

# 外磁场下不同液态金属双扩散对流的数值模拟\*

陈思思<sup>1</sup>, 李许龙<sup>1</sup>, 张超男<sup>1</sup>,  
秦娟娟<sup>1</sup>, 赵秉新<sup>1,2</sup>

(1. 宁夏大学 数学统计学院, 银川 750021;  
2. 宁夏力学交叉与科学计算重点实验室, 银川 750021)

**摘要:** 采用高精度、高分辨率的数值方法,对三种方向的外磁场下长腔内不同液态金属双扩散对流的动力学特性进行直接数值模拟研究,揭示了流体物性参数 Prandtl 数 ( $Pr$ )、磁场方向以及磁场强度对流动和传热传质的影响规律.结果表明:在所考察的 Prandtl 数范围内,随着  $Pr$  的增大,弱磁场时,流动从非定期的周期流动过渡为定常对流,其中 Prandtl 数为 0.03 时该对流系统存在非正常解,流动是周期性的,传热传质效率先快速增长,之后增速变缓;中等强度磁场时,流动始终是定常的,传热传质效率随 Prandtl 数增大的增速进一步减缓;强磁场时,流动总是定常的,传热传质效率几乎不随 Prandtl 数的改变而改变.在同一磁场强度下,相比于 45° 倾斜磁场和水平磁场,垂直磁场对传热传质效率产生的抑制作用较小.

**关键词:** 双扩散对流; 直接数值模拟; 高精度; 磁场

**中图分类号:** O35 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440347

## Numerical Simulations of Double-Diffusive Convection in Different Liquid Metals Under Magnetic Fields

CHEN Sisi<sup>1</sup>, LI Xulong<sup>1</sup>, ZHANG Chaonan<sup>1</sup>,  
QIN Juanjuan<sup>1</sup>, ZHAO Bingxin<sup>1,2</sup>

(1. School of Mathematics and Statistics, Ningxia University,  
Yinchuan 750021, P.R.China;  
2. Ningxia Key Laboratory of Interdisciplinary Mechanics and Scientific Computing,  
Yinchuan 750021, P.R.China)

**Abstract:** With the high-precision and high-resolution numerical method, the dynamics of double-diffusive convection of different liquid metals in a long cavity under external magnetic fields in 2 directions was directly simulated, to reveal the influences of the fluid property parameter of Prandtl number  $Pr$ , the magnetic field direction and the magnetic field intensity on the flow and the heat and mass transfers. The results indicate that, within the range of the considered  $Pr$  values, the flow transitions from periodic to steady with the increase of  $Pr$  for weak magnetic fields. Specifically, when the  $Pr$  is 0.03, the convective system will have unsteady solu-

\* 收稿日期: 2023-12-05; 修订日期: 2024-03-20

**基金项目:** 国家自然科学基金(12272196);宁夏自然科学基金(2022AAC03074;2022AAC03011);宁夏大学生创新创业项目(G202310749011)

**作者简介:** 陈思思(2000—),女,硕士生(E-mail: sisichen1010@qq.com);  
赵秉新(1980—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: zhao\_bx@nxu.edu.cn).

**引用格式:** 陈思思,李许龙,张超男,秦娟娟,赵秉新. 外磁场下不同液态金属双扩散对流的数值模拟[J]. 应用数学和力学, 2024, 45(12): 1473-1482.

tion, and the flow will be periodic. The efficiency of heat and mass transfers initially increase rapidly, then slowly. For the moderately strong magnetic field, the flow remains steady, and the growth rate of the heat and mass transfer efficiency slows down further with  $Pr$  increasing. For the strong magnetic field, the flow is always steady, and the efficiency of the heat and mass transfer hardly changes with the  $Pr$ . Under the same magnetic field intensity, compared with the inclined magnetic field with a direction of  $45^\circ$  and the horizontal magnetic field, the vertical magnetic field has a weaker suppressive effect on the heat and mass transfer efficiency.

**Key words:** double-diffusive convection; direct numerical simulation; high accuracy; magnetic field

## 0 引言

热与溶质的双扩散对流现象广泛存在于天文、地质、工程等领域。近年来,磁场作用下导电流体双扩散对流因其在磁约束核聚变反应堆冷却、污染物运输、地质与化工过程、天体物理与热交换等实际问题中的广泛应用而成为人们感兴趣的研究课题之一<sup>[1-3]</sup>。对磁场作用下导电流体双扩散对流现象及其非线性动力学特性的研究,有利于深入理解湍流形成机理和深刻揭示磁场环境下流体流动与传热传质机理。

对于外磁场作用下的双扩散对流,Rudraiah等<sup>[4]</sup>建立了一种有限差分方法来模拟 Prandtl 数  $Pr = 0.733$  (黏性系数与热扩散系数的比值)的磁流体自然对流,发现对流传热效率随着 Hartmann 数(表示磁场强度)的增加而减小。Burr等<sup>[5]</sup>的实验研究关注于磁场对液态金属中的 Rayleigh-Benard 对流的影响,结果显示磁场阻尼了热传输并对对流模式产生了显著影响。之后,Aurnou等<sup>[6]</sup>、Nandukumar等<sup>[7]</sup>、Tasaka等<sup>[8]</sup>发现外部磁场对对流具有稳定作用,并且发现流体流动取决于所施加磁场的方向和大小。随着幅度的增大,磁场倾向于将流动定向在磁场的方向上。在弱磁场条件下,磁阻尼效应较弱,对流模式的相干性较差,失去准二维特征,同时研究还发现,垂直磁场对初级不稳定性有影响,而高阶不稳定性则主要受水平磁场的影响<sup>[8]</sup>。通过数值模拟并结合理论分析的方法,Yu等<sup>[9]</sup>研究了水平均匀磁场和热源作用下导电流体( $Pr = 0.025$ )的流动和传热传质特性,研究结果显示,磁场的应用可以降低腔体内的对流传热和传质速率,并以不同速率抑制不同的速度分量;在磁场强度达到一定程度时,等温线和等浓度线几乎平行于垂直壁,传热传质趋于恒定。Naffouti等<sup>[10]</sup>研究了磁场方向和大小对立方体容器中三维流动的影响,并指出流动模式和传热依赖于磁场方向和大小。关于电场和磁场对液体锂的综合影响,Selimli等<sup>[11]</sup>的数值研究结果表明,增加磁场和电场会降低流动速度,但同时会增大剪切力和反映传热效率的 Nusselt 数。Yu等<sup>[12]</sup>在模拟研究水平和垂直磁场下二维腔体内 Rayleigh-Benard 对流时发现,水平磁场更容易抑制多涡的流动结构,其抑制程度与磁场大小成正比;垂直磁场也抑制了边界清晰的 Benard 涡的形成,强磁场下等温线显示较小的不规则性。虞培祥<sup>[13]</sup>通过数值模拟了水平和垂直磁场作用下导电流体自然对流问题,同样发现磁场对垂直于磁场方向的速度抑制效果比平行于磁场方向的速度抑制效果更显著。考虑到外部磁场对流动的影响取决于磁场强度及其朝向重力的方向,Yanagisawa等<sup>[14]</sup>的实验表明,对于水平磁场,感应 Lorentz 力将对流组织成准二维卷滚动,这些滚动沿磁场方向排列。然而,Busse<sup>[15]</sup>的理论研究表明,平行于重力的垂直磁场抑制对流。仇建新<sup>[16]</sup>研究外磁场作用下三维多孔梯形腔体中液态镓的流动传热时发现,随着磁场强度的增加,腔体中流动强度和壁面换热能力减弱,相比于水平磁场,垂直磁场对流场的抑制效果更加明显。事实上,无论磁场方向如何,无限延伸的磁对流层的线性不稳定性阈值取决于 Hartmann 数的大小<sup>[17-19]</sup>。Zürner等<sup>[20]</sup>以低 Prandtl 数流体( $Pr = 0.029$ )为工作流体,研究了垂直磁场对液态金属 Rayleigh-Benard 对流流动结构和动量、热量整体输运特性的影响,发现在很大的 Hartmann 数范围内,流体动量的稳定减小几乎不影响传递热量的大小。最近,Tasaka等<sup>[21]</sup>在讨论水平磁场下液态金属层中准二维对流辊的二维振荡时发现,这些现象是有组织的浮力和磁阻尼之间的关系,取决于 Hartmann 数。无论对于磁场下的纳米流体<sup>[22]</sup>还是倾斜腔体中的双扩散对流<sup>[23]</sup>,磁场的影响都是十分突出的,流动强度随着 Hartmann 数的增大而减小,传热传质速率随倾角的增大而增大<sup>[23]</sup>。磁场下方腔内双扩散对流<sup>[24]</sup>也表明磁场对腔体内流动影响很大,当 Hartmann 数较高时,Prandtl 数对传热传质特性的影响较小。

如前文所述,关于磁场作用下导电流体热对流的研究,前人获得了许多有价值的结论。然而,前人的研究多是围绕某种特定工作流体展开的,对于不同的导电流体,磁场对这些流体的流动和传热传质的影响机制是

否相同,不同流体受不同方向磁场影响的规律究竟如何? 这些问题均尚不明确.为分析不同导电流体受磁场的影响,本文针对不同的导电流体,在较大的参数范围内,通过数值模拟的方法,研究不同方向和不同强度的磁场对流动和传热传质的影响以及这种影响对流体 Prandtl 数的依赖性.

# 1 模型与控制方程

## 1.1 物理模型

考虑高为  $H$  宽为  $W$  的矩形腔体内双扩散对流问题,物理模型如图 1 所示,左右垂直壁面存在温度差和浓度差,温度和浓度保持恒定,上下壁面是绝热、不可渗透的.图中  $T_h, T_l$  分别表示腔体的左右壁面温度,  $C_h, C_l$  分别表示腔体的左右壁面浓度.左壁为高温高盐,右壁为低温低盐.

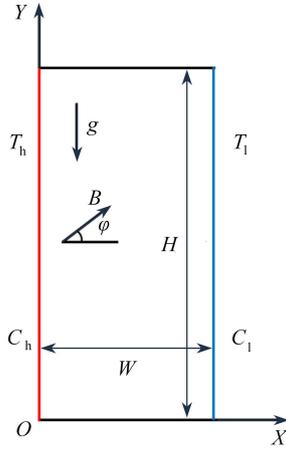


图 1 物理模型

Fig. 1 The physical model

假设腔体内为 Newton 流体,满足 Boussinesq 假设,则反应流体密度  $\rho$ 、温度  $T$  和浓度  $C$  关系的的状态方程为<sup>[23]</sup>

$$\rho = \rho_0(1 - \beta_T(T - T_0) + \beta_C(C - C_0)), \tag{1}$$

其中  $\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{C_0}, \beta_C = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial C} \Big|_{T_0}$  分别为热膨胀系数和浓度膨胀系数,  $T_0, C_0$  分别为参考温度、参考浓度,

取水平中心线上的相应值为参考值,即  $T_0 = \frac{T_h + T_l}{2}, C_0 = \frac{C_h + C_l}{2}, \rho_0$  为参考温度  $T_0$  下的流体密度.

## 1.2 控制方程及边界条件

在上述假设下,描述磁场作用下的双扩散对流系统的控制方程组为<sup>[24]</sup>

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{\sigma B^2}{\rho} (V \sin \varphi \cos \varphi - U \sin^2 \varphi), \tag{3}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Y} + \nu \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{\rho}{\rho_0} g + \frac{\sigma B^2}{\rho} (U \sin \varphi \cos \varphi - V \cos^2 \varphi), \tag{4}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = K_T \left( \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right), \tag{5}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} = K_C \left( \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right), \tag{6}$$

其中  $U, V$  分别为沿  $X, Y$  方向的速度,  $P$  为流体压力,  $\rho$  为流体密度,  $\varphi$  为磁场方向角度,  $g$  为重力加速度,  $K_T, K_C$  分别为热扩散系数和浓度扩散系数,  $B$  为磁感应强度,  $\sigma$  为电导率,  $\nu$  为运动学黏性系数.

相应的速度、温度、浓度边界条件为

$$\begin{cases} X=0, 0 \leq Y \leq H, & U=V=0, T=T_h, C=C_h, \\ X=W, 0 \leq Y \leq H, & U=V=0, T=T_1, C=C_1, \\ Y=0, 0 \leq X \leq W, & U=V=0, \frac{\partial T}{\partial Y}=0, \frac{\partial C}{\partial Y}=0, \\ Y=H, 0 \leq X \leq W, & U=V=0, \frac{\partial T}{\partial Y}=0, \frac{\partial C}{\partial Y}=0. \end{cases} \quad (7)$$

选取  $W$  为特征长度,  $W^2/K_T$  为特征时间, 定义如下无量纲量:

$$(u, v) = \frac{(U, V)W}{K_T}, (x, y) = \frac{(X, Y)}{W}, T^* = \frac{T - T_1}{T_h - T_1}, P^* = \frac{PW^2}{\rho_0 K_T^2}, C^* = \frac{C - C_1}{C_h - C_1}.$$

引入流函数  $\psi$  和涡量  $\omega$ , 定义如下:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = u, \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v, \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (8)$$

则方程(2)—(6)的无量纲方程如下<sup>[9,24]</sup>(为书写方便,这里去掉无量纲量  $T^*, P^*, C^*$  的上标 \* 号):

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = Pr \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + PrRa \left( \frac{\partial T}{\partial x} - N \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \\ Ha^2 Pr \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \cos \varphi \sin \varphi - \frac{\partial v}{\partial x} \cos^2 \varphi + \frac{\partial u}{\partial y} \sin^2 \varphi \right], \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{Le} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right). \quad (12)$$

控制方程组中包含 5 个无量纲参数如下:

$$Ra = \frac{g\beta_T(T_h - T_1)W^3}{K_T\nu}, Pr = \frac{\nu}{K_T}, Le = \frac{K_T}{K_C}, \\ N = \frac{\beta_C(C_h - C_1)}{\beta_T(T_h - T_1)}, Ha = BW\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}},$$

$Ra, Pr, Le, N, Ha$  分别是 Rayleigh 数、Prandtl 数、Lewis 数、浮力比和 Hartmann 数;其中  $\mu$  为动力黏度(即运动黏度与流体密度的乘积:  $\mu = \nu\rho$ , 用于描述流体的阻力和黏滞阻力,以及流体在受力作用下的流动特性)。

相应于控制方程组(9)—(12)的边界条件为

$$\begin{cases} \psi = u = v = 0, T = C = 0.5, & x = 0, 0 \leq y \leq A, \\ \psi = u = v = 0, T = C = -0.5, & x = 1, 0 \leq y \leq A, \\ \psi = u = v = T_y = C_y = 0, & y = 0, 0 \leq x \leq 1, \\ \psi = u = v = T_y = C_y = 0, & y = A, 0 \leq x \leq 1, \end{cases} \quad (13)$$

其中  $A = H/W$  为腔体高宽比。

热壁面上的传热和传质可分别用 Nusselt 数  $Nu_{av}$  和 Sherwood 数  $Sh_{av}$  来度量, 定义为

$$Nu_{av} = \frac{1}{A} \int_0^A \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} dy, Sh_{av} = \frac{1}{A} \int_0^A \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} dy.$$

## 2 数值方法

本文使用高精度高分辨率的紧致有限差分方法<sup>[25]</sup>对模型问题(9)—(13)进行求解,该方法的正确性检

验已在之前工作中完成<sup>[25-26]</sup>. 针对本文所研究的具体问题, 我们进行了网格无关性验证, 选定参数  $Ha = 10, Ra = 10^5, Le = 2, A = 2$  及浮力比  $N = 2$  的情况, 即浓度扩散占主导地位. 采用  $61 \times 121, 71 \times 141, 81 \times 161, 91 \times 181$  和  $101 \times 201$  的网格分别对磁场角度  $\varphi = 0^\circ, \varphi = 45^\circ$  以及  $\varphi = 90^\circ$  的长腔双扩散对流问题进行数值模拟, 结果由表 1、表 2 和表 3 给出, 结果表明: 针对本文关注的三个磁场方向, 在磁场角度  $\varphi = 0^\circ$  时, 网格  $81 \times 161$  与精细网格  $101 \times 201$  下的特征参数(速度分量  $u$  和  $v$  的最大值  $u_{\max}$  和  $v_{\max}$ , Nusselt 数以及 Sherwood 数)的最大相对误差均小于 0.1% (见表 1); 在磁场角度  $\varphi = 45^\circ$  时, 最大相对误差均小于 0.8% (表 2); 在磁场角度  $\varphi = 90^\circ$  时, 最大相对误差小于 0.2% (表 3). 三种情形下所有特征参数最大相对误差均不超过 1%, 保证了计算结果的准确性. 在保证结果可靠的前提下, 为了减少计算量, 本文采用  $81 \times 161$  的网格进行计算.

表 1 水平磁场  $\varphi = 0^\circ$  下的网格检验结果Table 1 The grid independence test of  $\varphi = 0^\circ$ 

grid	$u_{\max}$	error/%	$v_{\max}$	error/%	$Nu_{av}$	error/%	$Sh_{av}$	error/%
61×121	27.160 8	0.19	41.764 1	0.20	2.287 9	0.26	3.774 5	0.28
71×141	27.188 6	0.09	41.345 1	1.20	2.290 8	0.13	3.779 3	0.15
81×161	27.202 7	0.04	41.831 4	0.03	2.292 4	0.06	3.782 2	0.07
91×181	27.209 3	0.01	41.593 8	0.60	2.293 3	0.02	3.783 8	0.03
101×201	27.212 4	-	41.845 7	-	2.293 8	-	3.784 9	-

表 2 水平磁场  $\varphi = 45^\circ$  下的网格检验结果Table 2 The grid independence test of  $\varphi = 45^\circ$ 

grid	$u_{\max}$	error/%	$v_{\max}$	error/%	$Nu_{av}$	error/%	$Sh_{av}$	error/%
61×121	27.964 0	0.40	42.488 5	0.35	2.315 0	1.00	3.816 9	0.24
71×141	27.995 5	0.29	42.083 4	1.30	2.318 2	0.86	3.822 3	0.10
81×161	28.011 9	0.23	42.563 3	0.17	2.319 9	0.79	3.825 3	0.02
91×181	28.020 1	0.20	42.336 3	0.70	2.320 9	0.75	3.827 1	0.03
101×201	28.075 4	-	42.635 6	-	2.338 4	-	3.826 1	-

表 3 水平磁场  $\varphi = 90^\circ$  下的网格检验结果Table 3 The grid independence test of  $\varphi = 90^\circ$ 

grid	$u_{\max}$	error/%	$v_{\max}$	error/%	$Nu_{av}$	error/%	$Sh_{av}$	error/%
61×121	29.554 4	0.43	43.528 6	2.37	2.357 9	0.31	3.879 7	0.32
71×141	29.591 8	0.31	43.123 3	1.17	2.361 5	0.16	3.885 7	0.17
81×161	29.611 5	0.24	43.613 6	0.04	2.363 5	0.07	3.889 1	0.08
91×181	29.651 5	0.11	43.386 5	0.56	2.364 5	0.03	3.891 1	0.03
101×201	29.682 6	-	43.631 9	-	2.365 2	-	3.892 3	-

## 3 结果与分析

### 3.1 Prandtl 数的影响

我们选取参数  $Ra = 1 \times 10^5, Le = 2, A = 2, N = 2$ , 分别研究  $0.01 \leq Pr \leq 1$  时, 三种磁场角度, 即:  $\varphi = 0^\circ$  的水平磁场、 $\varphi = 45^\circ$  的倾斜磁场以及  $\varphi = 90^\circ$  的垂直磁场下 Prandtl 数对流动和传热传质的影响.

$Ha = 10$  时的弱磁场下  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  对 Prandtl 数的依赖关系如图 2 所示, 横坐标为对数坐标. 当  $0.01 \leq Pr \leq 0.4$  (Prandtl 数的计算步长为  $\Delta Pr = 0.01$ ) 时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  的曲线呈现指数增长, 增速变化剧烈, 该区域除  $Pr = 0.03$  外都是定常解; 当  $0.4 < Pr \leq 1$  时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  随着 Prandtl 数增大而增大的趋势较缓慢, 传热传质效率变化不显著, 此时该区域也是定常解. 从图 2(a) 和图 2(b) 中可看出, 水平磁场相较于  $45^\circ$  磁场以及垂直磁场对传热传质效率变化产生的抑制作用更大, 这是因为: 外加磁场产生的 Lorentz 力与流体的流动方向反向, 对于高宽比为 2:1 的腔体, 流体在腔体垂直方向的运动路径长, 而在水平方向的路径较短, 故而水平磁场诱导的垂直方向 Lorentz 力最大程度地抑制了流动和传热传质. 此外, 图 2 中  $\varphi = 45^\circ$  的曲线在  $Pr$  较小时的变化规律与其他两种磁场角度有所不同, 发现当  $Pr = 0.02$  时,  $\varphi = 45^\circ$  磁场下流场为覆盖全场的大尺度环流

(单涡),而其他两种磁场角度下流场均为双涡结构,两种结构的传热效率不同导致了该曲线与其他两条曲线变化趋势略有不同,出现了交叉.是什么导致  $Pr = 0.02$  时  $\varphi = 45^\circ$  磁场下流场结构发生了转变,未来需进一步深入探讨.

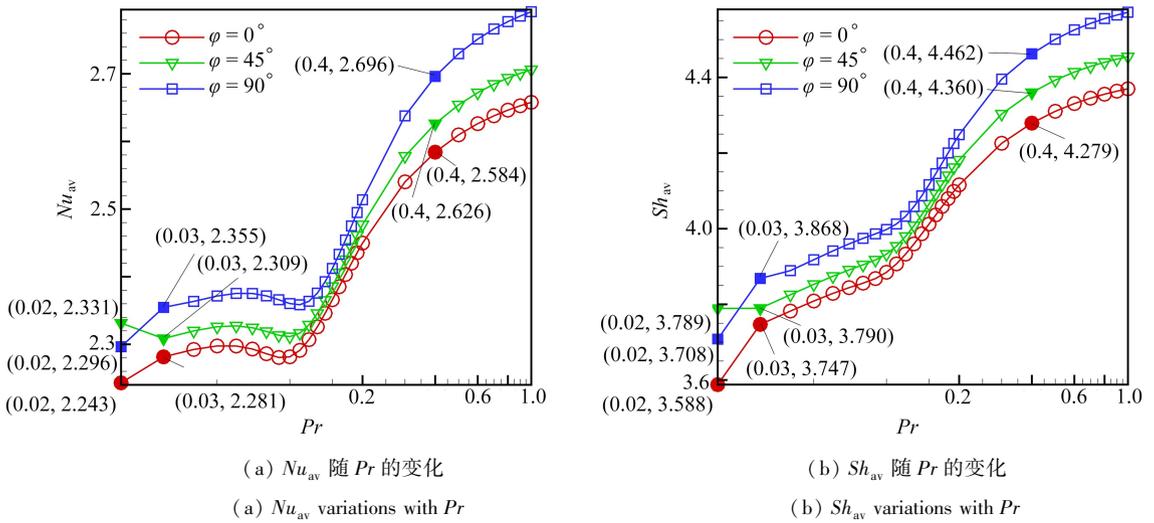


图2 弱磁场 ( $Ha = 10$ ) 下传热传质随 Prandtl 数的变化

Fig. 2 Variations of heat and mass transfers with the Prandtl number in a weak magnetic field ( $Ha = 10$ )

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同.

$Pr = 0.03$  时对流系统的解是非定常的,流动是周期性的,随着 Prandtl 数逐渐增大,流动从非定常的周期流动过渡为定常对流.图 3(a)—3(l) 给出了  $N = 2, Pr = 0.03$  时一个周期内流场结构变化的演化过程,周期为 0.050 350.该周期内变化过程的特点是:位于左壁的流体受高浓度的影响向下移动,再经过下壁转移到右边,位于右壁的低浓度流体向上移动,经过上壁转移到左边,形成了一个逆时针旋转的主涡.随着时间的增长顶部、底部出现二次涡,之后,主涡吸收二次涡后又表现出分离的迹象,在图 3(e) 对应的时刻完全分离开,再继续沿逆时针方向旋转,在图 3(g) 对应的时刻又聚集到一起,直至回归到最初的形态,进入下一个周期.

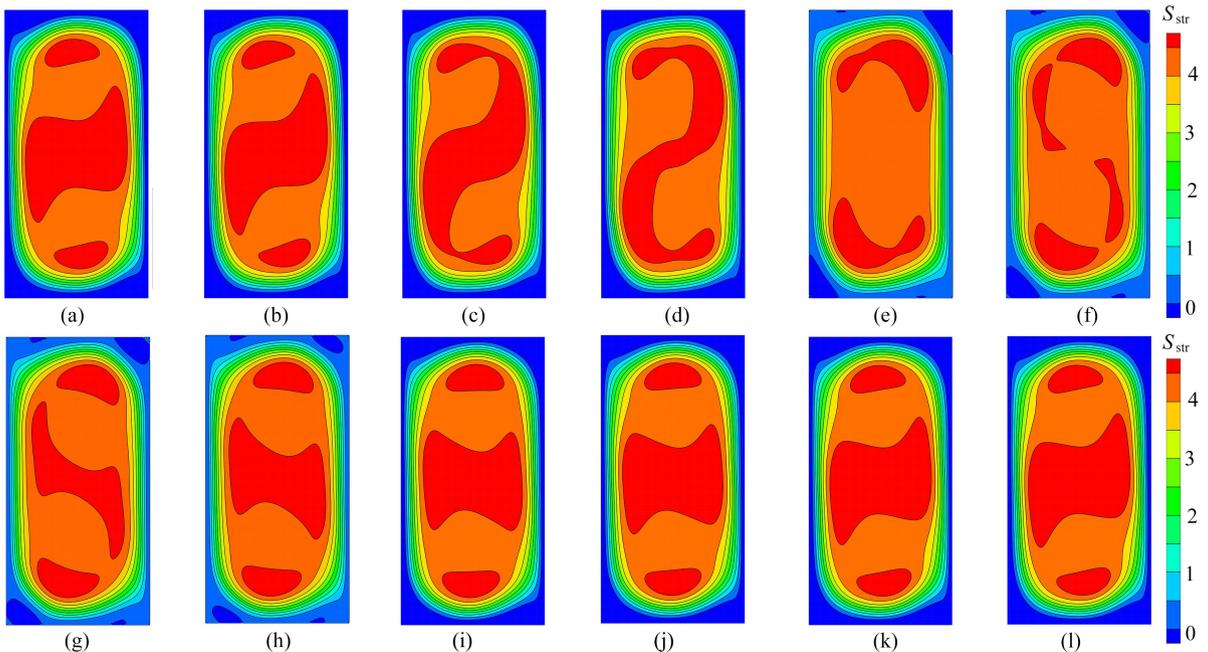


图3  $Pr = 0.03$  时,一个周期内流场结构的演变

Fig. 3 The evolution of the flow field structure in one cycle for  $Pr = 0.03$

图 4 给出了  $Pr = 0.03$  时流场中心点的速度  $u$  的时间序列图、速度  $u$  的 Fourier 频谱图以及  $u-v$  的相位图。由图 4(a)、4(b) 可知流动是周期性演变的, 并且产生了倍频, 主频为 19.802, 二倍频为 39.604。相位图 4(c) 是稳定且封闭的曲线, 此时流体做周期性运动, 流动是倍频周期流。

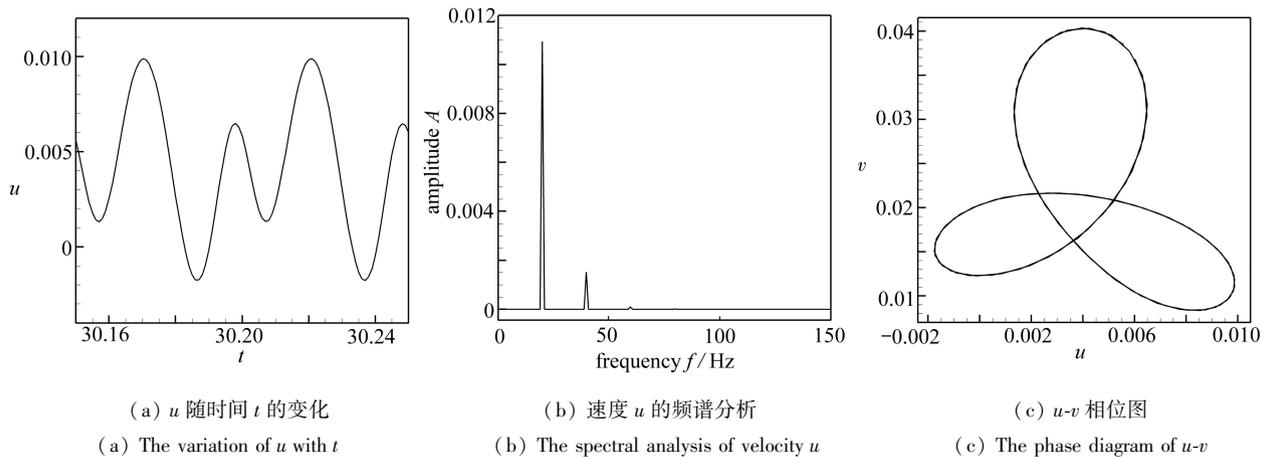


图 4  $Pr = 0.03$  时, 流场中各特征量的变化情况

Fig. 4 Variations of the characteristic quantities in the flow field when  $Pr = 0.03$

在  $Ha = 30$  的中等强度磁场下,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  随 Prandtl 数的变化如图 5 所示, 在本文所关注的 Prandtl 数范围内,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  总是随着  $Pr$  的增大而增大。具体的, 当  $0.01 \leq Pr \leq 0.2$  时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  随着  $Pr$  的增大而增大, 表明传热传质效率急剧增长; 但当  $0.2 < Pr < 1$  时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  的增长速度减缓。受到磁场角度的影响,  $\varphi = 0^\circ$  和  $\varphi = 45^\circ$  时  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  曲线变化的幅度比较小, 传热传质效率有微小变化; 而当  $\varphi = 90^\circ$  时, 磁场对流动的抑制作用减弱, 传热传质效率有了较显著增大。例如在  $Pr = 0.4$ , 磁场角度  $\varphi = 0^\circ$  时,  $Nu_{av}$  的值为 1.9, 而在磁场角度  $\varphi = 90^\circ$  时,  $Nu_{av}$  的值为 2.5, 传热效率增长了 31.6%; 在  $Pr = 0.4$ , 磁场角度  $\varphi = 0^\circ$  时,  $Sh_{av}$  的值为 3.2, 而在磁场角度  $\varphi = 90^\circ$  时,  $Sh_{av}$  的值为 4.3, 传质效率增长了 34.3%。整个过程流动问题的解都是定常解, 流场结构为稳定对流。

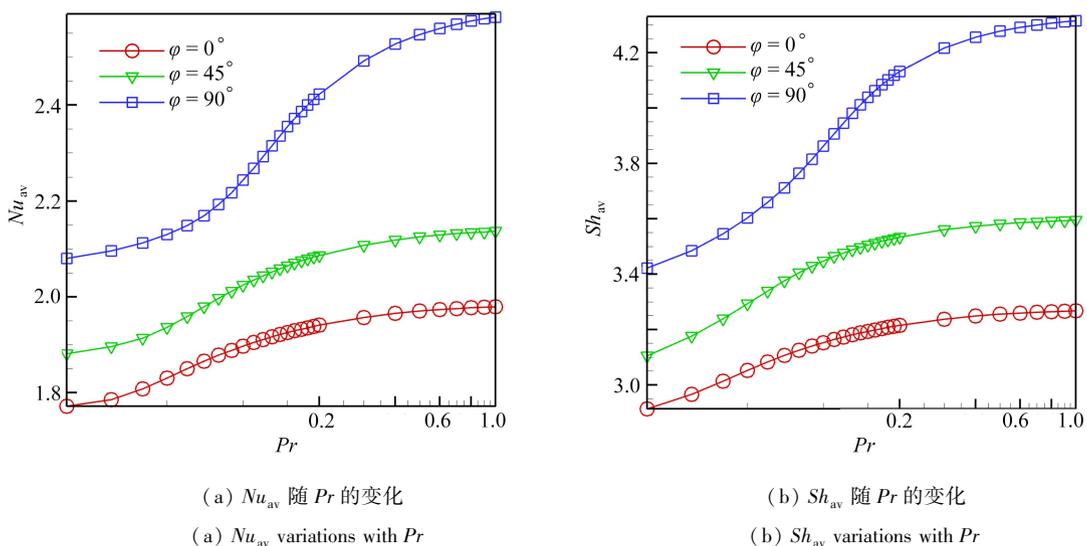


图 5 中等强度磁场 ( $Ha = 30$ ) 下传热传质随 Prandtl 数的变化

Fig. 5 Variations of heat and mass transfers with the Prandtl number in a medium intensity magnetic field ( $Ha = 30$ )

对于  $Ha = 100$  的强磁场,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  随着 Prandtl 数的演变如图 6 所示。当  $0.01 \leq Pr \leq 1$ , 磁场角度  $\varphi = 0^\circ$  和  $\varphi = 45^\circ$  时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  几乎不受 Prandtl 数变化的影响, 表现为  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  的曲线均呈现水平状态, 传热传质效率基本保持不变。对于垂直磁场  $\varphi = 90^\circ$ : 当  $0.01 \leq Pr \leq 0.2$  时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  随着 Prandtl 数的增加而增加, 传热传质效率显著增大; 当  $0.2 < Pr < 1$  时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  增速减缓, 传热传质效率变化微小。整个

过程都表明低角度下磁场对对流抑制作用更大,对传热传质产生了较大的阻碍作用,并且在其他条件相同时,垂直磁场  $\varphi = 90^\circ$  下的传热传质效率约是水平磁场  $\varphi = 0^\circ$  的两倍,其原因与弱磁场时相同。

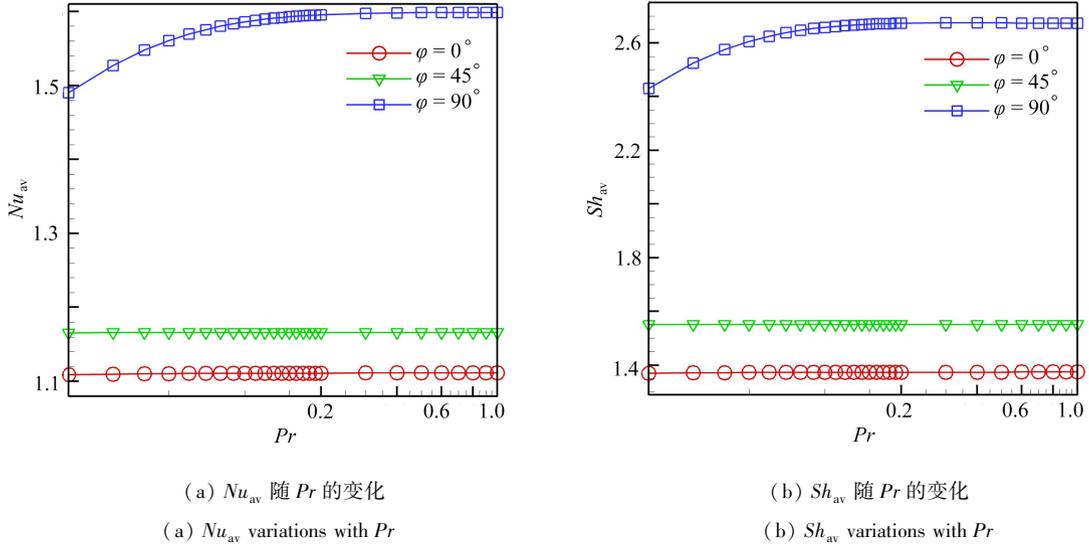


图6 强磁场 ( $Ha = 100$ ) 下传热传质随 Prandtl 数的变化

Fig. 6 Variations of heat and mass transfers with the Prandtl number under a strong magnetic field ( $Ha = 100$ )

### 3.2 磁场的影响

三种磁场方向下传热 Nusselt 数和传质 Sherwood 数随磁场强度的变化分别如图 7(a) 和 7(b) 所示。在相同的磁场方向下:当磁场强度较弱时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  的曲线变化幅度更大,传热传质效率变化更为显著;当磁场增加到中等强度时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  变化趋势较为平缓,传热传质效率细微变化;随着  $Ha$  的增大,当磁场强度越来越大时,  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  曲线趋于水平,传热传质效率基本不变。相比于弱磁场,强磁场下  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  值始终较小。可见,强磁场对传热传质效率产生的抑制作用较大,主要原因是随着磁场强度的增大,流动速度减小、总动能减小,又由于 Lorentz 力与磁场垂直,当  $Ha$  变得足够大时,垂直速度的阻尼更显著,传热传质变化较为缓慢。

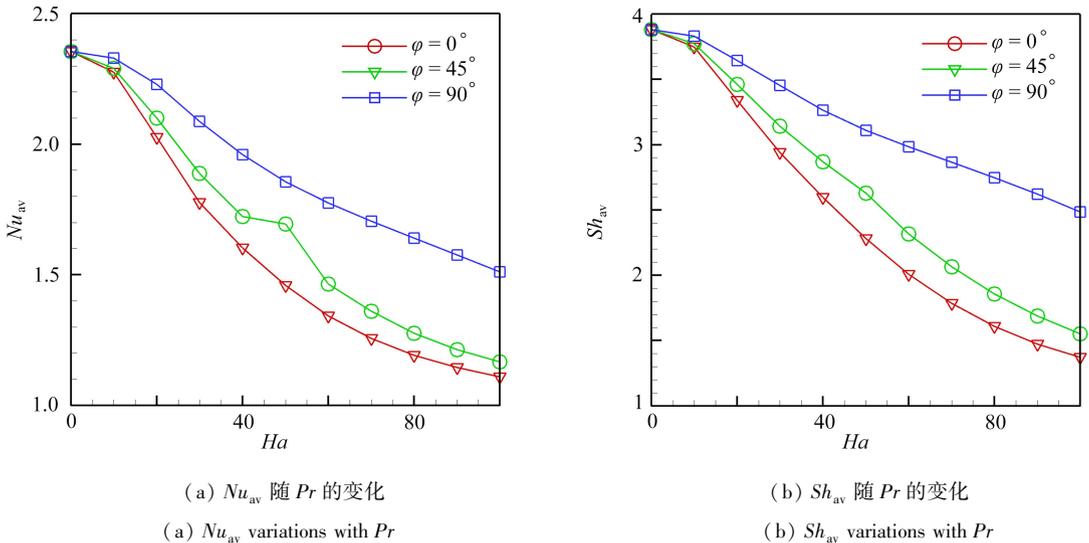


图7 不同磁场方向下传热传质随 Hartmann 数的变化 ( $Pr = 0.025$ )

Fig. 7 Variations of heat and mass transfers with the Hartmann number for different magnetic field directions ( $Pr = 0.025$ )

当磁场强度相同时,垂直磁场下  $Nu_{av}$  和  $Sh_{av}$  的值始终大于  $\varphi = 45^\circ$  磁场和水平磁场下的值,传热传质效率明显更高,可见,垂直磁场对传热传质效率产生的抑制作用较小,如 3.1 小节所述,由于垂直磁场产生的水

平方向 Lorentz 力抑制了流动,但水平方向的路径较短,因此垂直磁场的抑制作用相对较小。

## 4 结 论

本文对高宽比为 2 的腔体内不同液态金属双扩散对流系统进行了高精度数值模拟,讨论了流动和传热传质效率对 Prandtl 数、磁场强度以及磁场方向的参数依赖性。在弱磁场下,随着 Prandtl 数的增加,传热传质效率整体上呈指数型增长,在垂直磁场中,最大 Prandtl 数下的传热传质效率比最小 Prandtl 数时增加了约 22%,当 Prandtl 数较小时,传热传质增速较快,且流动多为周期性流动。在中等强度磁场下,传热传质效率随着 Prandtl 数的增加依然呈增长趋势,增速较弱磁场时缓慢。在强磁场下,传热传质效率几乎不随 Prandtl 数的改变而改变,特别是水平磁场和 45° 磁场。当磁场强度相同时,垂直磁场比 45° 磁场和水平磁场对传热传质效率产生的抑制作用更小,例如,垂直强磁场下的传热比水平磁场时增加了约 36%,而传质增加了约 81%。无论何种方向的磁场,磁场越强则对流动和传热传质的抑制作用就越大,水平磁场时,强磁场下传热传质效率仅仅是无磁场时的一半。

**致谢** 本文作者衷心感谢宁夏大学研究生创新项目(CXXM2023-09)对本文的资助。

## 参考文献(References):

- [1] IHLLI T, BASU T K, GIANCARLI L M, et al. Review of blanket designs for advanced fusion reactors[J]. *Fusion Engineering and Design*, 2008, **83**(7/9): 912-919.
- [2] 倪明玖. 磁约束核聚变反应堆研发相关的金属流体力学问题研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, **43**(12): 1570-1578.(NI Mingjiu. Liquid metal hydrodynamics relevant to R&D of magnetoconfined fusion reactor [J]. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2013, **43**(12): 1570-1578.(in Chinese))
- [3] SUN Z H I, GUO M, VLEUGELS J, et al. Strong static magnetic field processing of metallic materials: a review[J]. *Current Opinion in Solid State and Materials Science*, 2012, **16**(5): 254-267.
- [4] RUDRAIAH N, BARRON R M, VENKATACHALAPPA M, et al. Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure[J]. *International Journal of Engineering Science*, 1995, **33**(8): 1075-1084.
- [5] BURR U, MÜLLER U. Rayleigh-Bénard convection in liquid metal layers under the influence of a vertical magnetic field[J]. *Physics of Fluids*, 2001, **13**(11): 3247-3257.
- [6] AURNOU J M, OLSON P L. Experiments on Rayleigh-Bénard convection, magnetoconvection and rotating magnetoconvection in liquid gallium[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, **430**: 283-307.
- [7] NANDUKUMAR Y, PAL P. Oscillatory instability and routes to chaos in Rayleigh-Bénard convection: effect of external magnetic field[J]. *EPL (Europhysics Letters)*, 2015, **112**(2): 24003.
- [8] TASAKA Y, IGAKI K, YANAGISAWA T, et al. Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field[J]. *Physical Review E*, 2016, **93**: 043109.
- [9] YU P X, XIAO Z, WU S, et al. High accuracy numerical investigation of double-diffusive convection in a rectangular cavity under a uniform horizontal magnetic field and heat source[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, **110**: 613-628.
- [10] NAFFOUTI A, BEN-BEYA B, LILI T. Three-dimensional Rayleigh-Bénard magnetoconvection: effect of the direction of the magnetic field on heat transfer and flow patterns[J]. *Comptes Rendus Mécanique*, 2014, **342**(12): 714-725.
- [11] SELIMLI S, RECEBLI Z, ARCAKLIOGLU E. Combined effects of magnetic and electrical field on the hydrodynamic and thermophysical parameters of magnetoviscous fluid flow[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, **86**: 426-432.
- [12] YU X X, ZHANG J, NI M J. Numerical simulation of the Rayleigh-Benard convection under the influence of magnetic fields[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, **120**: 1118-1131.
- [13] 虞培祥. 不可压导电液体流动问题的流函数-速度型算法研究及应用[D]. 上海: 复旦大学, 2013.(YU Peixiang. Research and application of streamfunction-velocity algorithm for incompressible conductive fluid flow problems[D]. Shanghai: Fudan University, 2013.(in Chinese))

- [14] YANAGISAWA T, HAMANO Y, MIYAGOSHI T, et al. Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field[J]. *Physical Review E*, 2013, **88**(6): 063020.
- [15] BUSSE F H. Asymptotic theory of wall-attached convection in a horizontal fluid layer with a vertical magnetic field[J]. *Physics of Fluids*, 2008, **20**(2): 024102.
- [16] 仇建新. 外磁场作用下饱和多孔介质中液态金属流动与传热特性数值模拟[D]. 上海: 复旦大学, 2017. (QIU Jianxin . Numerical simulation of liquid metal flow and heat transfer characteristics in saturated porous media under external magnetic field[D]. Shanghai: Fudan University, 2017. (in Chinese))
- [17] LIU W J, KRASNOV D, SCHUMACHER J. Wall modes in magnetoconvection at high Hartmann numbers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, **849**: R2.
- [18] LIM Z L, CHONG K L, DING G Y, et al. Quasistatic magnetoconvection: heat transport enhancement and boundary layer crossing[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 870: 519-42.
- [19] YAN M, CALKINS M A, MAFFEI S, et al. Heat transfer and flow regimes in quasi-static magnetoconvection with a vertical magnetic field[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, **877**: 1186-1206.
- [20] ZÜRNER T, SCHINDLER F, VOGT T, et al. Flow regimes of Rayleigh-Bénard convection in a vertical magnetic field[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2020, **894**: A21.
- [21] TASAKA Y, YANAGISAWA T, FUJITA K, et al. Two-dimensional oscillation of convection roll in a finite liquid metal layer under a horizontal magnetic field[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2021, **911**: A19.
- [22] BENDARAA A, CHARAFI M M, HASNAOUI A. Numerical modeling of natural convection in horizontal and inclined square cavities filled with nanofluid in the presence of magnetic field[J]. *The European Physical Journal Plus*, 2019, **134**(9): 468.
- [23] MOOLYA S, SATHEESH A. Role of magnetic field and cavity inclination on double diffusive mixed convection in rectangular enclosed domain[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2020, **118**: 104814.
- [24] REDDY N, MURUGESAN K. Magnetic field influence on double-diffusive natural convection in a square cavity: a numerical study[J]. *Numerical Heat Transfer (Part A) : Applications*, 2017, **71**(4): 448-475.
- [25] YANG J Q, ZHAO B X. Numerical investigation of double-diffusive convection in rectangular cavities with different aspect ratio  $\Gamma$ : high-accuracy numerical method[J]. *Computers & Mathematics With Applications*, 2021, **94**: 155-169.
- [26] ZHAO B X, YANG J Q. Numerical investigation of 2D double-diffusive convection in rectangular cavities with different aspect ratios: heat and mass transfer and flow characteristics[J]. *Physics of Fluids*, 2022, **34**(3): 034120.