

# 结构振动主动控制的多时滞 控制律的设计方法<sup>\*</sup>

陈龙祥<sup>1</sup>, 蔡国平<sup>1,2</sup>

(1 上海交通大学 工程力学系, 上海 200240)

2 上海交通大学 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

(陈立群推荐)

**摘要:** 对遭受地震激励的建筑物主动控制中的多时滞问题进行研究. 通过一种特殊的系统状态变量增广, 将包含有多时滞项的系统状态方程转化为形式上不包含时滞的标准离散形式, 然后采用离散最优控制方法设计时滞控制律. 最后通过数值仿真验证了多时滞控制律的有效性. 仿真结果显示, 若对时滞不进行处理, 控制系统会在很小时滞量的情况下出现发散, 而该文中的时滞问题处理方法能够取得良好的控制效果, 而且该方法不但能处理小时滞量问题, 也能处理大时滞量问题.

**关键词:** 建筑结构; 主动控制; 多时滞

**中图分类号:** O 328      **文献标识码:** A

DOI 10 3879/j issn 1000-0887. 2009. 11. 006

## 引 言

主动控制系统中不可避免地存在着时滞问题. 传感器信号的采集和传输、控制器的计算、作动器的作动过程等都会产生时滞, 最终导致作用于被控结构的控制力产生不同步现象. 尽管在多数情况下时滞量较小, 但即使是小时滞, 也会使在结构不需要能量时, 作动器向结构输入能量, 导致控制效率的下降, 甚至引起被控结构的失稳<sup>[1]</sup>. 对于结构控制中的时滞问题, 人们研究过 Taylor 级数展开法<sup>[2]</sup>、移项技术<sup>[3]</sup>和状态预估法<sup>[4]</sup>等方法, 但是这些方法受各自本身处理方法的局限性, 都只能处理很小时滞量的情形. Cai 等<sup>[5]</sup>提出一种时滞问题处理方法, 该方法直接通过时滞微分方程设计控制律, 设计过程中无需作任何假设和近似处理, 因此该方法不但能处理小时滞量问题, 也能处理大时滞量问题. 以上这些时滞问题处理方法是所谓的时滞消除技术或时滞补偿技术, 目的是消除时滞对控制系统所造成的负面影响. 另一方面, 最近的研究表明在控制系统中人为引入时滞也将有利于系统的控制. 例如, 在非线性的动力学研究领

\* 收稿日期: 2009-03-04 修订日期: 2009-09-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10772112, 10472065); 教育部重点资助项目 (107043); 上海市教育委员会科研创新重点资助项目 (09ZZ17); 教育部博士点专项基金资助项目 (20070248032); 海洋工程国家重点实验室自主研究课题资助项目 (GKZD010807)

作者简介: 陈龙祥 (1981—), 男, 湖北人, 助理研究员 (联系人, Tel + 86-21-34207155, E-mail chen k @ sjtu edu cn).

域, 利用时滞进行混沌控制效果显著<sup>[6]</sup>. 在结构控制领域, H osek和 O lgac<sup>[7]</sup>研究了时滞共鸣器, 用于结构振动的主动控制. 陈龙祥<sup>[8]</sup>进行了时滞实验的研究, 结果表明时滞有利于抑制结构的振动. 在机器人领域, Cai和 Lim<sup>[9]</sup>针对柔性机械臂设计了时滞控制律, 结果显示, 时滞反馈控制设计有可能取得比无时滞控制设计更好的控制效果. 另外时滞还可用于改善系统的稳定性<sup>[10]</sup>. 以上这些研究是所谓的时滞利用技术或时滞反馈控制方法, 是将时滞量作为控制设计的一个设计参数, 通过选择合适的时滞量而达到良好的控制效果. 虽然, 目前人们关于时滞消除技术和时滞利用技术进行了大量理论研究, 但是, 仍然存在许多问题需要更进一步的研究. 例如, 大多数研究者仅考虑了单时滞问题, 很少考虑多时滞问题. 建筑结构为多自由度系统, 往往需要使用多个作动器用于结构的振动控制, 由于各个作动器物理参数和作动性能的差异, 有可能存在不同的时滞量. 如何设计多时滞控制律以对结构进行控制是非常重要的.

本文对地震作用下建筑结构的多时滞主动控制进行研究, 给出多时滞控制律的设计方法. 结果表明, 本文所提出的控制律不仅适用于小时滞问题, 也适用于大时滞问题. 另外, 本文对所给出的时滞控制律的有效性与经典的 Taylor级数方法、状态预估方法进行了比较.

### 1 运动方程

考虑如图 1所示  $n$ 自由度的建筑结构模型. 假定使用  $q$ 个作动器对建筑结构进行主动控制,  $q$ 个作动器中存在大小为  $\lambda_i (i = 1, \dots, q)$ 的时滞量. 遭受水平地震激励  $\ddot{X}_g(t)$ 作用的建筑结构的动力学方程可写为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = \sum_{i=1}^q H_i u_i(t - \lambda_i) + D \ddot{X}_g(t), \tag{1}$$

其中

$$X(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$$

为  $n \times 1$ 维向量, 表示结构的层间位移;  $M, C$ 和  $K$ 分别为  $n \times n$ 维系统质量、阻尼和刚度矩阵, 其中  $m_i, c_i$ 和  $k_i$ 分别为每一层单元的质量、阻尼和刚度系数;  $u_i$ 为作动器上所施加的控制力;  $D = -[m_1, m_2, \dots, m_n]^T$ ;  $H_i$ 为与  $u_i$ 位置有关的列向量;  $\lambda_i$ 表示时滞量.

假定时滞量  $\lambda_i$ 可描述为如下形式:

$$\lambda_i = l_i T - m_i \quad (i = 1, \dots, q), \tag{2}$$

其中,  $T$ 为数据采样周期,  $l_i > 1$ 为任意正整数,  $0 \leq m_i < T$ . 由于数据采样周期通常很小, 因此这种假定是合理的.

在状态空间, 方程 (1)可以表示为

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + \sum_{i=1}^q B_i u_i(t - \lambda_i) + E \ddot{X}_g(t), \tag{3}$$

其中

$$Z(t) = \begin{bmatrix} X(t) \\ \dot{X}(t) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix},$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}H_i \end{bmatrix}, \quad E(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}D \end{bmatrix}.$$

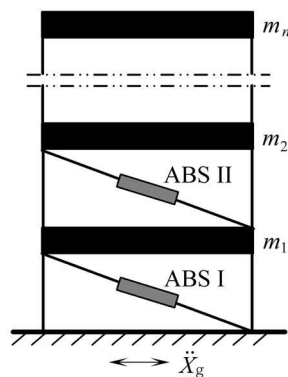


图 1 建筑结构模型

## 2 运动方程离散化和标准化

方程 (3) 的解析解可写为<sup>[5, 8, 11]</sup>

$$\mathbf{Z}(t) = e^{A(t-t_0)} \mathbf{Z}(t_0) + \sum_{i=1}^q \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} \mathbf{B}_i u_i(\tau - \lambda_i) d\tau + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} \mathbf{E} \ddot{\mathbf{X}}_g(\tau) d\tau. \quad (4)$$

采用零阶保持器, 即

$$u_i(t) = u_i(k), \quad kT \leq t < (k+1)T, \quad (5)$$

其中,  $k$  代表第  $k$  步控制力,  $u_i(k)$  代表  $u_i(kT)$ . 为了简化, 本文以下表达同此. 由于传感器的数据采样周期一般取得很小, 因此这种假定是合理的.

令  $t_0 = kT$  和  $t = (k+1)T$ , 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(k+1) = & e^{AT} \mathbf{Z}(k) + \sum_{i=1}^q \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A(kT+T-\tau)} \mathbf{B}_i u_i(\tau - \lambda_i) d\tau + \\ & \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A(kT+T-\tau)} \mathbf{E} \ddot{\mathbf{X}}_g(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

进行变量置换  $\eta = (k+1)T - \tau$  方程 (6) 变为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(k+1) = & e^{AT} \mathbf{Z}(k) + \sum_{i=1}^q \int_0^T e^{A\eta} \mathbf{B}_i u_i(kT - l_i T + T + m_i - \eta) d\eta + \\ & \int_0^T e^{A\eta} \mathbf{E} \ddot{\mathbf{X}}_g(kT + T - \eta) d\eta. \end{aligned} \quad (7)$$

采用零阶保持器 (5), 方程 (7) 可化为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(k+1) = & e^{AT} \mathbf{Z}(k) + \sum_{i=1}^q \left[ \int_0^{m_i} e^{A\eta} d\eta \mathbf{B}_i u_i(k - l_i + 1) + \int_{m_i}^T e^{A\eta} d\eta \mathbf{B}_i u_i(k - l_i) \right] + \\ & \int_0^T e^{A\eta} \mathbf{E} \ddot{\mathbf{X}}_g(kT + T - \eta) d\eta = \\ & \mathbf{FZ}(k) + \sum_{i=1}^q [\mathbf{G}_{ai} u_i(k - l_i) + \mathbf{G}_{bi} u_i(k - l_i + 1)] + \mathbf{Z}_g(k), \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{F}$  为  $2n \times 2n$  维矩阵,  $\mathbf{G}_{ai}$ ,  $\mathbf{G}_{bi}$  和  $\mathbf{Z}_g(k)$  为  $2n$  维向量, 具体形式如下:

$$\mathbf{Z}_g(k) = \int_0^T e^{A\eta} \mathbf{E} \ddot{\mathbf{X}}_g(kT + T - \eta) d\eta \quad (9)$$

$$\mathbf{F} = e^{AT}, \quad \mathbf{G}_{ai} = \int_0^{m_i} e^{A\eta} d\eta \mathbf{B}_i, \quad \mathbf{G}_{bi} = \int_{m_i}^T e^{A\eta} d\eta \mathbf{B}_i \quad (i = 1, \dots, q), \quad (10)$$

令

$$\mathbf{F}(t) = e^{At}, \quad \mathbf{G}_{11}(t) = \int_0^t e^{A\tau} d\tau \quad (11)$$

$\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}_{ai}$  和  $\mathbf{G}_{bi}$  可表示为

$$\mathbf{F} = e^{AT} = \mathbf{F}(T), \quad \mathbf{G}_{ai} = \mathbf{F}(m_i) \mathbf{G}_{11}(T - m_i) \mathbf{B}_i, \quad \mathbf{G}_{bi} = \mathbf{G}_{11}(m_i) \mathbf{B}_i. \quad (12)$$

增广方程 (8) 中的状态变量为

$$\begin{cases} Z_{2n+1}(k) = u_1(k-l_1), \\ \vdots \\ Z_{2n+l_1}(k) = u_1(k-1), \\ \vdots \\ Z_{2n+\sum_{i=1}^{q-1} l_i+1}(k) = u_q(k-l_q), \\ \vdots \\ Z_{2n+\sum_{i=1}^q l_i}(k) = u_q(k-1). \end{cases} \quad (13)$$

并定义一个新的状态变量

$$\mathbf{Z}(k) = [Z(k), Z_{2n+1}(k), \dots, Z_{2n+\sum_{i=1}^q l_i}(k)]^T, \quad (14)$$

因此方程 (8) 可以转换为如下形式上不包含有时滞的标准离散形式:

$$\mathbf{Z}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{Z}(k) + \mathbf{G}\mathbf{u}(k) + \mathbf{Z}_g(k), \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{u}(k) = [u_1(k), \dots, u_q(k)]^T, \mathbf{F} = [\mathbf{F}_0, \mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_q], \\ \mathbf{G} = [\mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_q], \mathbf{Z}_g(k) = [Z_g(k), 0, \dots, 0]^T, \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $\mathbf{F}_0, \mathbf{F}_i$  和  $\mathbf{G}_i (i = 1, \dots, q)$  表示如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{F}_0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{a1} & \mathbf{G}_{b1} & \dots & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{F}_i &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{ai} & \mathbf{G}_{bi} & \dots & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (i \neq 1), \mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \right. \quad (17)$$

### 3 时滞控制律的设计

本节给出时滞控制律的设计. 为了保证系统具有令人满意的连续动态响应性能, 选取如下连续型二次型目标函数:

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{Z}^T(t)\mathbf{Q}_1\mathbf{Z}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{Q}_2\mathbf{u}(t)] dt \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{Q}_1$  为非负定对称阵,  $\mathbf{Q}_2$  为正定对称阵. 现在控制设计的任务是针对方程 (3) 设计控制律, 以使得方程 (18) 所示的性能指标函数取极小值. 在上节中, 方程 (3) 已经通过状态变量增广变成了形式上不包含有时滞项的标准状态方程的形式. 下面对性能指标函数 (18) 进行离散化和标准化. 性能指标函数 (18) 可写为如下离散形式:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} J_k, \quad J_k = \int_{t_k}^{(k+1)T} [\mathbf{Z}^T(t) \mathbf{Q}_1 \mathbf{Z}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{Q}_2 \mathbf{u}(t)] dt \quad (19)$$

方程 (19) 可表示为<sup>[8]</sup>

$$\begin{aligned} J = & \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{Q}_1 \mathbf{Z}(k) + 2 \sum_{i=1}^q [\mathbf{Z}^T(k) \mathbf{Q}_{0i1} u_i(k-l_i)] + \right. \\ & 2 \sum_{i=1}^q [\mathbf{Z}^T(k) \mathbf{Q}_{0i2} u_i(k-l_i+1)] + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q [u_i(k-l_i) \mathbf{Q}_{\bar{y}1} u_j(k-l_j)] + \\ & \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q [u_i(k-l_i+1) \mathbf{Q}_{\bar{y}2} u_j(k-l_j+1)] + \\ & \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q [u_i(k-l_i+1) \mathbf{Q}_{\bar{y}3} u_j(k-l_j)] + \\ & \left. \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q [u_i(k-l_i) \mathbf{Q}_{\bar{y}4} u_j(k-l_j+1)] + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{Q}_2 \mathbf{u}(k) \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_{11}(T), \quad \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q}_2 T, \\ \mathbf{Q}_{0i1} = [\mathbf{Q}_{12}(T-m_i) + \mathbf{F}^T(T-m_i) \mathbf{Q}_{11}(m_i) \mathbf{G}_{11}(T-m_i)] \mathbf{B}_i, \\ \mathbf{Q}_{0i2} = [\mathbf{F}^T(T-m_i) \mathbf{Q}_{12}(m_i)] \mathbf{B}_i, \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_{\bar{y}1} = \mathbf{B}_i^T [\mathbf{Q}_{22}(T-m_i) + \mathbf{G}_{11}^T(T-m_i) \mathbf{Q}_{12}(m_i-m_j) + \\ \quad \mathbf{G}_{11}^T(T-m_i) \mathbf{Q}_{11}(m_i-m_j) \mathbf{G}_{11}(T-m_i) + \\ \quad \mathbf{F}^T(m_i-m_j) \mathbf{G}_{11}^T(T-m_i) \mathbf{Q}_{11}(m_j) \mathbf{G}_{11}(T-m_j)] \mathbf{B}_j, \\ \mathbf{Q}_{\bar{y}2} = \mathbf{B}_i^T [\mathbf{G}_{11}^T(m_i-m_j) \mathbf{Q}_{12}(m_j) + \mathbf{Q}_{22}(m_j)] \mathbf{B}_j, \\ \mathbf{Q}_{\bar{y}3} = \mathbf{B}_i^T \left\{ [\mathbf{G}_{11}^T(m_i-m_j) \mathbf{Q}_{11}(m_j) + \mathbf{Q}_{12}^T(m_j)] \mathbf{G}_{11}(T-m_j) + \right. \\ \quad \left. \mathbf{Q}_{12}^T(m_i-m_j) \mathbf{G}_{11}(T-m_i) + \mathbf{Q}_{22}(m_i-m_j) \right\} \mathbf{B}_j, \\ \mathbf{Q}_{\bar{y}4} = \mathbf{B}_i^T [\mathbf{F}^T(m_i-m_j) \mathbf{G}_{11}^T(T-m_i) \mathbf{Q}_{12}(m_j)] \mathbf{B}_j, \\ \mathbf{Q}_{ji1} = \mathbf{Q}_{\bar{y}1}, \quad \mathbf{Q}_{ji2} = \mathbf{Q}_{\bar{y}2}, \quad \mathbf{Q}_{ji3} = \mathbf{Q}_{\bar{y}3}, \quad \mathbf{Q}_{ji4} = \mathbf{Q}_{\bar{y}3} \end{cases} \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{F}(t)$  和  $\mathbf{G}_{11}(t)$  如方程 (11) 所示.  $\mathbf{Q}_{11}(t)$ ,  $\mathbf{Q}_{12}(t)$  和  $\mathbf{Q}_{22}(t)$  表示如下:

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_{11}(t) = \int_0^t \mathbf{F}^T(\tau) \mathbf{Q}_1 \mathbf{F}(\tau) d\tau \\ \mathbf{Q}_{12}(t) = \int_0^t \mathbf{F}^T(\tau) \mathbf{Q}_1 \mathbf{G}_{11}(\tau) d\tau \\ \mathbf{Q}_{22}(t) = \int_0^t \mathbf{G}_{11}^T(\tau) \mathbf{Q}_1 \mathbf{G}_{11}(\tau) d\tau. \end{cases} \quad (23)$$

性能指标函数可以表示为如下标准形式<sup>[8]</sup>:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{Z}^T(k) \mathbf{Q}_1 \mathbf{Z}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{Q}_2 \mathbf{u}(k)], \quad (24)$$

其中,  $\mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{Q}_2$  分别为  $\left( 2n + \sum_{i=1}^q l_i \right) \times \left( 2n + \sum_{i=1}^q l_i \right)$  和  $q \times q$  维矩阵, 表示如下:

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \cdots & \mathbf{Q}_{0i1} & \mathbf{Q}_{0i2} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{Q}_{0j1} & \mathbf{Q}_{0j2} & \mathbf{0} & \cdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \\ \mathbf{Q}_{0i1}^T & \cdots & Q_{ii1} & Q_{ii4} & 0 & \cdots & Q_{ij1} & Q_{ij4} & 0 & \cdots \\ \mathbf{Q}_{0i2}^T & \cdots & Q_{ii3} & Q_{ii2} & 0 & \cdots & Q_{ij3} & Q_{ij2} & 0 & \cdots \\ \mathbf{0} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \\ \mathbf{Q}_{0j1}^T & \cdots & Q_{ij1} & Q_{ij3} & 0 & \cdots & Q_{jj1} & Q_{jj4} & 0 & \cdots \\ \mathbf{Q}_{0j2}^T & \cdots & Q_{ij4} & Q_{ij2} & 0 & \cdots & Q_{jj3} & Q_{jj2} & 0 & \cdots \\ \mathbf{0} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q}_2. \quad (25)$$

使用离散最优控制方法可以得到最优控制律为

$$\begin{aligned} u(k) = & -\mathbf{LZ}(k) = -\mathbf{L}_1\mathbf{Z}(k) - \mathbf{L}_2u_1(k-l_1) - \cdots - \mathbf{L}_{l+1}u_1(k-1) - \cdots \\ & - \mathbf{L}_{\sum_{j=1}^{q-1} l_j+2}u_q(k-l_q) - \cdots - \mathbf{L}_{\sum_{j=1}^q l_j+1}u_q(k-1), \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{L}_3, \dots, \mathbf{L}_{\sum_{j=1}^q l_j+1}$  是  $\mathbf{L}$  相应维数的分块矩阵. 由方程 (26) 可看出, 在每一步的控制实现中, 不但包含有当前步的状态反馈, 而且包含有前若干步控制的线性组合.

方程  $F(t), \mathbf{G}_{11}(t), \mathbf{Q}_{11}(t), \mathbf{Q}_{12}(t)$  和  $\mathbf{Q}_{22}(t)$  的迭代计算可以参考文献 [5 8 11].

### 4 数值仿真

本节进行仿真计算, 以验证本文中时滞问题处理方法的有效性. 仿真中采用 E1Centro 地震波作为外部激励, 地震持续时间取为 8 s, 最大地面运动加速度值调整为 0.12 g, 地震加速度时程如图 2 所示. 采用文献 [12] 中的 8 层建筑结构模型作为系统模型, 结构各层集中质量  $m_i (i = 1, 2, \dots, 8)$  为  $3.456 \times 10^5$  kg, 水平刚度  $k_i (i = 1, 2, \dots, 8)$  分别为

- $3.4 \times 10^5$  kN/m,  $3.26 \times 10^5$  kN/m,
- $2.85 \times 10^5$  kN/m,  $2.69 \times 10^5$  kN/m,
- $2.43 \times 10^5$  kN/m,  $2.07 \times 10^5$  kN/m,
- $1.69 \times 10^5$  kN/m,  $1.37 \times 10^5$  kN/m,

阻尼系数  $c_i (i = 1, 2, \dots, 8)$  分别为

- 490 kN·s/m, 467 kN·s/m, 410 kN·s/m, 386 kN·s/m, 348 kN·s/m,
- 298 kN·s/m, 243 kN·s/m, 196 kN·s/m.

数值算法采用常规的四阶 Runge-Kutta 方法. 方程 (1) 中  $\mathbf{M}, \mathbf{C}$  和  $\mathbf{K}$  可写为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ m_2 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ m_8 & m_8 & \cdots & m_8 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_2 & -k_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_8 \end{bmatrix},$$

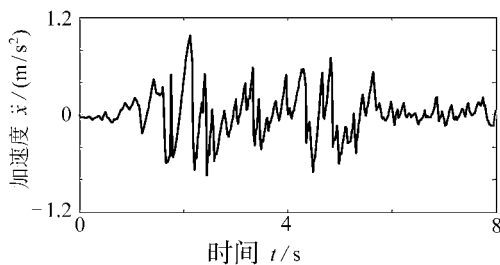


图 2 E1Centro 地震波时间历程图

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & -c_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_n \end{bmatrix}.$$

首先考虑单时滞问题. 假定在结构第 1 层安装有主动控制装置 ABS, 如图 1 所示, 该控制装置存在时滞. 仿真中数据采样周期取值为  $T = 0.002$  s. 方程 (18) 中增益矩阵  $Q_1$  和  $Q_2$  为  $Q_1 = \text{diag}[10^5, 10^4, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$  和  $Q_2 = 1.906 \times 10^{-13}$ . 将本文的时滞控制律设计与文献 [2] 中的 Taylor 级数展开法和文献 [4] 中的状态预估法进行比较. 采用 Taylor 级数方法设计时滞控制律时必须给出阻尼比  $\xi$  本文取值为  $\xi = 0.02$ . 结构第 1 层和第 8 层的峰值层间位移随时滞量变化的结果如图 3 所示. 为了便于比较, 无控制情况下结构的峰值层间位移也在图 3 中给出. 可看出, 采用 Taylor 级数法和状态预估法时, 系统分别在 0.18 s 和 0.016 s 时出现发散, 而本文所提出的处理方法始终能够保持系统稳定.

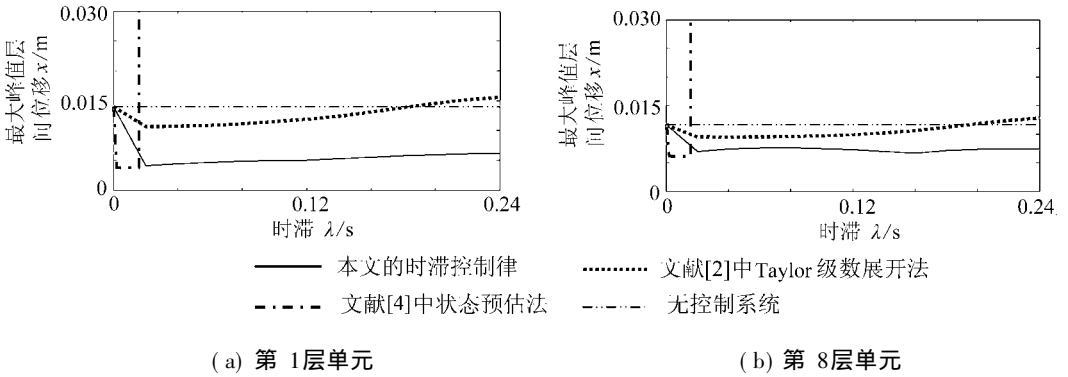


图 3 峰值层间位移随时滞量的变化情况

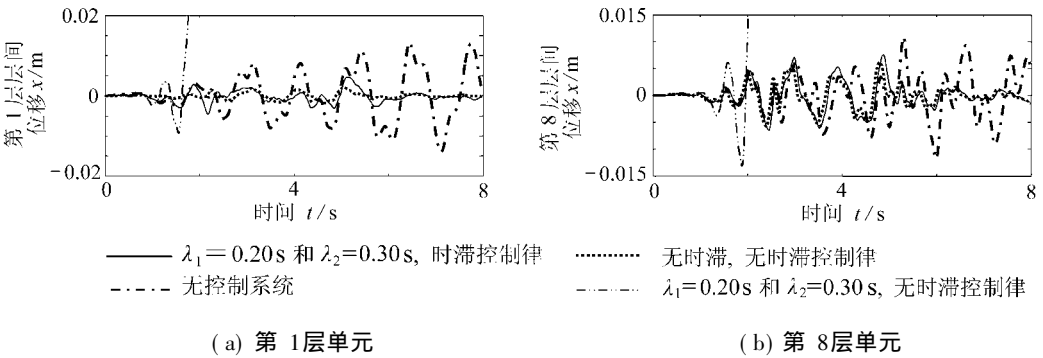


图 4 层间位移时间历程图

然后考虑多时滞的情况. 假定在建筑结构第 1 层和第 2 层安装有主动控制装置, 如图 1 所示, 两个作动器的时滞量分别用  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  表示. 数据采样周期为  $T = 0.02$  s, 控制增益矩阵  $Q_1$  和  $Q_2$  分别为

$$Q_1 = \text{diag}[10^5, 10^4, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$$

和

$$Q_2 = \text{diag}[1.906 \times 10^{-13}, 1.906 \times 10^{-13}].$$

图 4 表示当时滞量为  $\lambda_1 = 0.20$  s 和  $\lambda_2 = 0.30$  s 时第 1 层和第 8 层层间位移的时间历程图, 其

中实线表示本文所提出方法的结果, 点线表示无时滞最优控制的结果, 点划线表示无控制时的结果, 双点划线表示有时滞、采用无时滞最优控制律处理的结果. 结果表明, 如果不对系统中的时滞进行处理, 控制系统将出现发散, 而本文所提出的方法能够有效地处理多时滞问题.

## 5 结 论

本文以建筑结构地震作用下的响应控制为对象, 给出了一个多时滞控制律的设计方法. 由于在设计过程中没有做任何假设和近似处理, 因此该方法能够保证控制系统的稳定性, 不但能处理小时滞量问题, 也能处理大时滞量问题. 仿真结果显示, 如果不对时滞进行处理, 控制系统有可能在很小时滞量的情况下出现发散, 而本文中的多时滞控制律能够有效地对时滞进行补偿, 同时能取得好的控制效果. 经典的 Taylor 级数法和状态预估法只能处理小时滞量的情况.

### [参 考 文 献]

- [1] 胡海岩. 振动主动控制中的时滞动力学问题 [J]. 振动工程学报, 1997, **10**(3): 273-279
- [2] Abdelrhoman M. Time-delay effects on active damped structures [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1987, **113**(11): 1709-1719
- [3] Chung L L, Reinhorn A M, Soong T T. Experiments on active control of seismic structures [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1988, **114**(2), 241-256
- [4] Mc Greery S, Soong T T, Reinhorn A M. An experiments study of time delay compensation in active structural control [C]. In Proc of 6th Int Modal Analysis Conference, SEM, 1988, 1733-1739
- [5] CAI Guo-ping HUANG Jin-zhi Optimal control method for seismically excited building structures with time delay in control [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2002, **128**(6): 602-612
- [6] Xu J Chung K W. Effects of time delayed position feedback on a van der Pol-Duffing oscillator [J]. Physica D, 2003, **18**(1/2): 17-39
- [7] Hosek M, Olgac N. A single-step automatic tuning algorithm for the delayed resonator vibration absorber [J]. IEEE /ASME Transactions on Mechatronics, 2002, **7**(2): 245-255
- [8] 陈龙祥. 结构振动的时滞反馈控制及其实验研究 [D]. 博士学位论文. 上海: 上海交通大学, 2008
- [9] CAI Guo-ping Lin C W. Optimal tracking control of flexible hub-beam system with time delay [J]. Multibody System Dynamics, 2006, **16**(4): 331-350
- [10] Wang Z H, Hu H Y. Stabilization of vibration systems via delayed state difference feedback [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, **296**(1/2): 117-129
- [11] 孙增圻. 计算机控制理论及应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1989.
- [12] Yang J N, Wu J C, Reinhorn A M, et al. Control of sliding-isolated buildings using sliding mode control [J]. Journal of Structural Engineering, 1996, **122**(2): 179-186



# Design Method of Multiple Time-Delay Controller for Active Structural Vibration Control

CHEN Long-xiang<sup>1</sup>, CAI Guo-ping<sup>1,2</sup>

(1. Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University,  
Shanghai 200240 P. R. China;

2 State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University,  
Shanghai 200240, P. R. China)

**Abstract** Optimal control method for seismically excited building structures with multiple time delays is investigated. Firstly the system state equation with multiple time delays is discretized and transformed into a standard discrete form without any explicit time delay by a particular augmenting for state variables. Then a time-delay controller is designed based on this standard equation using the discrete optimal control method. Finally the effectiveness of the proposed controller is demonstrated by numerical simulations. Simulation results indicate that a very small time delay may result in instability of the control system if it is not compensated in control design. Time delay may be compensated effectively by the proposed controller and good control effectiveness may be obtained simultaneously. Moreover, the proposed controller is available for both small and large time delay.

**Key words** building structures; active control; multiple time delays