

伴有化学反应的磁流体传热传质混合对流 流经吸入/喷出多孔楔形体时 的局部非相似解*

P·罗甘纳坦¹, P·普韦阿拉萨², R·坎达沙密³

- (1. 安娜大学 数学系, 钦奈 600053, 印度;
2. 伊罗德圣古萨工程学院, 伊罗德 637209, 印度;
3. 马来西亚敦胡先翁大学 FSSW, 柔佛 86400, 马来西亚)

摘要: 研究伴有化学反应的流经多孔楔形体的, 传热传质磁流体的自由、受迫和混合对流。使用结合打靶法的 Runge-Kutta-Gill 方法, 和直到 3 阶截断误差的局部非相似法, 将偏微分的控制方程简化为 9 个常微分方程。通过 Falkner-Skan 变换, 将边界层控制方程表示为无量纲形式。由于楔形体壁面的吸入/喷出, 以及可变的壁面温度和浮力的影响, 使得流场呈局部非相似性。就一些特定的无量纲参变数, 给出具有 3 阶截断误差的数值计算。图形显示可变壁面温度和浓度条件下, 伴有化学反应时磁场强度对无量纲速度、温度和浓度分布的影响。

关键词: 局部非相似性; 吸入/喷出; 浮力; 磁场; 楔形体壁面处的吸入

中图分类号: O361.3; O357.3; O357.4 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2010.12.004

引 言

化学反应不是异相过程, 就是单相过程, 取决于它们发生在一个界面上, 还是作为单相体积反应发生。热泳在伴有化学反应的传热传质过程中, 扮演着重要角色, 例如一些典型的重要领域, 如化学反应装置的设计、雾的形成和扩散、果树林和农田上方温度和湿度的分布、农作物的冻害、食品加工和冷却塔。冷却塔是冷却大量水的最便宜的方法。伴有化学反应的传热传质的研究, 在化学和冶金工业中有着特别重大的作用。例如, 雾的形成, 就是一个 1 阶的单相化学反应。考虑从汽车和其他排烟设备中排放的 NO_2 , 这些 NO_2 分子和大气中未经过充分燃烧的碳氢化合物, 在太阳光的作用下进行化学反应, 产生过氧乙酰硝酸酯, 从而形成包裹大气的所谓光化学烟雾。化学反应不是异相过程, 就是单相过程, 取决于它们发生在一个界面上, 还是作为单相体积反应发生。

磁流体动力学的研究, 导电流体流经加热的表面, 在许多工程问题中有着重要应用, 引起众多学者的研究兴趣。例如等离子体的研究、石油制造业、磁流体动力学 (MHD) 发电机、核反

* 收稿日期: 2009-12-02; 修订日期: 2010-10-30

作者简介: P. Puviarasu (联系人, E-mail: puviarasu@gmail.com).

本文原文为英文, 海治译, 张禄坤校。

应堆的冷却、空气动力学中边界层的控制和晶体的生长等。许多学者出于对理论和实际问题的巨大兴趣,对 MHD 边界层流经水平、竖直、倾斜和楔形表面时,研究稳定的受迫、自由和混合对流问题。许多实际应用中存在着对流热传导,例如,在化工厂中,在电气和机械设备的冷却和加热装置中,以及在机械部件的润滑系统中。最近,一些学者聚焦于 MHD 自由对流中热量和质量的联合传递问题,自由对流导致浮力,以及热量和质量扩散的同时发生,在自然界和许多工业应用中,有着巨大的作用。该领域中最早的研究属于 Gebhart 等和 Pera 等(见参考文献[1-2]),分别得到了沿水平和竖直表面上自然对流的相似解。Chen 等^[3],Kandasamy 和 Devi^[4]研究了该问题在倾斜表面和楔形体表面上的情况。在许多流经楔形体的传热传质边界层流动中,多数当代感兴趣的问题是无法得到相似解的^[5-7]。许多原因导致了边界层流动的非相似性,比如表面质量的传递、壁面温度和浓度的不均匀性,以及压力梯度的不均匀性。

为了处理非相似的边界层,出现了多个数值解法,其中局部非相似解法最为著名。该方法由 Sparrow 等^[8-9]提出,并广泛用于解决各种非相似边界层问题^[10-12]。该数值算法也被用于一些典型的边界层分析问题^[13-15],得到的结果和实际数据吻合得非常好。但是,在所有该研究领域发表的论文中,缺少如何运用局部非相似法,求解非相似边界层流经楔形体的传热传质问题。

本文研究存在浮力和非均匀压力梯度时,化学反应和磁场对经过多孔楔形体的非线性边界层流动的影响。得到的控制方程出现局部非相似方程项。联合使用打靶法和 Runge-Kutta-Gill 积分法,得到满足边界层边缘条件的数值解。期望局部非相似法比局部相似模型,能得到更为精确的速度、温度和浓度场结果。本文的结果有助于流动的预测,热量和质量的传递,以及插入体如盐丘中溶质或浓度的传播,磁力的侵扰,管道输送/释放系统,以及这些应用中找到类似的结构。

1 数学分析

考虑粘性不可压缩流体流经楔形体时的二维边界层流,假定该流体为导电的 Newton 流体,同时假定,因温度变化导致流体属性的改变,仅限于流体的密度和粘度。在动量方程

(Boussinesq 近似方程)中,考虑了浮力的影响和密度的变化。令 x 轴沿楔形体壁面方向, y 轴与 x 轴方向正交。与 y 轴平行的方向上,有强度为 B_0 的横向均匀磁场作用,并在流动中发生化学反应。由于流体的导电率有限,可以略去粘性耗散和 Joule 热。假定感应磁场、外部电场,以及由于电荷极化产生的电场,可以忽略不计,楔形体壁面有一常数的吸入/喷出速度(见图 1)。在以上假设下,该流体的控制方程为

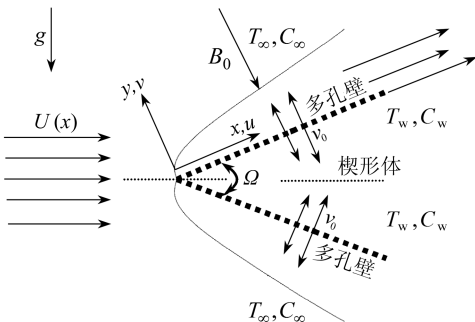


图 1 沿楔形体壁面流动的分析模型

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + U_\infty \frac{dU_\infty}{dx} +$$

$$\left[g\beta(T - T_\infty) + g\beta^*(C - C_\infty) \right] \sin \frac{\Omega}{2} - \left(\frac{\sigma B_0^2}{\rho} + \frac{v}{K} \right) (u - U), \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (3)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - k_1 C. \quad (4)$$

边界条件为

$$y = 0 \text{ 时, } u = 0, v = -v_0, T = T_w(x) = T_\infty + b_1 x^n, C = C_w(x) = C_\infty + b_2 x^n; \quad (5)$$

$$y = \infty \text{ 时, } u = U(x), T = T_\infty, C = C_\infty. \quad (6)$$

上述方程中, u, v 分别为沿壁面和与垂直于壁面方向的速度分量, U_∞ 为边界层外的流速, ν 为动粘度, g 为重力加速度, β 为热扩散系数, β^* 为体积膨胀系数, T 为热边界层内流体的温度, T_w 为板的温度, T_∞ 为自由流动的流体温度; C, C_w 和 C_∞ 为相应的浓度, Ω 为楔形体的总倾斜角, B_0 为磁场强度常量, σ 为导电率, K 为楔形体壁的渗透系数, k_1 为化学反应率(质量扩散方程(4)分成以下情况:(i) $k_1 > 0$ 为破坏性化学反应;(ii) $k_1 = 0$ 时为没有发生化学反应;(iii) $k_1 < 0$ 为发生了化学反应), α 为流体的热传导率, D 为有效扩散系数, v_0 为吸入/喷出速度. 方程(2)等号右边, 第3项表示作用于流体单元的浮力, 第4项表示磁场和楔形体壁面多孔性的作用.

方程求解的第1步, 先引入以下无量纲变换^[16]:

$$\psi(x, \eta) = \sqrt{\frac{2\nu x}{1+m}} f(x, \eta), \quad (7)$$

$$\eta = y \sqrt{\frac{(1+m)U}{2\nu x}}, \quad (8)$$

$$\theta(x, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad (9)$$

其中, $U = ax^m$, a 为常量, $m = \beta_1 / (2 - \beta_1) \geq 0$, β_1 为 Hartree 压力梯度参数, $\beta_1 = \Omega / \pi$ 与楔形体倾角 Ω 相对应. 定义流函数 $\psi(x, y)$ 使连续方程(1)得到满足:

$$u = \partial\psi/\partial y, v = -\partial\psi/\partial x. \quad (10)$$

速度分量表达为

$$u = U \frac{\partial f}{\partial \eta}, v = -\left(\frac{2}{1+m} \frac{\nu U}{x}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{2} f + \frac{1}{2} \frac{x}{U} \frac{dU}{dx} f + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial x}\right). \quad (11)$$

定义浮力参数 $\gamma_1 = Gr_x / Re_x^2$ (对于自由对流: $\gamma_1 > 1$; 受迫对流: $\gamma_1 < 1$; 混合对流: $\gamma_1 = 1$) 和楔形体参数 $\xi = kx^{(1-m)/2} = |-v_0| [(m+1)x/(2\nu U)]^{1/2}$.

偏微分的控制方程可以改写为:

$$f''' + ff'' + \frac{2m}{1+m}(1-f'^2) + \frac{2}{1+m} \gamma_1 \xi^{2(n+1-2m)/(1-m)} (\theta + N\phi) \sin \frac{\Omega}{2} - \frac{2}{(1+m)} \xi^2 (M + \lambda) (f' - 1) = \frac{1-m}{1+m} \xi \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right), \quad (12)$$

$$\theta'' - \frac{2n}{1+m} Pr f' \theta + Pr f \theta' = \frac{1-m}{1+m} Pr \xi \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right), \quad (13)$$

$$\phi'' - \frac{2n}{1+m} Sc f' \phi + Sc f \phi' - \frac{2Sc}{1+m} \xi^2 \gamma \phi = \frac{1-m}{1+m} Sc \xi \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right). \quad (14)$$

边界条件为

$$\eta = 0: \partial f / \partial \eta = 0, f = (2/(1+m)) \xi, \theta(0) = 1, \phi(0) = 1, \quad (15)$$

$$\eta \rightarrow \infty: \partial f / \partial \eta = 1, \theta(\infty) = 0, \phi(\infty) = 0. \quad (16)$$

方程中的上撇号表示对 η 的导数,其他参数的定义如下:

$$(浓度的)修正的 Grashof 数 $Gc = \nu g \beta^* (C - C_\infty) / U^3$, \quad (17)$$

$$(温度的)修正的 Grashof 数 $Gr = \nu g \beta (T - T_\infty) / U^3$, \quad (18)$$

$$\text{Grashof 数 } Gr_x = g \beta (T_w - T_\infty) x^3 / \nu^2, \quad (19)$$

$$\text{Reynolds 数 } Re_x = Ux / \nu, \quad (20)$$

$$\text{浮力比 } N = Gc / Gr, \quad (21)$$

$$\text{浮力参数 } \gamma_1 = g \beta b_1 / (a k^{2(n+1-2m)/(1-m)}), \quad (22)$$

$$\text{磁场参数 } M = \sigma B_0^2 / (\rho a), \quad (23)$$

$$\text{多孔性参数 } \lambda = \nu / (Ka), \quad (24)$$

$$\text{化学反应参数 } \gamma = \nu k_1 / U^2. \quad (24a)$$

经过无量纲变换后方程的等号右边出现了 $\partial / \partial \xi$ 项,式(12) ~ (14) 仍然为偏微分方程. 由于方程中含有对 ξ 的偏微分项,显然不具有相似性,因此无相似解. 为此需要引入合适的数值算法,来求解该偏微分方程组.

本文将使用结合打靶法的 Runge-Kutta-Gill 法,以及局部的非相似法,来求解耦合的非相似性方程(12) ~ (14).

2 局部的非相似解

以下将使用 Sparrow 和 Yu^[17] 提出的局部的非相似法,该方法被众多学者用于解决各种非相似边值问题. 下面将讨论关于本文的局部非相似模型方程的解.

当满足一阶截断误差时,带有 $\xi \partial / \partial \xi$ 的项很小,特别是当 $\xi \ll 1$ 时更可忽略不计,因此方程(12) ~ (14) 等号右端带 $\xi \partial / \partial \xi$ 的项可以删去,得到

$$f''' + ff'' + \frac{2m}{1+m}(1-f'^2) + \frac{2}{1+m} \gamma_1 \xi^{2(n+1-2m)/(1-m)} (\theta + N\phi) \sin \frac{\Omega}{2} - \frac{2}{(1+m)} \xi^2 (M + \lambda) (f' - 1) = 0, \quad (25)$$

$$\theta'' - \frac{2n}{1+m} Pr f' \theta + Pr f \theta' = 0, \quad (26)$$

$$\phi'' - \frac{2n}{1+m} Sc f' \phi + Sc f \phi' - \frac{2Sc}{1+m} \xi^2 \gamma \phi = 0. \quad (27)$$

可将方程(25) ~ (27) 看作关于函数 f, θ 和 ϕ (有关参数以 ξ 为参数) 的常微分方程. 为得到较高阶的截断误差,引入以下函数:

$$f_1 = \frac{\partial f}{\partial \xi}, \theta_1 = \frac{\partial \theta}{\partial \xi}, \phi_1 = \frac{\partial \phi}{\partial \xi}; f_2 = \frac{\partial f_1}{\partial \xi}, \theta_2 = \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi}, \phi_2 = \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi}. \quad (28)$$

这样便得到直到三阶截断误差的方程:

$$f''' + ff'' + \frac{2m}{1+m}(1-f'^2) + \frac{2}{1+m} \gamma_1 \xi^{2(n+1-2m)/(1-m)} (\theta + N\phi) \sin \frac{\Omega}{2} - \frac{2}{(1+m)} \xi^2 (M + \lambda) (f' - 1) = \frac{1-m}{1+m} \xi (f' f_1' - f_1 f''), \quad (29)$$

$$\theta'' - \frac{2n}{1+m} Pr f' \theta + Pr f \theta' = \frac{1-m}{1+m} Pr \xi (f' \theta_1 - \theta' f_1), \quad (30)$$

$$\phi'' - \frac{2n}{1+m} Sc f' \phi + Sc f \phi' = \frac{1-m}{1+m} Sc \xi (f' \phi_1 - \phi' f_1), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} f_1''' + f_1 f'' + f f_1'' - \frac{4m}{1+m} f' f_1' + \\ \frac{2}{1+m} \gamma_1 \xi^{2(n+1-2m)/(1-m)} \left[\frac{2(n+1-2m)}{1-m} \xi^{-1} (\theta + N\phi) + (\theta_1 + N\phi_1) \right] \sin \frac{\Omega}{2} - \\ \frac{2}{(1+m)} (M + \lambda) (2\xi(f' - 1) + \xi^2 f_1') = \\ \frac{1-m}{1+m} (f' f_1' - f'' f_1 + \xi(f_1' f_1' - f_1'' f_1)), \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \theta_1'' - \frac{2n}{m+1} Pr (f_1' \theta + f' \theta_1) + Pr (f_1 \theta' + f \theta_1') = \\ \frac{1-m}{1+m} Pr (f' \theta_1 - \theta' f_1 + \xi(f_1' \theta_1 - \theta_1' f_1)), \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \phi_1'' - \frac{2n}{m+1} Sc (f_1' \phi + f' \phi_1) + Sc (f_1 \phi' + f \phi_1') - \frac{2Sc}{1+m} \xi^2 (\gamma \phi_1 + 2\xi^{-1} \gamma \phi) = \\ \frac{1-m}{1+m} Sc (f' \phi_1 - \phi' f_1 + \xi(f_1' \phi_1 - \phi_1' f_1)), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} f_2''' + f_2 f'' + 2f_1 f_1'' + f f_2'' - \frac{4m}{1+m} (f' f_2' + f_1' f_1') + \\ \frac{2}{1+m} \gamma_1 \frac{2(n+1-2m)}{1-m} \xi^{2(n+1-2m)/(1-m)} \xi^{-1} \times \\ \left[\frac{2(n+1-2m)}{1-m} \xi^{-1} (\theta + N\phi) + (\theta_1 + N\phi_1) \right] \sin \frac{\Omega}{2} + \\ \frac{2}{1+m} \gamma_1 \xi^{2(n+1-2m)/(1-m)} \times \left[-\frac{2(n+1-2m)}{1-m} \xi^{-2} (\theta + N\phi) + \right. \\ \left. (\theta_1 + N\phi_1) + \frac{2(n+1-2m)}{1-m} \xi^{-1} (\theta_1 + N\phi_1) + (\theta_2 + N\phi_2) \right] \sin \frac{\Omega}{2} - \\ \frac{2}{(1+m)} (M + \lambda) (2(f' - 1) + 4\xi f_1' + \xi^2 f_2') = \\ \frac{1-m}{1+m} (f' f_2' + f_1' f_1' - f'' f_1 - f'' f_2 + \xi(2f_1' f_2' - f_1'' f_2 - f_2'' f_1)), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \theta_2'' - \frac{2n}{m+1} Pr (2f_1' \theta_1 + f_2' \theta + f' \theta_2) + Pr (2f_1 \theta_1' + f_2 \theta' + f \theta_2') = \\ \frac{1-m}{1+m} Pr (f' \theta_2 + f_1' \theta_1 - \theta' f_2 - \theta_1' f_1 + \xi(f_1' \theta_2 + f_2' \theta_1 - \theta_1' f_2 - \theta_2' f_1)), \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \phi_2'' - \frac{2n}{m+1} Sc (2f_1' \phi_1 + f_2' \phi + f' \phi_2) + Sc (2f_1 \phi_1' + f_2 \phi' + f \phi_2') - \\ \frac{2Sc}{1+m} (\xi^2 \gamma \phi_2 + 4\xi \gamma \phi_1 + 2\gamma \phi) = \\ \frac{1-m}{1+m} Sc (f' \phi_2 + f_1' \phi_1 - \phi' f_2 - \phi_1' f_1 + \xi(f_1' \phi_2 + f_2' \phi_1 - \phi_1' f_2 - \phi_2' f_1)). \end{aligned} \quad (37)$$

通过对方程(29)~(31)中的 ξ 求导,得到方程(32)~(34)。可以发现,方程(32)~(34)中保留了方程(29)~(31)等号右端的项。再通过对方程(32)~(34)中的 ξ 求导,得到方程

(35) ~ (37), 在这组方程中略去函数 f_2, θ_2 和 ϕ_2 对 ξ 的导数. 满足以上方程组的边界条件为

$$\begin{cases} f(\xi, 0) = \frac{2}{1+m}s, f'(\xi, 0) = 0, \theta(\xi, 0) = \phi(\xi, 0) = 1, \\ f'(\xi, \infty) = 1, \theta(\xi, \infty) = \phi(\xi, \infty) = 0, \end{cases} \quad (38)$$

$$\begin{cases} f_1(\xi, 0) = f_1'(\xi, 0) = \theta_1(\xi, 0) = \phi_1(\xi, 0) = 0, \\ f_1'(\xi, \infty) = \theta_1(\xi, \infty) = \phi_1(\xi, \infty) = 0, \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} f_2(\xi, 0) = f_2'(\xi, 0) = \theta_2(\xi, 0) = \phi_2(\xi, 0) = 0, \\ f_2'(\xi, \infty) = \theta_2(\xi, \infty) = \phi_2(\xi, \infty) = 0. \end{cases} \quad (40)$$

满足边界条件(38) ~ (40)的方程组(29) ~ (37)具有较低阶的截断误差, 含9个相互耦合的函数 $f, f_1, f_2, \theta, \theta_1, \theta_2, \phi, \phi_1$ 和 ϕ_2 , 其阶次总数为21. 对给定的参数, 这些方程可看作包含参数 ξ 的常微分方程. 在对上述方程的解中, 本文仅对如何求解函数 f, θ 和 ϕ 以及其关于 ξ 的导数感兴趣. 使用结合打靶法的 Runge-Kutta-Gill 积分法, 通过猜测 $f'(0), \theta'(0)$ 和 $\phi'(0)$ 的值可求解以上9个方程. 重复这样的计算过程, 直到结果满足期望的精度值, 即在指定参数下有 10^{-5} 的精度. 数值解使用 Matlab 软件计算, 具体计算步骤 Hossain 和 Nakayama^[16] 与 Hossain 等^[18] 已经给出. 需注意的是, 为了满足所容许的收敛精度(这里为 10^{-6}), 迭代计算达5~7次之多.

3 结果和讨论

本文使用了两种截然不同的计算方法: 结合打靶法的 Runge-Kutta-Gill 积分法和直到三阶截断误差的局部非相似法. 通过 Falkner-Skan 变换, 得到非相似性常微分方程的两点边值问题. 使用 Runge-Kutta-Gill 法对满足初始条件、表面摩擦和传热传质率的常微分方程积分, 然后对不同的指定参数, 画出无量纲速度、温度和浓度的分布. 数值计算时采用以下参数值: Prandtl 数 $Pr = 0.72$, 浮力比 $N = 1$, Schmidt 数 $Sc = 0.62$, 化学反应参数 $\gamma = 1.0$, 温度和浓度的幂律指数 $n = 0.4$, 楔形体壁面多孔性参数 $\lambda = 0.1$. 为了验证本文的方法, 计算在不同的 Gr_x / Re_x^2 取值下, 表面摩擦 $f''(0)$ 和传热 $-\theta'(0)$ 的稳态结果, 与 Minkowycz^[19] 的结果进行比较(见表1), 发现两者的数据十分吻合.

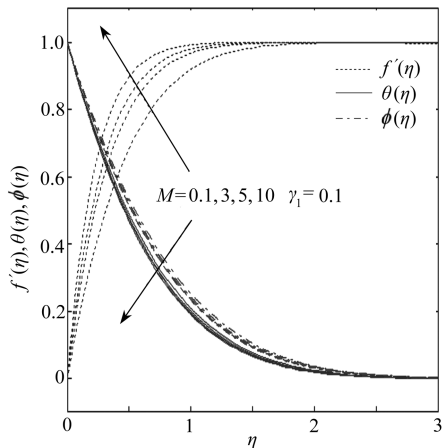
表1 在不同的 Gr_x / Re_x^2 取值下, 表面摩擦 $f''(\xi, 0)$ 和传热 $-\theta'(\xi, 0)$ 值的比较

Gr_x / Re_x^2	Minkowycz 等 ^[19]		本文结果	
	$f''(\xi, 0)$	$-\theta'(\xi, 0)$	$f''(\xi, 0)$	$-\theta'(\xi, 0)$
0	0.332 06	0.292 68	0.332 06	0.292 68
0.2	0.557 13	0.332 13	0.557 07	0.332 25
0.4	0.750 41	0.358 79	0.750 07	0.359 10
0.6	0.925 25	0.379 37	0.924 49	0.379 86
0.8	1.087 92	0.396 40	1.087 00	0.396 85
1.0	1.241 70	0.411 06	1.240 62	0.411 49
2.0	1.928 15	0.465 24	1.926 89	0.465 51
10.0	5.937 27	0.649 56	5.936 65	0.649 59

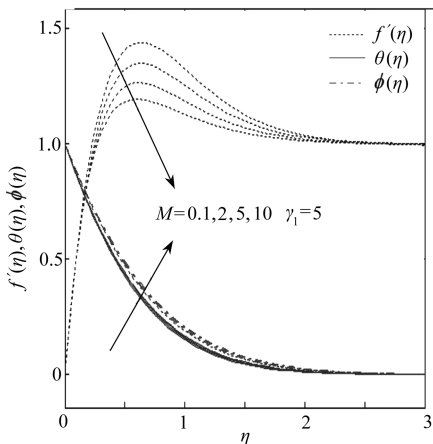
图2(a)~2(c)给出了, 当吸入参数 $S = 1$, 在多孔楔形体的主边缘 $\xi = 1$ 附近, 横向磁场对流经多孔楔形体的不同对流传热传质流动的影响. 从图中可以看出, 磁场对不同方式的对流有着不同的影响. 磁场强度的增加, 使得受迫对流边界层的流速增加, 使得混合对流边界层的流

速稍有增加,但使自由对流边界层的流速下降.这是由于横向磁场对导电液体的影响,是一种称之为 Lorentz 力的抵抗力所引起的.该力减缓了流体的运动,并导致温度和浓度分布的下降.进一步,磁场强度的增加,对于受迫和混合方式对流,边界层内温度和浓度分布出现轻微的下降,而对自由方式对流,边界层内的温度和浓度分布没有显著增加.

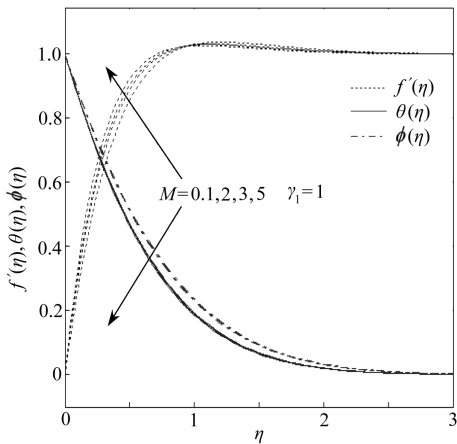
图 3(a) ~ 3(c) 对传热传质对流,流过有吸入和浮力作用的多孔楔形体的主边缘 $\xi = 1$ 附近时,给出了来流速度的幂律指数 m 的影响.从图 3 可以看出,幂律指数 m 对自由、受迫和混合对流边界层速度有着不同的影响. m 的增加导致自由对流方式 ($\gamma_1 = 5$) 和混合对流方式 ($\gamma_1 = 1$) 边界层速度增加.受迫对流方



(a) 受迫对流



(b) 自由对流

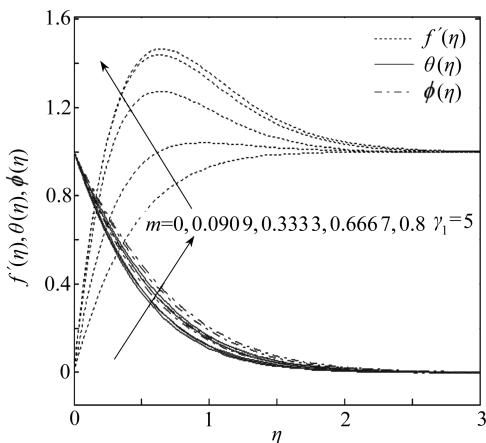


(c) 混合对流

图 2 磁场对流速、温度和浓度分布的影响 ($m = 0.6667, n = 0.4, \xi = 1, \lambda = 0.1, \gamma = 1.0$)

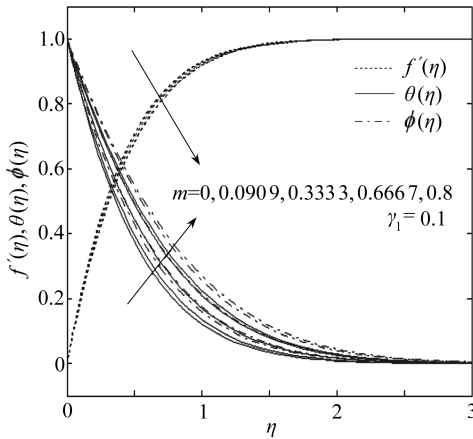
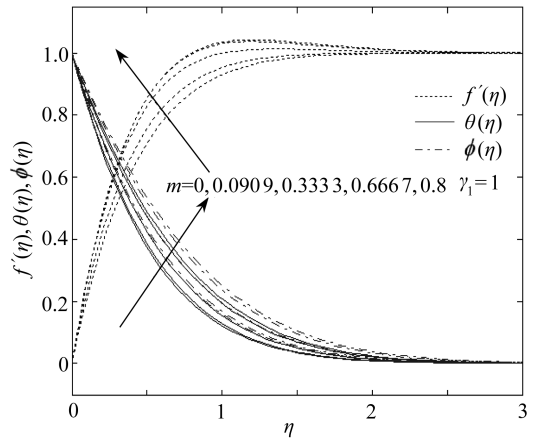
式 ($\gamma_1 = 0.1$) 正相反, m 增加导致边界层速度出现轻微的下降.图 3(a) ~ 3(c) 还就自由、受迫和混合对流,给出了来流速度幂律指数 m 增加时,边界层流体的温度和浓度分布都是增加的.

图 4 给出了 Schmidt 数对速度、温度和浓度分布的影响.从图中可以看出,随着 Schmidt 数的增加,速度和浓度分布下降,而温度分布没有出现明显的变化.依次用水蒸气 ($Sc = 0.62$) 和氨 ($Sc = 1.0$) 来替换氢 ($Sc = 0.32$),可以看到随着 Sc 的逐渐增加,浓度是下降的.所有这些物理现象清楚地显示了,磁场强度和楔形体壁面处浮力的联合作用.

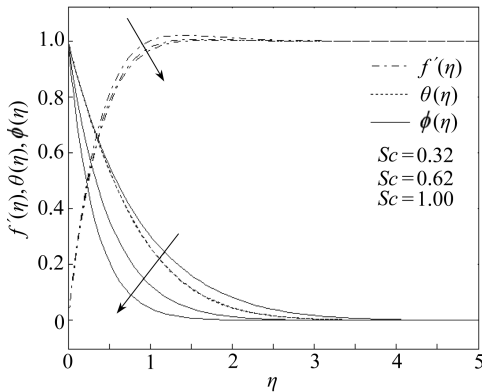
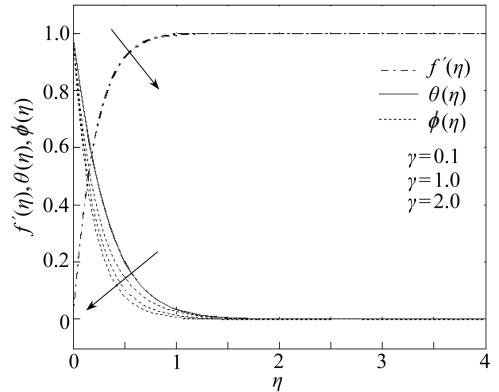


(a) 浮力参数 $\gamma_1 = 5.0$

均匀磁场作用下的化学反应对浓度场也有

(b) 浮力参数 $\gamma_1 = 0.1$ (c) 浮力参数 $\gamma_1 = 1.0$ 图3 来流速度幂律指数 m , 对速度、温度和浓度分布的影响

($M = 0.1, n = 0.4, \lambda = 0.1, Sc = 0.62$)

图4 Schmidt数对速度、温度和浓度分布的影响 ($N = 1, M = 1, \lambda = 0.1, \gamma = 1.0, \gamma_1 = 1.0, m = 0.6667, n = 0.4, \xi = 0.1$)图5 化学反应对速度、温度和浓度分布的影响 ($N = 1, M = 1, \lambda = 0.1, \gamma = 1.0, \gamma_1 = 1.0, m = 0.6667, n = 0.4, \xi = 0.1$)

着重要的影响,图5给出了不同化学反应参数下,无量纲速度、温度和浓度的分布。可以看到,随着化学反应参数值的增加,流体的浓度分布是减少的,而速度和温度没有明显变化。还可以看到来流方向速度数量的降低,且速度分布的变形点离表面更远。明显随着破坏性化学反应的增加,浓度分布剧烈地下降。

4 总 结

本文建议的方法,有效地求解了非线性 Falkner-Skan 边界层问题的数值解。首次对流过多孔楔形体的磁流体流动,给出了具有三阶截断误差的数值解。用图形来说明和介绍,单独或者组合参数值对流速、温度和浓度分布的影响。有趣地发现,对于所有方式的对流,随着来流速度的幂律指数的增加,边界层内温度和浓度也增加。浮力和磁场作用下的化学反应,对流场有着显著影响,还影响到从楔形体壁面向流体的传热传质过程。本文的结论对地球物理学,比如地磁场和地热层流体之间的相互作用的研究是有帮助的。

参考文献:

- [1] Gebhart B, Pera L. The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion[J]. *Int J Heat and Mass Transfer*, 1971, **14**(12):2025-2050.
- [2] Pera L, Gebhart B. Natural convection boundary layer over horizontal and slightly inclined surfaces[J]. *Int J Heat and Mass Transfer*, 1972, **16**(6):1131-1146.
- [3] Chen T S, Yuh C F, Moutsoglou A. Combined heat and mass transfer in mixed convection along vertical and inclined plates[J]. *Int J Heat and Mass Transfer*, 1980, **23**(4):527-537.
- [4] Kandasamy R, Devi S P A. Effects of chemical reaction, heat and mass transfer on non-linear laminar boundary-layer flow over a wedge with suction or injection[J]. *Journal of Computational and Applied Mechanics*, 2004, **5**(1):21-31.
- [5] Yih K A. MHD forced convection flow adjacent to non-isothermal wedge[J]. *Int Commun Heat and Mass Transfer*, 1999, **26**(6):819-827.
- [6] Watanabe T, Funazaki K, Taniguchi H. Theoretical analysis on mixed convection boundary layer flow over a wedge with uniform suction or injection[J]. *Acta Mechanica*, 1994, **105**(1/4):133-141.
- [7] Kafoussias N G, Nanousis N D. Magnetohydrodynamic laminar boundary layer flow over a wedge with suction or injection[J]. *Can J Physics*, 1997, **75**(10):733-745.
- [8] Sparrow E M, Quack H, Boerner C J. Local nonsimilarity boundary layer solution[J]. *AIAA J*, 1970, **8**:1936-1942.
- [9] Sparrow E M, Yu H S. Local nonsimilarity thermal boundary layer solutions[J]. *J Heat Transfer*, 1971, **93**(4):328-334.
- [10] Minkowycz W J, Sparrow E M. Local nonsimilarity solutions for natural convection on a vertical cylinder[J]. *J Heat Transfer*, 1974, **96**(2):178-183.
- [11] Novotny J L, Bankston J D, Lloyd J R. Local nonsimilarity applied to free convection boundary layers with radiation interaction[J]. *Prog Astronaut Aeronaut*, 1975, **39**:309-330.
- [12] Mucoglu A, Chen T S. Mixed convection on inclined surfaces[J]. *Journal of Heat Transfer*, 1979, **101**(3):422-426.
- [13] Minkowycz W J, Sparrow E M. Numerical solution scheme for local nonsimilarity boundary layer analysis[J]. *Numerical Heat Transfer*, 1978, **1**(1/3):69-85.
- [14] Kafoussias N G, William E W. An improved approximation technique to obtain numerical solutions of a class of two-point boundary value similarity problems in fluid mechanics[J]. *Int J Numer Methods Fluids*, 1993, **17**(2):145-162.
- [15] Risbeck W R, Chen T S, Armaly B F. Laminar mixed convection on horizontal flat plates with variable surface heat flux[J]. *Int J Heat and Mass Transfer*, 1994, **37**:699-704.
- [16] Hossain M A, Nakayama A. Non-Darcy free convection flow along a vertical cylinder embedded in a porous medium with surface mass flux[J]. *Int J Heat and Fluid Flow*, 1993, **14**(4):385-390.
- [17] Sparrow E M, Yu H S. Local nonsimilarity thermal boundary-layer solutions[J]. *J Heat Trans*, 1971, **93**(4):328-332.
- [18] Hossain M A, Banu N, Nakayama A. Non-Darcy forced convection flow over a wedge embedded in a porous medium[J]. *Numerical Heat Transfer Part A*, 1994, **26**(4):399-414.
- [19] Minkowycz W J, Sparrow E M, Schneider G E, Pletcher R H. *Handbook of Numerical Heat*

Transfer[M]. New York:John Wiley and Sons,1988; 210.

Local Non-Similarity Solution for the Impact of Chemical Reaction on MHD Mixed Convection Heat and Mass Transfer Flow Over a Porous Wedge in the Presence of Suction/Injection

P. Loganathan¹, P. Puviarasu², R. Kandasamy³

(1. *Department of Mathematics, Anna University, Chennai, India;*

2. *Erode Sengunthar Engineering College, Thudupathi, Erode, India;*

3. *Computational Fluid Dynamics, FSSW, Universiti Tun Hussein Onn Malaysia, Malaysia)*

Abstract: Combined heat and mass transfer on free, forced and mixed convection flow along a porous wedge with magnetic effect in the presence of chemical reaction was investigated. The flow field characteristics were analyzed using the Runge-Kutta Gill with shooting method as well as the local non-similarity method up to third level of truncation was used to reduce the governing partial differential equations into nine ordinary differential equations. The governing boundary layer equations were written into a dimensionless form by Falkner-Skan transformations. Because of the effect of suction / injection on the wall of the wedge with buoyancy force and variable wall temperature, the flow field is locally nonsimilar. Numerical calculations up to third order level of truncation are carried out for different values of dimensionless parameters as a special case. Effects of the strength of magnetic field in the presence of chemical reaction with variable wall temperature and concentration on the dimensionless velocity, temperature and concentration profiles are shown graphically.

Key words: local non-similarity; suction/injection; buoyancy force; magnetic field and suction at the wall of the wedge