

# 非 Newton 流体在多孔介质中沿竖直面 作自由对流时应力屈服和 Soret 效应对其传热/传质的影响\*

F·S·易卜拉欣<sup>1</sup>, F·M·哈代<sup>1</sup>, S·M·阿布德尔-盖德<sup>2</sup>, M·R·伊德<sup>2</sup>

(1. 艾斯尤特大学 理学院 数学系, 艾斯尤特 71515, 埃及;  
2. 艾斯尤特大学 教育学院 科学与数学系, 新谷 72111, 埃及)

(周哲玮推荐)

**摘要:** 对饱和的非 Newton 幂律流体, 流经多孔介质中竖直平板时的自由对流, 在出现应力屈服和 Soret 效应时, 研究化学反映对传热/传质的影响. 用相似变换, 将边界层控制方程及其边界条件转换为无量纲的形式, 然后通过有限差分法求解该方程. 给出并讨论了浓度曲线, 以及本问题各种参数值时的 Nusselt 数和 Sherwood 数. 发现化学反应参数  $\gamma$ 、化学反应级  $m$ 、Soret 数  $S_r$ 、浮力比  $N$ 、Lewis 数  $Le$  及无量纲流变参数  $\Omega$  对流场有着显著的影响.

**关键词:** 非 Newton 流体; 自由对流; 化学反应; 屈服应力; Soret 效应

**中图分类号:** O357.1      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2010.06.002

## 符号说明

|           |                      |            |                             |
|-----------|----------------------|------------|-----------------------------|
| $a$       | 无量纲常数                | $C$        | 浓度                          |
| $D$       | 质量扩散系数               | $f$        | 无量纲流函数                      |
| $g$       | 重力加速度                | $k$        | 热传导率                        |
| $k_1$     | 有量纲化学反应参数            | $k_T$      | 热扩散比                        |
| $K$       | 多孔介质的渗透率             | $Le$       | Lewis 数                     |
| $m$       | 化学反应级                | $n$        | 粘性指数                        |
| $N$       | 浮力比                  | $Ra$       | Rayleigh 数                  |
| $S_r$     | Soret 数              | $T$        | 温度                          |
| $u, v$    | 分别为 $x$ 和 $y$ 向的速度分量 | $x, y$     | 直角坐标                        |
| $\alpha$  | 热扩散系数                | $\alpha_0$ | 阈值梯度 ( $a\tau_0/\sqrt{K}$ ) |
| $\beta_T$ | 热膨胀系数                | $\beta_C$  | 浓度扩散系数                      |
| $\gamma$  | 无量纲化学反应参数            | $\eta$     | 相似变量                        |
| $\theta$  | 无量纲温度                | $\mu$      | 有效粘度                        |

\* 收稿日期: 2009-04-30; 修订日期: 2010-01-13

作者简介: Mohamed R. Eid, 博士(联系人. E-mail: m\_r\_eid@yahoo.com).

本文原文为英文, 海治译, 张禄坤校.

|          |         |          |        |
|----------|---------|----------|--------|
| $\rho$   | 流体密度    | $\tau_0$ | 屈服应力   |
| $\phi$   | 无量纲浓度   | $\psi$   | 无量纲流函数 |
| $\Omega$ | 无量纲流变参数 |          |        |
| 下标符号     |         |          |        |
| w        | 壁面条件    | $\infty$ | 自由流    |

## 引 言

伴随着化学反应的传热/传质问题,在许多生产过程中起着重要作用,因此,近几年来受到相当多的关注。例如在干燥过程、水体表面的蒸发、蒸发冷却塔中能量的迁移以及冷却装置中流体的流动,都同时发生热量和质量的传递。在许多自然现象中,还常遇到自由对流过程及机理,比如蒸发、浓缩和农作物的干燥;也在许多工业生产中得到应用,比如塑料的固化、与印刷电路制造相关原料处理的清洗和化合、纸质绝缘电缆的制造等<sup>[1]</sup>。在许多化学工程中,外部质量和工质间经常发生化学反应,工质流向延展的表面。化学反应级取决于诸多因素,最简单的化学反应是一级反应,反应速度直接与样本浓度成比例。化学反应归结为多相反应过程或单相反应过程两类。大多数化学反应,反应速度依赖于样本本身的浓度。若反应速度直接正比于样本浓度,称一级化学反应。

Takhar 等<sup>[2]</sup>完成了粘电流体的流动和传质特征的分析,流体在延展的化学反应表面上连续流动。Chamkha<sup>[3]</sup>在有磁场和一级化学反应的时候,就粘性、导电并伴有热量的产生/吸收的 Newton 流体,流体可以在竖直可渗透表面上连续流动,对其进行了传热/传质层流解析解的研究。Muthucumaraswamy 和 Ganesan<sup>[4]</sup>就单相一级化学反应,不可压缩黏性流体,越过一个突然起动的、具有质量扩散的半无限等温竖直平板,对其瞬时自然对流的数值解进行了研究。Muthucumaraswamy 在文献[5]中,就单相一级化学反应,提出了连续运动的等温竖直表面(带均匀吸收装置)对传热/传质的影响。又在文献[6]中,就单相一级化学反应,给出了突然起动无限等温竖直板(具有可变的质量扩散装置)流动问题解的存在性。Yih<sup>[7]</sup>在一个饱和和多孔介质中嵌入的截锥体,就热量和质量扩散耦合课题,分析了自由对流传热/传质特征。Singh 和 Queeny<sup>[8]</sup>在一个嵌有竖直板的、壁面温度和浓度均为常数的、饱和流体的多孔介质中,得到了自由对流传热/传质的解析解。

Muthucumaraswamy 和 Kulandaivel<sup>[9]</sup>就单相一级化学反应,得到越过突然起动的无限竖直板(具有均匀热流和质量扩散装置)流动的理论解。Kandasamy 等<sup>[10]</sup>考虑样本浓度和质量扩散,给出了越过吸入/射出楔块壁面时,稳定层流边界层的近似数值解。Kandasamy 等<sup>[11]</sup>针对竖直延伸表面上不可压缩粘性导电 Boussinesq 流体(伴有化学反应和温度分层效应),分析其非线性 MHD 流动及其传热/传质特征。Abreu 等<sup>[12]</sup>就竖直平板上的强迫和自然对流问题,研究了边界层流动的热扩散及其扩散热的影响。Cheng<sup>[13]</sup>运用积分法,在有变换磁场作用时,导电流体充满多孔介质,在壁面温度和浓度可变的竖直板上流动时,研究了自然对流时的传热/传质。Postelnicu<sup>[14]</sup>针对竖直表面嵌入的饱和多孔介质经受化学反应时,分析了自由对流的传热/传质,分析中考虑了 Soret 和 Dufour 影响。Ibrahim 等<sup>[15]</sup>针对半无限可渗透竖直移动平板(带有热源和吸入功能),就不稳定 MHD 自由对流问题,研究化学反应和辐射吸收的影响。

Rastogi 和 Poulikakos<sup>[16]</sup>在饱和非 Newton 幂律流体流经多孔介质中的平板问题,推广为双扩散问题。Prasad 等<sup>[17]</sup>就层状粘-弹性流体,流过浸没在多孔介质中的延伸面时,化学反应对化学反应物迁移速度的影响进行了研究。Eldabe 等<sup>[18]</sup>数值研究了非 Newton 幂律流体(有质量

传递)的自然-强迫混合层流. Elperin 等<sup>[19]</sup>就非 Newton 幂律流体的壁面射流问题,多相一级化学反应时的传质进行了研究. Abo-Eldahab 和 Salem<sup>[20]</sup>在有均匀磁场作用时,研究了导电的非 Newton 流体,流过连续移动圆柱体时的传热问题. Hayat 等<sup>[21]</sup>在考虑的样本浓度和化学反应的情况下,对半无限板上的二阶流体的对流传热层流进行了研究. Patil 和 Kulkarni<sup>[22]</sup>在有内部热源和一级化学反应时,研究了多孔介质中自由对流传热/传质,对二维稳定极化层流的影响.

Barnes 和 Walters<sup>[23]</sup>给出了屈服应力的概念. Zhang 等<sup>[24]</sup>研究了受热平行板之间流体的屈服应力对经典 Rayleigh-Bénard 不稳定性的影响. Christensen<sup>[25]</sup>阐述了给屈服应力性质建立确切的物理定义是很困难的. Jumah 和 Mujumdar<sup>[26]</sup>对饱和流体多孔介质中嵌有的竖直板上,达到屈服应力的非 Newton 幂律流体的流动,给出了伴有传热/传质自由对流的数值分析. Zhu 等<sup>[27]</sup>研究了达到屈服应力时的非 Newton 流体,并与 Papanastasiou 模型和修正的 Herschel-Bulkley 模型进行了对比. Zhu 和 De Kee<sup>[28]</sup>对达到屈服应力的非 Newton 流体,最终为 Couette 流的流动进行了数值研究. 但是,许多非 Newton 流体所展示的屈服应力值,如有限压力梯度,称作“阈值梯度”,必须事先加以确定. 在中等和高剪切比率下,屈服应力对表观的粘性影响是可以忽略的,但是在较低剪切比率下,这种影响变得十分明显,以至于不可以被忽略. 具有这种特性的例子如存储矿物油和重油的油库. 其他实际例子可以在食物、人类血液和化学工业中直接找到(参见 Merrill 等<sup>[29]</sup>、Lemaire 和 Bossis<sup>[30]</sup>、Boissy 等<sup>[31]</sup>、Curran 等<sup>[32]</sup>、Ko 等<sup>[33]</sup>和 Nigen<sup>[34]</sup>的文献).

纵览上述文献,至今没有发现,针对达到屈服应力的饱和的非 Newton 幂律流体,流经多孔介质中的竖直表面时,研究化学反应和 Soret 效应对自然对流传热/传质的影响. 因此本文的主要工作是,研究非 Newton 流体(达到屈服应力时),流经多孔介质中的竖直板时,化学反应对自由对流传热/传质的影响,兼顾 Soret 的影响. 首先将控制方程转换为无量纲形式,生成控制方程的相似变换集,然后用有限差分法求解. 对化学反应参数  $\gamma$ 、屈服应力  $\Omega$ 、浮力比  $N$ 、Soret 数  $S_r$  和幂律指数  $n$ , 造成传热/传质的影响进行了仔细地分析.

## 1 问题的分析

在一个嵌有竖直板的多孔介质中,饱和的非 Newton 幂律流体沿平板流动,在化学反应中考虑流体应力的屈服和 Soret 效应,对自由对流传热/传质的影响,图 1 给出了该物理模型简图.  $x$  轴沿平板表面, $y$  轴垂直于  $x$  轴. 流动是二维稳态层流. 假定除了浮力项中的密度是变量外,流体特性参数为常量并各向同性. 在边界层的研究中引入 Boussinesq 近似,质量、动量和能量守恒的控制方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{cases} u^n = \frac{K}{\mu} [\rho\beta_T g(T - T_\infty) + \rho\beta_C g(C - C_\infty) - \alpha_0], \\ \quad \quad \quad | \rho\beta_T g(T - T_\infty) + \rho\beta_C g(C - C_\infty) | > \alpha_0, \\ u = 0, \quad \quad | \rho\beta_T g(T - T_\infty) + \rho\beta_C g(C - C_\infty) | \leq \alpha_0, \end{cases} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (3)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{Dk_T}{T_m} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - k_1 C^m. \quad (4)$$

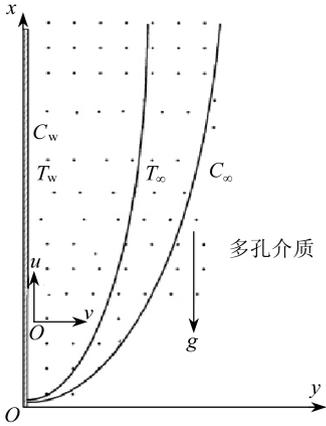


图1 物理坐标系及流动模型

在上述方程中,  $u$  和  $v$  分别为沿着  $x$  和  $y$  轴的速度分量,  $T$  为温度,  $C$  为浓度,  $n$  为粘度指数,  $\alpha_0$  为非 Newton 幂律流体的阈值压力梯度,  $\rho$  为密度,  $\mu$  为有效粘度,  $K$  为修正的渗透率,  $\beta_T$  热膨胀系数,  $\beta_C$  为浓度扩散系数,  $m$  为化学反应级,  $k_1$  为无量纲化学反应参数,  $\alpha$  为热扩散系数,  $D$  为质量扩散系数,  $T_w$  为表面温度,  $C_w$  为表面浓度,  $T_\infty$  为自由流温度,  $C_\infty$  为自由流浓度,  $k_T$  为热扩散比,  $T_m$  为平均的流体温度. 相应的边界条件为

$$\begin{cases} y = 0: v = 0, T = T_w, C = C_w, \\ y \rightarrow \infty: u \rightarrow 0, T \rightarrow T_\infty, C \rightarrow C_\infty, \\ x = 0: u = 0, T = T_\infty, C = C_\infty, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $T_w, T_\infty, C_w$  和  $C_\infty$  为常数.

定义流函数  $\psi(x, y)$ , 使得连续方程自动满足:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (6)$$

利用以下的相似变换, 将方程(1)至(5)无量纲化:

$$\begin{cases} \eta = \frac{y}{x} Ra_x^{1/2}, \quad \eta = \alpha Ra_x^{1/2} f(\eta), \\ \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \phi = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}. \end{cases} \quad (7)$$

控制方程变为

$$\begin{cases} f' = [\theta + N\phi - (1 + N)\Omega]^{1/n}, & \theta + N\phi > (1 + N)\Omega, \\ f' = 0, & \theta + N\phi \leq (1 + N)\Omega, \end{cases} \quad (8)$$

$$\theta'' + \frac{1}{2}f\theta' = 0, \quad (9)$$

$$\frac{1}{Le}\phi'' + \frac{1}{2}f\phi' - \gamma\phi^m + S_r\theta'' = 0, \quad (10)$$

在上述方程中, 右上角的撇号, 表示对  $\eta$  的导数. 变换后的边界条件变为

$$\begin{cases} \eta = 0: f = 0, \theta = 1, \phi = 1, \\ \eta \rightarrow \infty: f' = 0, \theta = 0, \phi = 0. \end{cases} \quad (11)$$

其中  $Ra_x, Le, S_r, N$  和  $\Omega$  分别为修正的 Rayleigh 数、Lewis 数、Soret 数、浮力比和无量纲流变参数:

$$\begin{cases} Ra_x = \left(\frac{x}{\alpha}\right) \left[\frac{K\rho g\beta_T(T_w - T_\infty)}{\mu}\right]^{1/n}, \quad Le = \frac{\alpha}{D}, \\ S_r = \frac{Dk_T(T_w - T_\infty)}{T_m\alpha(C_w - C_\infty)}, \quad N = \frac{\beta_C(C_w - C_\infty)}{\beta_T(T_w - T_\infty)}, \\ \Omega = \frac{\alpha_0}{\rho g\beta_T(T_w - T_\infty) + \rho g\beta_C(C_w - C_\infty)}. \end{cases} \quad (12)$$

请注意方程(12)中  $N$  值, 热辅助流(thermally assisting flows)为正, 其中  $C_w > C_\infty$  且  $T_w > T_\infty$ , 热抑制流(thermally opposing flows)为负, 热驱动流(thermal-driven flows)为 0. 为了得到相似解<sup>[14]</sup>, 也可以用无量纲化学反应参数  $\gamma = (k_1/\alpha)(x^2/Ra_x)$  表示.

在本问题中, 对工程有意义的参数为下式定义的局部 Nusselt 数和局部 Sherwood 数:

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = -\theta'(0), \quad \frac{Sh_x}{Ra_x^{1/2}} = -\phi'(0). \quad (13)$$

## 2 结果和讨论

本文通过有限差分法,在边界条件(11)下,数值地求解方程组(8)~(10).将所有数值计算的收敛精度控制为 $10^{-6}$ .当 $\gamma=0, S_r=0$ 时,将本文的结果和文献[26]中的结果相核对.为了对该问题有更深入的理解,将 $n=0.5, 1.0, 1.5$ 和 $Le=1.0, 10.0$ 时的数值结果,用图形表达出来.

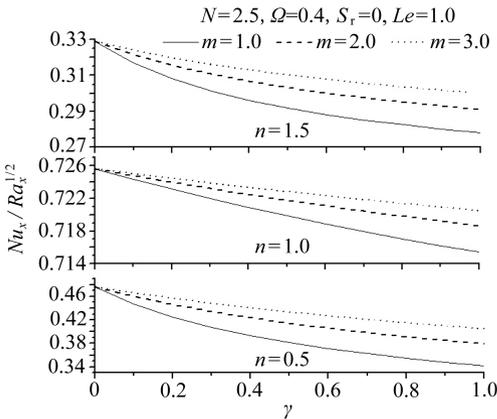


图2 当 $m=1.0, 2.0, 3.0, n=0.5, 1.0, 1.5$ 时,局部 Nusselt 数  $Nu_x/Ra_x^{1/2}$  随  $\gamma$  的变化

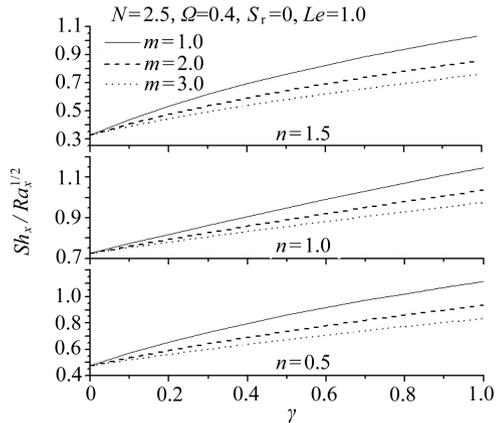


图3 当 $m=1.0, 2.0, 3.0, n=0.5, 1.0, 1.5$ 时,局部 Sherwood 数  $Sh_x/Ra_x^{1/2}$  随  $\gamma$  的变化

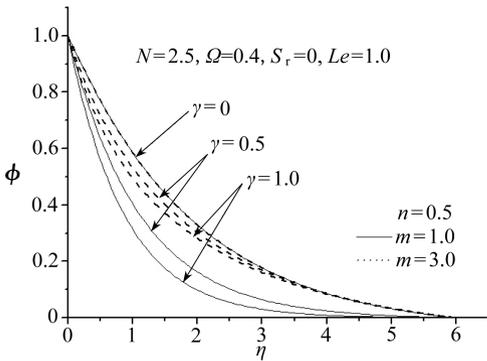


图4 当 $n=0.5, m=1.0, 3.0, \gamma=0, 0.5, 1.0$ 时的浓度  $\phi$

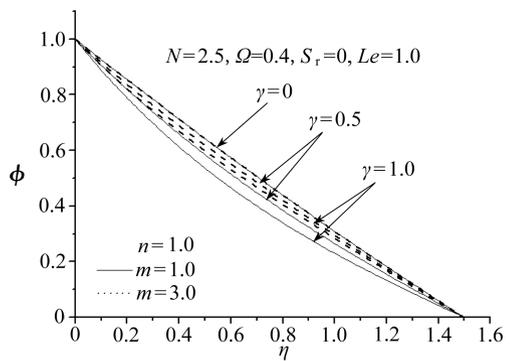


图5 当 $n=1.0, m=1.0, 3.0, \gamma=0, 0.5, 1.0$ 时的浓度  $\phi$

图2和图3给出当 $n=0.5, 1.0, 1.5, N=2.5, \Omega=0.4, Le=1.0$ 和 $S_r=0$ 时, Nusselt数和 Sherwood数随 $\gamma$ 的变化.图2发现, Nusselt数随着化学反应级 $m$ 的增加而增大,随着化学反应参数 $\gamma$ 的增加而减小;而 Sherwood数随着化学反应级 $m$ 的增加而减小,随着化学反应参数 $\gamma$ 的增加而增大(见图3).正如所料,相对于 Nusselt数, Sherwood数对 $\gamma$ 和 $m$ 的变化更为敏感,这说明与热传导率相反,质量传导率随着化学反应级 $m$ 的增加而降低,且随着化学反应参数 $\gamma$ 的增加而增加.

在 $N=2.5, \Omega=0.4, Le=1.0, S_r=0, \gamma=0, 0.5, 1.0$ 和 $m=1.0, 3.0$ 的情况下,图4至图

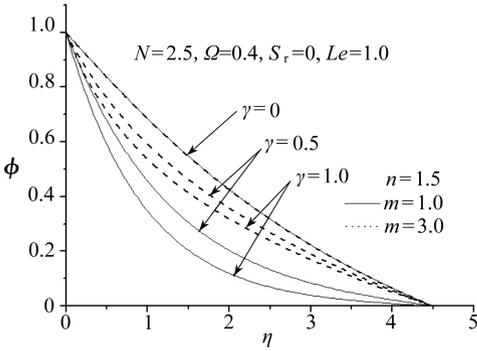


图 6 当  $n = 1.5, m = 1.0, 3.0,$   
 $\gamma = 0, 0.5, 1.0$  时的浓度  $\phi$

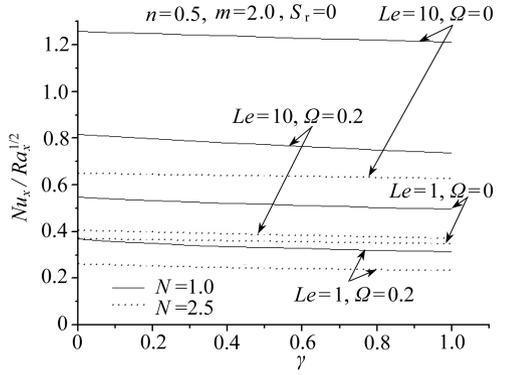


图 7 当  $Le = 1.0, 10.0, \Omega = 0, 0.2,$   
 $N = 1.0, 2.5$  时, 局部 Nusselt 数  
 $Nu_x / Ra_x^{1/2}$  随  $\gamma$  的变化

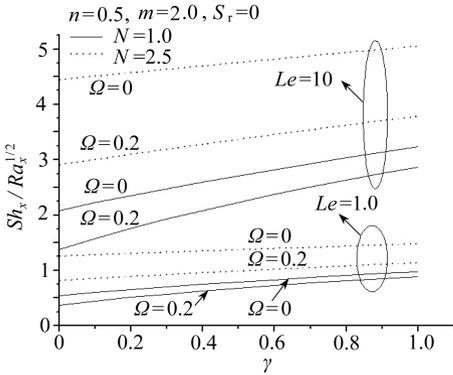


图 8 当  $Le = 1.0, 10.0, \Omega = 0, 0.2,$   
 $N = 1.0, 2.5$  时, 局部 Sherwood  
数  $Sh_x / Ra_x^{1/2}$  随  $\gamma$  的变化

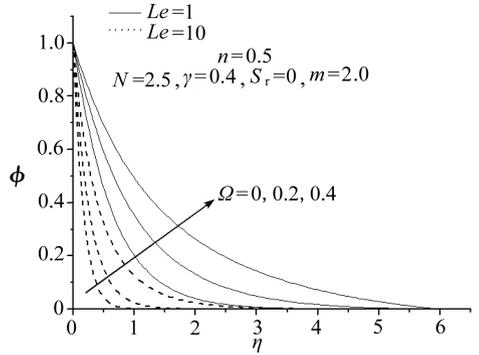


图 9 当  $Le = 1.0, 10.0, \Omega = 0, 0.2, 0.4$   
时的浓度  $\phi$

6 分别给出  $n = 0.5, 1.0$  和  $1.5$  时流体浓度  $\phi$  随相似变量  $\eta$  的变化。显然, 化学反应参数  $\gamma$  增加, 导致流体浓度  $\phi$  的下降, 化学反应级  $m$  对浓度  $\phi$  的影响相反。

图 7 和图 8 分别给出两种不同浮力比  $N$  时, Lewis 数  $Le$  和屈服应力  $\tau_0(\Omega)$  对 Nusselt 数和 Sherwood 数的影响。值得注意的是, Lewis 数的增加, 可使 Nusselt 数和 Sherwood 数均随之增大, 还可以看到, 相对于 Sherwood 数来说, 局部 Nusselt 数依赖 Lewis 数小得多。Lewis 数的增大, 造成浓度边界层的厚度变薄, 从而导致局部 Sherwood 数的增大。屈服应力的增大, 导致 Nusselt 数和 Sherwood 数均减少, 这表明与没有达到屈服应力的幂律流体相比, 达到屈服应力的幂律流体具有较小的 Nusselt 数和 Sherwood 数; 而浮力比  $N$  的增加, 导致 Nusselt 数的减小, Sherwood 数的增大。

图 9 给出了流体浓度  $\phi$  随着流变参数  $\Omega$  和 Lewis 数  $Le$  的变化, 从图 9 中可以明显看到, 随着流变参数  $\Omega$  的增加, 浓度  $\phi$  稍有增大, 而 Lewis 数的增加, 使浓度  $\phi$  下降。这表明多孔介质中不会出现流动, 除非浮力足够大, 导致流体中的剪应力远大于屈服应力或阈值压力梯度时。结果是, 将在出现某一个强力依赖于屈服应力的不等式前, 才会出现自由对流。

图 10 给出了不同浮力比  $N$  时的浓度曲线, 从图中明显可知, 浮力比  $N$  的增加使得浓度  $\phi$  下降。

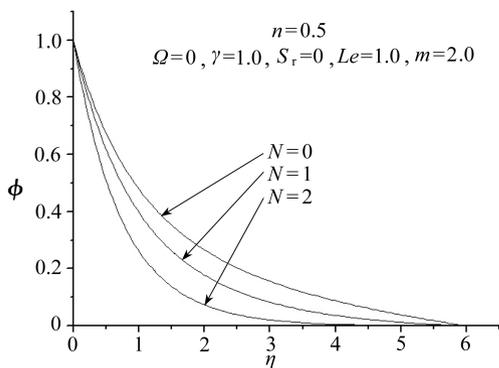


图 10 当  $N = 0, 1.0, 2.0$  时的浓度  $\phi$

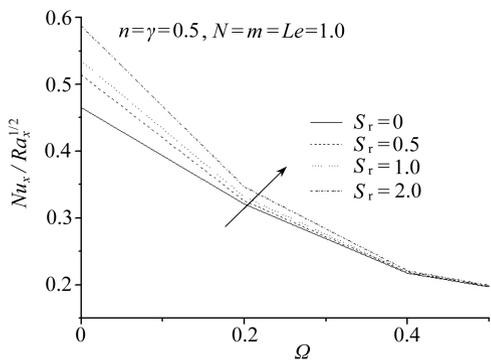


图 11 当  $S_r = 0, 0.5, 1.0, 2.0$  时局部 Nusselt 数  $Nu_x/Ra_x^{1/2}$  随  $\Omega$  的变化

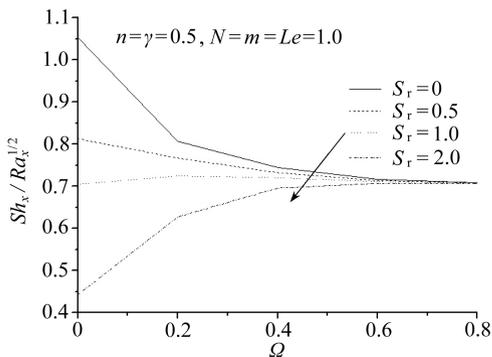


图 12 当  $S_r = 0, 0.5, 1.0, 2.0$  时局部 Sherwood 数  $Sh_x/Ra_x^{1/2}$  随  $\Omega$  的变化

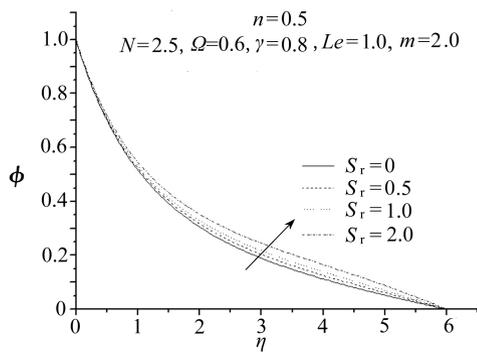


图 13 当  $S_r = 0, 0.5, 1.0, 2.0$  时的浓度  $\phi$

图 11 和图 12 给出了, 当  $n = \gamma = 0.5, N = m = Le = 1.0, S_r = 0, 0.5, 1.0$  和  $2.0$  时, Nusselt 数  $Nu_x/Ra_x^{1/2}$  和 Sherwood 数  $Sh_x/Ra_x^{1/2}$  随流变参数  $\Omega$  的变化。Nusselt 数随着流变参数  $\Omega$  的增加而减小、随着 Soret 数的增加而增大。当  $S_r < 1$  时, Sherwood 数随着流变参数  $\Omega$  的增加而减小; 当  $S_r \geq 1$  时, Soret 数增加, Sherwood 数  $Sh_x/Ra_x^{1/2}$  随着流变参数  $\Omega$  的增加而增加, 直到  $\Omega > 0.6$  后才趋于稳定。

图 13 给出了 Soret 数对浓度  $\phi$  的影响。随着 Soret 数的增加, 浓度边界层的厚度是增加的, 从而 Sherwood 数减小(对  $S_r > 1$ ) 且 Nusselt 数增大(对  $S_r \leq 1$ )。

### 3 总 结

本文研究化学反应对自由对流传热/传质的影响, 自由对流沿着嵌入多孔介质的平板, 多孔介质充满了非 Newton 的幂律流体, 化学反应要考虑流体屈服应力和 Soret 的影响。通过相似变换, 将控制方程转换为无量纲形式, 然后使用有限差分法求解该方程。结果包括了浓度曲线图, 以及各种化学反应(多孔介质中出现屈服应力, 存在 Soret 效应) 参数下的 Nusselt 数和 Sherwood 数。结果表明, 幂律流体中的化学反应, 使局部 Nusselt 数下降, 而使局部 Sherwood 数升高, 随着屈服应力的增加, 局部 Nusselt 数和 Sherwood 数要减小。随着 Soret 数的增加, 局部 Nusselt 数要增加, 局部 Sherwood 数要减小 ( $S_r < 1$ )。

## 参考文献:

- [1] Kandasamy R, Anjali Devi S P. Effects of chemical reaction, heat and mass transfer on non-linear laminar boundary-layer flow over a wedge with suction or injection[J]. *Comput Appl Mech*, 2004, **5**(1): 21-31.
- [2] Takhar H S, Chamkha A J, Nath G. Flow and mass transfer on a stretching sheet with a magnetic field and chemically reactive species[J]. *Int J Eng Sci*, 2000, **38**(12): 1303-1314.
- [3] Chamkha A J. MHD flow of a uniformly stretched vertical permeable surface in the presence of heat generation/absorption and chemical reaction[J]. *Int Comm Heat Mass Transf*, 2003, **30**(3): 413-422.
- [4] Muthucumaraswamy R, Ganesan P. Natural convection on a moving isothermal vertical plate with chemical reaction[J]. *Eng Phys Thermophys*, 2002, **75**(1): 113-119.
- [5] Muthucumaraswamy R. Effects of a chemical reaction on a moving isothermal vertical surface with suction[J]. *Acta Mech*, 2002, **155**(1/2): 65-70.
- [6] Muthucumaraswamy R. Effects of chemical reaction on moving isothermal vertical plate with variable mass diffusion[J]. *Theoret Appl Mech*, 2003, **30**(3): 209-220.
- [7] Yih K A. Coupled heat and mass transfer by free convection over a truncated cone in porous media VWT/VWC or VHF/VMF[J]. *Acta Mech*, 1999, **137**(1/2): 83-97.
- [8] Singh P, Queeny. Free convection heat and mass transfer along a vertical surface in a porous medium[J]. *Acta Mech*, 1997, **123**(1/4): 69-73.
- [9] Muthucumaraswamy R, Kulandaivel T. Chemical reaction effects on moving infinite vertical plate with uniform heat flux and variable mass diffusion[J]. *Forschung im Ingenieurwesen*, 2003, **68**(2): 101-104.
- [10] Kandasamy R, Periasamy K, Prabhu K K S. Effects of chemical reaction, heat and mass transfer along a wedge with heat source and concentration in the presence of suction or injection [J]. *Int J Heat Mass Transf*, 2005, **48**(7): 1388-1394.
- [11] Kandasamy R, Periasamy K, Prabhu K K S. Chemical reaction, heat and mass transfer on MHD flow over a vertical stretching surface with heat source and thermal stratification effects [J]. *Int J Heat Mass Transf*, 2005, **48**(21/22): 4557-4561.
- [12] Abreu C R A, Alfradique M F, Telles A S. Boundary layer flows with Dufour and Soret effects I —forced and natural convection[J]. *Chem Eng Sci*, 2006, **61**(13): 4282-4289.
- [13] Cheng C Y. An integral approach for hydromagnetic natural convection heat and mass transfer from vertical surfaces with power-law variation in wall temperature and concentration in porous media[J]. *Int Comm Heat Mass Transf*, 2005, **32**(1/2): 204-213.
- [14] Postelnicu A. Influence of chemical reaction on heat and mass transfer by natural convection from vertical surfaces in porous media considering Soret and Dufour effects[J]. *Heat Mass Transf*, 2007, **43**(6): 595-602.
- [15] Ibrahim F S, Elaiw A M, Bakr A A. Effect of the chemical reaction and radiation absorption on the unsteady MHD free convection flow past a semi infinite vertical permeable moving plate with heat source and suction[J]. *Comm Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2008, **13**(6): 1056-1066.
- [16] Rastogi S K, Poulidakos D. Double-diffusion from a vertical surface in a porous region saturated with a non-Newtonian[J]. *Int J Heat Mass Transf*, 1995, **138**(5): 935-946.
- [17] Prasad K V, Abel S, Datti P S. Diffusion of chemically reactive species of a non-Newtonian

- fluid immersed in a porous medium over a stretching sheet[J]. *Int J Non-Linear Mech*, 2003, **38**(5): 651-657.
- [18] Eldabe N T, El-Saka A G, Fouad A. Thermal-diffusion and diffusion-thermo effects on mixed free-forced convection and mass transfer boundary layer flow for non-Newtonian fluid with temperature dependent viscosity[J]. *Appl Math Comput*, 2004, **152**(3): 867-883.
- [19] Elperin T, Fominykh A, Orenbakh Z. Mass transfer with heterogeneous chemical reaction in a Glauert flow of non-Newtonian fluid[J]. *Int J Heat Mass Transf*, 2004, **47**(14/16): 3573-3576.
- [20] Abo-Eldahab E M, Salem A M. MHD flow and heat transfer of non-Newtonian power-law fluid with diffusion and chemical reaction on a moving cylinder[J]. *Heat Mass Transf*, 2005, **41**(8): 703-708.
- [21] Hayat T, Abbas Z, Sajid M. Heat and mass transfer analysis on the flow of a second grade fluid in the presence of chemical reaction[J]. *Phys Letters A*, 2008, **372**(14): 2400-2408.
- [22] Patil P M, Kulkarni P S. Effects of chemical reaction on free convective flow of a polar fluid through a porous medium in the presence of internal heat generation[J]. *Int J Thermal Sci*, 2008, **47**(8): 1043-1054.
- [23] Barnes H A, Walters K. The yield stress myth[J]. *Rheol Acta*, 1985, **24**(4): 323-326.
- [24] Zhang J, Vola D, Frigaard I A. Yield stress effects on Rayleigh-Bénard convection[J]. *Fluid Mech*, 2006, **566**: 389-419 .
- [25] Christensen R M. Observations on the definition of yield stress[J]. *Acta Mech*, 2008, **196**(3): 239-244.
- [26] Jumah R Y, Mujumdar A S. Free convection heat and mass transfer of non-Newtonian power law fluids with yield stress from a vertical flat plate in saturated porous media[J]. *Int Comm Heat Mass Transf*, 2000, **27**(4): 485-494.
- [27] Zhu H, Kim Y D, De Kee D. Non-Newtonian fluids with a yield stress[J]. *Non-Newtonian Fluid Mech*, 2005, **129**(3): 177-181.
- [28] Zhu H, De Kee D. A numerical study for the cessation of Couette flow of non-Newtonian fluids with a yield stress[J]. *Non-Newtonian Fluid Mech*, 2007, **143**(2/3): 64-70.
- [29] Merrill E W, Cheng C S, Pelletier G A. Yield stress of normal human blood as a function of endogenous fibrinogen[J]. *J Appl Physiol*, 1969, **26**(1): 1-3.
- [30] Lemaire E, Bossis G. Yield stress and wall effects in magnetic colloidal suspensions[J]. *J Phys D: Appl Phys*, 1991, **24**(8): 1473-1477.
- [31] Boissy C, Wu C W, Fahmy Y, Conrad H. Experimental study of the yield stress of electro-rheological suspensions under AC field comparison with a theoretical model[J]. *Int J Modern Phys*, 1999, **13**(14):1775-1782.
- [32] Curran S J, Hayes R E, Afacan A, Williams M C. Experimental mixing study of a yield stress fluid in a laminar stirred tank[J]. *Ind Eng Chem Res*, 2000, **39**(1): 195-202.
- [33] Ko Y G, Choi U S, Sung B H. Chemical structure designing to enhance the yield stress of electrorheological fluids based on modified chitosan compounds[J]. *Inc J Appl Polym Sci*, 2004, **93**(4): 1559-1566.
- [34] Nigen S. Experimental investigation of the impact of an (apparent) yield-stress material[J]. *J Atomiz Spr*, 2005, **15**(1): 103-118.

# Influence of Chemical Reaction on Heat and Mass Transfer of Non-Newtonian Fluid With Yield Stress by Free Convection From a Vertical Surface in Porous Medium Considering Soret Effect

F. S. Ibrahim<sup>1</sup>, F. M. Hady<sup>1</sup>, S. M. Abdel-Gaied<sup>2</sup>, Mohamed R. Eid<sup>2</sup>

(1. *Department of Mathematics, Faculty of Science, Assiut University, Assiut 71515, Egypt;*

2. *Department of Science and Mathematics, Faculty of Education, Assiut University, The New Valley 72111, Egypt*)

**Abstract:** The effect of chemical reaction on free convection heat and mass transfer for non-Newtonian power law fluid over a vertical flat plate embedded in a fluid saturated porous medium was studied in the presence of yield stress and Soret effect. The governing boundary layer equations and boundary conditions were cast into a dimensionless form by similarity transformations and the resulting system of equations was solved by a finite difference method. Results are presented and discussed for concentration profiles, as well as the Nusselt and Sherwood numbers for various values of the parameters, which govern the problem. The results obtained show that the flow field is influenced appreciably by the presence of chemical reaction parameter  $\gamma$ , order of chemical reaction parameter  $m$ , Soret number  $S_r$ , buoyancy ratio  $N$ , Lewis number  $Le$ , and dimensionless rheological parameter  $\Omega$ .

**Key words:** non-Newtonian fluid; free convection; chemical reaction; yield stress; Soret effect