

D-S 理论和 Markov 链组合的 桥梁性能退化预测研究*

杨国俊^{1,2}, 田里¹, 唐光武², 毛建博¹, 杜永峰¹

(1. 兰州理工大学 土木工程学院, 兰州 730050;

2. 招商局重庆交通科研设计院有限公司 桥梁工程结构动力学国家重点实验室, 重庆 400067)

(本刊编委唐光武来稿)

摘要: 为准确预测桥梁性能退化, 考虑到数据随机性和微小扰动发生状态跳跃, 提出了一种 D-S (Dempster-Shafer) 证据理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化组合预测模型和性能退化率的概念. 该模型基于指数平滑 (exponential smoothing, ES) 方法获得新的预测数据序列, 并利用 Markov 链和 D-S 理论不断进行优化, 从而实现桥梁性能退化的组合预测. 实际工程的应用结果表明: 性能退化率可以直观地表征在梁性能退化的速度. 其次, 该模型的平均相对误差为 1.54%, 较于回归、灰色和模糊加权 Markov 链模型, 精度分别提高了 1.11%、0.88% 和 2.8%, 而后验差比值为 0.242, 小于 0.35; 模型的标准差为 9.021, 相比其他模型分别减小了 3.978, 3.405 和 7.500, 而变异系数为 0.109, 均小于其他模型, 验证了组合预测模型在精度和稳定性方面的优越性, 可为在役桥梁结构性性能退化预测与维护提供理论基础.

关键词: 桥梁工程; 性能退化预测; D-S 证据理论; Markov 链; 组合预测模型; 桥梁性能退化率
中图分类号: U448.33; O29 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440343

Research on Bridge Performance Degradation Prediction Based on Combination of the D-S Theory and the Markov Chain

YANG Guojun^{1,2}, TIAN Li¹, TANG Guangwu², MAO Jianbo¹, DU Yongfeng¹

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, P.R.China;

2. State Key Laboratory of Bridge Engineering Structural Dynamics,

China Merchants Chongqing Communications Technology Research &

Design Institute Co., Ltd., Chongqing 400067, P.R.China)

(Contributed by TANG Guangwu, M. AMM Editorial Board)

Abstract: To accurately predict bridge performance degradation, the inherent data randomness and the subtle perturbations leading to state transitions were considered. A combined prediction method for the bridge performance degradation based on the D-S theory and the Markov chain, and the performance degradation rate concept, were proposed. In this model, the exponential smoothing (ES) methodology was employed as the ba-

* 收稿日期: 2023-12-02; 修订日期: 2024-01-10

基金项目: 国家自然科学基金 (52168042); 甘肃省科技计划 (22JR5RA250); 甘肃省优秀研究生“创新之星”项目 (2023CXZX-460)

作者简介: 杨国俊 (1988—), 男, 副教授, 博士 (通讯作者. E-mail: yanggj403@163.com).

引用格式: 杨国俊, 田里, 唐光武, 毛建博, 杜永峰. D-S 理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化预测研究 [J]. 应用数学和力学, 2024, 45(4): 416-428.

sis for generating new sequences of predictive data. It was continuously optimized through the utilization of the Markov chains and the Dempster-Shafer (D-S) evidence theory. The combined prediction of bridge performance degradation was achieved. The application results from practical engineering show that, the performance degradation rate serves as an intuitive indicator of the speed at which the bridge performance degrades. Subsequently, the combined model demonstrates an average relative error of 1.54%, improves by 1.11%, 0.88%, and 2.8% in accuracy, respectively in comparison with other models of the regression, the grey system, and the fuzzy weighted Markov chain. Additionally, the calculated posterior difference ratio is 0.242, well below the established threshold of 0.35. In terms of stability, the standard deviation of the model is 9.021, reduces by 3.978, 3.405 and 7.500, respectively compared with those of the other 3 models. The coefficient of variation is 0.109, indicating a significant reduction in comparison to those of the other models. The combined prediction model, with verified accuracy and stability, establishes a theoretical foundation for prediction and maintenance of in-service bridges' structural performance degradation.

Key words: bridge engineering; performance degradation prediction; D-S evidence theory; Markov chain; combination prediction model; bridge performance degradation rate

0 引 言

桥梁作为交通运输工程中不可或缺的部分,是公路、铁路的枢纽。按照交通运输部发布的《2022 年交通运输行业发展统计公报》:至 2022 年来,全国公路桥梁 103.32 万座、8 576.49 万延米,比上年末分别增加 7.20 万座、1 196.27 万延米。通过大量的桥梁现场监测数据,基于数学模型模拟桥梁的性能退化规律是一种具有实操性的研究思路^[1],而预测在役桥梁性能退化的发展趋势,对于后续维修养护具有重要的意义。

桥梁的使用环境比较复杂,在气候、温湿度、有害离子侵蚀等因素下,受到冻融循环、耦合腐蚀和载荷作用的影响,导致混凝土桥梁性能退化^[2-3]。国内外学者已对桥梁全寿命周期内的性能退化预测模型进行了大量的研究^[4-5];包龙生等^[6]基于中心点三角白化权函数优化灰色理论^[7-8]建立了桥梁状况评定体系;Miao 等^[9]采用 3 368 座桥梁的维护检查数据,基于神经网络和灵敏度分析方法对 3 种桥梁状态等级进行了预测;梁宗保等^[10]通过对桥梁健康监测信息预处理的研究,利用小波分析法和自适应控制法构建了模型;夏焯等^[11]汇总了石家庄市高速路网的 209 座桥梁检测数据,建立了基于神经网络^[12-13]的桥梁性能退化模型,并利用此模型对桥梁网级进行了状态评估和预测;Choi 等^[14]基于长短期记忆算法和层归一化建立了一种新型性能退化模型,并仅使用新桥梁和现有桥梁的基本信息就预测了桥梁退化性能。在桥梁性能退化预测研究中,Markov 链应用最为广泛^[15-16];时笑鹏^[17]通过对 Markov 链的研究,提出了两个求解状态转移概率矩阵的优化方法,构建了路网级桥梁退化预测模型;Dizaj 等^[18]使用非均匀 Markov 过程,直接将目测数据(腐蚀率和裂缝宽度)与劣化混凝土桥梁的结构脆弱性联系起来,对腐蚀引起的混凝土桥梁性能退化的未来状况进行了预测;Fang 等^[19]建立了基于 Weibull 分布的半 Markov 过程桥梁性能退化预测模型,对城市桥梁的预期使用寿命、桥面系和下部结构的转换概率,以及未来由于劣化引起的桥梁等级比例变化进行了预测。

综上所述,国内外学者已经对桥梁性能退化模型做了大量研究,但是时间序列的指数平滑(ES)方法对于随机性强的序列预测精度不够高,利用 Markov 链的无后效性,就能克服此类问题^[20-21]。但是,在 Markov 链中,当处理状态空间中各元素之间差异性不强、趋近于连续的数值时,预测结果可能会因为数据的微小变化而出现状态的跳转,影响预测精度和稳定性。因此,本文提出基于 D-S 证据理论^[22-23]和 Markov 链组合模型对桥梁性能退化进行了预测,并定义了桥梁性能退化率的概念,可为桥梁维护提供一定的理论支撑。

1 D-S 理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化预测模型

1.1 ES 法

通过对桥梁技术状况值时间序列的分析,本文采取三次 ES 法。假设桥梁技术状况值时间序列为 x_1, x_2, \dots, x_m , 平滑系数 $\alpha \in (0, 1)$, 则平滑公式为

$$S_m^{(i)} = \alpha x_m + (1 - \alpha) S_{m-1}^{(i)}, \quad (1)$$

式中, x_m 为 m 时间序列的实测桥梁技术状况值; $S_m^{(i)}$ 为 m 时间序列的 i 次平滑值. 而三次 ES 法的预测模型^[24]如式(2)–(5)所示:

$$\hat{x}_{m+M} = a_m + b_m M + c_m M^2, \quad (2)$$

$$a_m = 3S_m^{(1)} - 3S_m^{(2)} + S_m^{(3)}, \quad (3)$$

$$b_m = [\alpha/2 \cdot (1 - \alpha)^2] \cdot [(6 - 5\alpha)S_m^{(1)} - 2(5 - 4\alpha)S_m^{(2)} + (4 - 3\alpha)S_m^{(3)}], \quad (4)$$

$$c_m = \frac{\alpha^2}{2(1 - \alpha)^2} (S_m^{(1)} - 2S_m^{(2)} + S_m^{(3)}), \quad (5)$$

式中, a_m, b_m, c_m 均为预测系数.

用 L-M (Levenberg-Marquardt) 算法迭代去找寻平滑系数 α 的值^[25]. 即求解如式(6)的非线性优化问题:

$$\min_{\alpha} \psi(\alpha) = \min_{\alpha} \sum_{m=1}^n \varphi_m^2(\alpha) = \min_{\alpha} \sum_{m=1}^n (x_m - \hat{x}_m(\alpha))^2, \quad (6)$$

式中, $\hat{x}_m(\alpha)$ 为模型预测值.

1.2 Markov 链

Markov 过程可视为自动机, 以特定的概率在各状态间进行跳转. 假设随机过程和状态空间分别为 $\{X_n (n = 0, 1, 2, \dots, N)\}$ 和 $S = \{S_0, S_1, \dots, S_k\}$, 如果 X_n 仅仅依赖于 X_{n-1} 而与之前的 X_{n-1} 无关. 则 $P\{X_n = S_k | X_{n-1} = S_{k-1}, X_{n-2} = S_{k-2}, \dots, X_0 = S\} = P\{X_n = S_k | X_{n-1} = S_{k-1}\}$, 即随机过程 X_n 称为 Markov 链.

对于状态划分方法, 拟采用有序聚类法^[26], 其基本思想为方差分析, 对 $k = 1, 2, \dots, n$ 所有的最优分类进行计算, 绘制损失函数曲线, 根据曲线拐点确定最优分类数 k .

1.3 D-S 证据理论

D-S 证据理论是一种在概率论基础上扩展基本事件空间为基本事件幂集的数学框架, 其中基本事件也被称为识别框架. 在建立识别框架时, 基于 Mass 函数为各命题分配概率, 从而得到各命题的基本概率数, 即作为一种表示所得证据.

① 识别框架

所有互不相容的基本命题组成一个集合, 表示对某一个问题的所有可能答案, 但是集合中仅一个答案满足问题的要求. 记此集合 Ω 为识别框架, 则幂集为 2^Ω .

② Mass 函数

任何一个属于识别框架 Ω 的命题 A , 若函数 $m: 2^\Omega \rightarrow [0, 1]$ 满足 $(m(\emptyset) = 0) \cap \left(\sum_{A \subset U} m(A) = 1\right)$, 则为 Mass 函数或 m 为 Ω 上的基本概率分配函数, 基本概率数 $m(A)$ 反映对 A 的信任度大小.

③ Dempster 合成规则

$$(m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n)(A) = \frac{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n} \prod_{i=1}^n m_i(A_i)}{K}, \quad (7)$$

式中, K 为归一化因子, $1 - K$ 反映了证据的冲突程度,

$$K = \sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset} \prod_{i=1}^n m_i(A_i). \quad (8)$$

1.4 构建桥梁性能退化的组合预测模型

① 确定新的预测原始数据序列

利用 ES 法所得桥梁技术状况实际值和预测值的相对误差序列, 作为新的预测原始数据并以此建立 Markov 链预测模型.

② 构建识别框架和基本概率分配函数

对相对误差序列进行分类处理以确定状态空间和分类区间, 所有的状态构成识别框架 Ω ; 在幂集上构造基本概率分配函数并计算与相对误差序列对应的基本概率数.

③ 求解转移概率矩阵和状态概率分布

根据基本概率数,利用式(9)计算一步状态转移概率 $P_1 = (p_{ij})_{i,j \in 2^{\Omega}}$, p_{ij} 表示在 Markov 链中,状态 i 到状态 j 的转移概率,其表达式为

$$p_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (f(i)_t \cdot f(j)_{t+1})}{\sum_{j \in 2^{\Omega}} \sum_{t=1}^{n-1} (f(i)_t \cdot f(j)_{t+1})}, \quad i \in 2^{\Omega}, \tag{9}$$

式中, $f(i)_t$ 和 $f(j)_{t+1}$ 分别表示在 t 和 $t + 1$ 时刻,状态 i 和状态 j 的基本概率数, n 是序列长度。

全部由元素 p_{ij} 组成的矩阵 P_1 , 若初始状态概率分布 $m_0 = m(i), i \in 2^{\Omega}$, 对于齐次 Markov 链, 未来第 n 期的状态概率分布为

$$m_n = m_0 P_1^n. \tag{10}$$

④ 确定修正因子及修正预测结果

假设由 m_n 得到的状态处于 S_i, i 状态的区间为 $[a_{i-1}, a_i]$, 则取区间的中值 ε_i 作为修正因子, 若 ES 的预测值为 x_i , 则修正后的预测值 \hat{x}_i 为

$$\hat{x}_i = \frac{x_i}{1 - \varepsilon_i}. \tag{11}$$

1.5 验证模型精度和稳定性

预测模型精度划分标准如表 1 所示。

表 1 预测模型精度等级

Table 1 Prediction model accuracy levels

accuracy class	average relative error Δ	posterior difference ratio C
class 1	0.01	$C \leq 0.35$
class 2	0.05	$0.35 < C \leq 0.50$
class 3	0.10	$0.50 < C \leq 0.60$
class 4	0.20	$C > 0.65$

① 平均相对误差

$$\Delta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{|\varepsilon(k)|}{x(k)} \times 100\%. \tag{12}$$

② 后验差

$$C = \frac{S_2}{S_1}, \tag{13}$$

式中, $\varepsilon(k)$ 为桥梁技术状况值序列的残差, S_1 为原始数据序列的标准差, S_2 为相对值数列的标准差。

为了表征模型的稳定性,引入标准差 s 和变异系数 σ : 标准差是体现数据离散程度的一个量;变异系数是概率分布离散程度的归一化量度,若变异系数大于 15%, 则要考虑该数据可能不正常.标准差和变异系数的定义如式(14)、(15)所示:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \bar{\hat{x}})^2}{n - 1}}, \tag{14}$$

$$\sigma = \frac{s}{\bar{\hat{x}}}, \tag{15}$$

式中, $\bar{\hat{x}}$ 为桥梁结构服役 n 年的性能平均值。

D-S 理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化预测具体步骤如图 1 所示。

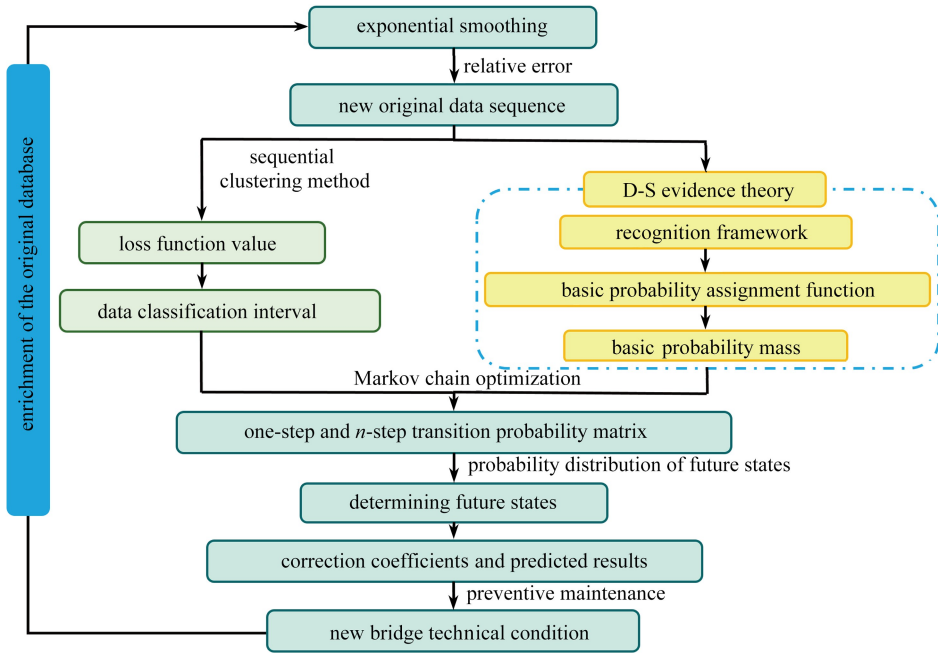


图1 D-S理论和Markov链组合的桥梁性能退化预测流程

Fig. 1 The combination prediction process of bridge performance degradation based on the D-S theory and the Markov chain

2 工程应用及验证

以文献[27]中某大桥为例进行验证,利用桥梁服役前15年的技术状况检测数据验证本文模型的优越性,从而确定桥梁性能退化规律。

2.1 构建新的原始数据序列及Markov链模型

对平滑系数的选取,采用L-M算法进行迭代运算,使其达到最小绝对误差平方和的要求。给定 $\alpha = 0.30$,应用L-M算法进行优化处理,迭代结果为0.48。取 $\alpha = 0.30, 0.48, 0.6, 0.8$ 和0.95,计算其绝对误差平方和,不同平滑系数 α 和 $\psi(\alpha)$ 的对比如图2所示。

图2为平滑系数和绝对误差平方和的数据对比,分析表明,不同的平滑系数对应不同的绝对误差平方和,但是当平滑系数 $\alpha = 0.48$ 时,基于ES法的预测值与实际值的绝对误差平方和为5.0634,达到最小值,此时非线性问题式(6)得到最优解,说明L-M算法对于平滑系数的选取是正确且实用的。桥梁技术状况实际值、利用ES法得到的预测值及其相对误差如表2所示。我们基于有序聚类法对相对误差进行状态划分以找寻类数和分类区间,计算不同分类数下的损失函数值并绘制成曲线,如图3所示。

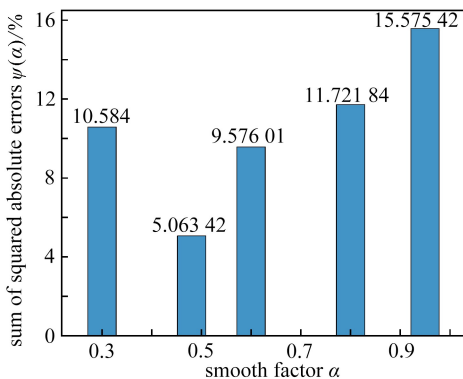


图2 不同平滑系数下绝对误差平方和对比

Fig. 2 The absolute error square sum comparison under different smoothing coefficients

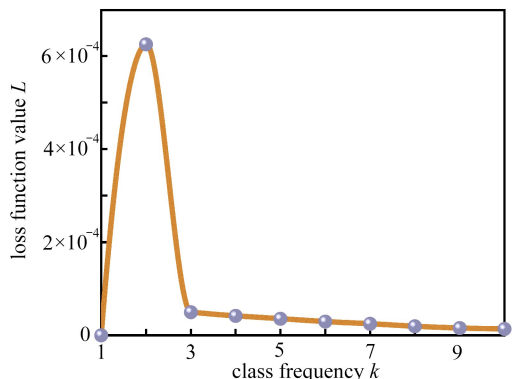


图3 损失函数值曲线

Fig. 3 The loss function value curve

表 2 基于 ES 法预测桥梁技术状况
Table 2 Prediction of bridge technical conditions based on the ES method

age m/a	scores	$S_m^{(1)}$	$S_m^{(2)}$	$S_m^{(3)}$	a_m	b_m	c_m	prediction	relative error $R/\%$
1	100	100	100	100	100	0	0	100	0
2	98.1	99.088 0	99.562 2	99.789 9	98.367 2	-0.998 1	-0.105 1	100.00	1.94
3	96.5	97.845 8	98.738 3	99.285 1	96.607 4	-1.609 6	-0.147 3	97.264	0.79
4	95.8	96.863 8	97.838 6	98.590 8	95.666 5	-1.405 4	-0.094 8	94.851	-0.99
5	95.2	96.065 2	96.987 3	97.821 1	95.054 6	-1.052 0	-0.037 6	94.166	-1.09
6	94.3	95.217 9	96.138 0	97.013 2	94.252 9	-0.951 3	-0.019 1	93.965	-0.36
7	93.4	94.345 3	95.277 5	96.180 1	93.383 5	-0.927 8	-0.012 6	93.282	-0.13
8	92.1	93.267 6	94.312 7	95.283 8	92.148 2	-1.133 3	-0.031 6	92.443	0.37
9	90.4	91.891 1	93.150 4	94.259 7	90.482 0	-1.502 9	-0.063 8	90.983	0.65
10	89.3	90.647 4	91.948 9	93.150 5	89.245 9	-1.428 5	-0.042 6	88.915	-0.43
11	88.1	89.424 6	90.737 3	91.992 2	88.054 3	-2.013 7	-0.024 6	87.775	-0.37
12	87.8	88.644 8	89.732 9	90.907 7	87.643 5	-0.807 3	0.037 0	86.016	-2.03
13	86.6	87.663 3	88.739 5	89.867 0	86.638 4	-0.876 9	0.021 9	86.873	0.32
14	85.4	86.576 9	87.701 5	88.827 5	85.453 9	-1.034 6	0.000 7	85.783	0.45
15	84.6	85.628 0	86.706 2	87.809 3	84.574 7	-0.938 7	0.010 6	84.420	-0.21
16	82.8	-	-	-	-	-	-	83.647	1.02
17	81.1	-	-	-	-	-	-	82.740	2.02
18	80.2	-	-	-	-	-	-	81.854	2.06
19	79.1	-	-	-	-	-	-	80.990	2.39
20	78.0	-	-	-	-	-	-	80.146	2.75

图 3 为损失函数数值曲线图.随着类数的变化,损失函数值先增大再减小,类数为 2 时达到最大.2、3 类时下降速度较快,3~10 类时下降缓慢.拐点在类数为 3 时,损失函数值逐渐趋于平缓,因此将 15 个样本数据分成三类并计算每个分割点,区间划分为 $E_1[-2.03\%, -0.99\%]$, $E_2(-0.99\%, 0.45\%)$ 和 $E_3[0.45\%, 1.94\%]$.由状态划分计算桥梁技术状况的一步状态转移概率矩阵为

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.333 3 & 0.666 7 & 0 \\ 0.125 0 & 0.500 0 & 0.375 0 \\ 0.250 0 & 0.500 0 & 0.250 0 \end{bmatrix},$$

计算得到二、三、四和五步状态转移概率矩阵分别是 P_2, P_3, P_4 和 P_5 .

假设算例桥梁服役 15 年时处于 E_2 状态,则计算可以得到:此桥梁服役 16 年时状态概率分布为 $m_1 = (0.125 0, 0.500 0, 0.375 0)$,结果表明,桥梁服役 16 年的技术状况相对误差处于状态 E_2 .同理可得,桥梁服役 16~20 年的相对误差均处于 E_2 状态,状态 E_2 对应的相对误差的区间范围为 $-0.99\% < \varepsilon < 0.45\%$,

$$\varepsilon_2 = \frac{-0.99\% + 0.45\%}{2} = -0.27\%,$$

$$\hat{x}_{16} = \frac{83.647}{1 - (-0.27\%)} = 83.421.$$

同理可得 17~20 年预测值分别为 82.517, 81.634, 80.771 和 79.930.

2.2 D-S 理论和 Markov 链的组合预测模型

2.2.1 D-S 证据理论

在得到的原始数据基础上,我们依据算例中桥梁相对误差序列和 D-S 理论,构建识别框架 $\Omega = \{a, b, c\}$,即 Ω 的幂集 $2^\Omega = \{a, ab, b, bc, c\}$,如图 4 状态集合示意图所示.在获得相对误差序列的基础上,利用 D-S 证据理论建立识别框架,继而得到幂集 2^Ω ,表示某一状态下的相对误差区间,如状态 $\{a\}$ 表示相对误差小于 -2.0% .在识别框架幂集 2^Ω 的基础上构建基本概率分配函数,记为 $f(x), x \in 2^\Omega$,此函数表示概率分配.当 $-2.0\% \leq \Phi \leq -1.5\%$ 时,将 $200(-0.015 - \Phi)$ 的概率分配给状态 $\{a\}$, $200(0.02 - \Phi)$ 的概率分配给

状态 $\{ab\}$:

$$\begin{cases}
 f(a) = \begin{cases} 1, & \Phi < -2.0\%, \\ 200(-0.015 - \Phi), & -2.0\% \leq \Phi \leq -1.5\%, \\ 0, & \Phi > -1.5\%, \end{cases} \\
 f(ab) = \begin{cases} 0, & \Phi < -2.0\%, \\ 200(0.02 - \Phi), & -2.0\% \leq \Phi < -1.5\%, \\ 200(-0.01 - \Phi), & -1.5\% \leq \Phi \leq -1.0\%, \\ 0, & \Phi > -1.0\%, \end{cases} \\
 f(b) = \begin{cases} 0, & \Phi < -1.5\%, \\ 200(\Phi + 0.015), & -1.5\% \leq \Phi < -1.0\%, \\ 1, & -1.0\% \leq \Phi < 0\%, \\ 200(0.005 - \Phi), & 0\% \leq \Phi \leq 0.5\%, \\ 0, & \Phi > 0.5\%, \end{cases} \\
 f(bc) = \begin{cases} 0, & \Phi < 0\%, \\ 200\Phi, & 0\% \leq \Phi < 0.5\%, \\ 200(0.01 - \Phi), & 0.5\% \leq \Phi \leq 1.0\%, \\ 0, & \Phi > 1.0\%, \end{cases} \\
 f(c) = \begin{cases} 0, & \Phi < 0.5\%, \\ 200(\Phi - 0.005), & 0.5\% \leq \Phi \leq 1.0\% \\ 1, & \Phi > 1.0\%. \end{cases}
 \end{cases} \tag{16}$$

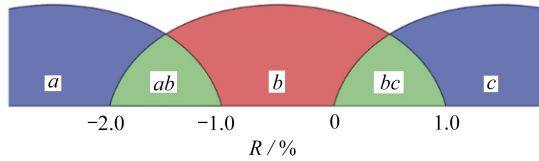


图4 状态集合

Fig. 4 The state collection

根据所搭建的基本概率分配函数,将桥梁技术状况相对误差序列代入式(16)计算所得基本概率数如表3所示。

表3 基本概率数

Table 3 Basic probabilities

serial number	1	2	3	4	5	6	7	8
relative error $R/\%$	0	1.94	0.79	-0.99	-1.09	-0.36	-0.13	0.37
$f(a)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$f(ab)$	0	0	0	0	0.18	0	0	0
$f(b)$	1	0	0	1	0.82	1	1	0.26
$f(bc)$	0	0	0.42	0	0	0	0	0.74
$f(c)$	0	1	0.58	0	0	0	0	0
serial number	9	10	11	12	13	14	15	
relative error $R/\%$	0.65	-0.43	-0.37	-2.03	0.32	0.45	-0.21	
$f(a)$	0	0	0	1	0	0	0	
$f(ab)$	0	0	0	0	0	0	0	
$f(b)$	0	1	1	0	0.36	0.1	1	
$f(bc)$	0.7	0	0	0	0.64	0.9	0	
$f(c)$	0.3	0	0	0	0	0	0	

2.2.2 计算状态转移概率矩阵

根据式(9)得到一步状态转移概率矩阵为

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.360 & 0 & 0.640 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.132 & 6 & 0.023 & 9 & 0.535 & 3 & 0.165 & 3 & 0.143 & 0 \\ 0 & 0 & 0.612 & 9 & 0.321 & 8 & 0.065 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.468 & 1 & 0.223 & 4 & 0.308 & 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

假设桥梁服役 15 年时处于状态 $\{b\}$, 则桥梁技术状况相对误差序列的初始状态概率分布 $m_0 = (0, 0, 1, 0, 0)$. 由式(10)计算 16 年时的状态概率分布 $m_1 = (0.132\ 6, 0.023\ 9, 0.535\ 3, 0.165\ 3, 0.143\ 0)$, 因此相对误差序列处于状态 $\{b\}$. 同理, 桥梁服役 16~20 年的技术状况相对误差序列均在状态 $\{b\}$.

2.2.3 确定修正因子及修正预测结果

由图 4 可得到状态 $\{b\}$ 的基本概率分配函数所对应的区间为 -1.0% 至 0%, 则桥梁服役 16~20 年的模型修正因子 $\varepsilon_b = -0.5\%$. 采用 ES 法得到桥梁服役 16~20 年的预测值分别是 83.647, 82.740, 81.854, 80.990 和 80.146. 由式(11)计算得

$$\hat{x}_{16} = \frac{83.647}{1 - (-0.5\%)} = 83.230,$$

同理可以得到 $\hat{x}_{17} = 82.328, \hat{x}_{18} = 81.447, \hat{x}_{19} = 80.587, \hat{x}_{20} = 79.747$.

2.3 评估模型精度和稳定性

本文预测模型与回归、灰色和模糊加权 Markov 链模型^[27]进行比较.

图 5 为桥梁服役 16~20 年间不同模型的相对误差对比. 整体而言, 基于 D-S 理论和 Markov 链组合模型的曲线在最低端, 其相对误差最小, 16 年时, 相对误差为 0.52%, 即此模型精度分别比回归、灰色和模糊加权 Markov 链模型提高了 1.5%, 1.19% 和 3.87%, 相较于其余模型精度提升并不算很高, 这是因为桥梁技术状况的范围是 1~100, 预测值与原始数据之间变化小, 相对误差本身就小. 对于单条曲线, 基本都是先变化再趋于平稳, 本文模型相对误差先略有增长, 从 0.52% 变到了 1.51%, 随后增长的速度低于服役 16~17 年的增长速度, 至桥梁结构服役 20 年增长至 2.24%, 渐渐趋于稳定. 尽管桥梁不同服役年限相对误差不同且略微增长, 但误差并不是特别大, 在合理的预测误差范围之内. 分析表明, 基于 D-S 理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化模型精度最高, 计算效率也高.

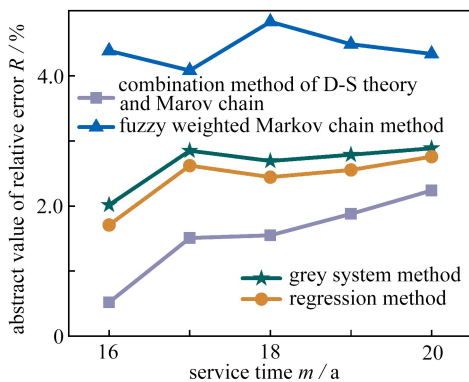


图 5 桥梁服役 16~20 年不同模型的相对误差
Fig. 5 Relative errors of different models for bridges in service for 16~20 years

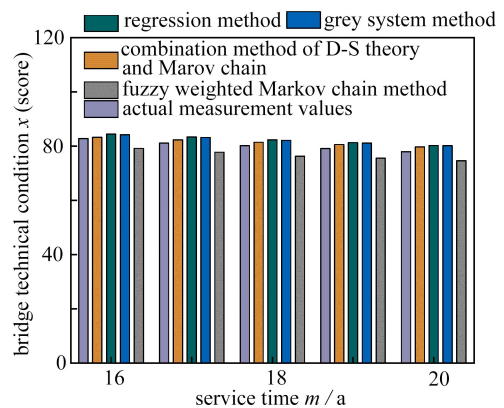


图 6 桥梁服役 16~20 年不同模型的桥梁技术状况
Fig. 6 Bridge technical conditions from different models in service for 16~20 years

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本, 后同.

图 6 为桥梁服役 16~20 年间不同模型桥梁技术状况的预测值. 可以看到 D-S 理论和 Markov 链组合模型的预测值与实际检测值的差异最小, 16 年时, 预测值为 83.23, 而实际值为 82.8, 相差 0.43, 相较于回归模型

(84.470)、灰色模型(84.216)和模糊加权 Markov 链模型(79.168)的预测值,本文模型相差最少.同时,本文预测模型 17~20 年预测值分别为 82.328,81.447,80.587 和 79.747,服役每年的预测值均比其他模型更接近实际值,预测过程波动符合桥梁退化的规律.因此,D-S 理论和 Markov 链组合模型对桥梁性能退化预测最为准确,也最为贴近桥梁技术状况的实际值和变化程度.

根据式(12)和(13)分别计算各模型桥梁服役 16~20 年的平均相对误差 Δ 后验差比值 C .

图 7 是对不同模型的平均相对误差进行对比.分析表明,不同模型的平均相对误差即精度是不同的,也是区分模型好坏的关键.D-S 理论和 Markov 链组合模型的平均相对误差最小,为 1.54%,相比于回归模型(2.65%)、灰色模型(2.42%)和模糊加权 Markov 链模型(4.34%),其精度分别提高了 1.11%,0.88%和 2.8%.引入 D-S 理论优化模型,克服了 ES 法和 Markov 链单一方法的局限性,使得预测精度得以提升,模型对桥梁技术状况的预测更具有适用性.

图 8 对比了后验差比值 C .分析不同模型所落在的精度等级区域不一样,其 C 值也是不同的.D-S 理论和 Markov 链组合模型的 C 为 0.242,其比回归模型、灰色模型和模糊加权 Markov 链模型分别小 0.123,0.025 和 0.280.结合图 7,虽然平均相对误差均小于 5%,所有模型精度均属于一、二级,这是桥梁技术状况值的局限性所致,同时对于后验差比值,D-S 理论和 Markov 链组合模型和灰色模型属于一级,回归模型为二级,模糊加权 Markov 链模型为三级.综上所述,本文预测模型精度为一级,预测精度最高,对桥梁性能退化预测最准确,通过比较平均相对误差和后验差比值 C ,验证了模型的准确性和优越性.

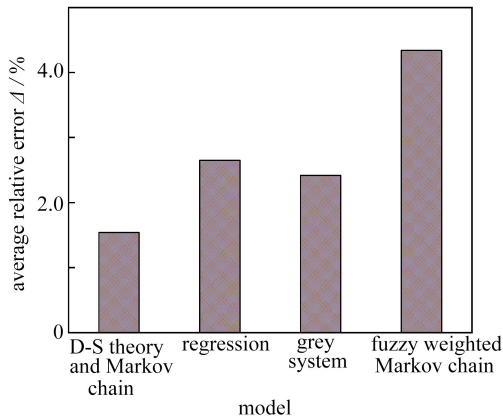


图 7 不同模型的平均相对误差比较

Fig. 7 The average relative error comparison between different models

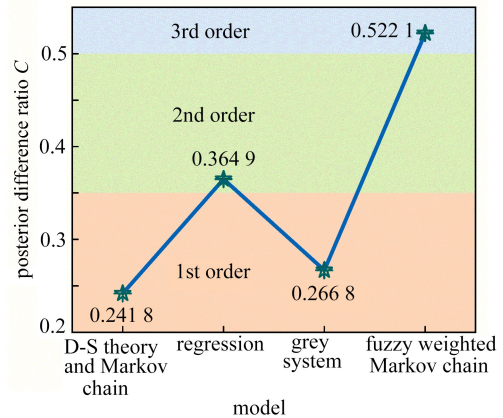


图 8 不同模型的后验差比值 C 对比

Fig. 8 Comparison of posterior error ratio C values of different models

根据文献[27]桥梁服役前 20 年的检测数据,本文基于 D-S 理论和 Markov 链组合模型、回归模型、灰色模型和模糊加权 Markov 链模型分别预测 35 年的桥梁技术状况曲线,如图 9 所示,其标准差和变异系数如图 10 所示.

图 9 为桥梁服役 35 年不同模型的预测曲线.分析结果表明:回归、灰色和模糊加权 Markov 链模型所得预测曲线之间差异不大,几乎呈线性趋势,然而,实际桥梁在服役期间的性能退化速度并不一致,不符合单一的预测规律.因此,这些模型的预测稳定性和适用性相对较差.本文模型预测所得曲线比较平滑,斜率时有变化,先增大后减小,减小可能是由于桥梁结构在某年进行了预防维护,延缓了桥梁性能退化的速度.因此,D-S 理论和 Markov 链的组合预测曲线平滑,符合桥梁性能退化规律.

图 10 为桥梁服役前 35 年不同模型预测值的标准差 s 和变异系数 σ 的比较.D-S 理论和 Markov 链组合模型的标准差为 9.021,变异系数为 0.109,本文模型标准差皆比回归、灰色和模糊加权 Markov 链模型小,分别减小了 3.978,3.405 和 7.500,变异系数分别减小了 0.053,0.046 和 0.098.分析表示本文模型预测的桥梁技术状况曲线的离散程度小,模型稳定性强,同时其他三种模型的变异系数均超过 15%,其预测的数据中存在异常值,因此,基于 D-S 理论和 Markov 链组合预测模型的稳定性强,预测数据的离散性好.

综上所述,本文通过对比不同模型的相对误差值、平均相对误差和后验差比值 C ,以及桥梁服役 35 年间

预测值的曲线平滑度、标准差 s 和变异系数 σ , 并结合桥梁性能退化规律进行了分析对比。结果表明, 基于 D-S 理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化预测模型精度最高、稳定性最好, 具有良好的可操作性和适用性。

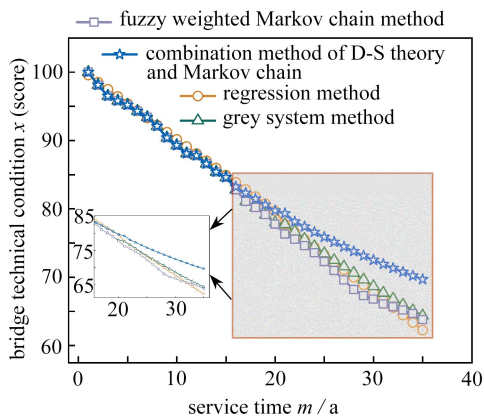


图 9 桥梁服役 35 年预测曲线平滑比较

Fig. 9 The smooth comparison of prediction curves of bridges in service for 35 years

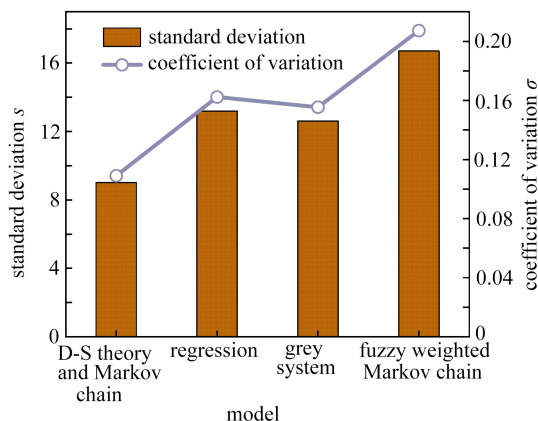


图 10 不同模型稳定性对比

Fig. 10 The comparison of stability of different models

3 桥梁性能退化规律

3.1 桥梁性能退化率

为了研究桥梁性能退化速度, 采用桥梁性能退化率表征, 即定义为 $t, t+i$ 年桥梁技术状况下降的数值与 t 年技术状况的比值, 数学表达式为

$$v = \frac{\hat{x}_t - \hat{x}_{t+i}}{\hat{x}_t} \times 100\%, \tag{17}$$

式中, v 为桥梁性能退化率, \hat{x}_t 和 \hat{x}_{t+i} 分别是 $t, t+i$ 年桥梁性能。

利用本文预测模型对桥梁服役 21~30 年的性能退化进行预测, 得到预测结果和桥梁性能退化率如图 11 所示。根据 D-S 理论和 Markov 链的组合模型以及我国《公路桥涵养护规范》(JTG 5120—2021), 对算例桥梁性能退化进行预测研究, 结果如图 12 所示。

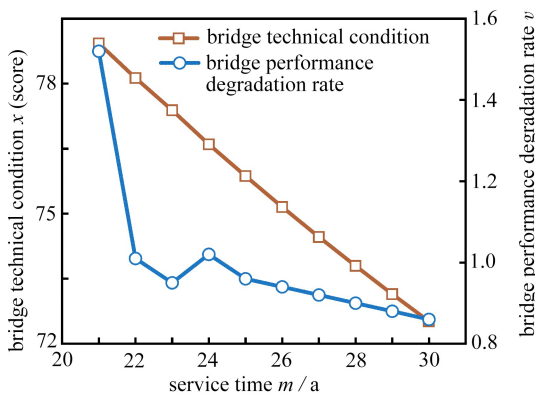


图 11 桥梁性能退化预测及退化率

Fig. 11 The bridge performance degradation prediction and degradation rates

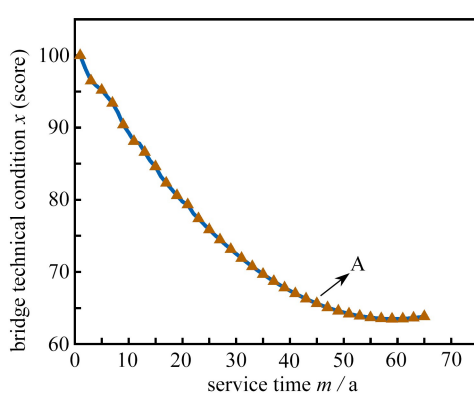


图 12 桥梁性能退化预测曲线

Fig. 12 The bridge performance degradation prediction curve

图 11 为桥梁服役 20~30 年间技术状况预测值和性能退化率变化图。可以看到桥梁服役 21~30 年间, 技术状况值从 78.930 分下降到 72.514 分, 桥梁性能退化了 6.416 分, 曲线基本趋于直线, 模型预测的平稳性良好, 预测值可信。桥梁性能退化率表征的是退化速度, 即桥梁性能退化的快慢。桥梁服役 21~30 年间, 其性能退化率曲线呈现不规则的变化, 总体上呈下降的趋势, 从 1.52% 变化到了 0.86%, 减小了 0.66%, 退化率的减

小是由于影响桥梁退化的某些因素达到了一定的峰值,退化速度就会变慢。在桥梁服役 21~25 年间,曲线下下降比较快,中间伴随着增大的迹象,服役 21~22 年,桥梁性能退化率曲线斜率最大,其性能退化率变化最快,从 1.52% 衰减到了 1.01%,说明这一年中桥梁性能退化速度在减缓;而桥梁服役 26~30 年期间,桥梁性能退化率变化曲线基本接近于一条直线,其斜率此时可以视为一个常量,退化率的变化趋于稳定。虽然总体上退化速度在变缓,这是因为某大桥才刚服役不久,各项结构均处于规范要求之内,桥梁性能退化的速度就会变缓。

图 12 为基于 D-S 理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化预测曲线。对其进行分析,观察桥梁性能退化的趋势和规律,并结合桥梁性能退化的实际情况确定桥梁服役 45 年是模型预测的适用年限。根据规范可知,桥梁服役 1~5 年技术状况值均处于一类,6~18 年均在二类及 19~45 年属于三类。桥梁性能退化曲线比较平滑,对桥梁服役 1~20 年实际值的拟合较好,对于 21 年以后的预测值也比较平顺,没有很明显的凸起点,表明了 D-S 理论和 Markov 链组合模型的预测效果好,模型平稳性良好。桥梁服役 1~35 年曲线近似趋近于直线,斜率较大,约为 0.891,说明桥梁性能退化较快,从 100 分退化到了 69.694 分。A 点之后斜率逐渐趋近于 0,更有桥梁性能退化曲线上升的趋势。所以,通过结合桥梁性能退化的实际情况和分析桥梁性能退化预测曲线,综合评估基于 D-S 理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化预测方法适用于中短期预测,桥梁服役 45 年为本文所提预测模型的适用年限。由于缺乏桥梁服役 45 年之后的实际检测数据,预测模型的精度在一定程度上仍存在不确定性。只有采用分析桥梁性能预测曲线和桥梁性能退化的实际情况结合的方法大概去找寻分界点。因此,在确定预测模型的适用年限时,需要在科学和学术的基础上,将模型的预测结果与实际情况相结合,综合评估模型的可靠性和适用性。此外,随着时间的推移,可以继续监测桥梁性能,并根据实际观测数据对预测模型进行进一步的优化和校准,以提高预测的准确性和可信度。

3.2 使用年限内桥梁性能退化规律

在得到桥梁使用年限内性能退化预测技术状况后,需要考虑桥梁性能退化的一般规律以及必要的维护。桥梁在维护过程中,分为预防维护和完全维护两种:完全维护就是瞬间提高桥梁性能,保证结构安全工作;预防维护则是减缓桥梁性能退化速度,即减小退化率,避免桥梁的安全状况出现问题。利用本模型预测算例桥梁 45 年的技术状况值,得到桥梁使用年限内的性能退化及维护情况,如图 13 所示。

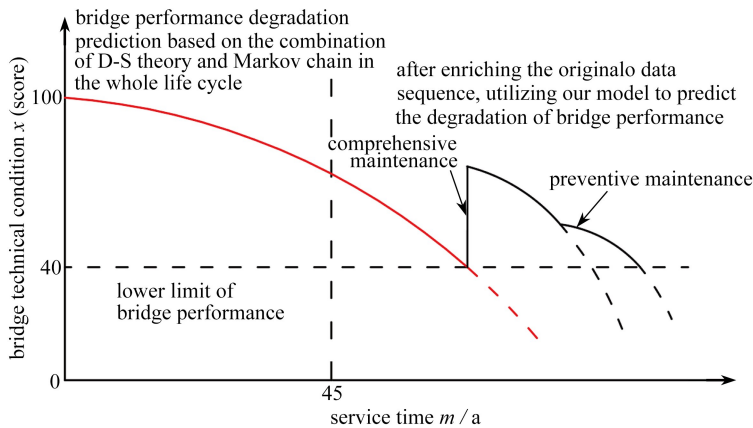


图 13 使用年限内性能退化及维护

Fig. 13 Performance degradation and maintenance of bridges during service lives

图 13 为桥梁服役过程中性能退化和维修加固曲线。桥梁服役 45 年是模型精度的一个分界,在此区间采用 D-S 理论和 Markov 链的组合模型,可以对桥梁使用年限内性能退化比较准确的预测,而在 45 年之后,此模型的预测精度会降低,从而达不到预测要求。 t_0 年进行了预防维护的维修加固,使得桥梁性能提升以减缓退化速度,在维修加固后,得到新的桥梁技术状况值后,依然可以使用该模型对使用年限内桥梁性能退化进行预测。当桥梁投入使用后,需要一直养护,才能够保证桥梁各构件的安全。根据规范将桥梁技术状况 40 分定为其性能下限值,因为小于 40 分变为四、五类桥梁,需要进行大修。在达到桥梁性能下限值之前,采用预防维修维护即可,而当超过桥梁性能下限值,则需要完全维护和预防维护相互统一、相互协调,保证桥梁结构在使用年限内的安全使用。

4 结 论

本文提出了 D-S 证据理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化预测模型和桥梁性能退化率的概念,结合实际工程主要得到了如下结论:

1) 使用不同模型对算例桥梁技术状况进行计算并进行了对比分析:桥梁服役 16~20 年间 D-S 理论和 Markov 链组合模型的平均相对误差和后验差分别是 1.54% 和 0.242,相较于回归、灰色和模糊加权 Markov 链模型,平均相对误差分别减少了 1.11%,0.88% 和 2.8%,后验差比值 C 分别减小了 0.123,0.025 和 0.280。因此,本文引入 D-S 证据理论克服了单一 ES 法和 Markov 链模型的缺点,使模型精度最高且处于一级状态,对桥梁性能退化的预测更为精确。

2) 基于 D-S 理论和 Markov 链组合模型,对算例桥梁进行建模计算并提出桥梁性能退化率的概念。在使用年限内,桥梁性能退化率是逐渐减小的,但减小的速度不一样。桥梁技术状况基本处于三类桥梁,形成的曲线逐渐平滑,标准差和变异系数分别为 9.021 和 0.109,相较于其他模型,标准差分别减少了 3.978,3.405 和 7.500,变异系数分别减小了 0.053,0.046 和 0.098。所以本文模型预测曲线的离散程度小,符合桥梁性能退化的规律且稳定性强,具有一定的适用性。

另外,本文提出的 D-S 证据理论和 Markov 链组合的桥梁性能退化预测模型适用于中短期预测,因为检测数据的局限性,若要知道桥梁的使用年限,需要更多的桥梁性能退化数据来不断完善预测模型。

参考文献 (References):

- [1] 黄侨,任远,许翔,等. 大跨径缆索承重桥梁状态评估的研究现状与发展[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, **49**(9): 1-9. (HUANG Qiao, REN Yuan, XU Xiang, et al. Research progress of condition evaluation for large span cable supported bridges[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2017, **49**(9): 1-9. (in Chinese))
- [2] 占玉林,斯睿哲,臧亚美. 混凝土桥梁耐久性 2020 年度研究进展[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2021, **43**(S1): 100-106. (ZHAN Yulin, SI Ruizhe, ZANG Yamei. State-of-the-art review of the durability of concrete bridges in 2020[J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2021, **43**(S1): 100-106. (in Chinese))
- [3] 彭容新,邱文亮,滕飞. 寒区近海混凝土桥梁性能衰退机理与损伤行为评估方法[J]. 中国公路学报, 2021, **34**(12): 129-146. (PENG Rongxin, QIU Wenliang, TENG Fei. Performance degradation mechanism and damage behavior evaluation method of concrete bridge in cold region marine environment[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2021, **34**(12): 129-146. (in Chinese))
- [4] 李宏男,董皓璐,李超. 基于全寿命周期抗震性能的桥梁结构维修决策方法研究进展[J]. 中国公路学报, 2020, **33**(2): 1-14. (LI Hongnan, DONG Haolu, LI Chao. Research progress on life-cycle performance-based seismic maintenance decision method for bridge structures[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2020, **33**(2): 1-14. (in Chinese))
- [5] FRANGOPOL D M, SABATINO D, DONG Y. Bridge life-cycle performance and cost: analysis, prediction, optimization and decision-making[J]. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2017, **13**(10): 1239-1257.
- [6] 包龙生,郝博,周诗梦,等. 基于中心点白化权函数的桥梁技术状况评定[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2019, **35**(1): 101-108. (BAO Longsheng, HAO Bo, ZHOU Shimeng, et al. Bridge technique condition assessment based on central point triangle whiten weight function[J]. *Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science)*, 2019, **35**(1): 101-108. (in Chinese))
- [7] 韩晋,杨岳,陈峰,等. 基于非等时距加权灰色模型与神经网络的组合预测算法[J]. 应用数学和力学, 2013, **34**(4): 408-419. (HAN Jin, YANG Yue, CHEN Feng, et al. Combination forecasting algorithm based on non-equal interval weighted grey model and neural network[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, **34**(4): 408-419. (in Chinese))
- [8] QIU Y J, AN S K, RAHMAN A, et al. Evaluation and optimization of bridge deck waterproof bonding system using multi-objective grey target decision method[J]. *Road Materials and Pavement Design*, 2020, **21**(7): 1844-1858.
- [9] MIAO P, LIU P. Prediction-based maintenance of existing bridges using neural network and sensitivity analysis[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2021, **2021**: 4598337.
- [10] 梁宗保,胡怡然,张凯. 桥梁健康监测信息的数据驱动处理方法研究[J]. 计算机技术与发展, 2013, **23**(10):

- 258-261. (LIANG Zongbao, HU Yiran, ZHANG Kai. Research of data drive processing method of bridge health monitoring information[J]. *Computer Technology and Development*, 2013, **23**(10): 258-261. (in Chinese))
- [11] 夏焯, 王鹏, 孙利民. 基于多源信息的桥梁网级评估方法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2019, **47**(11): 1574-1584. (XIA Ye, WANG Peng, SUN Limin. A condition assessment method for bridges at network level based on multi-source information[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2019, **47**(11): 1574-1584. (in Chinese))
- [12] WU Y, ZHANG L H, LIU H B, et al. Stress prediction of bridges using ANSYS soft and general regression neural network[J]. *Structures*, 2022, **40**(6): 812-823.
- [13] 张巧灵, 高淑萍, 何迪, 等. 基于时间序列的混合神经网络数据融合算法[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(1): 82-91. (ZHANG Qiaoling, GAO Shuping, HE Di, et al. A hybrid neural network data fusion algorithm based on time series[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(1): 82-91. (in Chinese))
- [14] CHOI Y, LEE J, KONG J. Performance degradation model for concrete deck of bridge using pseudo-LSTM [J]. *Sustainability*, 2020, **12**(9): 3848.
- [15] TAO W F, LIN P H, WANG N Y. Optimum life-cycle maintenance strategies of deteriorating highway bridges subject to seismic hazard by a hybrid Markov decision process model[J]. *Structural Safety*, 2021, **89**(1): 102042.
- [16] 代亮, 翟一鸣, 汪贵平. 自供电路侧单元能量-时延均衡分组调度策略[J]. 交通运输工程学报, 2020, **20**(2): 161-171. (DAI Liang, ZHAI Yiming, WANG Guiping. Packet scheduling scheme for energy-delay tradeoff in self-powered roadside units[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2020, **20**(2): 161-171. (in Chinese))
- [17] 时笑鹏. 中小跨径混凝土梁桥退化预测和维护策略研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2018. (SHI Xiaopeng. The degradation prediction and main-tenance strategy of medium & short span concrete girder bridges[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018. (in Chinese))
- [18] DIZAJ E A, PADGETT J E, KASHANI M M. A Markov chain-based model for structural vulnerability assessment of corrosion-damaged reinforced concrete bridges[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 2021, **379**(2203): 20200290.
- [19] FANG Y, SUN L. Developing a semi-Markov process model for bridge deterioration prediction in shanghai[J]. *Sustainability*, 2019, **11**(19): 5524.
- [20] HAN Z Y, ZHAO J, HENRY L, et al. A review of deep learning models for time series prediction[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2021, **21**(6): 7833-7848.
- [21] 张志姝, 高燕. 具有随机扰动和 Markov 切换的中立型耦合神经网络的自适应同步[J]. 应用数学和力学, 2020, **41**(12): 1381-1391. (ZHANG Zhishu, GAO Yan. Neutral form with random disturbance and Markov switching adaptive synchronization of coupled neural networks[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(12): 1381-1391. (in Chinese))
- [22] CHENG X, ZHOU J M, ZHAO X M. Safety assessment of vehicle behaviour based on the improved D-S evidence theory[J]. *IET Intelligent Transport Systems*, 2020, **14**(11): 1396-1402.
- [23] WANG H, GUO L, DOU Z, et al. A new method of cognitive signal recognition based on hybrid information entropy and DS evidence theory[J]. *Mobile Networks and Applications*, 2018, **23**(4): 677-685.
- [24] 于永堂, 郑建国, 张继文, 等. 基于卡尔曼滤波与指数平滑法融合模型的沉降预测新方法[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(S1): 127-131. (YU Yongtang, ZHENG Jianguo, ZHANG Jiwen, et al. Prediction of settlement based on fusion model of Kalman filter and exponential smoothing algorithm[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2021, **43**(S1): 127-131. (in Chinese))
- [25] 蒋艳辉. 基于指数平滑法与马尔科夫链的道路交通事故预测研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018. (JIANG Yanhui. Research of road traffic accident prediction based on exponential smoothing and Markov chain[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018. (in Chinese))
- [26] NEGIN A, MAHDI Z, LUDOVIC L. A sequential clustering method for the taxi-dispatching problem considering traffic dynamics[J]. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2020, **12**(4): 169-181.
- [27] 李健. 桥梁退化预测模型与最优维护管理决策研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2009. (LI Jian. Deterioration prediction model and optimal maintenance strategy for existing bridge[D]. Changsha: Hunan University, 2009. (in Chinese))