

运动壁面槽道流动的直接数值模拟*

葛铭纬, 许春晓, 崔桂香

(清华大学 航天航空学院,北京 100084)

(林建忠推荐)

摘要: 采用谱方法,在曲线坐标系下对不可压缩 Newton 流体的 N-S 方程进行求解,采用定义在物理空间中的流动物理量以避免使用协变、逆变形式的控制方程。在计算空间采用 Fourier-Chebyshev 谱方法进行空间离散,时间推进采用高精度时间分裂法。为了减小时间分裂带来的误差,采用了高精度的压力边界条件。与其他求解协变、逆变形式控制方程的谱方法相比,该方法在保持谱精度的同时减小了计算量。首先通过静止波形壁面和行波壁面槽道湍流的直接数值模拟,对该数值方法进行了验证;其次,作为初步应用,利用该方法研究了槽道湍流中周期振动凹坑所产生的流动结构。

关键词: 谱方法; 运动壁面; 槽道; 湍流

中图分类号: O357.5 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2010.01.010

引 言

湍流的直接数值模拟是湍流基础研究的重要手段,由于计算机的限制,湍流的直接数值模拟大多是对中低 Reynolds 数下简单边界的湍流流动。迄今为止,人们通过直接数值模拟获得了许多对湍流机理的重要认识,而由于实验条件的限制,有些发现很难利用实验得到^[1]。对于壁湍流,大多数研究都是针对静止壁面的,近年来,复杂的运动壁面在湍流控制的应用中逐渐得到了人们的重视,例如智能蒙皮^[2]、柔性壁面^[3]在湍流减阻中的应用等。但是,目前关于复杂运动壁面湍流的研究还非常缺少。

谱方法具有高效和高精度的特点,因此被广泛应用于典型湍流的直接数值模拟,例如: Fourier-Galerkin 方法是各向同性湍流直接数值模拟的常规方法^[4], Fourier-Chebyshev 方法在槽道湍流直接数值模拟中发挥了重要作用^[5]。对于复杂运动壁面槽道中的流动, Carlson 等^[6]在正交坐标系下利用伪谱方法对协变、逆变形式的控制方程进行了求解。但是, Carlson 等在坐标变换的方程中遗漏了一些重要的附加项, Luo 等^[7]指出了该错误并通过张量运算在随时间变化的曲线坐标系下得到了 N-S 方程完整的协变、逆变形式。尽管协变、逆变形式的 N-S 方程对于谱方法的应用非常方便,但是因为协变、逆变所产生的大量附加项使得计算量大大增加,

* 收稿日期: 2009-05-13; 修订日期: 2009-11-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10772098)

作者简介: 葛铭纬(1984—),男,山东人,博士生(E-mail: gmw06@mails.tsinghua.edu.cn);

许春晓,教授,博士(联系人。Tel: +86-10-62780576; E-mail: xucx@tsinghua.edu.cn)。

因此,一些研究者就开始诉求于其他形式的 N-S 方程. Kang 等^[8]在非正交曲线坐标系下采用了速度分量定义在物理空间的 N-S 方程,并使用二阶中心差分进行了求解. 需要指出的是, Kang 等^[8]所使用的公式遗漏了一些由坐标变换所产生附加项,对此,本文会在第 1 节进行说明. Shen 等^[9]采用了该种形式的控制方程对行波壁面槽道湍流进行了直接数值模拟,在他们的计算中,水平方向采用 Fourier-Galerkin 方法,而在垂向使用了交错网格并采用二阶有限差分求解.

本文采用与 Kang 等^[8]相同的控制方程,发展了一种对运动壁面槽道流动进行直接数值模拟的谱方法. 在水平方向采用 Fourier-Galerkin 方法进行空间离散,垂直方向采用 Chebyshev-Tau 方法. 时间积分采用高精度的时间分裂法. 相对于 Carlson 等^[6]所采用的数值格式,本文所求解的控制方程由于坐标变换所产生的附加项远少于协变、逆变形式的 N-S 方程,因而在保持谱精度的同时大大减少了计算量. 相对于 Kang 等^[8]和 Shen 等^[9]所采用的有限差分,本文在 3 个方向均采用谱方法,从而具有更高的计算精度和计算效率,而这正是进行高质量湍流直接数值模拟的必备条件. 本文首先对静止波形壁面和行波壁面槽道湍流进行直接数值模拟,从而对数值方法进行验证. 作为该方法的初步应用,本文还对槽道湍流中周期震荡凹坑所产生的流动结构进行了研究.

1 控制方程和坐标变换

假设两运动壁面间为不可压缩 Newton 流体,在物理空间中, x, y 和 z (或者 x_1, x_2 和 x_3) 分别代表流向、展向和垂向,而 u, v 和 w (或者 u_1, u_2 和 u_3) 则分别代表相对应的速度分量. 假设壁面为光滑曲面并存在由变形而引起的垂向运动. 上下壁面分别位于:

$$y = 1 + \eta_u(x, z, t) \quad (1)$$

和

$$y = -1 + \eta_d(x, z, t), \quad (2)$$

其中 η_u 和 η_d 分别为上下壁面的变形量.

控制方程采用不可压缩 Newton 流体的旋度形式的 N-S 方程和连续方程:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = F_i - \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4)$$

式中 $F_i = (\mathbf{V} \times \boldsymbol{\omega})_i$ (文中下标 i, j 均为张量指标), 其中 \mathbf{V} 为速度向量, $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{V}$ 为涡向量. $\Pi = p/\rho + |\mathbf{V}|^2/2$ 为总压. 选择半槽宽 H 为特征长度, 截面平均速度 U_m 为特征速度对方程进行无量纲化. Reynolds 数定义为 $Re = U_m H/\nu$, ν 为运动粘性系数.

在流向和展向采用周期条件, 壁面采用无滑移条件. 假设壁面仅存在垂直方向的速度, 那么, 当 $y = 1 + \eta_u(x, z, t)$ 时有

$$u = 0, v = \frac{\partial \eta_u}{\partial t}, w = 0; \quad (5)$$

当 $y = -1 + \eta_d(x, z, t)$ 时有

$$u = 0, v = \frac{\partial \eta_d}{\partial t}, w = 0. \quad (6)$$

为了在水平方向采用 Fourier-Galerkin 方法, 垂直方向采用 Chebyshev-Tau 方法, 本文采用非正

交坐标变换将物理空间不规则的计算域转换为计算空间规则的计算域,坐标变换^[8]如下:

$$t = \tau, x_1 = \xi_1, x_2 = \xi_2(1 + \eta) + \eta_0, x_3 = \xi_3, \quad (7)$$

式中

$$\eta = \frac{1}{2}(\eta_u - \eta_d), \eta_0 = \frac{1}{2}(\eta_u + \eta_d), \quad (8)$$

在新坐标下,上下壁面分别位于 $\xi_2 = 1$ 和 $\xi_2 = -1$. 新旧坐标微分之间的关系为

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau} + \varphi_i \frac{\partial}{\partial \xi_2}, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} &= \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1}, \\ \frac{\partial}{\partial x_2} &= \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial \xi_2} + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} - 1 \right), \\ \frac{\partial}{\partial x_3} &= \frac{\partial}{\partial \xi_3} + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3}, \end{aligned} \right\} \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial \xi_i} + \phi_i \frac{\partial}{\partial \xi_2}, \quad (10)$$

其中 $\phi_i = \varphi_i - \delta_{i2}$, 并且

$$\varphi_i = \frac{\partial \xi_2}{\partial x_i} = \begin{cases} -\frac{1}{1 + \eta} \left(\xi_2 \frac{\partial \eta}{\partial \xi_i} + \frac{\partial \eta_0}{\partial \xi_i} \right), & i = 1, 3, \\ \frac{1}{1 + \eta}, & i = 2, \end{cases} \quad (11)$$

$$\varphi_i = \frac{\partial \xi_2}{\partial t} = -\frac{1}{1 + \eta} \left(\xi_2 \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \frac{\partial \eta_0}{\partial \tau} \right), \quad (12)$$

需要指出的是, Laplace 算子可表示为

$$\nabla^2 \theta = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_j \partial \xi_j} + S(\theta), \quad (13)$$

式中

$$S(\theta) = 2\phi_j \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_2 \partial \xi_j} + \phi_j \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi_2} \frac{\partial \theta}{\partial \xi_2} + \phi_j^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_2 \partial \xi_2} + \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi_j} \frac{\partial \theta}{\partial \xi_2} \quad (14)$$

是由于坐标变换所产生的附加项. 在文献[8]的公式中, 上式右端最后 1 项被遗漏.

2 数值方法

2.1 时间推进

坐标变换后, N-S 方程变为

$$\frac{\partial u_i}{\partial \tau} = -\varphi_i \frac{\partial u_i}{\partial \xi_2} + F_i - \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (15)$$

和连续方程一起, 控制方程利用 Karniadakis 等^[10]所介绍的时间分裂法来进行时间推进, 该方法曾被用于常规槽道湍流的直接数值模拟^[11]. 在时间分裂法中, 每一个完整的时间步可以分为 3 个子步: 非线性步、压力步和粘性步. 在非线性步中引入速度场 $u_i^{s+1/3}$, 满足

$$\frac{u_i^{s+1/3} - \sum_{q=0}^{J_i-1} \alpha_q u_i^{s-q}}{\Delta \tau} = \sum_{q=0}^{J_e-1} \beta_q \left(-\varphi_i \frac{\partial u_i}{\partial \xi_2} + F_i \right)^{s-q}. \quad (16)$$

在上式中显式计算非线性项, 精度为 J_i 阶, 其他线性项采用隐式处理, 精度为 J_e 阶. s 代表时间

步, q 为整数. 在压力步进行压力修正, 同时强制 $u_i^{s+2/3}$ 满足连续方程

$$\frac{u_i^{s+2/3} - u_i^{s+1/3}}{\Delta\tau} = -\frac{\partial\Pi^{s+1}}{\partial x_i}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial u_i^{s+2/3}}{\partial x_i} = 0. \quad (18)$$

在粘性步, u_i^{s+1} 可以通过下式求解:

$$\frac{\gamma_0 u_i^{s+1} - u_i^{s+2/3}}{\Delta\tau} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^{s+1}}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (19)$$

速度在壁面满足无滑移条件. 本文采用三阶时间精度格式, 式(16)和(19)中相应各常数取值为 $\alpha_0 = 3, \alpha_1 = -3/2, \alpha_2 = 1/3, \beta_0 = 3, \beta_1 = -3, \beta_2 = 1, \gamma_0 = 11/6$. 对方程(17)取散度并结合方程(18), 可以得到总压 Π 的 Poisson 方程. 在计算空间可以将其写为

$$\frac{\partial^2 \Pi^{s+1}}{\partial \xi_i \partial \xi_i} = \frac{1}{\Delta\tau} \nabla \cdot \mathbf{V}^{s+1/3} - S(\Pi)^{s+1}, \quad (20)$$

要求解以上方程, 必须确定压力边界条件. 低精度的压力边界条件曾被广泛应用于流动的数值模拟^[12-14], 但是它对时间步长要求苛刻, 同时该边界条件与动壁面相矛盾. 通常采用 Green 函数法^[6,15]或者影响系数矩阵法^[16]进行残余散度修正, 但是这些方法很难应用于非正交坐标系中的谱方法. 为了减少时间分裂误差, 本文采用由 Karniadakis 等^[10]提出的高精度的压力边界条件

$$\frac{\partial \Pi^{s+1}}{\partial n} = \mathbf{n} \cdot \left[\sum_{q=0}^{J_e-1} \beta_q \left(\mathbf{F} - \frac{1}{Re} \nabla \times \nabla \times \mathbf{V} - \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} \right)^{s-q} \right], \quad \text{当 } \xi_2 = \pm 1 \text{ 时}, \quad (21)$$

式中 \mathbf{n} 是垂直于壁面的单位矢量, 根据方程(1)和(2)可求得该矢量为

$$\mathbf{n}_{w/d} = \left(-\frac{\partial \eta_{w/d}}{\partial x} \mathbf{i} + \mathbf{j} - \frac{\partial \eta_{w/d}}{\partial z} \mathbf{k} \right) / \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \eta_{w/d}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_{w/d}}{\partial z} \right)^2}, \quad (22)$$

当 Π^{s+1} 被求解后, 中间速度场 $u_i^{s+2/3}$ 可以由方程(17)求得

$$u_i^{s+2/3} = u_i^{s+1/3} - \Delta\tau \frac{\partial \Pi^{s+1}}{\partial x_i}. \quad (23)$$

在计算空间中, 粘性步方程可变化为

$$\frac{\partial^2 u_i^{s+1}}{\partial \xi_j \partial \xi_j} - \frac{\gamma_0 Re}{\Delta\tau} u_i^{s+1} = -\frac{Re}{\Delta\tau} u_i^{s+2/3} - S(u_i)^{s+1}. \quad (24)$$

2.2 空间离散

速度分量和总压通过谱方法在计算空间中求出, 在 ξ_1 和 ξ_3 方向采用 Fourier 级数展开, 在 ξ_2 方向采用 Chebyshev 多项式展开. 流动物理量 $\theta(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau)$ 可以展开为

$$\theta(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau) = \sum_m \sum_n \sum_p \hat{\theta}(m, p, n, \tau) \exp(i\alpha m \xi_1 + i\beta n \xi_3) T_p(\xi_2), \quad (25)$$

式中 $\hat{\theta}$ 是 θ 的谱系数. α 为流向基本波数, β 为展向基本波数. 流向和展向计算域的大小分别为 $2\pi/\alpha$ 和 $2\pi/\beta$. $T_p(\xi_2)$ 是 p 阶 Chebyshev 多项式.

对于常规的静止壁面的槽道流动可直接求解式(16)~(19), 而对于运动壁面, 因为坐标变换, 在 Laplace 算子中产生了很多附加项, 如式(20)中的 $S(\Pi)$ 和式(24)中的 $S(u_i)$, 所以 Poisson 方程的求解需要特别处理. 因为 Fourier 系数之间的相互耦合, Angelis 等^[12]对附加项采用了显示处理, 但是它要求时间步长非常小. 为了克服这一困难, 本文采用了迭代法. 以压力的求解为例, 式(20)在 Fourier 空间中可以写为

$$\frac{\partial^2 \hat{\Pi}_{n+1}^{s+1}}{\partial \xi_2^2} - (m^2 \alpha^2 + n^2 \beta^2) \hat{\Pi}_{n+1}^{s+1} = \frac{1}{\Delta \tau} \widehat{\nabla \cdot \mathbf{V}}^{s+1/3} - S(\Pi)_n^{s+1}, \quad (26)$$

此处,下标 n 和 $n+1$ 分别代表上一迭代步和该迭代步的值.压力边界条件也按照同样方法进行迭代,直到前后两步迭代值之差小于某一给定的小量.

$$\frac{\partial \Pi_{n+1}^{s+1}}{\partial \xi_2} = \left\{ \left(-\frac{\partial \eta_{u/d}}{\partial x} \mathbf{i} + \mathbf{j} - \frac{\partial \eta_{u/d}}{\partial z} \mathbf{k} \right) \cdot \sum_{q=0}^{J_c} \beta_q \left(\mathbf{F} - \frac{1}{Re} \nabla \times \nabla \times \mathbf{V} - \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} - \varphi_i \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \xi_2} \right)^{s-q} + \frac{\partial \eta_{u/d}}{\partial x} \frac{\partial \Pi_n^{s+1}}{\partial x} + \frac{\partial \eta_{u/d}}{\partial z} \frac{\partial \Pi_n^{s+1}}{\partial z} \right\} \frac{1}{1 + \phi_2}. \quad (27)$$

3 计算结果

3.1 静止波形壁面槽道湍流

本文首先对静止波形壁面槽道湍流进行了直接数值模拟,为了验证程序的正确性,本文结果和 Hudson 等^[17]的实验结果以及 Cherukat 等^[18]直接数值模拟结果进行了对比.

如图 1,槽道下壁面在流向为余弦波形,上壁面为平板:

$$\eta_u = 1, \quad \eta_d = a \cos(2\pi x / \lambda), \quad (28)$$

在数值模拟中,下壁面的振幅为 $a = 0.1$, 波长 $\lambda = 2$, 基于截面平均速度和半槽宽的 Reynolds 数为 3380, 这些物理参数均与 Hudson 等^[17]的实验一致.计算域在流向、垂向、展向大小为 $8 \times 2 \times 4$, 采用 $64 \times 65 \times 64$ 的网格.

图 2 ~ 图 5 显示了在波峰和波谷处平均速度和速度脉动均方根在垂向的分布, 并和 Hudson 等^[17]的实验结果以及 Cherukat 等^[18]的直接数值模拟结果进行了对比. 它们都符合得很好, 表明本文的程序对静止变形壁面的模拟是可靠的.

3.2 行波运动壁面槽道湍流

为了进一步验证程序对运动壁面模拟的精度, 本文对在流向传播的行波运动壁面湍流进行了数值模拟. 上壁面采用自由滑移条件, 下壁面采用无滑移条件, 为了便于对比, 该边界条件的选取是与 Shen 等^[9]保持一致的. 下壁面的形状函数为

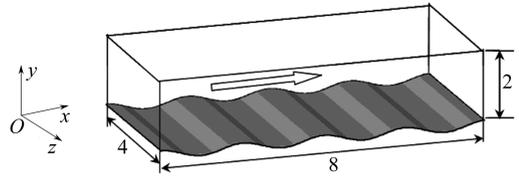
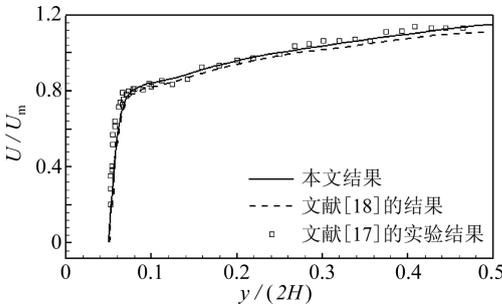
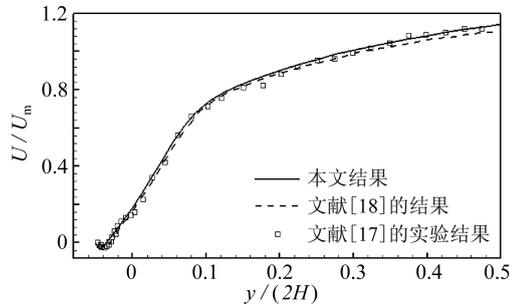


图 1 计算域及坐标系



(a) 波峰



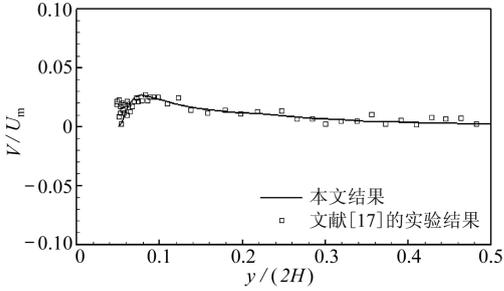
(b) 波谷

图 2 平均流向速度分布

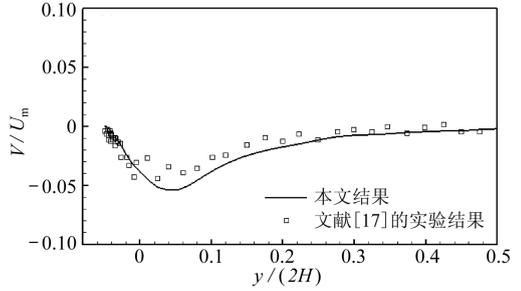
$$\eta_d = a \sin[k(x - ct)], \quad (29)$$

当 $\xi_2 = -1$ 时,

$$u = 0, \quad v = -kca \cos[k(x - ct)], \quad w = 0, \quad (30)$$

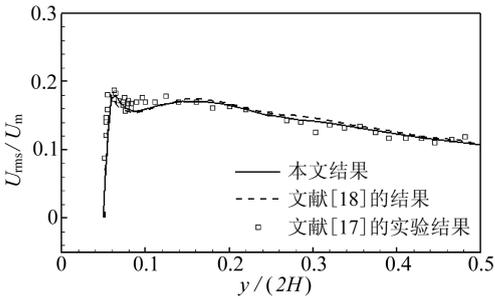


(a) 波峰

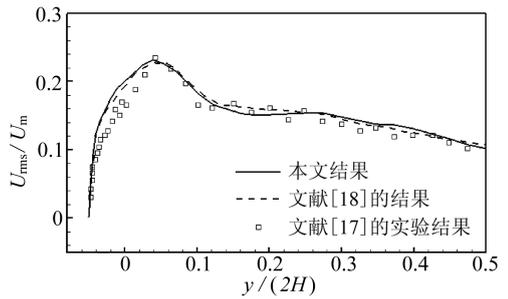


(b) 波谷

图 3 平均垂向速度分布

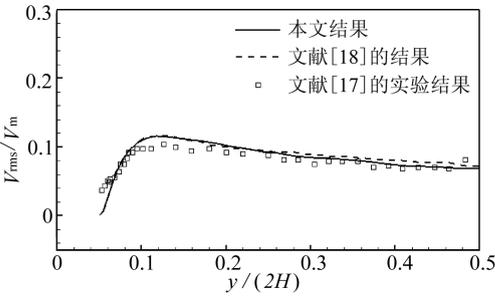


(a) 波峰

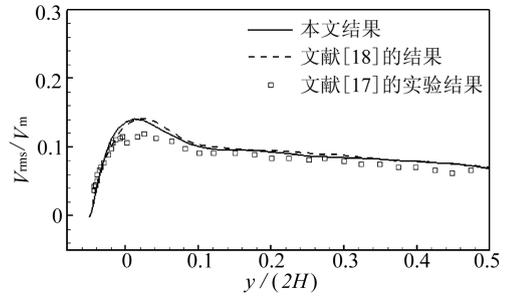


(b) 波谷

图 4 流向速度脉动均方根分布



(a) 波峰



(b) 波谷

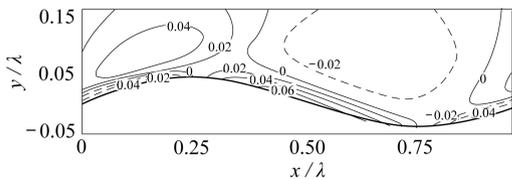
图 5 垂向速度脉动均方根分布

式中 a 是行波振幅, k 是行波波数, c 为行波波速. 算例物理参数的选取与 Shen 等^[9]保持一致. 基于行波壁面波长 $\lambda = 2\pi/k$ 和平均外流速度 U 的 Reynolds 数是 10 170. 波形壁面陡峭度 $2\pi a/\lambda = 0.25$, 波速选取为 $c = 0.4$. 计算域在流向、垂向和展向大小为 $4\lambda \times 2\lambda/\pi \times 2\lambda$, 对应的网格数为 $128 \times 129 \times 128$.

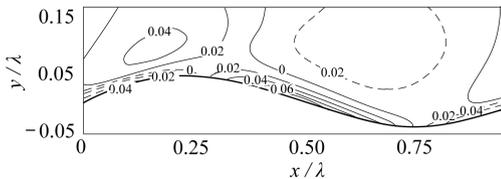
图 6 ~ 图 8 显示了行波壁面附近平均流向速度 $\langle u \rangle$ 、垂向速度 $\langle v \rangle$ 以及流线的分布, 并和 Shen 等^[9]的结果进行了比较. 对比结果表明, 本文结果和 Shen 等^[9]的结果是一致的, 从而说明本文数值方法可以应用于复杂运动壁面槽道湍流的直接数值模拟.

3.3 周期振动凹坑壁面槽道湍流

作为一个初步的应用, 本文利用该数值方法对 $Re_m = 2\ 850$ 的槽道湍流中周期振动凹坑所产生的流动结构进行了研究. 凹坑形状以及凹坑上各点速度如下:

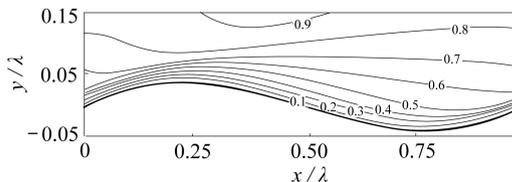


(a) 文献[9]中图 4(b) $\langle u \rangle$

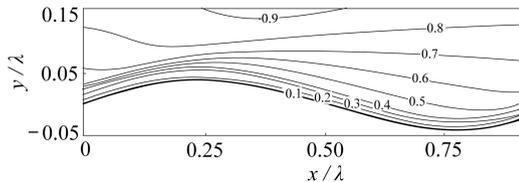


(b) 本文结果

图 6 $\langle u \rangle$ 的分布

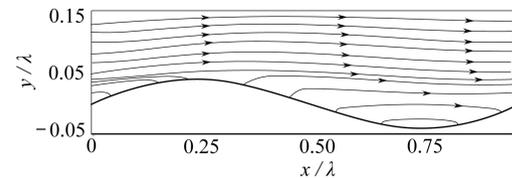


(a) 文献[9]中图 4(b) $\langle v \rangle$

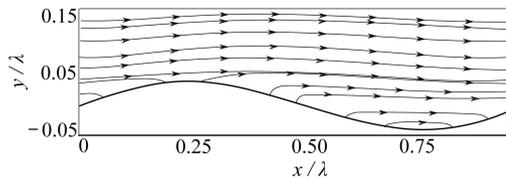


(b) 本文结果

图 7 $\langle v \rangle$ 的分布



(a) 文献[9]中图 4(b) 流线



(b) 本文结果

图 8 平均流动的流线

$$\eta_d(x, z, t) = \begin{cases} -\frac{h}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi r}{D}\right) \frac{1 - c(t)}{2}, & r < \frac{D}{2}, \\ 0, & r \geq \frac{D}{2}, \end{cases} \quad (31)$$

$$v_d(x, z, t) = \begin{cases} -\frac{h}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi r}{D}\right) \frac{2\pi s(t)}{T}, & r < \frac{D}{2}, \\ 0, & r \geq \frac{D}{2}, \end{cases} \quad (32)$$

式中

$$s(t) = \sin(2\pi t/T),$$

$$c(t) = \cos(2\pi t/T),$$

T 是凹坑振动周期, $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2}$, (x_0, z_0) 为凹坑中心点坐标。所有参数均采用半槽宽 H 为特征长度, 截面平均速度 U_m 为特征速度进行无量纲化。本算例选取 $D = 1.0, T = 4, h = 0.2$ 。计算域在流向、垂向和展向大小为 $2\pi \times 2 \times \pi$, 对应网格数为 $64 \times 129 \times 64$ 。

图 9 显示了下壁面摩擦阻力系数和压差阻力系数随时间的变化。随着凹坑上下运动, 凹腔中的流体也被壁面带动。在下壁面, 运动凹坑约仅

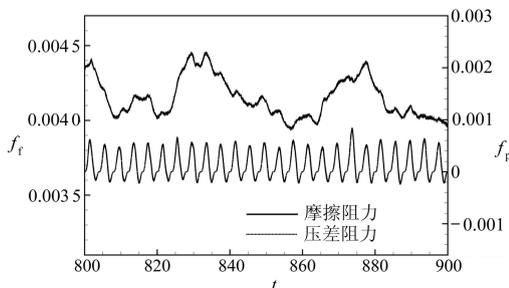


图 9 下壁面摩擦阻力系数 f_f 和压差阻力系数 f_p 随时间变化

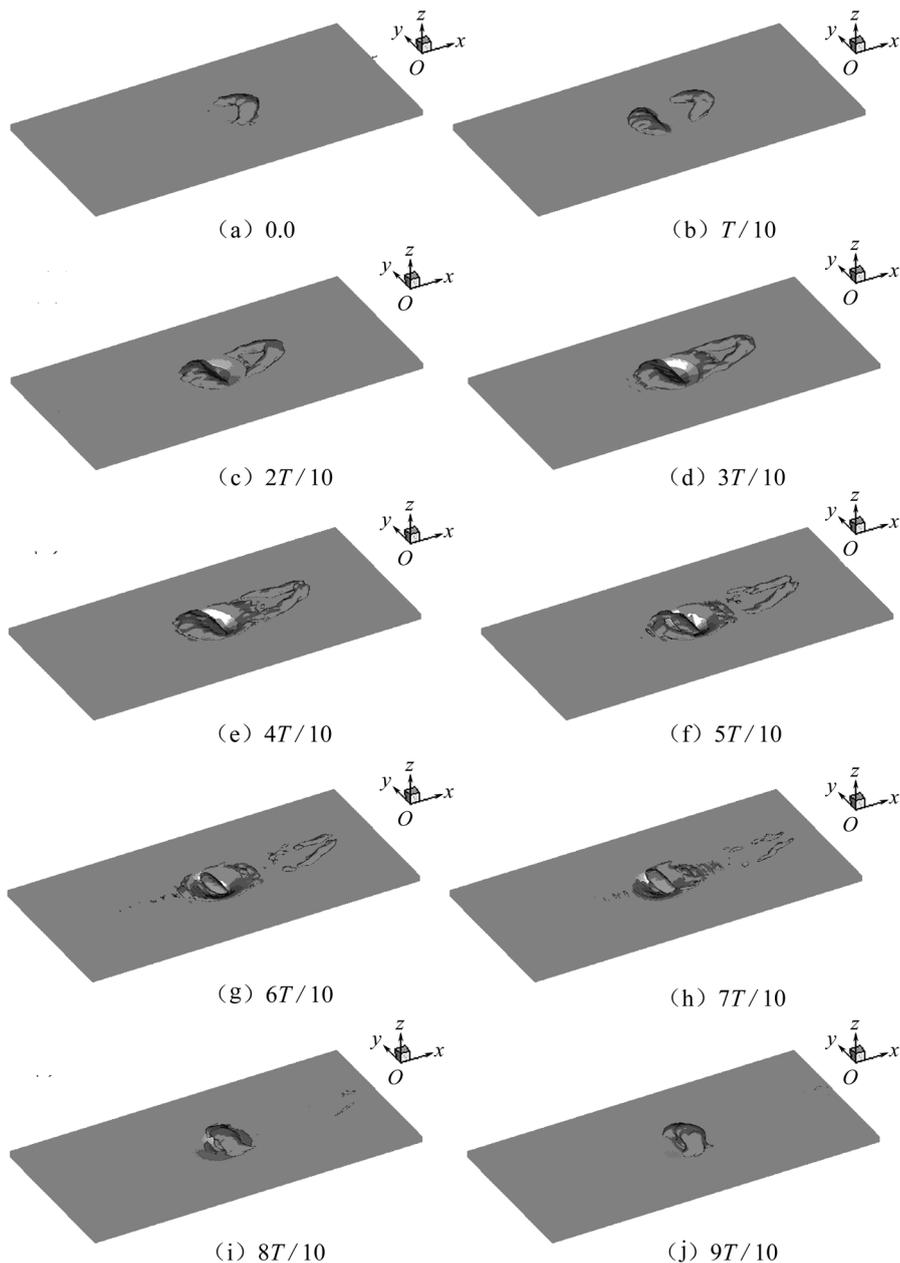


图 10 1 个周期内 10 个等间隔相位 $Q = 0.5$ 的等值面

占总面积的 4%，其周期性运动对整个壁面摩擦阻力系数影响较小，而压差阻力系数则全部来源于壁面变形，表现出了明显的周期性。

首先我们对运动凹坑所产生的流动结构进行了研究。为了更清晰地揭示凹坑周期振动对流场所产生的影响，本文对 1 000 个样本数据进行了相位平均。涡结构识别采用 Q 准则，其中 $Q = (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij})/2$ ^[19]，式中 Ω_{ij} 和 S_{ij} 分别代表旋转张量和变形率张量。图 10 显示了 1 个周期内 10 个等间隔相位的 $Q = 0.5$ 的等值面。当凹坑向下运动离开平面位置时，在凹坑后缘形成马蹄涡（见图 10(a)），随后，流体从前缘被吸进凹腔，前缘形成了 1 个强的涡结构（见图 10(b)）。此后，尾缘马蹄涡在平均剪切流的作用下被流向拉长并开始从中间破裂为旋转方

向相反、展向对称倾斜的准流向涡对(见图 10(a)~图 10(f)).当凹坑运动到底部时,展向涡在凹腔中形成(见图 10(f)).当凹坑向上运动时,凹腔中展向涡被推出,由于凹坑中心垂向速度大于其他各点处的垂向速度,展向涡中部具有较大的抬升速度,在平均流的作用下,该展向涡被带到凹坑后缘,形成了新的马蹄涡(见图 10(j))并开始了新的周期(见图 10(a)).

图 11 显示了相位平均后压差阻力系数在 1 个周期内的变化,为了分析方便,图中也给出了每个时刻凹坑中心的变形.当凹坑向下运动离开平面位置时,压差阻力开始增加,并在约 $t = 1.5$ 时达到最大值.当 $t = 2.5$ 时,压差阻力减小为 0,随后变为负值.值得注意的是,压差阻力最大值并不像静止凹坑一样出现在凹坑最深处($t = 2.0$),这说明凹坑运动在压差阻力的产生中起着重要的作用.

作为该计算方法的初步应用,本文分析了由凹坑振动所产生的周期性流动结构,同时也给出了压差阻力在 1 个周期内的变化,更多的流动机理将会在进一步的工作中探讨.

4 结 论

本文提出了一种对复杂运动壁面槽道湍流直接数值模拟的谱方法,该方法在 3 个方向均采用谱展开.不规则的物理区域通过非正交坐标变换转换为规则的计算区域.速度分量定义在物理空间,而控制方程则在计算空间中求解.时间推进采用高精度时间分裂法,为了减小分裂误差,采用了高精度压力边界条件.与其他谱方法相比,该方法在保持了谱精度的同时减小了计算量.通过对静止波形壁面和行波壁面槽道湍流的直接数值模拟对数值方法进行了验证.作为该方法的初步应用,本文对周期振动凹坑壁面的槽道湍流进行了直接数值模拟,并对由运动凹坑周期性产生的展向涡、马蹄涡和流向涡进行了分析,并给出了对应的压差阻力的变化.计算结果表明,本文数值方法在研究复杂运动壁面湍流中可以发挥重要作用,例如可用于智能蒙皮、柔性壁面减阻等问题的研究.

参考文献:

- [1] Moin P, Mahesh K. Direct numerical simulation: a tool in turbulence research[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1998, **30**:539-578.
- [2] Mani R, Lagoudas D C, Rediniotis O K. Active skin for turbulent drag reduction[J]. *Smart Materials and Structures*, 2008, **17**(3):035004.
- [3] Gad-el-Hak M. Compliant coatings for drag reduction[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2002, **38**(1):77-99.
- [4] Orszag S A, Patterson G S. Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence[J]. *Physical Review Letters*, 1972, **28**(2):76-79.
- [5] Kim J, Moin P, Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, **177**:133-166.
- [6] Carlson H A, Berkooz G, Lumley J L. Direct numerical simulation of flow in a channel with complex time-dependent wall geometries: a pseudospectral method[J]. *Journal of Computa-*

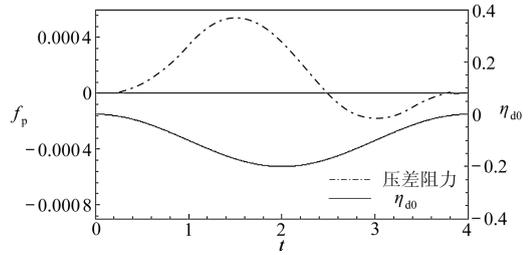


图 11 相位平均后压差阻力系数 f_p 在 1 个周期内的变化(左侧纵坐标)和对应凹坑中心的变形 η_{d0} (右侧纵坐标)

- tional Physics*, 1995, **121**(1):155-175.
- [7] Luo H, Bewley T R. On the contravariant form of the Navier-Stokes equations in time-dependent curvilinear coordinate systems[J]. *Journal of Computational Physics*, 2004, **199**(1):355-375.
- [8] Kang S, Choi H. Active wall motions for skin-friction drag reduction[J]. *Physics of Fluids*, 2000, **12**(12):3301-3304.
- [9] Shen L, Zhang X, Yue D K P, *et al.* Turbulence flow over a flexible wall undergoing a streamwise traveling wave motion[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, **484**:197-221.
- [10] Karniadakis G E, Isreali M, Orszag S A. High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 1991, **97**(2):414-443.
- [11] Xu C, Zhang Z, Nieuwstadt F T M, *et al.* Origin of high kurtosis levels in the viscous sublayer. direct numerical simulation and experiment[J]. *Physics of Fluids*, 1996, **8**(7):1938-1944.
- [12] Angelis V D, Lombardi P, Banerjee S. Direct numerical simulation of turbulent flow over a wavy wall[J]. *Physics of Fluids*, 1997, **9**(8):2429-2442.
- [13] Dukowicz J K, Dvinsky A S. Approximate factorization as a high order splitting for the implicit incompressible flow equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 1992, **102**(2):336-347.
- [14] Gresho P M. On the theory of semi-implicit projection methods for viscous incompressible flow and its implementation via a finite element method that also introduces a nearly consistent mass matrix—part 1: theory[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1990, **11**(5):587-620.
- [15] Marcus P S. Simulation of the Taylor-Couette flow—part 1: numerical methods and comparison with experiments[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1984, **146**:45-46.
- [16] Kleizer L, Schumman U. Treatment of incompressibility and boundary conditions in 3-D numerical spectral simulations of plane channel flow[C]//Hirschel E H. *Proc 3rd GAMM Conf Numerical Methods in Fluid Mechanics*. Cologne, 1979.
- [17] Hudson J D, Dykhno L, Hanratty T J. Turbulence production in flow over a wavy wall[J]. *Experiments in Fluids*, 1996, **20**(4):257-265.
- [18] Cherukat P, Na Y, Hanratty T J, *et al.* Direct numerical simulation of a fully developed turbulent flow over a wavy wall[J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 1998, **11**(2):109-134.
- [19] Hunt J C F, Wray A A, Moin P. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows [R]. Center for Turbulence Research, 1988, CTR-S88:193-208.

Direct Numerical Simulation of Flow in a Channel With Time-Dependent Wall Geometry

GE Ming-wei, XU Chun-xiao, CUI Gui-xiang

(*School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, P. R. China*)

Abstract: A numerical scheme was developed to extend the scope of the spectral method without solving the covariant and contra-variant form of Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates. The primitive variables were represented by Fourier series and Chebyshev polynomials in computational space. The time advancement was accomplished by a high-order time-splitting method, and a corresponding high-order pressure condition at the wall was introduced to reduce the splitting error. Compared with the previous pseudo-spectral scheme, in which the Navier-Stokes equations were solved in covariant and contra-variant form, the present scheme reduced the computational cost, at the same time kept the spectral accuracy. The scheme was tested by the simulation of turbulent flow in a channel with a static streamwise wavy wall and turbulent flow over a flexible wall undergoing streamwise traveling wave motion. Turbulent flow over an oscillating dimple was studied using present numerical scheme, and the periodic generation of vortical structures was analyzed.

Key words: spectral method; time-dependent wall geometry; turbulent flow