

化学反应时混合对流传热传质磁流体流经多孔楔形体粘度变化及热分层影响的数值研究*

I·姆哈敏, R·坎达沙密, A·B·哈密什

(马来西亚敦胡先翁大学 科学研究中心, 马来西亚)

(陈立群推荐)

摘要: 在磁流体力学中, 当粘滞不可压缩传热传质混合对流的导电流体, 流经多孔楔形体且伴有化学反应时, 对其粘度变化及热分层影响进行了分析. 将楔形体壁面埋入均匀的非 Darcy 多孔介质中, 壁面具有吸入或抽出流体的功能. 通过相似变换, 将边界层的控制方程写为无量纲形式. 使用有限差分法, 对变换后耦合的非线性常微分方程进行数值解. 对无量纲参数的不同值进行数值计算时, 略去三阶以上的高阶差分. 图形形式给出的结果表明, 这些参数对流场及其它物理量都有重要影响. 与已知文献的结果比较表明, 它们高度地一致.

关键词: 可变粘度; 化学反应; 非 Darcy 流动; 混合对流; 热分层; 磁影响

中图分类号: O 357. 1 **文献标识码:** A

DOI 10.3879/j.issn.1000-0887.2009.11.002

符号说明

u, v	x 和 y 方向的速度分量	U	远离楔形体的流速
g	重力加速度	β^*	浓度膨胀系数
k_1	化学反应率	K	多孔介质的渗透率
n	热分层参数	T	流体温度
T_w	壁面温度	T_∞	远离壁面的温度
β	热膨胀系数	C	流体的组分浓度
C_w	沿壁面的组分浓度	C_∞	远离壁面的组分浓度
ρ	流体密度	σ	流体导电率
α	热扩散系数		

引 言

在自然界以及许多工程装置中, 很多实用又重要的混合流动环境是热分层的. 将热的流体流入封闭容器中, 常常得到较轻流体覆盖于较稠流体之上的稳定热分层. 多孔楔形体上的热交换对热分层的影响如同聚合物的挤出过程, 即物质通过模具后, 越过模具的流体冷却到一个确

* 收稿日期: 2008-09-06 修订日期: 2009-07-09

作者简介: R. Kandasamy, 教授 (联系人, E-mail: future990@gnail.com).

本文原文为英文, 黄锋 译, 张禄坤 校.

定的温度. 多孔介质中的传递过程, 如地热工程、绝热、节能、石油工业固体基质的热交换、化学接触反应器、原子能废料的地下处置, 以及许多其它的应用, 都起着至关重要的作用. 在自然界和工业应用中的许多传输过程, 可变粘度的传热传质, 是由热和化学组分的扩散引起浮力变化的结果. 这样的过程研究, 对许多化学工艺的改善, 如聚合物生产和食品加工, 都十分有益. 在自然界中, 不可能存在绝对纯净的空气或水. 那些外来物质不是自然存在, 就是和空气或水混合存在. 化学反应分析的主流是, 给出一个预测反应特性的数学模型. 该领域中已有大量的研究成果. 特别在化学和湿法冶金工业中, 化学反应时的传热传质的研究尤为重要.

化学反应可以分为多相过程或单相过程, 这取决于它们出现在界面上, 或者为单相容积反应. 少数典型的重要领域, 传热传质与热泳和化学反应影响的联合作用扮演着重要的角色, 它是化学过程装置的设计、烟雾的形成和扩散、农场温度和湿度的分布、果树林中的挖沟、农作物的冻害、食品加工及冷却塔的理论依据, 冷却塔是冷却大量水最便宜的方法. 例如, 烟雾的形成是一阶单相化学反应. 汽车及其它机动车辆排放的二氧化氮 (NO_2), 其在空气中和未燃烧的烃发生化学反应 (在阳光作用下), 产生硝酸过氧化乙酰, 形成所谓的光化学烟雾.

Gebhart和 Para^[1]研究了自然对流流动通过半无限垂直板时, 外来物质存在的影响. 在空气或水中, 外来物质的存在会引起某些类型的化学反应, 两种组分之间的化学反应也会产生热量^[2]. 在大多数化学反应中, 反应率取决于组分自身的浓度. 如果反应率直接与组分浓度成比例, 称该反应为一阶化学反应^[3]. 许多作者^[4-14]在不同条件下, 研究了传热传质对绕楔形体层流边界层的影响. 在不同条件下, 许多研究^[15-22]讨论了传热传质对层流边界层化学反应的影响. 早期的研究基于流体的物理特性为常量. 对于多数实际流体来说, 其粘度随着温度发生了显著的变化. 众所周知, 流体粘度随着温度而发生改变^[23]. 因此, 为了更加准确地预测传热率, 研究粘度随温度变化的规律十分必要. 已有一些作者^[23-26]对混合对流通过垂直板时, 研究了温度变化对粘性的影响. 在不同条件下, 许多作者^[29-40]研究了变粘度对非 Darcy 混合对流绕流垂直面的影响. Ali^[41]研究了变粘度对沿垂直移动面的混合对流热传递的影响. Elbarbary和 Elgazery^[42]运用 Chebyshev有限差分法, 研究了变粘度和变热传导率 (传热由发热面的移动产生) 的影响.

本文的目的是, 传热传质混合对流的磁流体, 流经具有吸入或抽出功能的多孔楔形体, 并伴有化学反应时, 研究粘度变化及热分层的影响. 本研究采用一阶化学反应. 所得结果不仅为工程应用提供了理论依据, 还是早期研究的有益补充.

1 数学分析

对埋入多孔介质中的楔形板上驻点前面的混合对流, 研究其二维稳定层流传热传质耦合的磁流体力学. 假定流体为 Newton 导电体, 且其物理性能随温度的变化仅限于密度和粘度. 密度的变化及其由此引起对浮力的影响, 将在动量方程 (Boussinesq逼近) 中考虑, 远离壁面的组分浓度 C_∞ 为无穷小^[2]. 设 x -轴平行于楔形边方向, y -轴正交于它. 一个强度为 B_0 的均匀横向磁场作用在平行于 y -轴的方向上. 流体中发生化学反应, 且楔形体表面上有着恒定的吸入或抽出功能, 如图 1 所示. 由于是有限的导电流体, 故忽略其粘性耗散和 Joule 热的影响. 感应磁场也可以忽略, 实验室规模该假设是有效的. 当磁场 Reynolds 数很小时, 该假设是合理的^[45-46]. 因为没有外部电场作用, 离子化流体的极化影响可以不计, 所以可以假定电场强度 $E = 0$. 在这些条件下, 采用 Boussinesq逼近的方法, 忽略 Joule 粘性耗散, 具有可变粘度的混合对流动量、能量及耗散控制边界层方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + U \frac{dU}{dx} - \frac{\nu}{K} (u - U) + [g\beta(T - T_\infty) + g\beta^*(C - C_\infty)] \sin \frac{\Omega}{2} + \frac{1}{\rho} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}), \quad (2)$$

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_e \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - k_1 C. \quad (4)$$

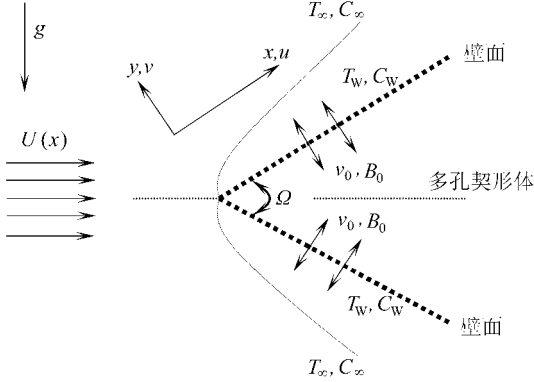


图 1 沿楔形体表面的流动分析

其中 \mathbf{J} 为电流密度, \mathbf{B} 为总磁场强度. 均匀磁场 B_0 横向作用于流体上. 由于假定磁场 Reynolds 数很小, 所以感应磁场忽略不计^[5]. 因此, 由外磁场引起的 MHD 体力采用以下形式:

$$(\mathbf{J} \times \mathbf{B})_x = (-\sigma B_0^2 (u - U), 0, 0), \quad (5)$$

这里, B_0 为 \mathbf{B}_0 的数值, σ 为流体的导电率.

利用方程 (5), 方程 (2) 可以改写为

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + U \frac{dU}{dx} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} (u - U) - \frac{\nu}{K} (u - U) + [g\beta(T - T_\infty) + g\beta^*(C - C_\infty)] \sin \frac{\Omega}{2}. \quad (6)$$

边界条件为

$$y = 0 \text{ 时, } u = 0, v = -\nu_0, T = T_w, C = C_w, \quad (7)$$

$$y \rightarrow \infty \text{ 时, } u = U(x), T = T_\infty(x) = (1 - n)T_0 + nT_w(x), \quad (8)$$

其中 n 为常量, 表示热分层的参数, $0 \leq n < 1$, 等效于文献 [44] 的热分层参数 $m_1 / (1 + m_1)$, m_1 为正常数, T_0 为恒定的参考温度, 即 $T_\infty(0)$. 下标 w 和 ∞ 分别表示壁面和外界条件, D 为有效扩散系数, σ 为流体的导电率, B_0 为作用的磁场强度, μ 为动粘性系数, ρ 为流体密度, c_p 为定压热容, k_e 为多孔介质的有效热传导率.

沿着 Kafoussias 等^[5] 的思路, 引入下面变量:

$$\eta(x, y) = y \sqrt{\frac{(1 + m)U}{2\lambda}}, \quad (9)$$

$$\phi(x, y) = \sqrt{\frac{2U\lambda}{1 + m}} f(x, \eta). \quad (10)$$

假定粘性系数的倒数为温度的线性函数^[28], 由文献 [28] 给出如下:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_a} [1 + \alpha(T - T_a)], \quad (11)$$

其中 μ_a 为外界流体的动粘性系数, α 为流体的热性能系数. 方程 (11) 可写为

$$\frac{1}{\mu} = a(T - T_r), \quad (12)$$

其中 $a = \nu/\mu$, $T_r = T_a - 1/\nu$ 为常数, 它们的数值取决于流体的参考状态及其热力学性能.

基于上述考虑, 来流速度可以写为

$$U(x) = Ax^m, \quad \beta_1 = 2m/(1+m), \quad (13)$$

其中 A 为常数, β_1 为 Hartree 压力梯度系数, 它与楔形体的总夹角有关, $\beta_1 = \Omega/\pi$.

满足连续性方程 (1) 的流函数 $\phi(x, y)$ 定义如下

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (14)$$

将方程 (2) ~ (4) 转换为常微分方程组, 引入下面无量纲的参数和变量:

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \phi = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}, \quad (15)$$

$$Gr_x = \frac{g\beta\nu(T_w - T_\infty)}{U^3} \quad (\text{Grashof 数}), \quad (16)$$

$$\gamma_1 = \frac{Gr_x}{Re x^2} \quad (\text{浮力参数}), \quad (17)$$

$$N = \frac{\beta^*(C_w - C_\infty)}{\beta(T_w - T_\infty)} \quad (\text{Sustentation 参数}), \quad (18)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha_e} \quad (\text{Prandtl 数}), \quad (19)$$

其中 $\alpha_e = k_e/(\rho c_p)$ 为多孔介质有效的热扩散率,

$$Sc = \frac{\nu}{D} \quad (\text{Schmidt 数}), \quad (20)$$

$$M^2 = \frac{\sigma B_0^2}{\rho A} \quad (\text{磁场参数}), \quad (21)$$

$$S = v_0 \sqrt{\frac{(1+m)x}{2\nu}} \quad (\text{吸入或抽出参数}), \quad (22)$$

$$\gamma = \frac{\nu k_1}{U^2} \quad (\text{化学反应参数}), \quad (23)$$

$$\lambda = \frac{\alpha_e}{KA} \quad (\text{多孔介质参数}). \quad (24)$$

方程 (2) ~ (4) 变为

$$\begin{aligned} (\theta - \theta_r) \frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3} = & \frac{(\theta - \theta_r)^2}{\theta_r} \left[-f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} - \frac{2m}{1+m} \left(1 - \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^2 \right) - \right. \\ & \left. \frac{2}{1+m} \gamma_1 (\theta + N\phi) \sin \frac{\Omega}{2} + \frac{2x}{1+m} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \eta} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) + \right. \\ & \left. \frac{2x}{m+1} \frac{\sigma B_0^2}{\rho U} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} - 1 \right) + \frac{2}{m+1} \lambda \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} - 1 \right) \right] + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = -Pr \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{2Pr}{1+m} \left(\theta + \frac{n}{1-\eta} \right) \frac{\partial f}{\partial \eta} + Pr \frac{2x}{1+m} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right), \quad (26)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} = -Scf \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{2Scx}{1+m} \gamma \phi + \frac{2Sc}{1+m} \phi \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{2xSc}{1+m} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right). \quad (27)$$

边界条件可写为

$$\begin{cases} \eta = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0 \quad \frac{f}{2} \left(1 + \frac{x}{U} \frac{dU}{dx} \right) + x \frac{\partial f}{\partial x} = -v_0 \sqrt{\frac{(1+m)x}{2\mu}}, \\ \theta = 1 \quad \phi = 1 \\ \eta \rightarrow \infty: \frac{\partial f}{\partial \eta} = 1 \\ \theta = 0 \quad \phi = 0 \end{cases} \quad (28)$$

其中, 当 $v_0 < 0$ 时, v_0 为吸入速度; 当 $v_0 > 0$ 时, v_0 为抽出速度.

方程 (25) ~ (27) 和边界条件 (28) 可以写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3} + \frac{(\theta - \theta_r)}{\theta_r} \left[\left(f + \frac{1-m}{1+m} \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} - \frac{1-m}{1+m} \xi \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} - \right. \\ \left. \frac{2}{1+m} M^2 \xi^2 \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} - 1 \right) + \frac{2}{1+m} \gamma_1 (\theta + N\phi) \sin \frac{\Omega}{2} - \frac{2}{m+1} \xi^2 \lambda Pr \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} - 1 \right) - \right. \\ \left. \frac{2m}{m+1} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^2 - 1 \right] \right] - \frac{2}{1+m} \frac{1}{\theta - \theta_r} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + Pr \left[f + \frac{1-m}{1+m} \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} \right] \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{2Pr}{1+m} \left(\theta + \frac{n}{1-\eta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{1-m}{1+m} \xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + Sc f \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \frac{2Sc}{1+m} \xi^2 \gamma \phi + Sc \frac{1+m}{1-m} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \eta} \xi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) - \frac{2Sc}{1+m} \phi \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0 \quad (31)$$

$$\begin{cases} \eta = 0: \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0 \quad \frac{(1+m)f}{2} + \frac{1-m}{2} \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} = -S, & \theta = 1 \quad \phi = 1 \\ \eta \rightarrow \infty: \frac{\partial f}{\partial \eta} = 1, & \theta = 0 \quad \phi = 0 \end{cases} \quad (32)$$

其中, 当 $S > 0$ 时, S 为吸入参数, 当 $S < 0$ 时, S 为抽出参数, C 为无量纲的惯性参数 (Forchheimer数), $\xi = kx^{(1-m)/2}$ 为沿楔形体的无量纲距离 ($\xi > 0$)^[5]. 现在, 由于上述原因, 且 ξ 很小, 方程 (29) ~ (31) 变为

$$\begin{aligned} f'' + \frac{\theta - \theta_r}{\theta_r} f f' + \frac{2n}{1+m} \frac{\theta - \theta_r}{\theta_r} (1 - f'^2) + \frac{2}{1+m} \frac{\theta - \theta_r}{\theta_r} \gamma_1 (\theta + N\phi) \sin \frac{\Omega}{2} - \\ \frac{\theta - \theta_r}{\theta_r} \frac{2}{1+m} (M^2 + Pr\lambda) (f' - 1) - \frac{2}{1+m} \frac{1}{\theta - \theta_r} \theta' f'' = \\ - \frac{(\theta - \theta_r)}{\theta_r} \frac{1-m}{1+m} \xi \left[\frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right], \end{aligned} \quad (33)$$

$$\theta'' + Pr f \theta' - \frac{2Pr}{1+m} \left(\theta + \frac{n}{1-\eta} \right) f' = -Pr \frac{1+m}{1-m} \xi \left[\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right], \quad (34)$$

$$\phi'' + Sc f \phi' - \frac{2Sc}{1+m} f' \phi - \frac{2Sc}{1+m} \gamma \phi = -Sc \frac{1+m}{1-m} \xi \left[\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right], \quad (35)$$

并具有边界条件:

$$\begin{cases} \eta = 0: f(0) = -\frac{2}{1+m} S, \quad f'(0) = 0 & \theta(0) = 1 \quad \phi(0) = 1 \\ \eta \rightarrow \infty: f'(\infty) = 1 & \theta(\infty) = 0 \quad \phi(\infty) = 0. \end{cases} \quad (36)$$

质量扩散方程 (35) 可以调整, 以适应多种情况: (i) 对于破坏性反应, $\gamma > 0$ (ii) 对于没有化学反应, $\gamma = 0$ (iii) 对于生成性反应, $\gamma < 0$. 动量方程 (33) 也能试图适应多种情况: $\gamma_1 \gg 1$ 0 时, 对应于完全自由对流; $\gamma_1 = 1$ 0 时, 对应于混合对流; $\gamma_1 \ll 1$ 0 时, 对应于完全强迫对流. 在整个计算中, 除非另有说明, 我们均取 $\gamma_1 = 1$ 0.

2 数值解

偏微分方程组 (29) ~ (31) 和边界条件 (32) 描述了越过楔形体时边界层的磁流体力学方程, 楔形体具有吸入或抽出速度. 在该方程组中, $f(\xi, \eta)$ 为无量纲的流函数, $\theta(\xi, \eta)$ 为无量纲的温度, $\phi(\xi, \eta)$ 为无量纲的浓度, Pr 为 Prandtl 数, Sc 为 Schmidt 数, 等等, 它们已在式 (15)~ (24) 中定义. 显然问题不完全相似, 出现了关于 ξ 的偏导数项. 因此, 方程 (33)~ (35) 仍保留了含有 ξ 的导数项, 采用数值格式方法求解该偏微分方程十分必要. 此外, 由于在邻近流动方向之间的区域通过 ξ 导数的耦合, 故无法获得任意给定流动方向区域中的局部自主解.

在这样的情况下, ξ 方向的解通常优先采用前进式数值解格式, 即当 ξ 处的解已知时, 就可以计算 ξ_{i+1} 处的未知解. 计算在 $\xi = 0$ 处开始, 求解过程由 ξ 到 ξ_{i+1} , 但这样的计算过程十分耗时.

可是, 当涉及到 $\partial f / \partial \xi$, $\partial \theta / \partial \xi$ 和 $\partial \phi / \partial \xi$ 项时, 略去它们对 η 的导数项, 实际上, 方程组的解法类似于常微分方程的解法. 对于函数 f , θ 和 ϕ , ξ 作为一个参数, 其计算任务得到简化. 此外, 对于任意给定的 ξ , 因为流动方向的耦合问题已经解决, 其局部自主解可以得到.

因此, 在本研究中, 使用修正改良的数值解格式进行局部的非相似边界层分析. 该格式类似文献 [47], 但它涉及微分方程, 作为积分方程的替代. 在各级的截断中, 使用普通的带中心差分的有限差分法、对角矩阵的处理和迭代, 来解决微分方程的耦合控制以及系统的非线性. 整个数值格式可以编写为程序并且容易使用, 与文献 [47] 相比, 在稳定性、精度和收敛速度方面具有明显的优点. 该格式的详细资料在文献 [48] 中介绍.

3 结论与讨论

进行了可变粘度 (θ_r)、化学反应参数 (γ)、磁场参数 (M^2)、热分层参数 (n) 和多孔介质参数 (λ) 不同数值时的计算. 为了验证所用方法的有效性, 将表面摩擦的稳态结果, $f''(0)$ 以及 θ_r 不同数值时的传热率 $-\theta'(0)$ 与文献 [28] 进行比较分析 (见表 1), 发现它们高度一致.

表 1 不同 θ_r 值时, $f''(0)$ 和 $-\theta'(0)$ 结果的比较

($\lambda = 0$, $\Omega = 30^\circ$, $N = 0$, $m = 0.0909$, $Sc = 0$, $M^2 = n = 0$, $\gamma = S = 0$)

θ_r	文献 [28]		本文		Pr
	$f''(0)$	$-\theta'(0)$	$f''(0)$	$-\theta'(0)$	
2.0	0.2642	-0.7341	0.2651543	-0.734501	20.00
4.0	0.3785	-0.7888	0.3791432	-0.789212	13.33
6.0	0.4145	-0.8042	0.4167785	-0.806113	12.00
8.0	0.4322	-0.8112	0.4341265	-0.812745	11.43
10.0	0.4426	-0.8162	0.4452889	-0.817176	11.11

当 $Pr = 0.71$ 相当于空气温度为 20°C , $Sc = 0.62$ 相当于水蒸气, 与空气中大多数共有化学组分的扩散相对应. 采用无量纲形式得到的速度、温度及浓度的分布曲线在图 2~ 图 7 中给出. 对于传热的 Grashof 数, 取 $Gr_x = 1$, 因为这些数值对应于冷却问题. γ 取值 0.5, 1.0 和 2.5. 当 $T_w - T_\infty$ 为正数时, 对液体 θ_r 为负, 对气体 θ_r 为正, 这是重要的. θ_r (对空气, $\theta_r > 0$) 取值 1.0, 3.0 和 5.0. 取 (吸入时) S 为 3.0. 磁场强度取 0.5, 2.0 和 6.0. 热分层参数取 0.1, 0.5 和 0.9.

不存在扩散方程时, 为了验证本方法数值结果的正确性, 我们将它与已知文献的精确解进行比较. 将 ξ 的速度分布曲线, 与文献 [47] 的精确解相比较, 如图 2 所示. 可以发现, 速度和温度分布曲线与理论解高度一致.

图 3 给出了化学反应参数 γ 对浓度的影响. 从图中可以发现, 浓度随着化学反应参数 γ 的增大而减小; 而速度和温度分布曲线没有随着化学反应参数 γ 的增大发生明显的变化. 明显的是, 随着化学反应参数 γ 的增大, 浓度边界层的厚度从边缘向中心逐渐减小, 见图 3(b).

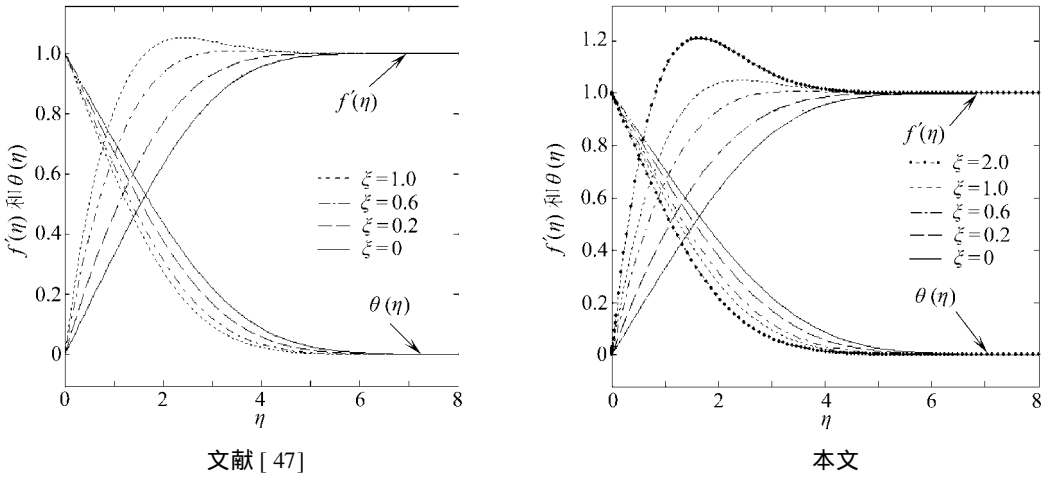


图 2 速度和温度分布曲线与文献 [47] 的比较

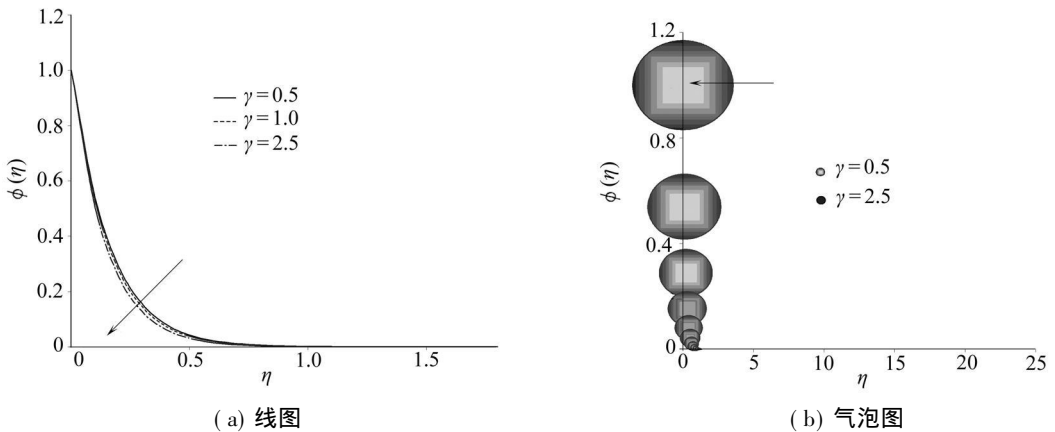
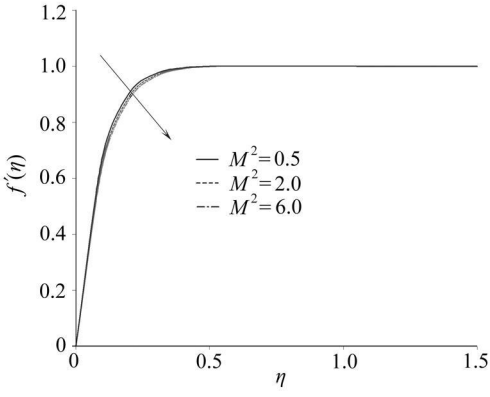


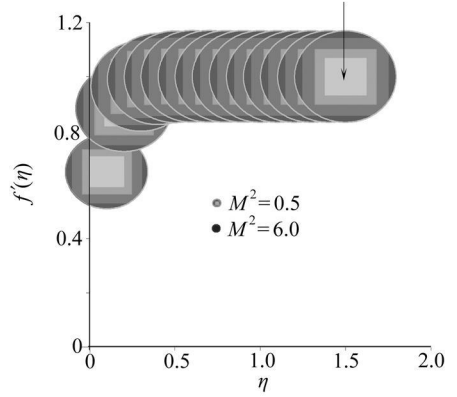
图 3 化学反应参数对浓度分布曲线的影响 ($Pr = 0.71$, $Sc = 0.62$, $m = 0.0909$, $N = 3$, $Re_\lambda = M^2 = 1.0$, $\lambda = n = 0.1$, $S = 3.0$, $\theta_r = 0.5$, $\xi = 0.01$, $\Omega = 30^\circ$)

图 4(a)和图 4(b)显示了磁场强度对速度分布的影响. 显然, 随着磁场强度的增大, 速度是减小的, 但磁场强度的增大对温度、粘度影响不大. 当磁场强度影响增大时, 与流动方向相反的 Lorentz 力亦增大, 从而导致流速减小. 这结果与预期量相吻合, 是由于磁场通过减速度作用于混合流动. 有意思的是, 动量边界层的厚度随着磁场强度的增大, 从边缘向中心逐渐减小, 见图 4(b).

图 5(a)和图 5(b)及图 6(a)和图 6(b)给出了粘度参数 θ_r 对速度、温度分布曲线的影响, 可以发现, 速度随着粘度的增大而增大, 而热边界层厚度随着粘度的增大而减小. 因此, 粘度的增大加速了流体运动, 同时降低了流体沿壁面的温度. 图中表明, 随着粘度参数的增大, 动量边界层厚度从边缘向中心渐渐增大 (见图 5(b)), 热边界层厚度从边缘向中心是减小的 (见图 5(b)). 同时, 还可以发现, 随着粘度的增大, 流体浓度几乎不受其影响.

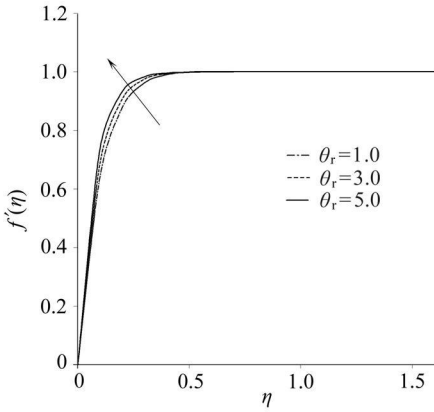


(a) 线图

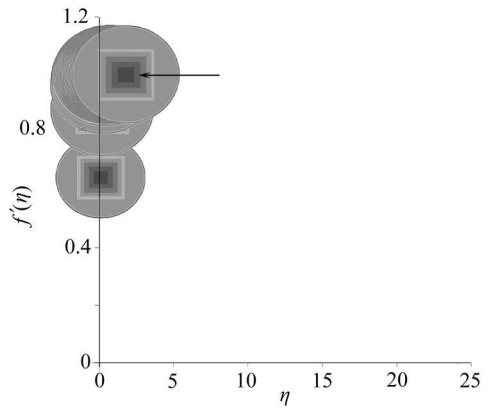


(b) 气泡图

图 4 磁场强度对速度分布曲线的影响 ($Pr=0.71, Sc=0.62, m=0.0909, N=3, Re_k=\nu=M^2=1, \lambda=n=0.1, S=3, \theta_r=0.5, \xi=0.01, \Omega=30^\circ$)

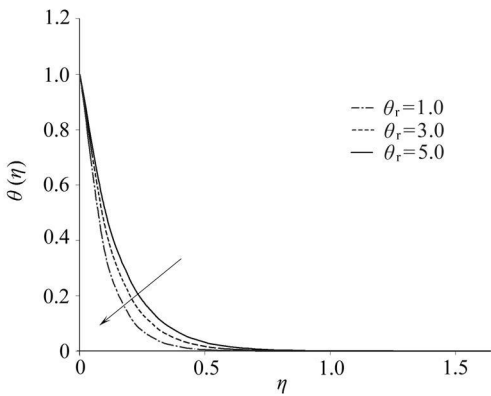


(a) 线图

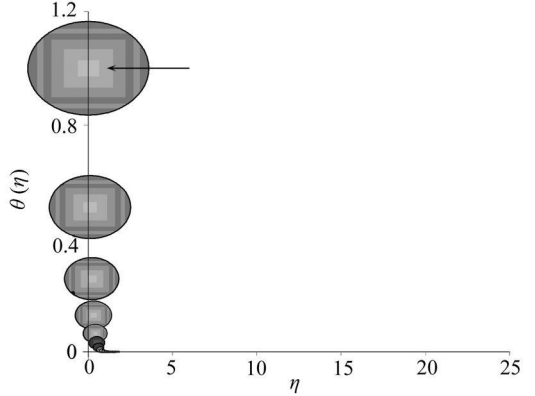


(b) 气泡图

图 5 粘度对速度分布曲线的影响 ($Pr=0.71, Sc=0.62, m=0.0909, Re_k=N=\nu=M^2=1, \lambda=n=0.1, S=3, \xi=0.01, \Omega=30^\circ$)



(a) 线图



(b) 气泡图

图 6 粘度对温度分布曲线的影响 ($Pr=0.71, Sc=0.62, m=0.0909, Re_k=\nu=M^2=1, \lambda=n=0.1, N=3, S=3, \xi=0.01, \Omega=30^\circ$)

图 7(a)和图 7(b)给出了热分层参数对温度分布曲线的影响. 图中表明, 随着热分层参数的增大, 流体温度是增大的, 而速度、浓度分布曲线则不受其影响. 特别的是, 仅当热分层参数大于孔隙率时, 流体温度从低值向高值逐渐变化. 就传热特性机理而言, 有趣的是, $n = 0.1$ 时造成温度场大的变化. 可以发现, $n = 0.1$, $\lambda = 0.01$ 时, 温度分布曲线在外边界区域为负值. 所有的这些物理行为都是因为粘性参数和热源强度共同影响的结果.

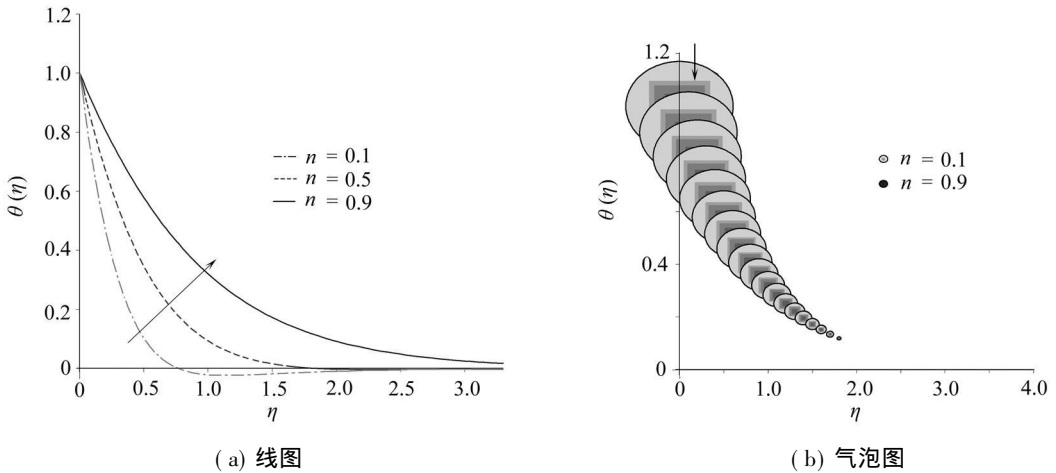


图 7 热分层系数对温度分布曲线的影响 ($Pr = 0.71$, $Sc = 0.62$, $m = 0.0909$)

$$Re_k = \nu = M^2 = 1.0, \lambda = 0.01, N = 3.0, S = 3.0, \theta_r = 0.5, \xi = 0.01, \Omega = 30^\circ$$

4 结 论

本文对混合对流磁流体, 流经多孔楔形体 (具有吸入或抽出功能) 有化学反应时, 研究了粘度变化和传质传热的影响. 图形方式结果表明, 流场和其它物理量受到这些参数深刻影响. 首次在文献中提出, 以气泡图来表示二维磁流体流经多孔楔形体. 通过对比分析, 表明所得到的结果与已发表文献的结果高度一致.

由结果与讨论总结得出:

1) 有均匀的化学反应存在时, 流体速度随着磁场影响强度的增大而减小. 磁场影响强度增大时, 与流动方向相反的 Lorentz 力亦增大, 同时引起流速的减小. 这个结果与预期量是吻合的, 因为磁场削弱了作用在混合流动上力. 带有自由流运动的磁场产生感应运动力, 它削弱了流体的运动, 并增大了其边界层的厚度.

2) 粘度的增大加速了流体的运动, 同时降低了流体沿壁面的温度. 所给的结果清楚地表明, θ 作为随温度变化的粘度变化指示器, 对阻力和传热特性有着实质的影响.

3) 只有当热分层参数大于孔隙率时, 流体温度从低值向高值逐渐变化. 对于传热特性机理来说, 有意思的是, $n = 0.1$ 时造成其温度场大的变化. 可以发现, $n = 0.1$, $\lambda = 0.01$ 时, 温度分布曲线在外边界区域为负值. 所有的这些物理行为都是由于化学反应强度和楔形壁上流体粘度共同影响的结果.

4) 在混合对流区, 流体浓度随着破坏性化学反应 ($\gamma > 0$) 速度的增大而减小, 因此, 希望磁场影响强度和破坏性化学反应速度能对边界层浓度有显著改变.

本研究希望能够对油/气田的存储, 油/气/水的运输, 地下水的迁移/过滤/净化的研究带来帮助. 本问题的结果对地热区域地磁场交互作用的研究也有着重要的意义.

致谢 作者对审稿人提出的宝贵意见和建议表示衷心感谢。

[参 考 文 献]

- [1] Gehart B, Pera L. The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion [J]. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 1971, **14**(12): 2025-2032
- [2] Byron Bird R, Stewart Warren E, Lightfoot Edwin N. *Transport Phenomena* [M]. New York: John Wiley and Sons, 1992
- [3] Cussler E L. *Diffusion Mass Transfer in Fluid Systems* [M]. London: Cambridge University Press, 1988
- [4] Yih K A. Uniform suction/blowing effect on force convection about a wedge [J]. *Acta Mechanica*, 1998, **128**(3/4): 173-182
- [5] Kafoussias N G, Nanouisis N D. Magnetohydrodynamic laminar boundary layer flow over a wedge with suction or injection [J]. *Canadian Journal of Physics*, 1997, **75**(10), 733-742
- [6] Kumari M. Effect of large blowing rates on the steady laminar incompressible electrically conducting fluid over an infinite wedge with a magnetic field applied parallel to the wedge [J]. *International Journal of Engng Sci*, 1998, **36**: 299-307
- [7] Devi Anjali S P, Kandasamy R. Effects of heat and mass transfer on MHD laminar boundary layer flow over a wedge with suction or injection [J]. *Journal of Energy Heat and Mass Transfer*, 2001, **23**: 167-178
- [8] Yih K A. The effect of uniform suction/blowing on heat transfer of MHD Heisenz flow through porous media [J]. *Acta Mech*, 1998, **130**(11): 147-156
- [9] Watanabe T. Thermal boundary layers over a wedge with uniform suction or injection in forced flow [J]. *Acta Mechanica*, 1990, **83**(3/4): 119-126
- [10] Chamkha A J, Khaled A R A. Similarity solutions for hydro magnetic simultaneous heat and mass transfer [J]. *Heat Mass Transfer*, 2001, **37**(2/3): 117-125
- [11] Hossian M A. Viscous and Joule heating effects on MHD free convection flow with variable plate temperature [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1992, **35**(4): 3485-3492
- [12] Hakim M A EL, Mohammadian A A, Kaheir S M M EL, et al. Joule heating effects on MHD free convection flow of a micropolar fluid [J]. *International Comm Heat Mass Transfer*, 1999, **26**(2): 219-226
- [13] Kuo Bor-Ih. Heat transfer analysis for the Falkner-Skan wedge flow by the differential transformation method [J]. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 2005, **48**(23/24): 5036-5042
- [14] Cheng W T, Lin H T. Non-similarity solution and correlation of transient heat transfer in laminar boundary layer flow over a wedge [J]. *Int J Engineering Science*, 2002, **40**(5): 531-540
- [15] Apelblat A. Mass transfer with a chemical reaction of the first order [J]. *Chemical Engineering Journal*, 1982, **23**: 193-201
- [16] Das U N, Deka R, Soundagekar. Effects of mass transfer on flow past an impulsively started infinite vertical plate with constant heat flux and chemical reaction [J]. *Forschung in Ingenieurwesen*, 1994, **60**(10): 284-292
- [17] Muthucumaraswamy R, Ganesan P. Effects of the chemical reaction and injection on flow characteristics in an unsteady upward motion of an isothermal plate [J]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2001, **42**(4), 665-673

- [18] Kandasamy R, Periasamy K, Sivagnana Prabhu K K. Effects of chemical reaction, heat and mass transfer along a wedge with heat source and concentration in the presence of suction or injection [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005, **48**(7): 1388-1395
- [19] Cortell R. Toward an understanding of the motion and mass transfer with chemically reactive species for two classes of viscoelastic fluid over a porous stretching sheet [J]. *Chemical Engineering and Processing*, 2007, **46**(10): 982-989
- [20] Cortell R. MHD flow and mass transfer of an electrically conducting fluid of second grade in a porous medium over a stretching sheet with chemically reactive species [J]. *Chemical Engineering and Processing*, 2007, **46**(8): 721-728
- [21] Sajid M, Hayat T. Non-similar series solution for boundary layer flow of a third-order fluid over a stretching sheet [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, **189**(2): 1576-1585
- [22] Cortell R. Viscous flow and heat transfer over a nonlinearly stretching sheet [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, **184**(2): 864-873
- [23] Herwig H, Wickem. Effects of variable properties on laminar boundary layer flow [J]. *Warme- und Stoffibeträgung*, 1986, **20**(1): 47-54
- [24] Lai E C, Kulacki F A. Effects of variable viscosity on convective heat transfer along a vertical surface in a saturated porous medium [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1990, **33**: 1028-1035
- [25] Kafoussias N G, Williams E W. Effects of temperature-dependent viscosity on free-forced convective laminar boundary layer flow past a vertical isothermal flat plate [J]. *Acta Mechanica*, 1995, **110**(1/4): 123-132
- [26] Hady E M, Bakier A Y, Gorla R S R. Mixed convection boundary layer flow on a continuous flat plate with variable viscosity [J]. *Heat and Mass Transfer*, 1996, **31**(3): 169-176
- [27] Gill S A. A process for the step-by-step integration of differential equations in an automatic digital computing machine [J]. *Proceeding of Cambridge Philosophical Society*, 1951, **47**(1): 96-108
- [28] Pantokratos A. The Falkner-Skan flow with constant wall temperature and variable viscosity [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2006, **45**(4): 378-384
- [29] CHEN Chien-hsin. Non-Darcy mixed convection over a vertical flat plate in porous media with variable wall heat flux [J]. *International Communication Heat Mass Transfer*, 1997, **24**(3): 427-433
- [30] Yih K A. Blowing/suction effect on non-Darcy forced convection flow about a flat plate with variable wall temperature in porous media [J]. *Acta Mechanica*, 1998, **131**(3/4): 255-262
- [31] Afify Ahmed A. Effects of variable viscosity on non-Darcy MHD free convection along a non-isothermal vertical surface in a thermally stratified porous medium [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2007, **31**(8): 1621-1630
- [32] Chamkha Ali J. Non-Darcy hydromagnetic free convection from a cone and a wedge in porous media [J]. *International Communication in Heat and Mass Transfer*, 1996, **23**(6): 875-882
- [33] Jayanthi S, Kumari M. Effect of variable viscosity on non-Darcy free or mixed convection flow on a vertical surface in a non-Newtonian fluid saturated porous medium [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, **182**(2): 1643-1659
- [34] CHENG Ching-yang. Non-Darcy natural convection heat and mass transfer from a vertical wavy surface in saturated porous media [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, **182**(2): 1488-1496

- [35] Jayanthi S Kumari M. Effect of variable viscosity on non-Darcy free or mixed convection flow on a vertical surface in a fluid saturated porous medium [J]. *Mechanics Research Communication*, 2006, **33**(2): 148-156
- [36] Rathish Kumar B V, Shalini M. Darcy free convection induced by a vertical wavy surface in a thermally stratified porous medium [J]. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 2004, **47**: 2353-2359
- [37] Kumari M, Nath G. Non-Darcy mixed convection in power-law fluids along a non-isothermal horizontal surface in a porous medium [J]. *International Journal of Engineering Science*, 2004, **42**(3/4): 353-361.
- [38] Yin K A. Viscous and Joule heating effects on non-Darcy MHD natural convection flow over a permeable sphere in porous media with internal heat generation [J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2000, **27**(4): 591-602
- [39] Hossain M A, Kambiz Vafaj Khalil M N, Khanafar. Non-Darcy natural convection heat and mass transfer along a vertical permeable cylinder embedded in a porous medium [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 1999, **38**(10): 854-861.
- [40] Afodot M Q, Al-Hussien F M S, Damesh R A. Influence of radiation on mixed convection over a wedge in non-Darcy porous medium [J]. *Forsch Ingenieurwesen*, 2005, **69**(4): 209-215.
- [41] Ali M ohaned E. Effect of variable viscosity on mixed convection heat transfer along a vertical moving surface [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2006, **45**(1): 60-67.
- [42] Elbarbary Elsayed M E, Elgazery Nasser S. Chebyshev finite difference method for the effects of variable viscosity and variable thermal conductivity on heat transfer from moving surfaces with radiation [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2004, **43**(9): 889-896
- [43] Bejan A. *Convection Heat Transfer* [M]. New York Wiley-Inter Science, 1995, 520
- [44] Nakayama A, Koyama H. Similarity solutions for buoyancy induced flows over a non-isothermal curved surface in thermally stratified porous medium [J]. *Applied Scientific Research*, 1989, **46**(4): 309-316
- [45] Nanousis N D. Theoretical Magnetohydrodynamic analysis of mixed convection boundary layer flow over a wedge with uniform suction or injection [J]. *Acta Mechanica*, 1999, **138**(1/2): 21-29.
- [46] Pop I, Kumari M, Nath G. Conjugate MHD flow past a flat plate [J]. *Acta Mechanica*, 1994, **106**(3/4): 215-222.
- [47] Mikowycz W J, Sparrow E M, Schneider G E, et al. *Handbook of Numerical Heat Transfer* [M]. New York John Wiley and Sons, 1988, 192-195
- [48] Kafousias N G, Karabis A G. An effective numerical solution scheme for local nonsimilarity boundary layer analysis [A]. In: Sotiropoulos D A, Beskos D E, Eds. *Proceedings of the Second National Congress on Computational Mechanics* [C]. Chania, Greece, June 26-28, 1996, Vol II, Greek Association of Computational Mechanics Member of IACM, 1996, 801-809

Numerical Investigation of Variable Viscosity and Thermal Stratification Effects on MHD Mixed Convective Heat and Mass Transfer Past a Porous Wedge in the Presence of Chemical Reaction

I. Muhaimin, R. Kandasamy, Azme B. Khamis

(University Tun Hussein Onn Malaysia, Centre for Science Studies, Malaysia)

Abstract An analysis was presented to investigate the effects of variable viscosity and thermal stratification on MHD mixed convective heat and mass transfer of a viscous incompressible and electrically conducting fluid past a porous wedge in the presence of chemical reaction. The wall of the wedge was embedded in a uniform non-Darcian porous medium in order to allow for possible fluid wall suction or injection. The governing boundary layer equations were written in a dimensionless form by similarity transformations. The transformed coupled nonlinear ordinary differential equations were solved numerically by using finite difference methods. Numerical calculations up to third order level of truncation were carried out for different values of dimensionless parameters. The results are presented graphically and the conclusion is drawn that the flow field and other quantities of physical interest are significantly influenced by these parameters. The results are compared with those known from the literature and excellent agreement between the results is obtained.

Key words variable viscosity, chemical reaction, non-Darcy flow, mixed convection, thermal stratification, magnetic effect.