文章编号: 1000-0887(2010)08-0924-10

应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

感应磁场对竖直对称管道中 Johnson-Segalman流体蠕动流的影响*

S 纳 丁, N S 阿克巴

(奎德-艾-阿扎姆大学 数学系, 45320, 伊斯兰堡 44000, 巴基斯坦)

(林建忠推荐)

摘要: 研究了热传导和感应磁场,对 Johnson-Segalman流体蠕动流的影响. 目的是研究感应磁场对非 Newton流体蠕动流的影响. 在长波和低 Reynolds数假设下, 被简化为一组二维的 Johnson-Segalman流体的流动方程. 采用常规的摄动方法, 求得流函数、磁力函数和轴向压力梯度的解. 对不同的参数, 绘出了压力增量、温度、感应磁场、压力梯度和流函数表达式的简图并给出解释.

关 键 词: 感应磁场; 竖直的对称管道; Johnson-Segalman流体; 磁流体动力学(MHD)

中图分类号: O361.3 文献标志码: A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2010.08.005

引 言

不同种类流体蠕动流的研究有着特殊的地位, 因而有着广阔的应用, 例如尿液从肾脏通过输尿管到膀胱的输运、食糜在胃肠脏器中的输运、某些保暖物的移动, 等. 在 Latham[1]最早的研究之后, 已有不少研究, 将蠕动流看作 Newton流体和非 Newton流体加以研究[2-5].

磁流体动力学(MHD)对蠕动流问题的影响, 已应用于生理流体学, 例如血液的流动、血泵机, 以及关于蠕动磁流体动力学压缩机操作的理论研究. Nadeem和 Akbar[6]就传热和传质的环状通路中, 径向变化的磁流体动力学对蠕动流的影响进行了研究. Srinivas和 Kothandapani[7]就磁流体动力学蠕动流沿壁面流过多孔空间时, 调查了传热传质的影响. Mekheimera和 Elmabond[8]对竖直的环状通道, 在零 Reynolds数和长波的近似下, 讨论了传热和磁场对 Newton流体蠕动流的影响. Ebaid[9]在圆柱形管道内, 用 Adomian分解法, 就粘度可变生物流体的磁流体动力学蠕动流, 进行了新数值解的研究. Mekheimer[10]在一个狭长管道内, 研究了感应磁场对耦合应力流体蠕动流的影响. Srivastava和 Agrawal[11]研究了磁流体动力学对血液流动的影响. 该课题更新的研究, 见文献[12-17].

本文的主要目的是, 研究感应磁场对竖直管道中 Johnson-Segalman流体蠕动流的影响. 本文安排如下: 第 1节介绍数学公式; 第 2节就小 Weissenberg数时, 构建流函数、磁力函数和轴

* 收稿日期: 2009-10-29; 修订日期: 2010-01-26
作者简介: Sohail Nadeem, 副教授(联系人. Tel: +92-51-90642182; Fax: +92-92512275341; E-mail: snqau@hotmail.com).
本文原文为英文, 吴承平 译, 张禄坤 校.

向压力梯度的解; 第 3节通过图形分析了该问题的物理特点.

1 数学公式

在一均匀宽度为 n的二维竖直管道内, 考虑不可压缩、导电 Johnson-Segalman流体的蠕动流. 由于我们考虑的管道是均匀的, 管壁上保持温度为 T_0, 由于管道中心对称, 温度的变化趋于为 0. 外部横向作用的均匀磁场强度为常数H_0, 感应磁场为$\boldsymbol{H}\,(h_X(X, Y, t), H_0 + h_Y(X, Y, t), 0)$, 则考虑的总磁场强度为$\boldsymbol{H}^+\ \ (h_X(X, Y, t), H_0 + h_Y(X, Y, t), 0)$. 考虑到管道是绝缘的, 壁面的几何变形定义为

$$h(X, t) = n + b\sin\left(\frac{2}{\ }(X - ct)\right), \tag{1}$$

其中 b为波幅,　为波长, n为管道宽度, c为传播速度, t为时间, X为波传播方向. 如下给出 Johnson-Segalman流体磁流体动力学流动的控制方程组:

Maxwell方程[10]

$$\nabla\ \boldsymbol{H} = 0,\ \nabla\ \boldsymbol{E} = 0, \tag{2}$$

$$\nabla\ \ \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J},\ \boldsymbol{J} = \ _1(\boldsymbol{E} + \ _e\boldsymbol{V}\ \ \boldsymbol{H})), \tag{3}$$

$$\nabla\ \ \boldsymbol{E} = -\ _e\frac{\boldsymbol{H}}{t}, \tag{4}$$

其中$\boldsymbol{E}$为感应电场强度, $\boldsymbol{J}$为电流密度,　$_e$为磁导率,　$_1$为电导率;

连续性方程为

$$\nabla\ \boldsymbol{V} = 0, \tag{5}$$

运动方程为

$$\left(\frac{\boldsymbol{V}}{t} + (\boldsymbol{V}\ \nabla\ )\boldsymbol{V}\right) = \mathrm{div}\ \ - \nabla\left(\frac{1}{2}\ _e(\boldsymbol{H}^+)^2\right) - \ _e(\boldsymbol{H}^+\ \nabla\ )\boldsymbol{H}^+ + \ \ g(T - T_0), \tag{6}$$

这里, Johnson-Segalman流体[10]的 Cauchy应力张量　与流体运动的关系为

$$= -P\boldsymbol{I} + \boldsymbol{T}, \tag{7}$$

其中, $-P\boldsymbol{I}$为球面应力, 由于约束的不可压缩性,

$$\boldsymbol{T} = 2\ \boldsymbol{D} + \boldsymbol{S}, \tag{8}$$

$$S + m\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{W} - a\boldsymbol{D}) + (\boldsymbol{W} - a\boldsymbol{D})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\right) = 2\ \boldsymbol{D}, \tag{9}$$

这里, $\boldsymbol{V}$为速度,　和　为粘度, m为松弛时间, a为滑移参数, $\boldsymbol{D}$和$\boldsymbol{W}$分别为速度梯度的对称部分和反对称部分:

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}), \tag{10}$$

$$\boldsymbol{W} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{L} - \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}), \tag{11}$$

式中 $\boldsymbol{L} = \mathrm{grad}V$.

没有耗散项时, 能量方程定义为

$$c_p\left(\frac{\ }{t} + U\frac{\ }{X} + V\frac{\ }{Y}\right)T = k\left(\frac{{}^2T}{X^2} + \frac{{}^2T}{Y^2}\right) + Q_0, \tag{12}$$

其中　为密度, k为导热系数, Q_0为常数, 即热量吸收参数, c_p为比定压热容.

联立方程(2)~(4), 导得方程[10]如下:

$$\frac{\boldsymbol{H}^{+}}{t} = \tilde{N} \quad (\boldsymbol{V} \quad \boldsymbol{H}^{+}) + \frac{1}{} \tilde{N}^{2} \boldsymbol{H}^{+}, \tag{13}$$

其中 $= 1/(\quad _{e})$ 为磁扩散系数.

引入波动坐标系 (x, y), 以速度 c 远离固定坐标系 (X, Y), 动坐标系和固定坐标系之间的变换为

$$x = X - ct, \quad y = Y, \quad u = U - c, \quad v = V.$$

定义

$$\begin{cases} x = \frac{x}{}, \quad y = \frac{y}{n}, \quad u = \frac{u}{c}, \quad v = \frac{v}{c}, \quad = \frac{n}{}, \quad p = \frac{n^{2} p}{c}, \quad t = \frac{ct}{}, \quad h = \frac{h}{n}, \quad Re = \frac{cn}{}, \\ = \frac{}{cn}, \quad = \frac{}{H_{0} n}, \quad P = P + \frac{1}{2} Re \frac{_{e} (\boldsymbol{H}^{+})^{2}}{c^{2}}, \quad Rm = \quad _{e} n c, \quad S_{1} = \frac{H_{0}}{c} \sqrt{\frac{_{e}}{}}, \\ = \frac{T - T_{0}}{T_{0}}, \quad E_{c} = \frac{c^{2}}{C T_{0}}, \quad P_{r} = \frac{\nu C}{K}, \quad S = \frac{Sn}{c}, \quad = \frac{Q_{0} n^{2}}{k T_{0}}, \quad Gr = \frac{g \quad n^{3} T_{0}}{^{2}}. \end{cases} \tag{14}$$

利用上述无量纲量, 以流函数 (x, y) 和磁力函数 (x, y) 表示的磁流体动力学控制方程(去掉上标横线, 并利用 $u = \quad / y$, $v = - \quad / x$, $h_{x} = \quad / y$, $h_{y} = - \quad / x$) 为

$$Re (\quad _{y} \quad _{xy} - \quad _{x} \quad _{yy}) = - \frac{P}{x} \left(\frac{ + }{} \right) + \frac{}{x} (S_{xx}) + \frac{}{y} (S_{xy}) - Re S_{1}^{2} \quad _{yy} - Re S_{1}^{2} (\quad _{y} \quad _{xy} - \quad _{x} \quad _{yy}) + Gr \, , \tag{15}$$

$$Re \, ^{3} (\quad _{x} \quad _{xy} - \quad _{y} \quad _{xx}) = - \frac{P}{y} \left(\frac{ + }{} \right) + \, ^{2} \frac{}{x} (S_{yx}) + \frac{}{y} (S_{yy}) + Re \, ^{2} S_{1}^{2} \quad _{yy} - Re S_{1}^{2} \, ^{3} (\quad _{y} \quad _{xx} - \quad _{x} \quad _{xy}), \tag{16}$$

$$_{y} - (\quad _{y} \quad _{x} - \quad _{x} \quad _{y}) + \frac{1}{Rm} (\quad _{yy} + \, ^{2} \quad _{xx}) = E, \tag{17}$$

$$Re P_{r} \left(u \frac{}{x} + v \frac{}{y} \right) = \, ^{2} \frac{^{2}}{x^{2}} + \frac{^{2}}{y^{2}} + \quad , \tag{18}$$

其中 为热源参数,

$$\begin{cases} S_{xx} = W_{e} (1 + a) \frac{}{} \left(\frac{^{2}}{y^{2}} \right)^{2}, \\ S_{yy} = - W_{e} (1 - a) \frac{}{} \left(\frac{^{2}}{y^{2}} \right)^{2}, \\ S_{xy} = \frac{(\quad / \quad) (\, ^{2} \quad / y^{2})}{1 + W_{e}^{2} (1 - a^{2}) (\, ^{2} \quad / y^{2})^{2}}. \end{cases} \tag{19}$$

相应的边界条件为

$$= 0, \quad \frac{^{2}}{y^{2}} = 0, \qquad y = 0, \tag{20a}$$

$$= F, \quad \frac{}{y} = -1, \qquad y = h = 1 + \quad \sin(2 \quad x); \tag{20b}$$

$$\frac{}{y} = 0, \qquad y = 0, \quad = 0, \qquad y = h; \tag{20c}$$

$$\frac{}{y} = 0, \qquad y = 0; \quad = 0, \qquad y = h. \tag{20d}$$

在长波的假定下, 1, 以及低 Reynolds数时, 略去 项以及高于 阶的项, 方程 (15)至 (19)取如下形式:

$$\left(\frac{\quad+\quad}{}\right)\frac{P}{x}=\frac{S_{xy}}{y}+\frac{^3}{x^3}+ReS_1^2\ _{yy}+Gr,\tag{21}$$

$$-\frac{P}{y}=0,\tag{22}$$

$$_{yy}=Rm\left(E-\frac{}{y}\right),\tag{23}$$

$$\frac{^2}{y^2}+\quad=0.\tag{24}$$

由方程 (21)和 (22)消去压力, 可得

$$\frac{^2}{y^2}\left\{\left[\left(\frac{}{}+1\right)\frac{^2}{y^2}+W_e^2(1-a^2)\left(\frac{^2}{y^2}\right)^3\right]\Big\backslash\left[1+W_e^2(1-a^2)\left(\frac{^2}{y^2}\right)^2\right]\right\}+$$

$$Re^{\ 2}\ _{yyy}+Gr\frac{}{y}=0,\tag{25}$$

$$_{yy}=Rm\left(E-\frac{}{y}\right).\tag{26}$$

借助方程 (26), 方程 (25)变为

$$\frac{}{y}\left(\frac{^2}{y^2}+\frac{W_e^2(1-a^2)}{+}\left(\frac{^2}{y^2}\right)^3\right)+M_1^2\frac{}{+}\left(E-\frac{}{y}\right)+\frac{}{+}Gr=C_1,\tag{27}$$

其中 C_1 为常数, $M_1^2=RmReS_1^2$, $M^2=M_1^2\ /(\quad+\quad)$.

2 摄 动 解

由温度方程 (24)及边界条件 (20c), 有

$$=-\frac{}{2}(y^2-h^2).\tag{28}$$

为了得到解方程 (28), 我们使用常规的摄动方法, 以 W_e^2 为摄动参数. 对小 Weissenberg 数, 流函数、磁力函数和轴向压力梯度的解可写为

$$\begin{aligned}=\ &a_5\sinh(My)+a_3y^3+a_4y-\frac{a_6}{M^2}y+W_e^2\Big(a_{24}\cosh(My)+a_{25}\sinh(My)+\\&a_{15}y^3\sinh(My)+a_{16}y^2\sinh(My)+a_{17}y\sinh(My)+\\&a_{18}\sinh(My)+a_{19}\sinh(3My)+a_{20}y\cosh(2My)+\\&a_{21}\cosh(2My)+a_{22}y^3+a_{23}y-\frac{1}{M^2}(a_{26}y+a_{27})\Big),\end{aligned}\tag{29}$$

$$\begin{aligned}=\ &a_{28}\cosh(My)+a_{29}y^4+a_{30}y^2+a_{31}+W_e^2(a_{32}y^3\cosh(My)+\\&a_{33}y^2\cosh(My)+a_{34}y^2\sinh(My)+a_{35}y\cosh(My)+a_{36}y\sinh(My)+\\&a_{37}\cosh(My)+a_{38}\sinh(My)+a_{39}\cosh(3My)+a_{40}\cosh(2My)+\\&a_{41}\sinh(2My)+a_{42}y\sinh(2My)+a_{43}y^4+a_{44}y^2+a_{46}y+a_{47}),\end{aligned}\tag{30}$$

$$\frac{dP}{dx}=M^2\left(1+a_4+3a_3h^2+\frac{(F+h+2a_3h^3)M\cosh(Mh)}{\sinh(Mh)-Mh\cosh(Mh)}\right)+$$

$$W_e^2\Big(M^2(-3a_{17}+2a_{16}h+3a_{16}h^2-8a_{21}M)+$$

$$(4a_{17} + (9a_{21} + 3a_{20}h + 2a_{23}h + 2a_{22}h^3)M)\cosh(Mh) -$$
$$(a_{17} + 2a_{16}h + 3a_{15}h_1^2)\cosh(2Mh) - (a_{21} + a_{20}h)M\cosh(3Mh)$$
$$(a_{20} - 2a_{23} - 6a_{22}h^2)\sinh(Mh) + 4a_{19}M\sinh(2Mh) - a_{20}\sinh(3Mh) -$$
$$\left.\frac{2a_{19}M\sinh(4Mh)}{2Mh\cosh(Mh) - 2\sinh(Mh)}\right) . \tag{31}$$

轴向感应磁场强度表达式可借助 $h_x = \quad / y$ 得到

$$h_x = a_{28}M\sinh(My) + 4a_{29}y^3 + 2a_{30}y + W_e^2(3a_{32}y^2\cosh(My)$$
$$a_{32}My^3\sinh(My) + 2a_{33}y\cosh(My) + a_{33}My^2\sinh(My) + 2a_{34}y\sinh(My) +$$
$$a_{34}y^2\cosh(My) + a_{35}\cosh(My) + a_{35}My\sinh(My) + a_{36}\sinh(My) +$$
$$a_{36}My\cosh(My) + a_{37}M\sinh(My) + a_{38}M\cosh(My) + 3a_{39}M\sinh(3My) +$$
$$2a_{40}M\sinh(2My) + 2a_{41}M\cosh(2My) + a_{42}\sinh(2My) +$$
$$2a_{42}My\cosh(2My) + 4a_{43}y^3 + 2a_{44}y + a_{46}). \tag{32}$$

在固定坐标系中,任意轴向位置的流量为

$$Q = \int_{h_2}^{h_1}(u + 1)\,dy = \int_{h_2}^{h_1}u\,dy + \int_{h_2}^{h_1}dy = q + h. \tag{33}$$

蠕动波在 1个周期($T = \quad /c$)内平均体积流量比定义为

$$Q = \frac{1}{T}\int_0^T Q\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T (q + h)\,dt = q + 1. \tag{34}$$

压力增量的无量纲表达式定义为

$$P = \int_0^1\left(\frac{dP}{dx}\right)dx. \tag{35}$$

4种被考虑的无量纲波形表达式如下:

1) 正弦波

$$h(x) = 1 + \quad \sin(2 \quad x);$$

2) 三角形波

$$h(x) = 1 + \left(\frac{8}{\quad^3}\sum_{n=1}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)}\sin(2 \quad (2n-1)x)\right);$$

3) 梯形波

$$h(x) = 1 + \left(\frac{32}{\quad^2}\sum_{n=1}\frac{\sin(\quad/8)(2n-1)}{(2n-1)^2}\sin(2 \quad (2n-1)x)\right);$$

4) 多个正弦波

$$h(x) = 1 + \quad \sin(2m \quad x).$$

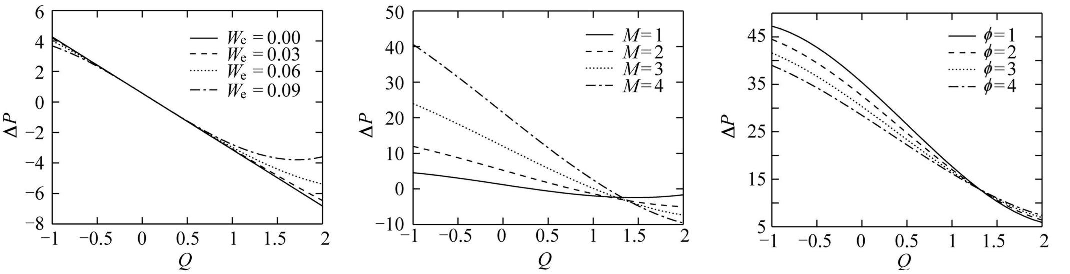
3 图形结果和讨论

本节给出解的图形结果. 利用数学软件, 数值地计算压力增量的表达式. 压力增量、温度、浓度、磁力函数和流函数的结果示于图 1至图 7.

图 1(a)示出不同 Weissenberg数 W_e时, 压力增量 P随体积流量比 Q的变化, 其他参数为 $= 0.2$, $Gr = 1$, $= 0.1$, $a = 0.1$, $= 0.1$, $= 0.2$, $M = 0.5$, $E = 0.5$; 图 1(b)示出不同 M时, 压力增量 P随体积流量比 Q的变化, 其他参数为 $= 0.3$, $Gr = 0.5$, $= 0.8$, $a = 0.1$, $= 0.2$, $= 0.2$, $W_e = 0.3$, $E = 0.4$; 图 1(c)示出不同 值时, 压力增量 P随体积流量比 Q

的变化, 其他参数为 $= 0.9$, $Gr = 2$, $B = 0.1$, $a = 0.5$, $G = 0.2$, $M = 0.3$, $W_e = 0.3$, $E = 0.4$. 从图形可以看出, 压力增量和体积流量比都呈反比例关系. 意味着, 体积流量比小时, 压力增量更大, 体积流量比大时, 压力增量更小. 图 1(a)的区域 $-1[\ Q < 0$, 以及图 1(b)和(c)的区域 $-1[\ Q[\ 1.3$, 管壁的蠕动起着泵的作用. 在图 1的其他区域, 增长了泵的作用. 从图 1中还可以看到, 压力增量随着 W_e和 < 的增大而减小, 但随着 M 的增大而增大.

当 $x = 0.2$和 $< = 0.2$时, 温度分布曲线示于图 2. 可以看出, 随着 B的增大, 温度分布曲线上升.



(a) W_e不同时 (b) M 不同时 (c) < 不同时

图 1 不同 W_e, M和 < 时, 压力增量 $\$P$随流量比 Q 的变化

图 3(a)示出了不同 Weissenberg数 W_e时, 轴向感应磁场强度 h_x随着空间变量 y的变化, 其他参数为 L $= 0.2$, $Gr = 1$, $B = 0.1$, $a = 0.1$, $G = 0.11$, $< = 0.2$, $M = 0.5$, $E = 0.5$, $Rm = 0.5$. 图 3(b)示出不同磁 Reynolds数 Rm时, 轴向感应磁场强度 h_x随着空间变量 y的变化, 其他参数 L $= 0.2$, $Gr = 1$, $B = 0.1$, $a = 0.11$, $G = 0.11$, $< = 0.2$, $M = 0.5$, $E = 0.5$, $W_e = 0.1$. 从图中可以看出, 随着 Rm, W_e的增大, 管道上半部中的 h_x也增大, 而管道下半部中的 h_x反而减小.

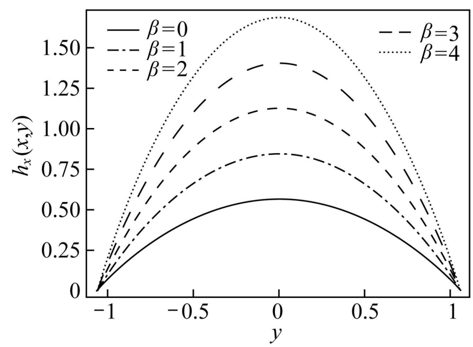
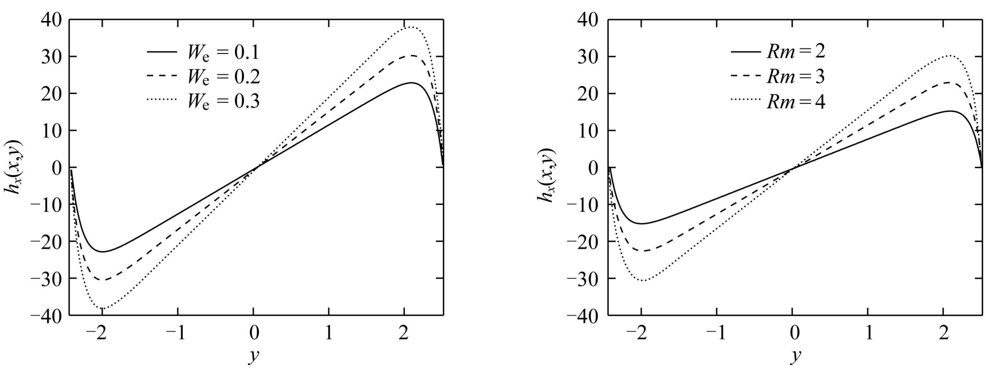


图 2 温度分布曲线

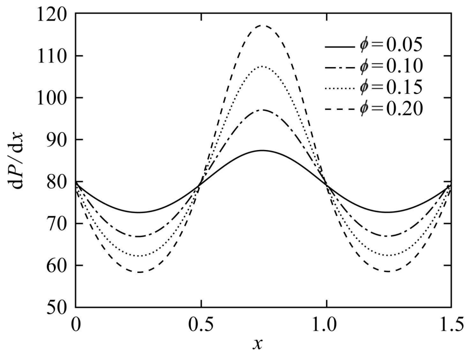


(a) 不同 W_e值时 (b) 不同 Rm 值时

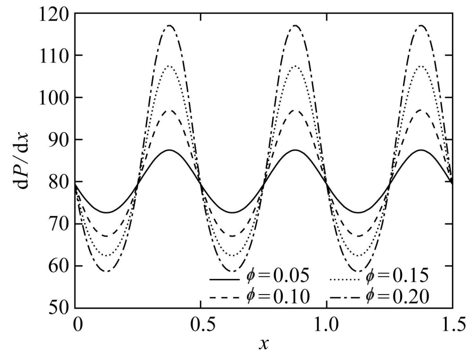
图 3 不同 W_e和 Rm 时, 轴向感应磁场强度 $h_x(x, y)$随 y 的变化

不同波型时, 压力梯度的性质示于图 4, 其中 L $= 0.3$, $Gr = 1$, $B = 0.1$, $a = 0.1$, $G = 0$

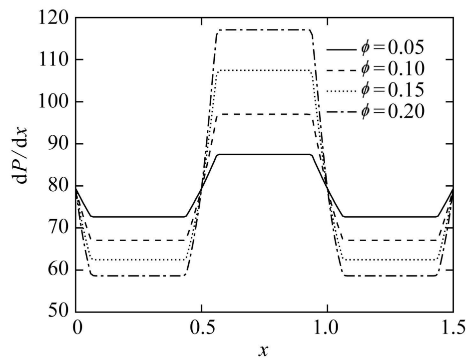
2, (=- 1, $M = 0.5$, $E = 0.5$, $W_e = 0.3$. 由图 4可以看出, 在区间 x I [0, 0.5] 和 x I [1.1, 1.5] 中, 压力梯度小, 而在区间 x I [0.51, 1] 中, 压力梯度大. 还可以看出, 压力梯度随着 < 的增大而增大.



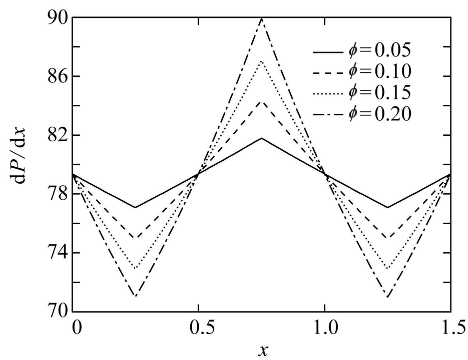
(a) 正弦波



(b) 多个正弦波

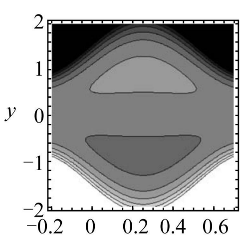


(c) 梯形波

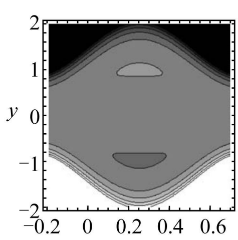


(d) 三角形波

图 4 不同波型时压力梯度的变化

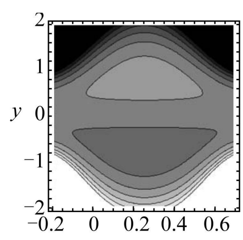


(a) $M = 2$

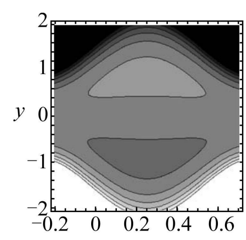


(b) $M = 3$

图 5 不同 M 时的流线图



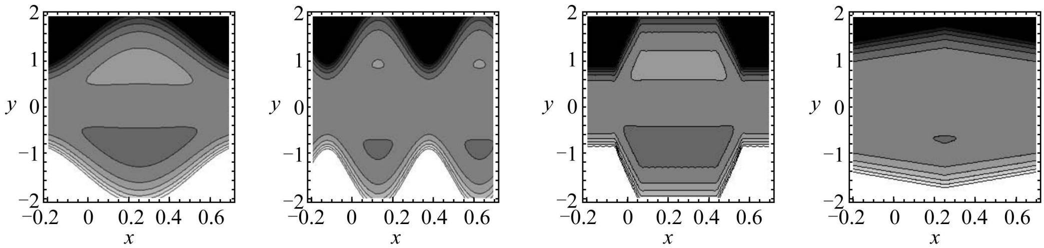
(a) $W_e = 0.1$



(b) $W_e = 0.2$

图 6 不同 W_e 时的流线图

图 5~ 7给出了流线图的 /俘获0现象. 图 5中的 $M = 2$和 3, $L = 0.3$, $Gr = 0.6$, $B = 0.8$, $a = 0.1$, $G = 0.2$, < = P/6, $W_e = 0.1$, $E = 0.4$, $Q = 1$时, 随着 M 的增大, /俘获 0的团块 (指闭合流线所围的面积))) 校者注) 反而变小. 图 6中的 $W_e = 0.1$和 0.2, $L = 0.3$, $Gr = 0.6$, $B = 0.8$, $a = 0.1$, $G = 0.2$, < = P/6, $M = 2$, $E = 0.4$, $Q = 1$时, 随着 W_e的增大, /俘获0的团块也变小了. 图 7绘出了不同波型时的流线图. 由图可以看出, 三角形波 /俘获 0团块的尺寸小于其他类型的波.



(a) 正弦波　(b) 多个正弦波　(c) 梯形波　(d) 三角形波

图 7　不同波型时的流线图

4 结　　论

在一个具有感应磁流体力学的 Johnson-Segalman流体中,给出了蠕动流和热传导的研究实例. 利用长波假定来简化控制方程. 采用常规的摄动法, 求得该方程的流函数、磁力函数和轴向压力梯度. 完成的分析要点如下:

1) 压力增量随着 M 的增大而增大, 随着 < 和 W_e 的增大反而减小;

2) W_e 和 < 对压力增量的影响, 性质上是类似的;

3) W_e 和 Rm 对轴向感应磁场的影响也类似;

4) 温度分布曲线随着 B的增大而升高;

5) 与梯形波和正弦波相比, 三角形波的流线图 /俘获 0的团块体尺寸最小;

6) 压力梯度随着 < 的增大而增大.

附录 A

$$a_1 = \frac{BGrL}{2(L+G)},\quad a_2 = -\frac{GrL}{(L+G)} - M^2E - \frac{h^2 B hGrL}{2(L+G)},\quad a_3 = -\frac{a_1}{3M^2},\quad a_4 = -\frac{a_1^2}{3M^4} - \frac{a_2}{M^2},$$

$$a_5 = \frac{F+h+2a_3h^3}{\sinh(Mh) - Mh\cosh(Mh)},\quad a_6 = M^2(1+a_4+3a_3h^2+a_5M\cosh(Mh)),$$

$$a_7 = a_5^3M^6,\quad a_8 = (6a_3)^3,\quad a_9 = 18a_3^2M^4a_3,\quad a_{10} = 108a_5a_3^2M^2a,\quad a_{11} = -\frac{(a^2-1)Ga_7}{L+G},$$

$$a_{12} = -\frac{(a^2-1)a_8}{L+G},\quad a_{13} = -\frac{(a^2-1)Ga_9}{L+G},\quad a_{14} = -\frac{(a^2-1)Ga_{10}}{L+G},$$

$$a_{15} = \frac{a_{14}}{6M},\quad a_{16} = -\frac{a_{14}}{4M^2},\quad a_{17} = -\frac{3a_{11}}{8M} + \frac{a_{14}}{4M^3},\quad a_{18} = \frac{3a_{11}}{16M^2} - \frac{a_{14}}{32M^4},$$

$$a_{19} = \frac{a_{11}}{32M^2},\quad a_{20} = \frac{a_{13}}{6M^2},\quad a_{21} = -\frac{2a_{13}}{9M^3},\quad a_{22} = -\frac{a_{12}}{M^2},\quad a_{23} = \frac{a_{13}}{2M^2} - \frac{6a_{12}}{M^4},$$

$$a_{24} = -\frac{2(a_{17}+2a_{21}M)}{M},$$

$$\begin{aligned}a_{25} = {}& (2a_{17}+3a_{21}M - 2a_{22}h^3M - (2a_{17}+4a_{21}M + h(a_{10} - h(a_{17}+h(a_{16}+\\&a_{15}h)))M^2)\cosh(Mh) + M(a_{21}\cosh(2Mh) - 3a_{19}Mh + \cosh(3Mh) +\\&(a_{10}+h(2a_{17} - h(a_{16}+2a_{15}h) + 4a_{21}M))\sinh(Mh) - 2h(a_{21}+a_{20}h)\ @\\&M\sinh(3Mh)))/(M(Mh\cosh(Mh) - \sinh(Mh))),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_{26} = {}& (M^2(-3a_{17}+2a_{16}h+3a_{16}h^2 - 8a_{21}M) + (4a_{17} + (9a_{21}+3a_{20}h+2a_{23}h+\\&2a_{22}h^3)M)\cosh(Mh) - (a_{17}+2a_{16}h+3a_{15}h_1^2)\cosh(2Mh) - (a_{21}+a_{20}h)\ @\\&M\cosh(3Mh) + (a_{20} - 2a_{23} - 6a_{22}h^2)\sinh(Mh) + 4a_{19}M\sinh(2Mh) -\end{aligned}$$

$$a_{20}\sinh(3Mh) - 2a_{19}M\sinh(4Mh))/(2Mh\cosh(Mh) - 2\sinh(Mh)),$$

$$a_{27} = -M(2a_{17} + 3a_{21}M),\quad a_{28} = -\frac{Rma_5}{M},\quad a_{29} = -\frac{Rma_3}{4},\quad a_{30} = \frac{ERm}{2} - \frac{Rma_4}{2} + \frac{Rma_6}{M_2},$$

$$a_{31} = -(a_{28}\cosh(Mh) + a_{29}h^4 + a_{30}h^2),\quad a_{32} = -\frac{a_{15}Rm}{M},\quad a_{33} = -\frac{a_{16}Rm}{M},\quad a_{34} = -\frac{3a_{15}Rm}{M^2},$$

$$a_{35} = -\frac{6a_{15}Rm}{M^3} - \frac{a_{17}Rm}{M},\quad a_{36} = \frac{2a_{16}Rm}{M^2},\quad a_{37} = -\frac{2a_{16}Rm}{M^3} - \frac{a_{18}Rm}{M} - \frac{a_{25}Rm}{M},$$

$$a_{38} = -\frac{a_{24}Rm}{M} + \frac{6a_{15}Rm}{M^4} + \frac{a_{17}Rm}{M^2},\quad a_{39} = -\frac{a_{19}Rm}{3M},\quad a_{40} = \frac{a_{20}Rm}{4M^2},\quad a_{41} = -\frac{a_{21}Rm}{2M},$$

$$a_{42} = \frac{2a_{20}Rm}{4M},\quad a_{43} = -\frac{a_{22}Rm}{4},\quad a_{44} = -\frac{a_{23}Rm}{2} + \frac{a_{26}Rm}{2M^2},\quad a_{45} = \frac{a_{27}Rm}{M^2},$$

$$a_{46} = -a_{35} - a_{38}M - 2a_{41}M,$$

$$\begin{aligned}a_{47} = {} & a_{35}h + a_{44}h^2 - a_{43}h^4 + a_{38}Mh + 2a_{41}Mh - a_{37}\cosh(Mh) - a_{35}h\cosh(Mh) - \\ & a_{33}h^2\cosh(Mh) - a_{32}h^3\cosh(Mh) - a_{40}\cosh(2Mh) - a_{39}\cosh(3Mh) - \\ & a_{38}\sin(Mh) - a_{36}h\sin(Mh) - a_{34}h^2\sin(Mh) - a_{41}\sin(2Mh) - a_{42}h\sin(2Mh).\end{aligned}$$

参考文献:

[1] Latham T W. Fluid motion in a peristaltic pump[D]. MS Thesis. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1966.

[2] Nadeem S, Akbar N S. Influence of heat transfer on a peristaltic flow of Johnson-Segalman fluid in a non-uniform tube[J]. Int Commun Heat Mass Transfer, 2009, 36(10): 1050-1059.

[3] Nadeem S, Akbar N S. Effects of heat transfer on the peristaltic transport of MHD Newtonian fluid with variable viscosity: application of Adomian decomposition method[J]. Commun Nonlinear Sci Numer Simul, 2009, 14(11): 3844-3855.

[4] Nadeem S, Akbar N S. Influence of heat transfer on a peristaltic transport of Herschel-Bulkley fluid in a non-uniform inclined tube[J]. Commun Nonlinear Sci Numer Simul, 2009, 14(12): 4100-4113.

[5] Nadeem S, Akbar N S, Hayat T, Malik M Y. On the influence of heat transfer in peristalsis with variable viscosity[J]. Int J Heat Mass Transfer, 2009, 52(21/22): 4722-4730.

[6] Nadeem S, Akbar N S. Influence of radially varying MHD on the peristaltic flow in an annulus with heat and mass transfer[J]. Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers. doi 10.1016/j.jtice.2009.11.004.

[7] Srinivas S, Kothandapani M. The influence of heat and mass transfer on MHD peristaltic flow through a porous space with compliant walls[J]. Appl Math Comp, 2009, 213(1): 197-208.

[8] Mekheimer Kh S, Abd Elmaboud Y. The influence of heat transfer and magnetic field on peristaltic transport of a Newtonian fluid in a vertical annulus: application of an endoscope[J]. Phys Lett A, 2008, 372(10): 1657-1665.

[9] Ebaid A. A new numerical solution for the MHD peristaltic flow of a biofluid with variable viscosity in circular cylinderical tube via Adomian decomposition method[J]. Phys A, 2008, 372(32): 5321-5328.

[10] Mekheimer Kh S. Effect of the induced magnetic field on peristaltic flow of a couple stress fluid[J]. Phys Lett A, 2008, 372(23): 4271-4278.

[11] Srivastava L M, Agrawal R P. Oscillating flow of a conducting fluid with suspension of spheri-

J Appl Mech, 1980, 47(1): 196-199.

[12] Vajravelu K, Radhakrishnamacharya G, Radhakrishnamurty V. Peristaltic flow and heat transfer in a vertical porous annulus with long wave approximation[J]. Int J Non Linear Mech, 2007, 42(5): 754-759.

[13] Vajravelu K, Sreenadh S, Ramesh Babu V. Peristaltic pumping of a Herschel-Bulkley fluid in a channel[J]. Appl Math Comput, 2005, 169(1): 726-735.

[14] Vajravelu K, Sreenadh S, Ramesh Babu V. Peristaltic transport of a Herschel-Bulkley fluid in an inclined tube[J]. Int J Non-Linear Mech, 2005, 40(1): 83-90.

[15] Elshehawey E F, Eladabe N T, Elghazy E M, Ebaid A. Peristaltic transport in an asymmetric channel through a porous medium[J]. Appl Math Comput, 2006, 182(1): 140-150.

[16] Ealshahed M, Haroun M H. Peristaltic transport of Johnson-Segalman fluid under effect of a magnetic field[J]. Math Probl Eng, 2005, 6(8): 663-677.

[17] Haroun M H. Non-linear peristaltic flow of a fourth grade fluid in an inclined asymmetric channel[J]. Computational Material Science, 2007, 39(2): 324-333.

Effects of Induced Magnetic Field on the Peristaltic Flow of Johnson-Segalman Fluid in a Vertical Symmetric Channel

Sohail Nadeem, Noreen Sher Akbar

(Department of Mathematics, Quaid-i-Azam University 45320, Islamabad 44000, Pakistan)

Abstract: The influence of heat transfer and induced magnetic field on peristaltic flow of a Johnson-Segalman fluid was studied. The purpose of the present investigation was to study the effects of induced magnetic field on the peristaltic flow of non-Newtonian fluid. The two-dimensional equations of Johnson-Segalman fluid were simplified by assuming a long wave length and low Reynolds number. The obtained equations were solved for the stream function, magnetic force function, and axial pressure gradient by using a regular perturbation method. The expressions for the pressure rise, temperature, induced magnetic field, pressure gradient, and stream function were sketched for various embedded parameters and were interpreted.

Key words: induced magnetic field; vertical symmetric channel; Johnson-Segalman fluid; magnetohydrodynamics (MHD)