可以得到方程(9)和(10)的解析解:

$$U = \left[\alpha \sqrt{\frac{f_v}{8}} gHS_0 (I_1 e^{r_1 Y} + I_2 e^{r_2 Y} + \delta_v) \right]^{1/2} \quad (\text{植被区域}), \quad (17)$$

$$U = \left[\alpha \sqrt{\frac{f_{nv}}{8}} gHS_0 (I_3 e^{r_3 Y} + I_4 e^{r_4 Y} + \delta_{nv}) \right]^{1/2} \quad (\text{无植被区域}). \quad (18)$$

2 相关系数的估算及分析解的计算过程

空隙介质的渗透率 k 可由 Kozeny-Carman 公式 $k = c_0 T \alpha^3 / ((1 - \alpha)^2 M^2)$ 给出, c_0 是 Kozeny 常数, 该常数在圆形断面中为 0.5, 在长直断面河道内为 0.667. 本文取 $c_0 = 0.667$; T 是多孔介质的迂曲度, Carman 建议 T 取 0.5; M 是特征表面积, 定义为表面面积与固体体积的比. 植被越强壮, M 的取值就越大. 在本文中, 取 $M = 5.0 \times 10^3$.

4 个边界条件决定了 4 个未知的常数 I_1, I_2, I_3, I_4 : (a) 在渠道的边缘处, 流速为 0: $U(Y=0) = 0, U(Y=1) = 0$; (b) 流速和流速梯度在植被区与无植被区的交界处是连续的: $U(Y=B_v^-/B) = U(Y=B_v^+/B)$ (B_v 是植被区的宽度) 且

$$\left. \frac{dU}{dY} \right|_{Y=B_v^-/B} = \left. \frac{dU}{dY} \right|_{Y=B_v^+/B}.$$

因此, 未知常数可以由以下矩阵给出:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{r_3} & e^{r_4} \\ \sqrt{f_v} e^{r_1 B_v/B} & \sqrt{f_v} e^{r_2 B_v/B} & -\sqrt{f_{nv}} e^{r_3 B_v/B} & -\sqrt{f_{nv}} e^{r_4 B_v/B} \\ \sqrt{f_v} r_1 e^{r_1 B_v/B} & \sqrt{f_v} r_2 e^{r_2 B_v/B} & -\sqrt{f_{nv}} r_3 e^{r_3 B_v/B} & -\sqrt{f_{nv}} r_4 e^{r_4 B_v/B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\delta_v \\ -\delta_{nv} \\ \sqrt{f_{nv}} \delta_{nv} - \sqrt{f_v} \delta_v \\ 0 \end{pmatrix}.$$

I_4 的表达式为

$$I_4 = \frac{mG - N\delta_{nv} - \sqrt{f_v} r_1 e^{r_1 B_v/B} \delta_v}{\sqrt{f_{nv}} r_4 e^{r_4 B_v/B} - m \sqrt{f_{nv}} e^{r_4 B_v/B} + N e^{r_4}},$$

其中

$$G = \sqrt{f_{nv}} \delta_{nv} + \sqrt{f_v} e^{r_1 B_v/B} \delta_v - \sqrt{f_v} \delta_v, \quad m = \frac{r_4 e^{r_4 B_v/B} - r_3 e^{r_3 B_v/B}}{e^{r_4 B_v/B} - e^{r_3 B_v/B}},$$

$$N = \frac{m \sqrt{f_{nv}} r_3 e^{r_3 B_v/B} - \sqrt{f_{nv}} r_3 e^{r_3 B_v/B}}{e^{r_3}}.$$

其他系数的表达式为

$$I_3 = -\frac{\delta_{nv} + e^{r_4} I_4}{e^{r_3}}, \quad I_2 = \frac{G + \sqrt{f_{nv}} e^{r_3 B_v/B} I_3 + \sqrt{f_{nv}} e^{r_4 B_v/B} I_4}{\sqrt{f_v} (e^{r_4 B_v/B} - e^{r_3 B_v/B})}, \quad I_1 = -\delta_v - I_2.$$

上述矩阵中的 Darcy-Weisbach 阻力系数 f_v 和 f_{nv} 可以由矩形河槽中的 Manning 公式得出:

$$f = 8gn_v^2/R_v^{1/3}, \quad (19)$$

$$f_{nv} = 8gn_{nv}^2/R_{nv}^{1/3}, \quad (20)$$

其中, n_v 和 n_{nv} 分别为植被区和无植被区的糙率; R_v 和 R_{nv} 分别为植被区和无植被区的水力半径. 详细方法参考槐文信等的文献[12].

无植被区的涡粘性系数被假定是常数: $\xi_{nv} = 0.07$ (见 Abril 和 Knight 的文献[18]). 植被区的涡粘性系数, 本文建议采用界面处 Reynolds 应力的连续性来计算:

$$\bar{\tau}_{yx}(B_v^-/B) = \bar{\tau}_{yx}(B_v^+/B), \quad (21)$$

$$\bar{\tau}_{yx} = \rho \bar{v}_t \frac{dU}{dy} = \frac{\rho f_v}{16} \alpha \xi_v g H S_0 (I_1 r_1 e^{r_1 y} + I_2 r_2 e^{r_2 y}) \frac{H}{B} \quad (\text{植被区}), \quad (22)$$

$$\bar{\tau}_{yx} = \rho \bar{v}_t \frac{dU}{dy} = \frac{\rho f_{nv}}{16} \alpha \xi_{nv} g H S_0 (I_3 r_3 e^{r_3 y} + I_4 r_4 e^{r_4 y}) \frac{H}{B} \quad (\text{无植被区}). \quad (23)$$

由方程(21)、(22)和(23), ξ_v 的值可以由下式估算:

$$\xi_v = \sqrt{f_{nv}/f_v} \xi_{nv}. \quad (24)$$

植被区的二次流会由于植被的阻碍作用而减弱, 但依然要考虑二次流强度系数 L . L 是由多种因素决定的, 比如渠道形状、粗糙度、水深和植被阻力等. L 的取值参考了 Ervine 等^[17] 提出的系列值 (L 在直渠道中取 0.5%), 本文在确定 L 的准确值时采用了试错法.

有了这些相关系数的取值, 我们可以得到初步的不同位置水深平均流速 U 的值. 然而, 这些初步的值是不精确的, 因为之前我们假定了

$$\frac{\mu \alpha}{k} U = \frac{\mu \alpha}{k \bar{U}} U^2.$$

为了使计算结果更精确, 我们必须将初步的值代入到系数 C_{v2} 中, 该系数的计算公式为

$$C_{v2} = -\frac{2B^2}{\xi_v H^2 \sqrt{f_v/8}} \left(\frac{f_v}{8} + \frac{\mu \alpha}{k U \rho} \right).$$

进而用 C_{v2} 取代原 δ_v 表达式中的 C_v , 即得到: $\delta_v = -D_v/C_v$. 由于不同位置的水深平均流速 U 不同, 因而 C_{v2} , δ_v , r_1 和 r_2 均成为了变量. 原边界条件和计算矩阵中 δ_v , r_1 和 r_2 的值应当变为这些系数在 $Y = B_v/B$ 处的取值. 通过对调整后的矩阵再次求解, 我们可以得到新的相关系数, 进而得到一组新的水深平均流速分布值.

我们循环了上述的步骤, 并得到了水深平均流速分布的数值解(循环结束条件为两个相邻步骤间结果的差别不超过 0.1%).

3 实验和计算结果

实验是在一个长直的矩形玻璃水槽内进行的, 该水槽长 20 m, 宽 0.5 m, 深 0.44 m. 设计

底坡 S_0 为 $0.4‰$ 。钢钉被用来模拟刚性植被，时均流速使用 Micro ADV 进行测量。电磁流量计用于量测水流的流量，水槽尾部设有尾门用以将水面坡度调整为 $0.4‰$ 。所有实验水流均被设定成均匀流状态。在两组试验中，植被均为非淹没状态，试验工况见表 1。同时，本文还采用了 Tsujimoto 和 Kitamura 的文献[7]的实验资料，用以对比计算结果的准确性，具体工况同见表 1。

表 1 实验工况的相关数据

Table 1 Parameters of the laboratory experiments

source	runs	flume width	vegetated area	water depth	porosity	energy slope
		B/m	width B_v/m	H/m	α/m	$S_0/‰$
our experiments	1	0.5	0.250	0.11	0.992 1	0.04
	2	0.5	0.250	0.18	0.996 1	0.04
Tsujimoto and Kitamura ^[7]	A	0.4	0.120	0.050 0	0.992 0	0.165
	B	0.4	0.120	0.045 7	0.991 6	0.170

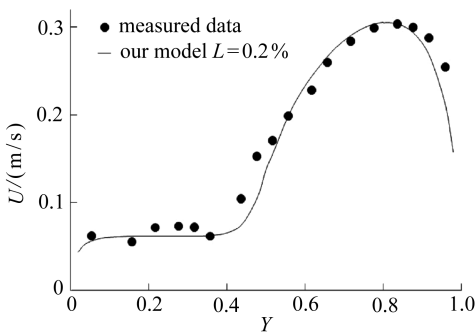


图 2 实验 1 实测流速与计算结果对比
Fig. 2 Comparison of predicted U with our experimental data; case 1

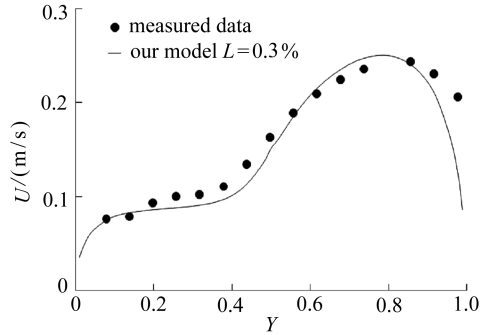


图 3 实验 2 实测流速与计算结果对比
Fig. 3 Comparison of predicted U with our experimental data; case 2

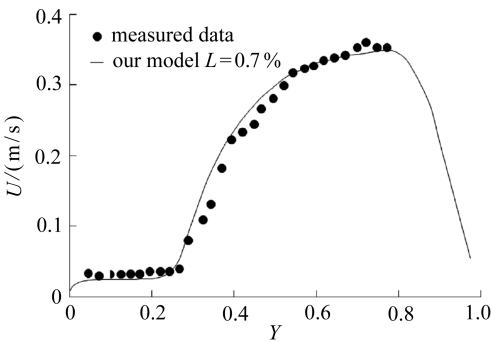


图 4 Tsujimoto 和 Kitamura^[7] run A 实测流速与计算结果对比
Fig. 4 Comparison of predicted U with Tsujimoto and Kitamura's^[7] experimental data; case A

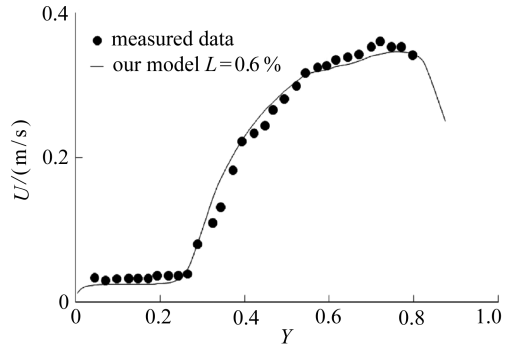


图 5 Tsujimoto 和 Kitamura^[7] run B 实测流速与计算结果对比
Fig. 5 Comparison of predicted U with Tsujimoto and Kitamura's^[7] experimental data; case B

实验数据与计算结果的对比显示在图 2 ~ 5 中。如图所示，当二次流强度系数 L 取值恰当，计算结果与实验数据符合良好。我们还发现，二次流强度系数 L 在不同工况的试验中有相同的数量级。

4 结 论

1) 本文在考虑了植被阻力及二次流作用的前提下,建立了植被区与无植被区的动量方程。植被阻力的表达式由多孔介质理论给出。通过确定相关的边界条件并对动量方程求解,给出了部分植被化矩形河槽水深平均流速分布的分析方法。同时给出了基于 Micro ADV 测量的部分植被矩形水槽的紊动水流时均流速的相关实验资料。实验资料与计算结果的良好吻合表明,本文提出的计算方法是切实有效的。不同组别计算结果的对比还显示,水流强度系数在不同工况的试验中有相同的数量级。

2) 本文对动量方程进行了无量纲化的处理,其他学者之前提出的有量纲的动量方程,求解后会产生一些含有量纲但又没有明确物理意义的参数,且有量纲的方程,求解后往往由于相关参数的过大或过小,而导致最终计算结果的失真。无量纲化处理后的方程,有效地避免了上述的弊端。

参考文献:

- [1] Cowna W L. Estimating hydraulic roughness coefficients[J]. *Agriculture Engineering*, 1956, **37**(7): 473-475.
- [2] Kouwen N, Unny T E. Flexible roughness in open channels[J]. *J Hydraulics Div ASCE*, 1973, **99**(5): 713-728.
- [3] Bennett S J, Pirim T, Barkdoll B D. Using simulated emergent vegetation to alter stream flow direction within a straight experimental channel[J]. *Geomorphology*, 2002, **44**(1/2): 115-126.
- [4] Liu C, Shen Y M. Flow structure and sediment transport with impacts of aquatic vegetation [J]. *Journal of Hydrodynamics, Ser B*, 2008, **20**(4): 461-468.
- [5] Shimizu Y, Tsujimoto T, Nakagawa H, Kitamura T. Experimental study on flow over rigid vegetation simulated by cylinders with equi-spacing[J]. *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineer*, 1991, **438**(II -17): 31-40.
- [6] Stone B M, Shen H T. Hydraulic resistance of flow in channels with cylindrical roughness [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2002, **128**(5): 500-506.
- [7] Tsujimoto T, Kitamura T. Experimental study on open-channel flow with vegetated zone along side wall [C]//*KHL Progressive Report '92 Japan*. Hydr Lab Kanazawa University, 1992: 21-35.
- [8] Wang C, Zhu P, Wang P F, Zhang W M. Effects of aquatic vegetation on flow in the Nansi lake and its flow velocity modeling[J]. *Journal of Hydrodynamics, Ser B*, 2006, **18**(6): 640-648.
- [9] Wu F C, Shen H W, Chou Y J. Variation of roughness coefficients for unsubmerged and submerged vegetation[J]. *Journal Hydraulic Engineering*, 1999, **125**(9): 934-942.
- [10] Yang K J, Liu X N, Cao S Y, Zhang Z X. Turbulence characteristics of overbank flow in compound river channel with vegetated floodplain[J]. *Journal of Hydraulic Engineering, Ser A*, 2005, **36**(10): 1263-1268.
- [11] Shiono K, Knight D W. Turbulent open channel flows with variable depth across the channel [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1991, **222**(5): 617-646.
- [12] 槐文信, 高敏, 曾玉红, 李丹. 考虑滩地植被的复式断面河道水流的二维解析解[J]. *应用数学和力学*, 2009, **30**(9): 1049-1056. (HUIAI Wen-xin, GAO Min, ZENG Yu-hong, LI Dan. Two-

- dimensional analytical solution for compound channel flows with vegetated floodplains[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2009, **30**(9):1121-1130.)
- [13] Rameshwaran P, Shiono K. Quasi two-dimensional model for straight overbank flows through emergent vegetation on floodplains[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 2007, **45**(3): 302-315.
- [14] Tang X N, Knight D W. Lateral distributions of streamwise velocity in compound channels with partially vegetated floodplains[J]. *Sci China Ser E-Tech Sci*, 2009, **52**(11): 3357-3362.
- [15] Hsieh P C, Shiu Y S. Analytical solutions for water flow passing over a vegetal area[J]. *Advances in Water Resources*, 2006, **29**(9): 1257-1266.
- [16] Biot M A. Theory of propagation elastic waves in a fluid saturated porous solid— I : low-frequency range[J]. *Acoust Soc Am*, 1956, **28**(2): 168-178.
- [17] Ervine D A, Babaeyan-Koopaei K, Sellin R H J. Two-dimensional solution for straight and meandering overbank flows[J]. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 2000, **126**(9): 653-669.
- [18] Abril J B, Knight D W. Stage-discharge prediction for rivers in flood applying a depth-averaged mode[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 2004, **42**(6): 616-629.

Analytical Solutions for the Transverse Distributions of Stream-Wise Velocity in Turbulent Flow in Rectangular Channel With Partially Vegetations

HUAI Wen-xin, GENG Chuan, ZENG Yu-hong, YANG Zhong-hua
(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science,
Wuhan University, Wuhan 430072, P. R. China)

Abstract: The lateral distribution of longitudinal velocity in steady uniform turbulent flow in partially vegetated rectangular channel was studied. Plants were assumed as immovable medium. The resistance caused by vegetation was expressed by the theory of poroelasticity. With the consideration of the influence of secondary flow, the momentum equation could be settled. The momentum equation was simplified due to the characters of steady uniform flow. The momentum equation was nondimensionalized to obtain a smooth solution for the lateral distribution of longitudinal velocity. The research shows the secondary current intensity coefficient is in the same order of magnitude under different flow conditions. To verify the model, the acoustic Doppler velocimeter (Micro ADV) is used to measure the velocity field in a rectangular open channel partially with emergent artificial rigid vegetation. Comparisons between the measured data, from both the experiment and the Japanese researchers' paper, and the computed results show that the method did well in predicting the transverse distributions of stream-wise velocity in turbulent flow in rectangular channel with partially vegetations.

Key words: theory of poroelasticity; open channel flow; vegetation; secondary currents; depth-averaged velocity distribution