

剪切稀化流变特性对微通道中颗粒迁移的影响*

沈洋, 王企鲲, 刘唐京

(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

摘要: 该文采用“相对运动模型”对剪切稀化流体中的颗粒聚集现象进行了数值模拟, 为了解剪切稀化效应在微流体中对颗粒力学特性的影响, 对黏弹性流体和非黏弹性流体进行了剪切稀化的匹配. 研究表明, 剪切稀化特性可以明显改变颗粒的力学特性. 在非黏弹性流体中, 剪切稀化能导致颗粒的聚集位置向壁面移动, 并且对颗粒的聚集速度具有激励作用; 在黏弹性流体中, 剪切稀化效应的发生会伴随着流体弹性的降低, 从而导致颗粒由中心聚集转而在壁面聚集. 另外, 该文还观察到低剪切稀化且高弹性情况下颗粒惯性升力指向通道中心的现象.

关键词: 黏弹性流体; 颗粒聚集; 剪切稀化; 数值模拟

中图分类号: O359 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440326

Effect of Shear Thinning Rheological Properties on Particle Migration in Microchannels

SHEN Yang, WANG Qikun, LIU Tangjing

(School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, P.R.China)

Abstract: A relative motion model was used to numerically simulate the phenomenon of particle aggregation in shear thinning fluids. To understand the shear thinning effects on particle mechanical properties in microfluidics, the shear thinning matching was performed with viscoelastic and non-viscoelastic fluids. The research results indicate that, shear thinning characteristics can significantly alter the mechanical properties of particles. In non-viscoelastic fluids, shear thinning can cause the aggregation position of particles to move towards the wall, and has an incentive effect on the aggregation speed of particles. In viscoelastic fluids, the occurrence of shear thinning will bring a decrease of the fluid elasticity, resulting in particle convergence from the center to the wall.

Key words: viscoelastic fluid; particle aggregation; shear thinning; numerical simulation

0 引言

生物微流体控制技术发展迅速, 成为在精准控制颗粒和细胞等方面行之有效的工具. 通过利用微流控技术, 可以从异质性群体中分离^[1]或隔离罕见的细胞^[2], 这是早期诊断癌症、疟疾等致命疾病的关键步骤; 利用微流控技术也可以实现对血液精准控制, 从而分离血液成分, 如干细胞、富血小板血浆等, 用于治疗某些特

* 收稿日期: 2023-11-01; 修订日期: 2024-01-03

作者简介: 沈洋(1999—), 男, 硕士生(E-mail: 1025565890@qq.com);

王企鲲(1978—), 男, 副教授, 博士(通讯作者. E-mail: wangqk@usst.edu.cn).

引用格式: 沈洋, 王企鲲, 刘唐京. 剪切稀化流变特性对微通道中颗粒迁移的影响[J]. 应用数学和力学, 2024, 45(5): 637-650.

殊疾病^[3-4].被动微流体控制技术依赖于生物物理特性(大小、形状、可变形性等)而无需借助外力即可获得高浓度的分离样品^[5].惯性微流体和黏弹性微流体作为被动微流体控制技术中最突出代表,处理样板速度快,成本低、样本消耗少且灵敏度高,广泛应用于从生物学到生物医学各个领域^[6].

惯性微流体和黏弹性微流体之间的差别在于微流控装置使用的流体介质,黏弹性微流体不仅考虑了流体的惯性特性,还考虑了其弹性特性,与此同时,许多黏弹性流体中还存在不可忽略的剪切稀化特性^[7].对于应用于生物医学的微流体而言,这种流变特性在其中扮演着重要角色,对微通道中颗粒的行为有重大影响.深入了解剪切稀化效应可以帮助我们更好地了解以血液、细胞质等为代表的生物样品在通道内的行为,Li等^[8]研究了假塑性黄原胶(XG)溶液 Poiseuille 流中刚性颗粒通过直矩形微通道的运动,并试图通过考虑作用在粒子上的惯性力和弹性力的关系来解释其实验结果,结果表明,颗粒聚集点的数量和位置受 XG 溶液浓度等因素的强烈影响,对了解流体流变如何影响通道中颗粒聚集提供了巨大帮助.随着计算流体力学的广泛运用和算力的解放,许多学者开始利用数值模拟解决流动问题^[9-10].Hu 等对非弹性剪切稀化流体——幂律流体中颗粒运动进行了研究^[11],他们对多种形状颗粒在幂律流体通道流中的运动和平衡位置进行了探讨,同时对颗粒形状、幂律指数等因素对颗粒达到平衡位置所需的距离做出了评估.后续的研究中^[12],他们又探讨了 Reynolds 数和幂律指数等因素对长椭球和扁椭球的惯性迁移的影响,结果表明,具有高惯性的剪切变稀流体有利于将刚性颗粒快速聚焦到方形通道的平衡位置,其结果丰富了我们对于非 Newton 流体通道流中刚性颗粒聚集行为的理解,也为微流控设备中高效聚焦和控制颗粒提供了启示.以上研究中使用的数值模拟方法均为格子 Boltzmann 方法(lattice Boltzmann method, LBM),通过此方法能够获取颗粒在通道中的运动过程和轨迹,但却无法获取颗粒在流场中的各项力学参数,基于此,王企鲲等^[13-14]采用“相对运动模型”,对管道中颗粒的受力特性进行了数值研究,为管道内颗粒聚集的水动力学提供了有力的判断依据.

迄今为止,对于剪切稀化流体中颗粒聚集的水动力学研究仍存在空白^[15-16],尤其是剪切稀化效应在非黏弹性和黏弹性流体中对颗粒力学特性的影响机制.本文旨在探讨剪切稀化现象对颗粒聚集的机制和影响,采用“相对运动模型”对具备剪切稀化效应的流体中颗粒进行数值研究,系统地探讨了 Weissenberg 数、剪切稀化强度对颗粒受力特性的影响,以期对微流体领域的进一步发展提供有益的启示.

1 计算模型与计算方法

1.1 控制方程

本文涉及包含颗粒的管内流动,控制方程由不可压缩连续性方程和动量方程构成:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (2)$$

其中, \mathbf{u} 为速度矢量, ρ 为水的密度,取 1 000 kg/m³, p 为压力, t 为时间, $\boldsymbol{\tau}$ 为总应力张量,当管道内为黏弹性流体时,分为黏性应力张量 $\boldsymbol{\tau}^s$ 和弹性应力张量 $\boldsymbol{\tau}^p$, 即

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}^s + \boldsymbol{\tau}^p, \quad (3)$$

其中, $\boldsymbol{\tau}^s$ 由 Newton 内摩擦定律得出, $\tau_{ij}^s = \eta_s \dot{\gamma}_{ij} = 2\eta_s S_{ij} = \eta_s \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, η_s 为聚合物溶液中溶剂贡献的黏度, $\boldsymbol{\tau}^p$ 则通过附加弹性应力本构方程进行计算.

最常用的黏弹性流体本构方程包括 FENE-P、PTT 和 Giesekus 模型, FENE-P 模型通过引入聚合物分子链的最大拉伸长度来衡量聚合物分子链长度的限制,但倘若构象张量的轨迹超过最大值,引入的最大拉伸长度可能会导致数值的不稳定. PTT 和 Giesekus 模型都可以同时描述黏弹性流体的剪切稀化和弹性行为,相比于 Giesekus 模型, PTT 模型中含有多个参数来表述流体的复杂特性,而 Giesekus 模型仅包含流变因子 α 一个参数,因此,本文采用 Giesekus 模型对黏弹性流体部分进行研究.

Giesekus 模型的本构方程可以通过构象张量 C_{ij} 加以表征:

$$\frac{\partial C_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial C_{ij}}{\partial u_k} = C_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + C_{kj} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\lambda} (\alpha C_{ik} C_{kj} + (1 - \alpha) \delta_{ik} C_{kj} - \alpha C_{ik} \delta_{kj} - (1 - \alpha) \delta_{ij}), \quad (4)$$

其中, λ 为松弛时间, α 为迁移因子, C_{ij} 与弹性应力之间的关系如下:

$$\tau_{ij}^p = \frac{\eta_p}{\lambda}(C_{ij} - \delta_{ij}), \tag{5}$$

其中, η_p 为溶质-高分子聚合物对黏度的贡献; δ_{ij} 为 Dirac 函数(当 $i = j$ 时,其值为 1, 否则为 0).

另外,由于 Giesekus 流体本构方程具有双曲特性,允许弹性应力张量出现不连续的情况发生,尤其是在高 Weissenberg 数 (Wi) 的数值模拟计算中,会产生较大的弹性变形梯度从而导致计算发散, Sureshkumar 和 Beris^[17] 提出引入人工耗散项 $\kappa \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial C_{ij}}{\partial x_k} \right)$ 可以在一定程度上解决这一问题,因此,本文在本构方程中引入了人工耗散项以提高计算的稳定性,引入后本构方程如下:

$$\frac{\partial C_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial C_{ij}}{\partial u_k} = C_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + C_{kj} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\lambda}(\alpha C_{ik} C_{kj} + (1 - \alpha)\delta_{ik} C_{kj} - \alpha C_{ik} \delta_{kj} - (1 - \alpha)\delta_{ij}) + \kappa \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial C_{ij}}{\partial x_k} \right). \tag{6}$$

在实际的计算过程中^[18-19],人工耗散系数 κ 会影响计算的稳定性, κ 越小,则不足以起到抑制扰动、稳定计算的作用;反之若越大,数值计算过程会越稳定,但同时由于黏性耗散过多,会使计算结果偏离真实值.根据 Sureshkumar 等^[17] 的研究发现,当无量纲人工黏性项系数 $\kappa_c (\kappa/Uh)$ 在 0.01 的量级时,人工耗散项的影响即可忽略不计,因此本文计算过程中尽量控制 $\kappa_c \leq 0.01$, 即使在颗粒靠近壁面不易收敛的个别工况, κ_c 的值也不会超过 0.025.

控制方程采用双精度 CFD 计算,压力与速度的耦合采用 COUPLE 算法,压力方程和动量方程均采用三阶精度的 QUICK 格式离散.

1.2 计算模型

本文研究对象为微型长圆管道中运动的刚性球形颗粒,管道长度为 L , 直径为 D , 颗粒直径为 d , 如图 1 所示.当颗粒在管道内运动时,其过程是非定常的,常用的用于研究颗粒聚集的方法有六自由度法和格子 Boltzmann 法,以获取颗粒在聚集过程中的运动轨迹.然而,使用非定常的方法需要消耗大量计算资源,因此本文使用相对运动模型将复杂的非定常流场转化为较为简单的准定常问题,节省大量时间的同时还可以获取颗粒所受升力的空间分布,对量化颗粒聚集现象做出了深入的探讨.

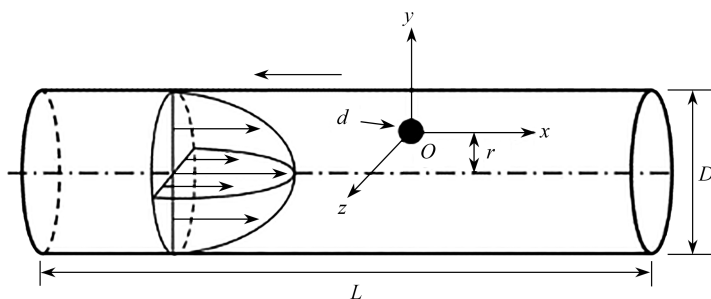


图 1 计算模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the calculation model

相对运动模型在计算时会将运动中的颗粒视做参照物,在边界条件的设置上:进口为相对均匀来流,出口为压力出口,管壁和颗粒壁面分别设置成平移壁面和旋转壁面,其中构象张量 C_{ij} 的边界条件采用 $\partial C_{ij} / \partial n = \mathbf{0}$ 做近似处理.当颗粒稳定运动时,仅存在以球心为中心的旋转,而管道的壁面则以大小相同的速度沿着反方向运动.因此,确定颗粒稳定时的平移速度及旋转速度在相对运动模型中极为重要.判定颗粒稳定运动的标准在于颗粒沿流动方向 (x 方向)的合力以及自身绕旋转轴的转矩是否为零量阶,计算方法如下:

x 方向的合力为

$$F_D = \mathbf{e}_x \cdot \oint_{\Sigma} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS; \quad (7)$$

颗粒转矩为

$$M = \mathbf{r} \times \oint_{\Sigma} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (8)$$

其中, \mathbf{e}_x 表示 x 方向上的单位向量, \mathbf{r} 为有颗粒中心指向颗粒表面的矢径, Σ 表示颗粒表面, $\boldsymbol{\tau}$ 为应力张量, \mathbf{n} 为颗粒的单位外法线向量. 当颗粒运动稳定时, 其周围流场变为准定常, 大大简化了计算.

管道内的颗粒在径向受到的升力计算方式如下:

$$F_L = \mathbf{e}_y \cdot \oint_{\Sigma} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (9)$$

其中, \mathbf{e}_y 表示 y 方向上的单位向量, 当颗粒所处溶液为黏弹性流体时, 升力还将分为惯性升力和弹性升力:

$$F_{L_i} = \mathbf{e}_y \cdot \oint_{\Sigma} \boldsymbol{\tau}^s \cdot \mathbf{n} dS = \oint_{\Sigma} [\tau_{yx}^s n_x + (-p + \tau_{yy}^s) n_y + \tau_{yz}^s n_z] dS, \quad (10)$$

$$F_{L_e} = \mathbf{e}_y \cdot \oint_{\Sigma} \boldsymbol{\tau}^p \cdot \mathbf{n} dS = \oint_{\Sigma} (\tau_{yx}^p n_x + \tau_{yy}^p n_y + \tau_{yz}^p n_z) dS. \quad (11)$$

为了方便下文讨论和分析, 本文定义以下无量纲参数:

Reynolds 数 Re :

$$Re = \frac{\rho V D}{\eta_0}, \quad (12)$$

其中, ρ 为流体密度, V 为管内流体平均流速, D 为管道直径, η_0 为流体零剪切黏度, Newton 流体中 η_0 为流体动力黏度. 本文所研究工况中, Re 均为 5.

Weissenberg 数 Wi :

$$Wi = \lambda \frac{V}{D}, \quad (13)$$

其中, λ 为黏弹性流体的松弛时间.

升力系数 C_{F_L} :

$$C_{F_L} = \frac{F_L}{\rho V^2 d^4 / D^2}, \quad (14)$$

其中, F_L 为颗粒所受到的升力, d 为颗粒直径.

无量纲径向位置:

$$r^+ = \frac{r}{R}, \quad (15)$$

其中, r 表示颗粒中心到管道中心的距离, R 为圆形管道的半径.

第一法向应力差系数 ψ_1 :

$$\psi_1 = \frac{N_1}{\eta_p \dot{\gamma}} = \frac{\tau_{xx} - \tau_{yy}}{\eta_p \dot{\gamma}}, \quad (16)$$

其中, τ_{xx}, τ_{yy} 表示流场中 x 方向和 y 方向的正应力, $\dot{\gamma}$ 为流体的剪切速率 (s^{-1}).

1.3 流变模型讨论

Giesekus 流体模型稳态剪切黏度的归一化表达式如下^[20]:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \beta + (1 - \beta) \frac{(1 - f)^2}{1 + (1 - 2\alpha)f}, \quad (17)$$

$$f = \frac{1 - \Lambda}{1 + (1 - 2\alpha)\Lambda}, \quad (18)$$

$$\Lambda^2 = \frac{\sqrt{1 + 16\alpha(1 - \alpha)(\lambda \dot{\gamma})^2} - 1}{8\alpha(1 - \alpha)(\lambda \dot{\gamma})^2}, \quad (19)$$

其中, f, Λ 是为了简化式(17)所引入的代数符号, η 为溶液的表观黏度, β 为溶剂黏度比, 表示溶剂黏度 η_s 与溶液黏度 η_0 之比. 由上式可知, 当流体剪切速率趋近于无穷时, 表观黏度 η 趋近于溶剂黏度 η_s .

在非黏弹性剪切稀化流体中, 由于幂律模型在低剪切速率和高剪切速率情况下无法表现稳定的剪切稀化特性, 本文采用更加贴合实际的 Carreau 模型来描述非黏弹性剪切稀化流体, 同时利用 Carreau 模型对 Giesekus 流体的剪切稀化效果进行拟合, 以此来获取具备相同剪切稀化效果的溶液. Carreau 模型的本构方程如下:

$$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) [1 + (k\dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2}, \tag{20}$$

其中, η_∞ 和 η_0 分别为流体的无限剪切黏度和零剪切黏度 ($\text{Pa}\cdot\text{s}$); k 为模型中的时间常数; n 为幂律指数. 本文将零剪切黏度 η_0 和无限剪切黏度 η_∞ (η_s) 无量纲化, 引入无量纲表观黏度 η^* , 以便能更好地拟合剪切稀化曲线:

$$\eta^* = \frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty}. \tag{21}$$

引入 η^* 后, 式(17)、(20)可以简化成:

$$\eta^* = \frac{(1-f)^2}{1 + (1-2\alpha)f}, \tag{22}$$

$$\eta^* = [1 + (k\dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2}. \tag{23}$$

相比于式(17)、(20), 式(22)、(23)通过 η^* 将两种流体中零剪切黏度 η_0 和无限剪切黏度 η_∞ 对剪切稀化效应的影响归一化. 结合 Giesekus 流体中的剪切稀化特性曲线后, 即可通过改变 Carreau 模型中的时间常数 k 和幂律指数 n 来对其进行拟合. 拟合过程中采用信赖域 (trust region) 方法, 对 $Re = 5$ 时几组不同工况下的 Giesekus 流体进行拟合, 结果如图 2 所示.

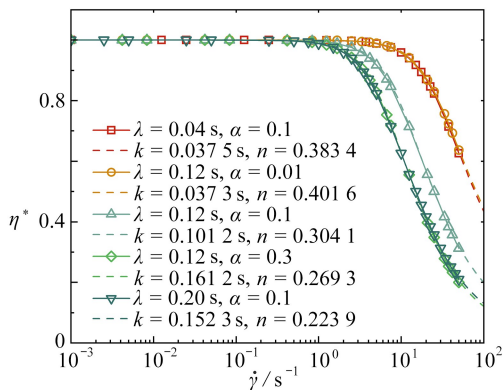


图 2 Carreau 流体与 Giesekus 流体剪切稀化特性拟合情况

Fig. 2 Fitting of shear thinning characteristics between the Carreau fluid and the Giesekus fluid

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本, 后同.

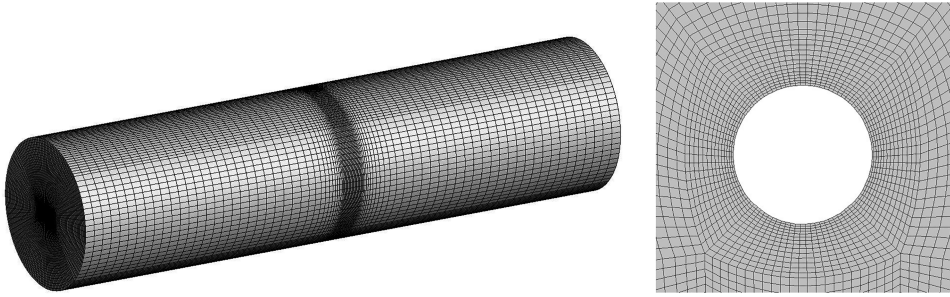
1.4 网格无关性分析与计算验证

为了保证计算的准确性, 首先对网格无关性进行了验证分析. 网格采用结构化网格对计算域进行网格划分, 主要对颗粒表面及其周围的流体域进行加密处理, 如图 3 所示.

本次验证准备了 5 套网格, 计算工况为 $Re = 5, Wi = 0.1, \alpha = 0.1$, 颗粒径向位置 $r^+ = 0.1$, 结果如图 4 所示. 从图中可以看到, 当网格数量达到 70 万左右时, 弹性升力和惯性升力都趋于稳定, 为了在满足计算精度的基础上尽可能地节约计算时间, 最终确定将计算域的网格数量控制在 70 万左右.

为确保文章结果的真实性和准确性, 本文对工况为 $Re = 5, Wi = 0.1, \beta = 0.5, \alpha = 0.2, d/W = 0.3$ (d 为颗粒直径, W 为方形管道边长) 的 Giesekus 流体方管层流中颗粒所受升力进行了验证计算, 并与相同工况下 Lagrange 乘数法 (DLM) 所模拟出的结果^[21]进行对比, 结果如图 5 所示.

从图中可以看到两者结果基本吻合, 这说明本文所使用的数值计算方法以及相对运动模型在求解黏弹性流体中颗粒的力学特性是可靠的.



(a) 管道网格

(a) The pipeline grids

(b) 颗粒周围网格

(b) The mesh around particles

图3 网格示意图

Fig. 3 Grid diagram

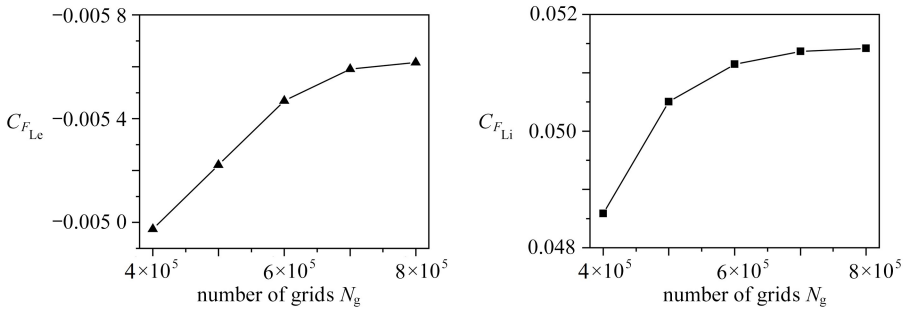


图4 网格无关性验证

Fig. 4 Grid independence verification

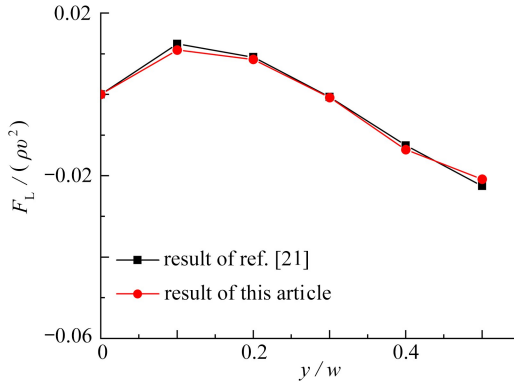


图5 颗粒的升力结果对比

Fig. 5 Comparison of particle lift results

2 颗粒升力分布与讨论

2.1 惯性流体中剪切稀化效应的作用

$Re = 5$ 时,管径 $D = 2 \text{ mm}$ 的圆管流动中,流场中最大剪切速率为 20 s^{-1} ,考虑到流场中粒径 $d = 0.6 \text{ mm}$ 的颗粒扰动,并结合不同 $\dot{\gamma}$ 区间拟合情况,选取基于 $\dot{\gamma}$ 区间为 $0 \sim 50 \text{ s}^{-1}$ 所计算出的 Carreau 模型参数进行颗粒聚集计算.图2显示,Giesekus 流体中的剪切稀化特性会随着 Weissenberg 数 Wi ($Wi = \lambda \dot{\gamma}$) 以及流动因子 α 的增加而加强,同时存在不同 (λ, α) 组合的 Giesekus 流体,它们的剪切稀化曲线相重合,这意味着这类 Giesekus 流体具有相同的剪切稀化特性.因此本文将图2中拟合后的 Carreau 流体根据其对应的 Giesekus 流体的流变特性,并结合后续管流中的实际工况,分为三组进行讨论:低剪切稀化组 ($Wi = 0.3, \alpha = 0.01$ ($\lambda = 0.12 \text{ s}$)) 和 $Wi = 0.1, \alpha = 0.1$ ($\lambda = 0.04 \text{ s}$)),中剪切稀化组 ($Wi = 0.3, \alpha = 0.1$ ($\lambda = 0.12 \text{ s}$))) 和高剪切稀化组 ($Wi = 0.3, \alpha = 0.3$ ($\lambda = 0.12 \text{ s}$)) 和 $Wi = 0.5, \alpha = 0.1$ ($\lambda = 0.2 \text{ s}$)).为了便于分析,之后的图中都将使用 Carreau 流

体拟合对象的工况进行命名。

从图 6 中可以看出,同组颗粒的速度曲线几乎重合。由于剪切稀化效应的存在,圆管中的流速分布会更加扁平化,因此,相比于 Newton 流体,Carreau 流体中位于管道中心的颗粒移动速度发生衰减,而靠近壁面的颗粒则会增加速度,并且随着剪切稀化效应增强,这种现象会随之加剧。剪切稀化效应所导致的变化会更加清晰地体现在颗粒受力情况上,本文接下来将对颗粒的升力空间分布做出相应探讨。

通常情况下,在颗粒的升力空间分布曲线中升力为零时,颗粒在径向上受力平衡,该位置即为颗粒的聚集位置。黏弹性流体中,弹性升力会将颗粒推向与惯性升力相反的方向,因此颗粒在黏弹性流体中可能会出现多个聚集位置,平衡点的稳定性取决于这些位置的力剖面的斜率。正斜率的零点为不稳定平衡位置,反之则为稳定平衡位置。

如图 7 中所示,相比于 Newton 流体,随着剪切稀化效应的增强,颗粒所受指向壁面的惯性力会随之减小,在 $r^+ > 0.4$ 的区域,惯性升力将高于 Newton 流体中的颗粒,这种情况一直持续到颗粒的聚集位置,随后惯性力的方向改变,大小也略小于 Newton 流体。剪切稀化效应最终将导致升力曲线的零点(即颗粒的聚集位置)愈发靠近壁面。

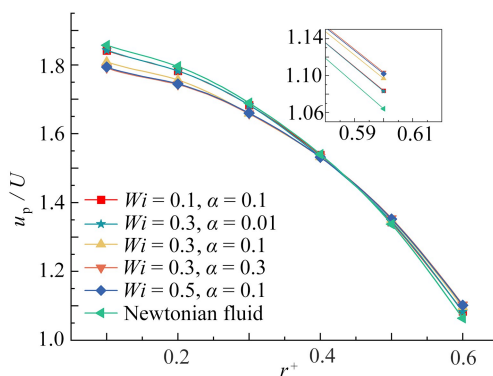


图 6 对应工况 Carreau 流体中颗粒移动速度

Fig. 6 Particle movement velocities in the Carreau fluid under corresponding working conditions

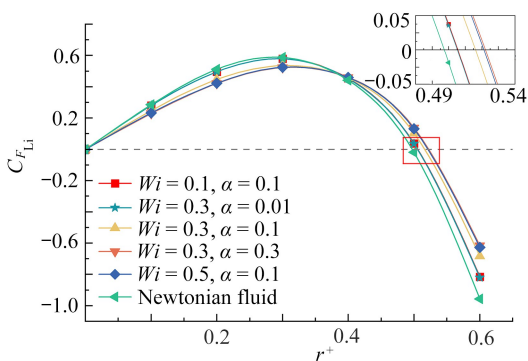


图 7 对应工况 Carreau 流体中颗粒惯性升力分布情况

Fig. 7 Distributions of particle inertia lifts in the Carreau fluid under corresponding working conditions

这一点同样体现在构成惯性升力的剪切升力和压差升力上,与总的惯性升力一样,剪切升力和压差升力同样会随着剪切稀化作用的增强而发生相类似的变化。但与以往研究^[22]不同的地方在于,由于流场中 Reynolds 数较低,剪切升力与压差升力处于同一量级,压差升力不再具备完全的主导地位,因此由剪切稀化效应而引起的两种升力的变化均明显体现在颗粒的聚集位置的变化上。图 8 显示,在无量纲位置 $r^+ = 0.5$ 时,两种力方向相反,此时,颗粒受到的压差升力随着剪切稀化效应的增强逐渐衰减,而受到的剪切升力逐渐增加,故颗粒所受到的升力开始指向更加靠近壁面的位置,从而导致颗粒最终的聚集位置更加靠近壁面。

在纯惯性驱动的颗粒聚集研究中,颗粒聚集点向壁面迁移往往是由于惯性力的增强 (Re 增大),而剪切稀化所造成的影响也同样符合这一点,随着剪切速率的增加,流体中黏度下降从而导致局部 Reynolds 数升

高.由于本文中 Carreau 流体无限剪切黏度与零剪切黏度之比为 0.5,其局部 Reynolds 数最高可变为原来的两倍 ($Re = 10$),因此本文还对比了高剪切稀化组 Carreau 流体和更高 Re 的 Newton 流体中颗粒的受力情况,如图 9 结果显示,剪切稀化效应引发的聚集位置的改变远比单纯提高一倍 Reynolds 数所引发的改变剧烈得多,Carreau 流体中颗粒的聚集位置与自身十六倍 Reynolds 数 ($Re = 80$) 下的 Newton 流体相同,而更高的升力系数或许更有利于颗粒的快速聚集.Hu 等^[23]的研究也同样指出:颗粒的聚集速度会随着流体剪切稀化强度的增加而增加,从而获得更加高效的颗粒聚集效果.

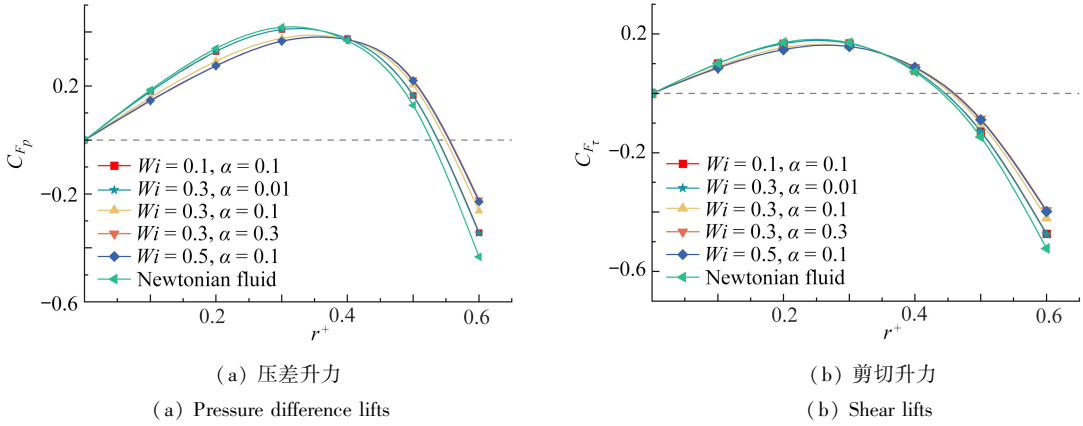


图 8 对应工况 Carreau 流体中颗粒升力分布情况

Fig. 8 Distributions of particle lifts in the Carreau fluid under corresponding working conditions

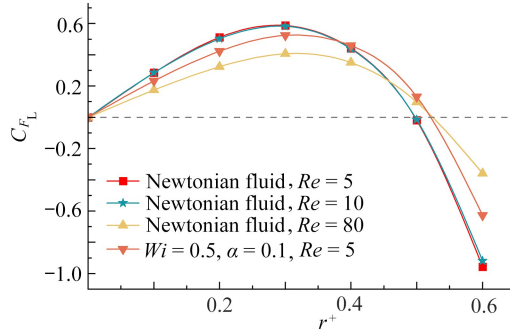


图 9 Carreau 流体与不同 Re 数下 Newton 流体中颗粒升力的分布情况对比

Fig. 9 Comparison of particle lift distributions in the Carreau fluid and the Newtonian fluid at different Re numbers

2.2 黏弹性流体中剪切稀化的作用

不同于 Carreau 流体,剪切稀化效应在黏弹性流体中往往与弹性缠绕在一起,尽管图 2 显示一些参数不同的 Giesekus 流体具有几乎同等强度的剪切稀化效果,但是随着弹性的加入,流体的性质也随之发生了很大的变化.另外,尽管通过使用无量纲表观黏度 η^* 拟合 Giesekus 流体的剪切稀化曲线可以归一化 β 对剪切稀化的影响,如无特殊说明, β 取值皆为 0.5,以此来研究剪切稀化对黏弹性流体中颗粒聚集的影响机制.

图 10(a) 显示,黏弹性流体中的颗粒相比于 Newton 流体,颗粒所受升力减小,聚集位置开始向管道中心移动. $Wi = 0.1$ 时,在 $r^+ = 0.4$ 和 0.5 附近出现了两个平衡位置,且更靠近管道中心的平衡位置为稳定平衡位置; Wi 增大到一定程度后,颗粒所受到的升力开始指向壁面(呈负数), $r^+ = 0.3$ 附近出现不稳定的平衡位置, $r^+ < 0.3$ 的颗粒开始向管道中心聚集, $r^+ > 0.3$ 的颗粒则被推向壁面;随着 Wi 继续增加,颗粒所受到的升力也随着增大,从而在管道中间形成一个稳定的聚集点.对于这种现象产生,将在后文进行深入的探讨.与 Carreau 流体(图 7)中颗粒升力分布情况相比较可以发现,在相同的剪切稀化强度下,具有弹性的 Giesekus 中颗粒的聚集位置明显更加靠近壁面,这表明较之于剪切稀化效应,弹性力对颗粒聚集位置的影响起了主导作用,并且弹性对颗粒聚集位置影响的主导作用随着 Wi 的增加而增加.

图 10(b) 显示了改变流动因子 α 后,颗粒所受到的总升力变化情况.其中,当 $\alpha = 0$ 时,Giesekus 模型退化成 Oldroyd-B 模型,Oldroyd-B 模型所描述的是不具有剪切稀化作用的黏弹性流体.从图 10(b) 中可以看出,

随着 α 的增加,颗粒的不稳定聚集点开始向中心靠近,当 $\alpha = 0.3$ 时,颗粒不再聚集到管道的中心处,取而代之的是所有颗粒都向壁面处迁移.在以往的研究中^[24],改变 α 对颗粒聚集所造成的影响往往都归因于剪切稀化效应的改变,对比 Newton 流体(图 7),黏弹性流体中剪切稀化效应对颗粒升力分布的影响更为显著,本文还对颗粒周围的弹性升力和惯性升力做出了进一步分析.

图 11 显示,当不发生剪切稀化时(图 11(a) Oldroyd-B),颗粒所受到的弹性升力不论在何处都指向壁面,随着 α 的增加,剪切稀化效果不断增强,颗粒受到的弹性升力开始减小($\alpha = 0.01$).当剪切稀化效应增加到一定程度时,靠近管道中心区域的弹性升力反向并指向管道的中心($\alpha = 0.1$),而剪切稀化的进一步加强则会导致弹性力指向中心的区域不断增大($\alpha = 0.3$).同样是增加剪切稀化, Wi 的增加还会导致流体中弹性的上升,随着 Wi 的增加,弹性升力指向中心的区域不断减小,对弹性升力的影响则与 α 相反,由此可以推测: Wi 改变所导致的弹性变化远比剪切稀化多的多.对比图 11(a)、11(b)可以发现,在改变到相同剪切稀化程度的情况下, α 对弹性升力的影响比 Wi 要大得多.

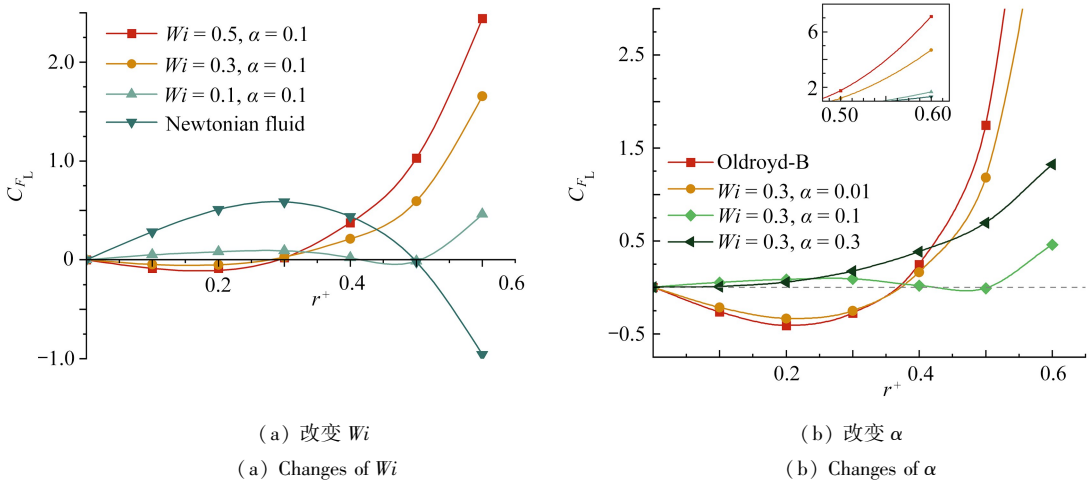


图 10 Giesekus 流体中,颗粒升力分布变化情况

Fig. 10 Changes in particle lift distributions in the Giesekus fluid

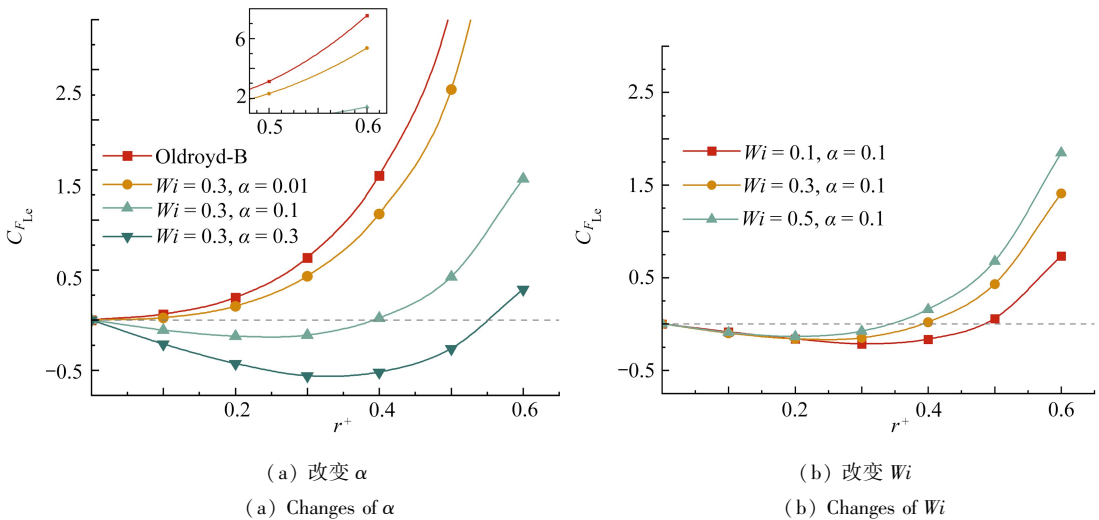


图 11 改变 Giesekus 流体剪切稀化对颗粒弹性升力分布的影响

Fig. 11 The effects of changing the shear thinning of the Giesekus fluid on the elastic lift distributions of particles

随着剪切稀化效应的增强,颗粒的惯性升力都开始向壁面方向增加,这一点与 Carreau 流体相同(图 12).在剪切稀化效应改变的同时,本文观察到一个有趣的现象:颗粒所受到的惯性升力同样会随着流场中的弹性变化而变化,并且在高弹性且低剪切稀化的黏弹性流体中,颗粒所受到的惯性升力开始指向管道的中心,而通常情况下^[5],颗粒所受到的惯性升力都指向壁面.

结合颗粒受到的弹性升力和惯性升力变化情况,可以推断, Wi 和 α 的改变会导致剪切稀化效应变化并对颗粒所受弹性升力产生影响,与此同时,还会影响颗粒受到的惯性升力.在弹性升力与惯性升力对颗粒的共同作用下,最终导致颗粒存在多种聚集模式^[21].

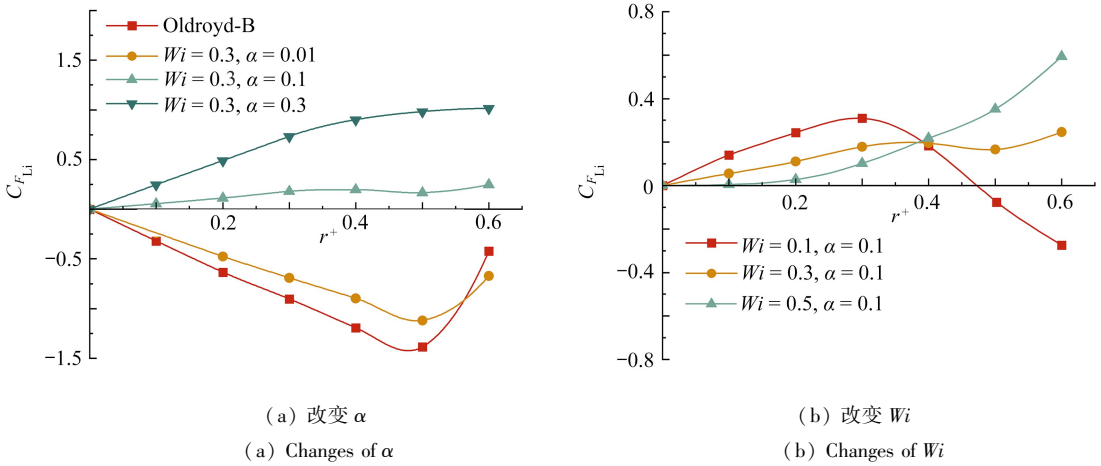


图 12 改变 Giesekus 流体剪切稀化对颗粒惯性升力分布的影响

Fig. 12 The effects of changing the shear thinning of the Giesekus fluid on the distributions of particle inertia lifts

2.3 黏弹性流体流场分析

2.3.1 第一法向应力差系数及二次流分析

黏弹性流体中的第一法向应力差系数反映了流体中弹性的强弱,因此可以从第一法向应力差系数云图中探究颗粒弹性升力分布不同的原因,以颗粒无量纲位置 $r^+ = 0.1$ 为例,如图 13 所示.

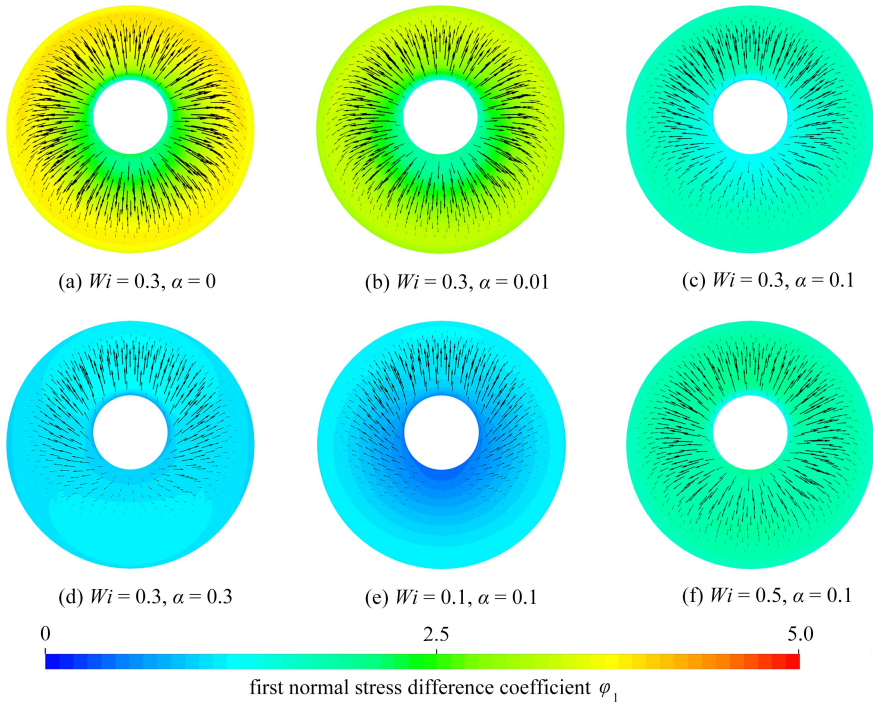


图 13 $r^+ = 0.1$ 时, $x = 0$ 截面的第一法向应力差系数云图及速度矢量图

Fig. 13 The contours with velocity vectors of the first normal stress difference coefficient of the $x = 0$ section at $r^+ = 0.1$

图 13 给出了颗粒在 $r^+ = 0.1$ 时,不同流体参数下 $x = 0$ 截面上的第一法向应力差系数云图和二次流速度矢量图.对比图 13(a)—13(d)可以发现,随着流动因子 α 的增加,流场中剪切稀化增强的同时,第一法向应力差系数不断衰减,流体中的弹性降低.图 13(c)、13(e)、13(f)显示了通过增加 Wi 而导致的流体弹性升高.随着颗粒位置的改变,流场也会随之变化,图 14、图 15 分别为颗粒在 $r^+ = 0.3$ 和 0.6 位置处 $x = 0$ 截面的

第一法向应力差系数云图及速度矢量图。当颗粒处于 $r^+ = 0.3$ 时,由于颗粒的扰动,流场中第一法向应力差系数的最大值出现在颗粒附近,颗粒上下出现弹性差,其差值随着流体中弹性越大而越明显。随着剪切稀化的增强(图 14(a)—14(d)),通道的两侧会出现明显的二次涡,对比不同剪切稀化的情况(无剪切稀化组(图 14(a))、低剪切稀化组(图 14(b)和图 14(e))、中剪切稀化组(图 14(c))、高剪切稀化组(图 14(d)和图 14(f))不难发现,剪切稀化的存在对于通道周围二次流的产生起着重要作用,二次流的产生必然伴随着剪切稀化效应,当且仅当剪切稀化效应较低且弹性较高时(图 14(b))通道两侧未产生二次涡。而当剪切稀化较强时,弹性增加的同时也会增强流场中的二次涡。剪切稀化效应和弹性间似乎存在某种牵制关系,共同决定了二次涡的强弱。

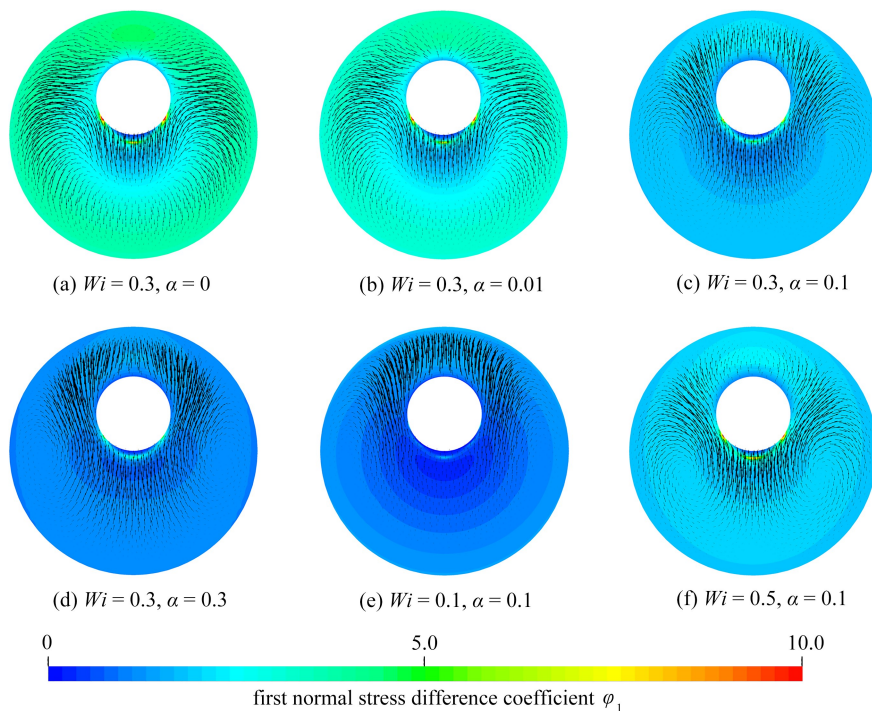


图 14 $r^+ = 0.3$ 时, $x = 0$ 截面的第一法向应力差系数云图及速度矢量图

Fig. 14 The contours with velocity vectors of the first normal stress difference coefficient of the $x = 0$ section $r^+ = 0.3$

当颗粒到达壁面附近 ($r^+ = 0.6$), 流场中第一法向应力差系数的最大值点出现在通道的中心以及离颗粒最近的壁面上,颗粒附近仍存在明显的弹性差。同时由于颗粒与壁面接近,不论剪切稀化是否存在,颗粒两侧都会产生较小的二次涡。但随着剪切稀化的增加,通道中与已有二次涡对称的位置附近会产生新的二次涡,该二次流同样遵循 $r^+ = 0.3$ 时颗粒两侧二次流受剪切稀化和弹性影响的机理。

根据以上分析,本文认为:黏弹性流体中的弹性和剪切稀化效应对通道内的颗粒升力分布起到了不可忽视的作用。对于高弹性且低剪切稀化的流体(图 14(a)、14(b)、图 15(a)、15(b)),颗粒上下会产生明显的弹性力差,这将导致颗粒所受到的弹性升力始终指向壁面方向,剪切稀化效应的强弱可以影响弹性的强弱以此改变颗粒所受到的弹性升力,增加剪切稀化效应能够使流体中的弹性下降并伴随新二次涡的产生,二次涡的强弱与流体中剪切稀化效应和弹性的平衡有关。

2.3.2 压力分布分析

对于在圆管中高弹性且低剪切稀化效应的 Giesekus 流体中流动的颗粒惯性力指向管道中心的原因,本文欲从颗粒所在 yOz 平面的压力云图($r^+ = 0.1$) 中给予解释,如图 16 所示。

从图 16 中可以看出,随着剪切稀化的发生,管内流体的压强随之减小。而由于流体弹性原因,管道中的压强的分布发生改变:当弹性较强时,通道截面压强的最大值位于颗粒靠近壁面一侧,而颗粒另一侧的压强则较低,这就导致了颗粒所受到的惯性力指向了管道中心(图 16(a)、16(b));当流体中弹性减弱,截面中的压强高点开始向管道中心移动,具体表现为均匀分布在颗粒的周围,颗粒上下方没有明显的压强差(图 16

(c)、16(f));当流体的弹性较弱时,通道截面处的压强则会回归正常状态,压强最大区域位于管道中心(图16(d)、16(e)).

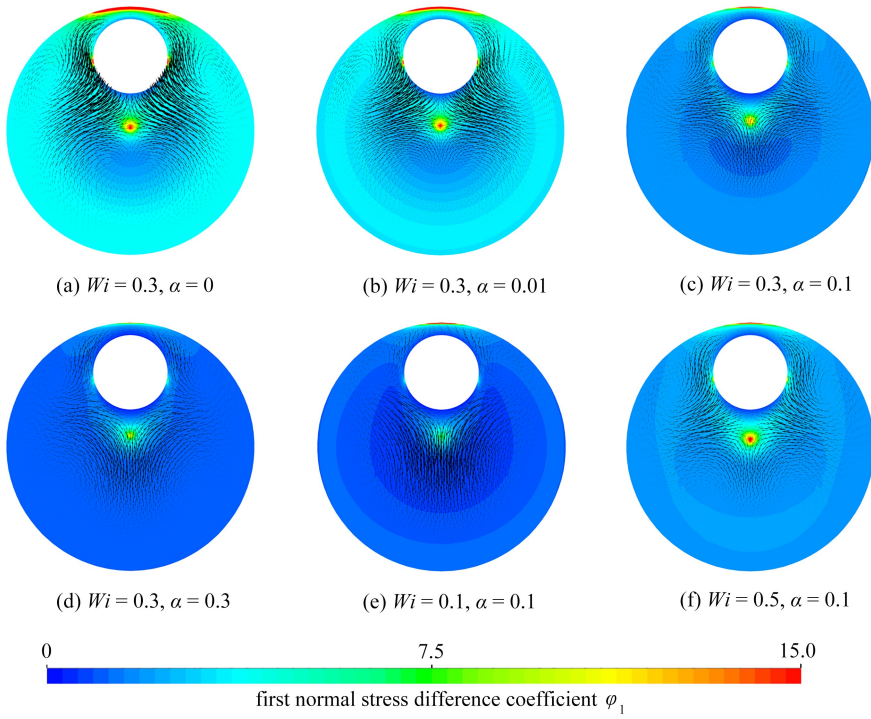
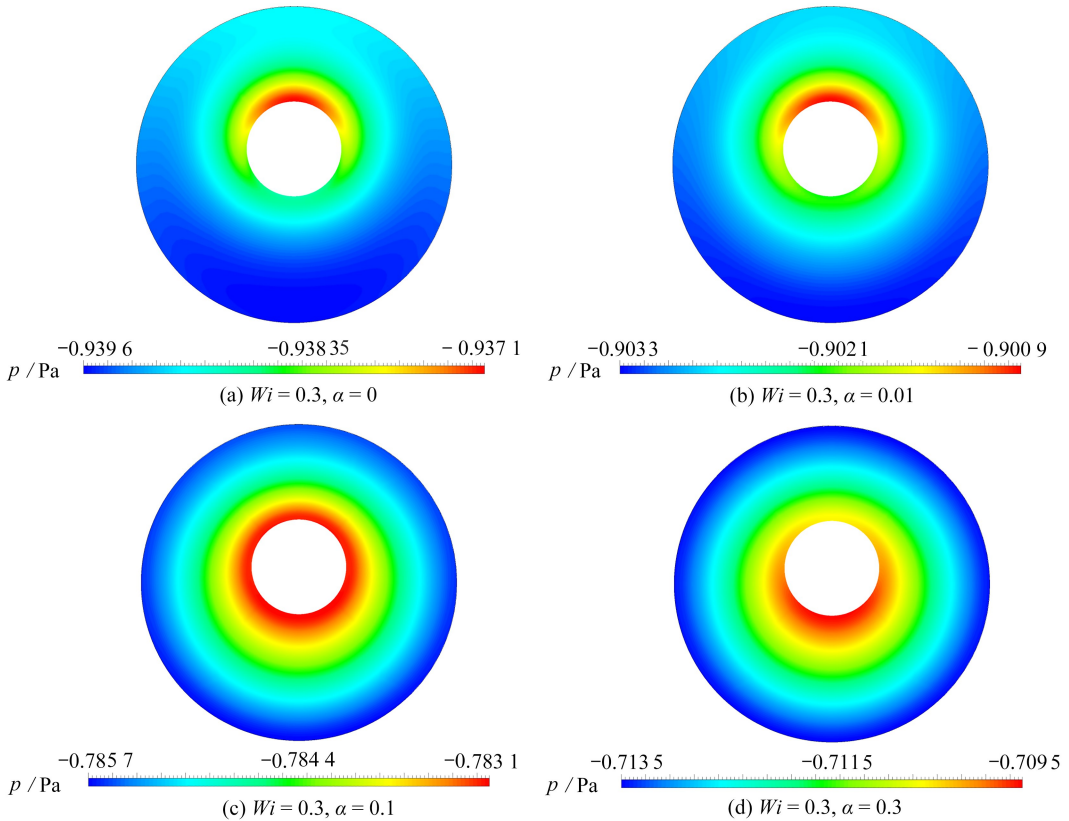


图 15 $r^+ = 0.6$ 时, $x = 0$ 截面的第一法向应力差系数云图及速度矢量图

Fig. 15 The contours with velocity vectors of the first normal stress difference coefficient of the $x = 0$ section at $r^+ = 0.6$



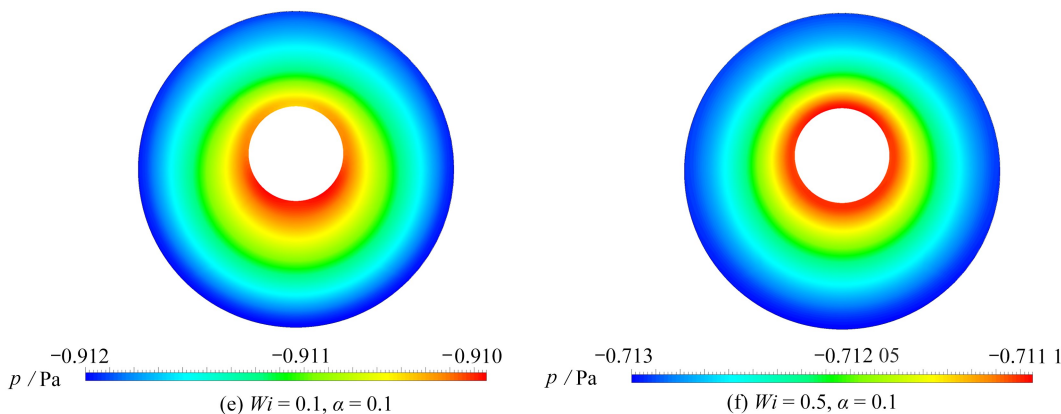


图 16 不同工况下,圆管内颗粒附近压力云图

Fig. 16 Pressure contours near particles in a circular tube under different working conditions

3 总 结

本文通过相对运动模型对圆形微通道中剪切稀化特性对颗粒的力学特性的影响,首次利用 Carreau 模型描述黏弹性流体中的剪切稀化特性,并针对不同剪切稀化强度下颗粒周围流场进行分析,研究了颗粒所受弹性、惯性升力变化的内在原因,通过对数值结果的分析与讨论,得出了以下结论:

1) 剪切稀化效应会对颗粒的运动速度产生影响,表现为接近壁面的颗粒迁移速度加快,靠近管道中心的颗粒迁移速度减缓.在惯性流体中,剪切稀化都会导致颗粒的聚集位置向壁面靠近,为颗粒的快速聚集提供有利的条件.

2) 在黏弹性流体中,颗粒所受到的升力同时受到剪切稀化特性和弹性的影响. Wi 升高引发剪切稀化效应增强会导致颗粒受到的弹性升力指向壁面的区域减小;而单一的剪切稀化效应增强会使颗粒受到的弹性升力指向壁面的区域增大.两种情况都会使颗粒受到的惯性升力指向壁面,相比于剪切稀化效应, Wi 对颗粒所受弹性升力的控制上占据主导地位,两者的相互作用会引起流场变化从而使黏弹性流体中的颗粒存在多种聚集模式.

3) 在黏弹性流体中,弹性和剪切稀化效应会对流场产生一定的影响,且剪切稀化特性和弹性之间存在相互作用.通过增强弹性会使流体中的剪切稀化效应增强,而剪切稀化效应的增强将导致弹性下降,同时伴随流场中新二次涡的产生,二次涡的强弱与流体中剪切稀化效应和弹性的平衡有关.值得一提的是,在低剪切稀化且高弹性情况下,发现了颗粒周围弹性和压力的反向,导致惯性升力指向管道中心.

参考文献 (References):

- [1] STOLPE A, PANTEL K, SLEIJFER S, et al. Circulating tumor cell isolation and diagnostics: toward routine clinical use[J]. *Cancer Research*, 2011, **71**(18): 5955-5960.
- [2] GASCOYNE P, SATAYAVIVAD J, RUCHIRAWAT M. Microfluidic approaches to malaria detection[J]. *Acta Tropica*, 2004, **89**(3): 357-369.
- [3] GOSSETT D R, WEAVER W M, MACH A J, et al. Label-free cell separation and sorting in microfluidic systems[J]. *Analytical and Bioanalytical Chemistry*, 2010, **397**(8): 3249-3267.
- [4] SETHU P, SIN A, TONER M. Microfluidic diffusive filter for apheresis (leukapheresis)[J]. *Lab Chip*, 2006, **6**(1): 83-89.
- [5] ZHOU J, PAPAUTSKY I. Viscoelastic microfluidics: progress and challenges[J]. *Microsystems & Nanoengineering*, 2020, **6**(1): 113.
- [6] SALAFI T, ZEMING K K, ZHANG Y. Advancements in microfluidics for nanoparticle separation[J]. *Lab on a Chip*, 2017, **17**(1): 11-33.
- [7] 蔡伟华, 李小斌, 张红娜, 等. 黏弹性流体动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2016. (CAI Weihua, LI Xiaobin,

- ZHANG Hongna, et al. *Viscoelastic Fluid Dynamics*[M]. Beijing: Science Press, 2016. (in Chinese))
- [8] LI D, XUAN X. The motion of rigid particles in the Poiseuille flow of pseudoplastic fluids through straight rectangular microchannels[J]. *Microfluidics and Nanofluidics*, 2019, **23**(54): 1-11.
- [9] 马小晶, 周鑫, 吐松江·卡日, 等. 乙醇液滴撞击高温壁面蒸发过程的模拟预测研究[J]. 应用数学和力学, 2023, **44**(5): 535-542. (MA Xiaojing, ZHOU Xin, TUSONGJIANG Kari, et al. Simulation and prediction of the evaporation process of ethanol droplets impacting high temperature wall[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, **44**(5): 535-542. (in Chinese))
- [10] 朱帅润, 李绍红, 钟彩尹, 等. 时间分数阶的非饱和渗流数值分析及其应用[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(9): 966-975. (ZHU Shuairun, LI Shaohong, ZHONG Caiyin, et al. Numerical analysis of time fractional-order unsaturated flow and its application[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(9): 966-975. (in Chinese))
- [11] HU X, LIN J, GUO Y, et al. Motion and equilibrium position of elliptical and rectangular particles in a channel flow of a power-law fluid[J]. *Powder Technology*, 2021, **377**: 585-596.
- [12] HU X, LIN J, LIN P, et al. Rigid spheroid migration in square channel flow of power-law fluids[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, **247**: 108194.
- [13] 王企鲲. 微通道中颗粒所受惯性升力特性的数值研究[J]. 机械工程学报, 2014, **50**(2): 165-170. (WANG Qikun. Numerical investigation on mechanism for inertial lift on particles in micro-channel[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, **50**(2): 165-170. (in Chinese))
- [14] 刘唐京, 王企鲲, 邹赫. 高 Re 数层流管道中颗粒聚集特性的数值研究[J]. 应用数学和力学, 2023, **44**(1): 70-79. (LIU Tangjing, WANG Qikun, ZOU He. Numerical investigation of particle focusing patterns in laminar pipe flow with high Reynolds numbers[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, **44**(1): 70-79. (in Chinese))
- [15] JALALI A, DELOUEI A A, KHORASHADIZADEH M, et al. Mesoscopic simulation of forced convective heat transfer of Carreau-Yasuda fluid flow over an inclined square: temperature-dependent viscosity[J]. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 2020, **6**(2): 307-319.
- [16] XIE C Y, ZHANG J, BERTOLA V, et al. Lattice Boltzmann modeling for multiphase viscoplastic fluid flow[J]. *Journal of Non-Newton Fluid Mechanics*, 2016, **234**: 118-128.
- [17] SURESHKUMAR R, BERIS A N. Effect of artificial stress diffusivity on the stability of numerical calculations and the flow dynamics of time-dependent viscoelastic flows[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 1995, **60**(1): 53-80.
- [18] STEWART P A, LAY N, SUSSMAN M, et al. An improved sharp interface method for viscoelastic and viscous two-phase flows[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2008, **35**(1): 43-61.
- [19] 郑智颖. FLUENT 在粘弹性流体流动数值模拟中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013. (ZHENG Zhiying. Application of FLUENT software in numerical simulation for viscoelastic fluid flow[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese))
- [20] TAMANO S, ITOH M, HOTTA S, et al. Effect of rheological properties on drag reduction in turbulent boundary layer flow[J]. *Physics of Fluids*, 2009, **21**(5): 055101.
- [21] RAFFIEE A H, ARDEKANI A M, DABIRI S. Numerical investigation of elasto-inertial particle focusing patterns in viscoelastic microfluidic devices[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2019, **272**: 104166.
- [22] 王企鲲, 孙仁. 方形截面微通道中颗粒“惯性聚集”特性的数值研究[C]//第七届全国流体力学学术会议. 2012. (WANG Qikun, SUN Ren. Numerical study on the inertial aggregation characteristics of particles in square cross section microchannels[C]//*The 7th National Conference on Fluid Mechanics*. 2012. (in Chinese))
- [23] HU X, LIN J, CHEN D, et al. Influence of non-Newtonian power law rheology on inertial migration of particles in channel flow[J]. *Biomicrofluidics*, 2020, **14**(1): 0140105.
- [24] LI G, MCKINLEY G H, ARDEKANI A M. Dynamics of particle migration in channel flow of viscoelastic fluids[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, **785**: 486-505.