

设置侧向限位阻尼器的层间隔震结构减震性能研究*

赵立菊¹, 王善库¹, 王晓琳¹, 葛新广²

(1. 信阳职业技术学院 建筑工程学院, 河南 信阳 464000;

2. 柳州工学院 土木建筑学院, 广西 柳州 545004)

摘要: 对在隔震层设置侧向限位黏弹性阻尼器组成混合耗能结构随机激励下的减震性能进行了系统研究. 首先, 建立混合耗能结构的地震动方程, 利用双过滤白噪声激励地震动的滤波方程, 将该类激励下混合耗能结构的动力学问题精确转化为基于易于获得简明封闭解的白噪声激励问题. 其次, 基于复模态法和白噪声激励的 Dirac 函数性质推导了混合耗能结构系列响应(结构位移、层间位移和阻尼器阻尼力)的方差和 0~2 阶谱矩的简明封闭解. 最后, 通过算例在验证所提封闭解正确的基础上研究了混合耗能结构减震性能的影响因素. 研究表明: 层间隔震层以上楼层的结构响应量随着隔震层刚度的增大而增大; 黏弹性阻尼器阻尼参数对隔震层以上楼层的影响特征为, 结构位移在一定阻尼参数下可达到最小, 而层间位移则随着阻尼参数的增大而增大. 该研究可为层间隔震混合耗能结构的设计提供参考.

关键词: 层间隔震; 侧向限位阻尼器; 滤波方程; 简明封闭解; 减震性能

中图分类号: O324 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440194

Research on Anti-Seismic Performances of Interlayer Isolation Structures With Lateral Stopping Viscoelastic Dampers

ZHAO Liju¹, WANG Shanku¹, WANG Xiaolin¹, GE Xinguang²

(1. College of Architectural Engineering, Xinyang Vocational and Technical College, Xinyang, Henan 464000, P.R.China;

2. School of Civil Engineering and Architecture, Liuzhou Institute of Technology, Liuzhou, Guangxi 545004, P.R.China)

Abstract: Anti-seismic performances of the hybrid energy dissipation structure (HEDS) composed of an isolation interlayer with lateral stopping viscoelastic dampers (VEDs) under random excitation were systematically investigated. Firstly, the seismic motion equations for the HEDS subjected to the double-filtered white noise excitation (DFWNE) were established, and the filtering equation of the DFWNE was used to accurately transform the dynamic calculation of the HEDS based on the DFWNE into white noise excitation problems to be easily tackled with concise closed-form solutions. Secondly, based on the complex mode method and the properties of the Dirac function for white noise excitation, a concise closed-form solution of the variance and 0th- to 2nd-order spectral moments of the series of responses (structural displacements, interlayer displacements, and damp-

* 收稿日期: 2023-06-27; 修订日期: 2024-02-26

基金项目: 国家自然科学基金(51468005)

作者简介: 赵立菊(1987—),女,副教授,硕士(E-mail: 363700578@qq.com);

葛新广(1977—),男,副教授,博士,硕士生导师(通讯作者. E-mail: gxgzlr.2008@163.com).

引用格式: 赵立菊,王善库,王晓琳,葛新广. 设置侧向限位阻尼器的层间隔震结构减震性能研究[J]. 应用数学和力学, 2024, 45(5): 582-593.

er damping forces) of the HEDS, was derived. Finally, based on the verification of the correctness of the proposed closed solution through numerical examples, the influencing factors on the seismic performances of the HEDS were studied. The results show that, the structural responses of floors above the isolation layer increase with the stiffness of the isolation layer; while the damping parameter of the VED have different effects on the interlayer displacement and structural displacements of floors above the isolation layer, i.e., the structural displacement can reach the minimum under certain damping parameter of the VED, but the interlayer displacement increases with the damping parameter of the VED. This study can provide reference for the design of HEDSs.

Key words: interlayer isolation; lateral stopping viscoelastic damper; filtering equation; concise closed-form solution; anti-seismic performance

0 引 言

为减少强震对工程结构的破坏,工程师们提出了众多减隔震装置,如隔震垫装置^[1]、黏弹性阻尼器^[2]、质量调质阻尼器^[3]、惯容阻尼器^[4]等。隔震装置^[5]通过柔性隔震垫将被保护部分与下部结构隔离开来,从而只将少量地震能量传递到被保护部分,减少了被保护部分的动力响应。隔震装置对结构进行减震控制主要分为基础隔震和层间隔震两种,基础隔震的研究和应用历史悠久,而层间隔震则是一种新型隔震技术^[6-7],层间隔震适用于竖向不规则结构和结构增层等情况,扩大了隔震装置的应用范围。祁皓等^[8]利用振动台试验研究了层间隔震层的侧移刚度参数对结构减震效果的影响,研究表明,层间隔震装置能有效降低结构地震响应量。孙臻等^[9]对一大底盘高层建筑结构的裙楼与塔楼间设置隔震层的地震响应进行了研究,研究表明层间隔震技术应用于大底盘双塔楼结构是可行的。然而,层间隔震结构中,隔震层以上楼层的地震动位移较大,容易引起结构的失稳或相邻建筑的碰撞问题,为此有必要限制隔震层位移^[10-12]。黏弹性阻尼器具有良好的耗能性能,能为地震过程中建筑结构提供附加刚度和阻尼,具有安拆方便、耗能效果好等优点,有着广泛的工程应用^[13-14]。在层间隔震结构层设置起抗侧作用的黏弹性阻尼器组成混合耗能结构,利用较大的层间隔震层的层间变形来发挥黏弹性阻尼器的耗能能力,从而达到抑制隔震层及其以上楼层的侧移的目的;但由于给层间隔震层增加了限位装置,可能会影响隔震层的减震效果,因此有必要对混合耗能结构的减震性能进行系统研究。

鉴于地震动的随机性,工程上业已把地震动的随机性看作影响建筑结构安全的重要因素,目前已提出了数种随机模型^[15-18]。双过滤白噪声谱(又称 C-P 谱)的随机地震动模型^[17]利用 2 个基于白噪声激励的过滤器微分方程表示,是工程界公认的平稳随机模型。李创第等^[19]利用复模态法研究了 C-P 谱激励下基础隔震结构的地震动响应,所得结构响应的方差表达式较为复杂。李春祥等^[20]利用传递函数法研究了 MTMD 结构基于 C-P 谱的地震动响应的功率谱,该方法需要在频域内进行数值积分才能获得结构响应的方差。赵立菊等^[12]基于复模态法和 C-P 谱的滤波方程,研究了层间隔震结构系列响应的解析解法,提出了一种高效解法。

本文基于文献[12]所提方法,对层间隔震结构设置抗侧黏弹性阻尼器组成混合耗能结构的减震性能进行了系统研究。首先,建立层间隔震混合耗能结构的地震动方程,基于 C-P 谱的滤波方程组和黏弹性阻尼器本构关系,以矩阵形式重构混合耗能结构的地震动方程,从而将耗能结构基于复杂地震动模型的动力学问题转化为基于易于获得封闭解的白噪声激励问题。其次,利用复模态法和白噪声激励的特点,获得混合耗能结构的系列响应(结构位移、层间位移及其变化率和阻尼器阻尼力)统一形式的方差及 0~2 阶谱矩的简明封闭解,并分别研究了隔震层和黏弹性阻尼器力学参数对层间隔震性能的影响特性。

1 混合耗能地震动方程重构

为抑制隔震层结构在地震动作用下水平方向振动位移过大的问题,在隔震层顶部设置起水平向抗侧作用的黏弹性阻尼器,组成混合耗能结构,如图 1 所示。图中 m_i, c_i, k_i ($i = 1, 2, \dots, n, n$ 为结构层数) 分别为结构层的质量、阻尼系数和侧向刚度系数; m_b, c_b, k_b 分别为隔震层的质量、阻尼系数和侧向刚度系数; f_v 为黏弹性阻尼器出力。

在地震动作用下,混合耗能结构的地震动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} + 2\mathbf{I}_1 f_V = -\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{x}_g, \quad (1)$$

式中, $\ddot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}$ 分别为混合结构各层相对于地面的加速度、速度和位移向量; $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 分别为混合结构的质量、阻尼和刚度矩阵; \ddot{x}_g 为地面绝对加速度; \mathbf{I}_1 为黏弹性阻尼器的位置列向量, 其含有 $n+1$ 个元素, 其中隔震层所在楼层处的元素值为-1, 其上一层楼层对应元素值为1, 其余元素均为0; \mathbf{I} 为 $n+1$ 个元素均为1的列向量. 上述参数的具体表达式如下:

$$\mathbf{M} = \text{diag}[m_1, \dots, m_i, m_b, \dots, m_n],$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & & & & \\ & -c_2 & c_2 + c_3 & c_3 & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & -c_{j-1} & c_{j-1} + c_b & -c_b \\ & & & & & -c_b & c_j + c_b & -c_j \\ & & & & & & \dots & \\ & & & & & & & -c_n & c_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & \\ & -k_2 & k_2 + k_3 & k_3 & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & -k_{j-1} & k_{j-1} + k_b & -k_b \\ & & & & & -k_b & k_j + k_b & -k_j \\ & & & & & & \dots & \\ & & & & & & & -k_n & k_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_b, x_i, \dots, x_n]^T,$$

$$f_V(t) + \lambda \dot{f}_V(t) = C_V(\dot{x}_b - \dot{x}_i) = C_V \mathbf{I}_1^T \dot{\mathbf{x}}, \quad (2)$$

式中, “diag”表示对矩阵求对角阵运算; “T”表示矩阵转置; λ, C_V 分别为采用 Maxwell 型黏弹性阻尼器的松弛时间系数和阻尼参数^[21].

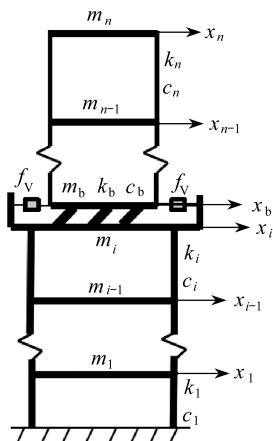


图1 层间隔震结构计算简图

Fig. 1 The calculation model for the interlayer isolated structure

地震动具有显著的随机性,工程上采用随机激励模型来模拟地震动的随机性.双过滤白噪声激励模型^[17]是一种应用较广泛的随机地震动模型,其可用2个基于白噪声激励的滤波器方程表示为

$$\ddot{x}_g + 2\xi_f \omega_f \dot{x}_g + \omega_f^2 x_g + \ddot{u}_g = -\ddot{x}_R, \quad (3a)$$

$$\ddot{u}_g + 2\xi_g \omega_g \dot{u}_g + \omega_g^2 u_g = -\ddot{x}_R, \quad (3b)$$

式中, ω_f, ξ_f 分别为第一滤波器的卓越频率和阻尼比; u_g, ω_g, ξ_g 分别为第二滤波器的振动位移、卓越频率和

阻尼比; S_0 为地震动强度常数; \ddot{x}_R 为白噪声随机过程,其协方差函数 $C_{\ddot{x}_R}(\tau)$ 可表示为

$$C_{\ddot{x}_R}(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau), \tag{4}$$

式中, $\delta(\tau)$ 为 Dirac 函数.

对式(3)用矩阵形式表示,可得

$$m_E \ddot{x}_E + c_E \dot{x}_E + k_E x_E = \alpha_E \ddot{x}_R, \tag{5}$$

式中

$$m_E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, c_E = \begin{bmatrix} 2\xi_f \omega_f & 0 \\ 0 & 2\xi_g \omega_g \end{bmatrix}, k_E = \begin{bmatrix} \omega_f^2 & 0 \\ 0 & \omega_g^2 \end{bmatrix}, x_E = \begin{Bmatrix} x_g \\ u_g \end{Bmatrix}, \alpha_E = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}.$$

由式(5)可知:双过滤白噪声随机地震动激励模型可用基于易求解的白噪声激励的常系数二阶微分方程组表示;而式(1)、(2)表示的结构及阻尼器振动方程也为常系数微分方程,故可将三者联立耦合求解,从而将基于双过滤白噪声激励下混合耗能结构随机地震动响应分析精确转化为基于易于求解的白噪声激励的随机响应分析.基于状态方程法,考虑 C-P 谱的滤波方程和 Maxwell 阻尼器本构关系,基于式(1)、(2)、(5),重构混合耗能结构的地震动方程:

$$M_0 \dot{y} + K_0 y = \alpha \ddot{x}_R, \tag{6}$$

式中

$$y = [x_E^T, x^T, \dot{x}_E^T, \dot{x}^T, f_V]^T, \tag{7}$$

$$M_0 = \begin{bmatrix} o_1 & C & -MII_2 & M & o_2 \\ c_E & o_1^T & m_E & o_1^T & o_3 \\ o_3^T & -C_V I_1^T & o_3^T & o_2^T & \lambda \\ o_1 & E_1 & o_1 & o_4 & o_2 \\ o_1^T & m_E & o_1^T & o_1^T & o_3 \end{bmatrix}, K_0 = \begin{bmatrix} o_1 & K & o_1 & o_4 & 2I_1 \\ k_E & o_1^T & o_1^T & o_1^T & o_3 \\ o_3^T & o_2^T & o_3^T & o_2^T & 1 \\ o_1 & o_4 & o_1 & -E_1 & o_2 \\ o_1^T & o_1^T & -m_E & o_1^T & o_3 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{Bmatrix} o_2 \\ \alpha_E \\ 0 \\ o_2 \\ o_3 \end{Bmatrix},$$

其中, o_1 为 $(n+1) \times 2$ 阶元素为 0 的矩阵; o_2 为 $n+1$ 个元素为 0 的列向量; o_3 为 2 个元素为 0 的列向量; o_4 为 $n+1$ 阶 0 元素方阵; $I_2 = [1, 0]$; E_1 为 $n+1$ 阶单位对角阵.

2 混合耗能结构系列响应的统一解表达式

混合耗能结构楼层相对于地面的位移和各层间位移是工程结构设计的关键参数;结构层相对于地面的位移变化率及各层间位移变化率是结构动力可靠度^[22]分析的基础.黏弹性阻尼器出力的计算,是阻尼器设计的重要依据.本节就上述系列响应量基于随机地震动激励下的封闭解进行研究.

由复模态法^[12-13,19]可知,方程(6)存在振动特征值对角阵 P 和左、右特性向量 V, U 使式(6)复模态解耦.引入复模态广义变量 z :

$$y = Uz. \tag{8}$$

由复模态理论^[12-13,19],式(6)正交化为

$$\dot{z} + Pz = \eta \ddot{x}_R, \tag{9}$$

式中, $\eta = \frac{V^T \alpha}{V^T M_0 U}$.

由于 P 为对角阵,则式(9)的分量形式为

$$\dot{z}_i + p_i z_i = \eta_i \ddot{x}_R, \tag{10}$$

式中, z_i, η_i, p_i 分别为 z, η, P 的分量.

由式(7)、(8)及(10),混合耗能结构的结构层位移 x_j 及其变化率 \dot{x}_j 和阻尼器出力 f_V 表示为

$$x_j = \sum_{i=1}^N \lambda_{j+2,i} \int_0^t e^{-p_i \tau} \ddot{x}_R(t - \tau) d\tau, \tag{11a}$$

$$\dot{x}_j = \sum_{i=1}^N \lambda_{j+n+5,i} \int_0^t e^{-p_i \tau} \ddot{x}_R(t - \tau) d\tau, \tag{11b}$$

$$f_N = \sum_{i=1}^N \mu_{v,i} \int_0^t e^{-p_i \tau} \ddot{x}_R(t - \tau) d\tau, \quad (11c)$$

式中, $\lambda_{j,i}$ 为结构层位移及其变化率响应模态系数, $\lambda_{j,i} = u_{j,i} \eta_i$, $u_{j,i}$ 为右特征向量 U 的第 j 行第 i 列元素; $\mu_{v,i} = u_{2n+5,i} \eta_i$ 为阻尼器阻尼力响应模态系数; $N = 2n + 5$.

根据层间位移与结构层相对于地面位移的关系,混合耗能结构的结构层层间位移 Δx_j 及其变化率 $\Delta \dot{x}_j$, 可表示为

$$\Delta x_j = \sum_{i=1}^N \bar{\lambda}_{j,i} \int_0^t e^{-p_i \tau} \ddot{x}_R(t - \tau) d\tau, \quad (12a)$$

$$\Delta \dot{x}_j = \sum_{i=1}^N \tilde{\lambda}_{j,i} \int_0^t e^{-p_i \tau} \ddot{x}_R(t - \tau) d\tau, \quad (12b)$$

式中, $\bar{\lambda}_{j,i}$ 和 $\tilde{\lambda}_{j,i}$ 分别为结构层层间位移和速度响应模态系数, $\bar{\lambda}_{1,i} = u_{3,i} \eta_i$, $\bar{\lambda}_{j,i} = (u_{j+2,i} - u_{j+1,i}) \eta_i$, $\tilde{\lambda}_{1,i} = u_{n+5,i} \eta_i$, $\tilde{\lambda}_{j,i} = (u_{j+n+4} - u_{j+n+3}) \eta_i (j \geq 2)$.

至此,混合耗能结构各层相对于地面的位移及其变化率、层间位移及其变化率和黏弹性阻尼器出力可统一表示为

$$X(t) = \sum_{i=1}^N \kappa_i \int_0^t e^{-p_i \tau} \ddot{x}_R(t - \tau) d\tau = \sum_{i=1}^N X_i(t), \quad (13)$$

式中, $X(t)$ 表示结构的系列响应量, κ_i 表示结构系列响应的模态系数, $X_i(t)$ 为分量形式:

$$X_i(t) = \kappa_i \int_0^t e^{-p_i \tau} \ddot{x}_R(t - \tau) d\tau, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (14)$$

3 系列响应量方差及功率谱的简明封闭解

由随机振动理论^[12-13,23]及式(14),混合耗能结构系列响应量 X 的协方差为

$$C_X(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)] = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N E[X_k(t)X_i(t + \tau)]. \quad (15)$$

由式(15),系列响应量分量的协方差为

$$E[X_k(t)X_i(t + \tau)] = \kappa_k \kappa_i \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-p_k u} e^{-p_i v} E[\ddot{x}_R(t - u)\ddot{x}_R(t + \tau - v)] dudv = \kappa_k \kappa_i \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-p_k u} e^{-p_i v} C_{\ddot{x}_R}(u + \tau - v) dudv. \quad (16)$$

将式(14)代入式(16)得

$$E[X_k(t)X_i(t + \tau)] = 2\pi S_0 \kappa_k \kappa_i \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-p_k u} e^{-p_i v} \delta(u + \tau - v) dudv. \quad (17)$$

利用 Dirac 函数的性质,式(17)简化为

$$E[X_k(t)X_i(t + \tau)] = 2\pi S_0 \kappa_k \kappa_i \int_0^\infty e^{-p_k u} e^{-p_i(u+\tau)} du. \quad (18)$$

对式(18)积分得

$$E[X_k(t)X_i(t + \tau)] = 2\pi S_0 \kappa_k \kappa_i \frac{e^{-p_i \tau}}{p_k + p_i}. \quad (19)$$

由式(15)及(19),基于双过滤白噪声激励下混合耗能结构的系列响应量的协方差为

$$C_{X_i}(\tau) = E[X_k(t)X_i(t + \tau)] = 2\pi S_0 \sum_{i=1}^N \psi_i e^{-p_i \tau}, \quad (20)$$

式中, $\psi_i = \sum_{k=1}^N \frac{\kappa_k \kappa_i}{p_k + p_i}$.

当式(20)中 $\tau = 0$ 时,混合耗能结构系列响应量的协方差即为其方差:

$$\sigma_X^2 = C_X(0) = 2\pi S_0 \sum_{i=1}^N \psi_i, \quad (21)$$

式中, σ_X^2 为系列响应 X 的方差.

由随机振动理论^[19,21],混合耗能结构系列响应量的功率谱由 Wiener-Khinchin 关系式可表示为

$$S_X(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} C_X(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (22)$$

式中, $S_X(\omega)$ 为系列响应 X 的功率谱.

把式(20)代入式(22)并积分,则系列响应的功率谱表示为

$$S_X(\omega) = 2S_0 \sum_{i=1}^N \psi_i \int_0^{\infty} e^{-p_i\tau} \cos(\omega\tau) d\tau = 2S_0 \sum_{i=1}^N \psi_i \frac{p_i}{\omega^2 + p_i^2}. \quad (23)$$

由式(23)可知,混合耗能结构系列响应的功率谱表示成振动复特征值与频域变量平方和的倒数 $(\omega^2 + p_i^2)^{-1}$ 的线性组合,即响应功率谱的二次式分解,为后文获得系列响应 0~2 阶谱矩的简明封闭解奠定基础.

4 混合耗能结构系列响应量的 0~2 阶谱矩简明封闭解

由平稳激励谱矩的定义,系列响应量的谱矩可表示为^[21]

$$\alpha_{X,l} = 2 \int_0^{\infty} \omega^l S_X(\omega) d\omega = 4S_0 \sum_{i=1}^N \int_0^{\infty} \frac{\psi_i p_i}{\omega^2 + p_i^2} d\omega, \quad (24)$$

式中, $\alpha_{X,l}$ 为响应 X 的 l 列谱矩, $l = 0, 1, 2$.

由式(24),系列响应 0 阶谱矩 $\alpha_{X,0}$ 可表示为^[21]

$$\alpha_{X,0} = 4S_0 \sum_{i=1}^N \psi_i \int_0^{\infty} \frac{p_i}{\omega^2 + p_i^2} d\omega = 2S_0 \pi \sum_{i=1}^N \psi_i. \quad (25)$$

由式(24),混合耗能结构系列响应的 1 阶谱矩为

$$\alpha_{X,1} = 4S_0 \sum_{i=1}^N \psi_i p_i \int_0^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 + p_i^2} d\omega = -2S_0 \sum_{i=1}^N \psi_i p_i \ln p_i^2. \quad (26)$$

由随机振动理论^[19,21],随机响应量的 0 阶谱矩等于其方差,对比式(22)与式(26)可知:本文方法是正确的;2 阶谱矩等于其变化率的 0 阶谱矩,故混合耗能结构相对于地面的绝对位移及层间位移的 2 阶谱矩为

$$\alpha_X^2 = \alpha_{\dot{X}}^0, \quad (27)$$

式中, \dot{X} 表示响应量 X 对时间 t 的一阶导数.

由式(25)~(27)可知,混合层间隔震耗能结构系列响应量的 0~2 阶谱矩均有简明封闭解.

5 算 例

— 12 层的钢筋混凝土结构,其动力学参数如下:结构质量,1~6 层为 1.3×10^6 kg,7~12 层为 1.1×10^6 kg;结构层刚度,1~6 层为 8.5×10^3 kN/m,7~12 层为 6.5×10^3 kN/m;结构阻尼采用 Rayleigh 阻尼,阻尼比为 0.05. 双过滤白噪声地震动激励参数, $\omega_g = 20.94$ rad/s, $\omega_f = 0.15\omega_g$, $\xi_f = \xi_g = 0.72$, $S_0 = 1.42 \times 10^{-3} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-3}$.

5.1 所提方法正确性验证

虚拟激励法^[24]广泛应用于各类结构随机激励下的响应分析,利用该方法可直接获得结构响应的功率谱密度函数的精确解,但利用该方法求解结构响应的 0~2 阶谱矩时需要采用数值积分法.为此,我们利用虚拟激励法对本文所提方法的正确性进行验证.

本文方法中结构系列响应的功率谱可统一表示为式(22),式中基本参数为结构体系复振动特征值 p 和响应模态参与系数 κ ,需要矩阵运算才能获得,故可能存在计算精度的问题.而虚拟激励法在分析结构响应功率谱时可获得精确解.基于虚拟激励的结构响应功率谱的精确表达推导如下,首先对式(1)引入虚拟激励荷载,式(1)改写为

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \bar{\mathbf{x}}(i\omega) + 2\mathbf{I}_1 \bar{f}_V(i\omega) = -\mathbf{M} \mathbf{I} \sqrt{S_{\dot{x}_g}(\omega)} e^{i\omega t}, \quad (28)$$

式中, $\bar{\mathbf{x}}(i\omega)$, $\bar{f}_V(i\omega)$ 分别为 $\mathbf{x}(t)$, $f_V(t)$ 的 Fourier 变换; $S_{\dot{x}_g}(\omega)$ 为地震动 $\dot{x}_g(t)$ 的功率谱密度函数; $i = \sqrt{-1}$.

对式(2)进行 Fourier 变换,改写为

$$\bar{f}_v(i\omega) + \lambda i\omega \bar{f}_v(i\omega) = C_v i\omega \mathbf{I}_1^T \bar{\mathbf{x}}(i\omega). \quad (29)$$

由式(29),可获得 $\bar{f}_v(i\omega)$ 与 $\bar{\mathbf{x}}(i\omega)$ 的关系式:

$$\bar{f}_v(i\omega) = \frac{C_v i\omega}{1 + \lambda i\omega} \mathbf{I}_1^T \bar{\mathbf{x}}(i\omega). \quad (30)$$

将式(30)代入式(28),则基于虚拟激励法的响应位移向量可表示为

$$\bar{\mathbf{x}}(i\omega) = \left(-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{C}i\omega + \mathbf{K} + 2\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_1^T \frac{C_v i\omega}{1 + \lambda i\omega} \right)^{-1} * \mathbf{M}\mathbf{I}e^{i\omega t}. \quad (31)$$

由虚拟激励法,结构位移的响应功率谱 $S_{x_j}(\omega)$ 可表示为

$$S_{x_j}(\omega) = \bar{x}_j(i\omega) \times \bar{x}_j^*(i\omega), \quad (32)$$

式中, $\bar{x}_j(i\omega)$ 为 $\bar{\mathbf{x}}(i\omega)$ 的第 j 个分量, $\bar{x}_j^*(i\omega)$ 是 $\bar{x}_j(i\omega)$ 的共轭项.

同理,由虚拟激励法,阻尼器出力的功率谱 $S_{f_v}(\omega)$ 可表示为

$$S_{f_v}(\omega) = \bar{f}_v(i\omega) \times \bar{f}_v^*(i\omega), \quad (33)$$

式中, $\bar{f}_v^*(i\omega)$ 是 $\bar{f}_v(i\omega)$ 的共轭项.

由谱矩的定义,结构位移及阻尼器出力的谱矩可表示为

$$\alpha_{x_j,l} = 2 \int_0^\infty \omega^l S_{x_j}(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\omega_u} \omega^l S_{x_j}(\omega) d\omega = \sum_{k=0}^{\omega_u/\Delta\omega} \omega_k^l S_{x_j}(\omega_k) \Delta\omega, \quad (34a)$$

$$\alpha_{f_v,l} = 2 \int_0^\infty \omega^l S_{f_v}(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\omega_u} \omega^l S_{f_v}(\omega) d\omega = \sum_{k=0}^{\omega_u/\Delta\omega} \omega_k^l S_{f_v}(\omega_k) \Delta\omega, \quad (34b)$$

式中, $\alpha_{x_j,l}$ 和 $\alpha_{f_v,l}$ 分别为结构位移及阻尼器阻尼力的 l 阶谱矩; $l = 0 \sim 2$; ω_u 为积分上限, $\omega_k = k\Delta\omega$, $\Delta\omega$ 为积分步长.

设定隔震层及黏弹性阻尼器力学参数开展对比验证,假定在结构 2 层顶设置隔震层及 Maxwell 型黏弹性阻尼器,两者的力学参数为 $m_b = 1.0 \times 10^3 \text{ t}$, $k_b = 400 \text{ kN/m}$, $c_b = 160 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$, $\tau = 0.1 \text{ s}$, $C_v = 0.2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$.

图 2 为结构第 2 层相对于地面的位移功率谱对比图,图 3 为黏弹性阻尼器阻尼力功率谱对比图.由图 2 及图 3 可知,两种方法所得功率谱完全重合,说明了本文方法所获得响应功率谱的二次分解式的正确性,同时也说明了结构复振动特征值及响应模态参与系数的分析仅为数学问题,其分析精度已不是问题.

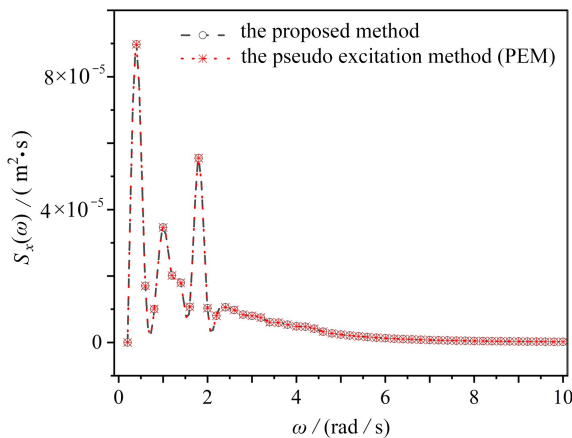


图 2 结构第 2 层位移功率谱

Fig. 2 The displacement power spectrum of the 2nd floor

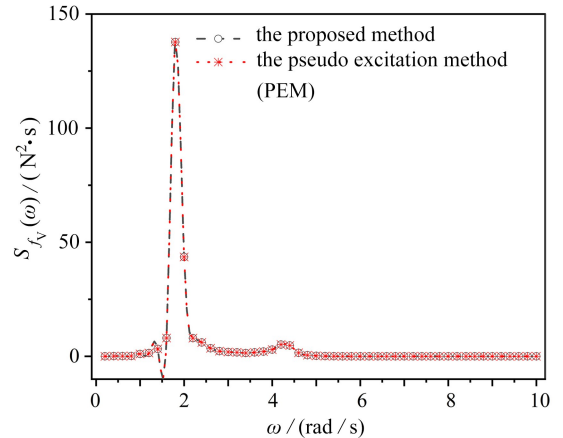


图 3 阻尼器出力功率谱

Fig. 3 Damper's force power spectrum

由于虚拟激励法计算谱矩时采用数值积分,需要给定积分上限和积分步长.经试算本算例中数值积分上限 $\omega_u = 1000 \text{ rad/s}$,积分间距 $\Delta\omega$ 分别取 1 rad/s , 0.1 rad/s 和 0.01 rad/s .图 4—6 为两种方法下层间隔震结

构位移 0~2 阶谱矩的对比图,表 1 为 Maxwell 阻尼器阻尼力基于两种方法下的 0 阶和 1 阶谱矩对比。

由图 4—6 及表 1 可知,随着 $\Delta\omega$ 逐渐减小,虚拟激励法所获得的各阶谱矩与本文方法逐渐接近,当 $\Delta\omega = 0.01 \text{ rad/s}$ 时基本吻合,说明了本文方法为封闭解,且精度很高。对于 CPU 耗时,本文方法为 0.081 s,虚拟激励法按照 $\Delta\omega$ 从大到小的耗时分别为 0.055 s,0.321 s 和 3.012 s。在精度一致时,本文方法耗时为虚拟激励法的 1/38,说明本文方法计算效率高。

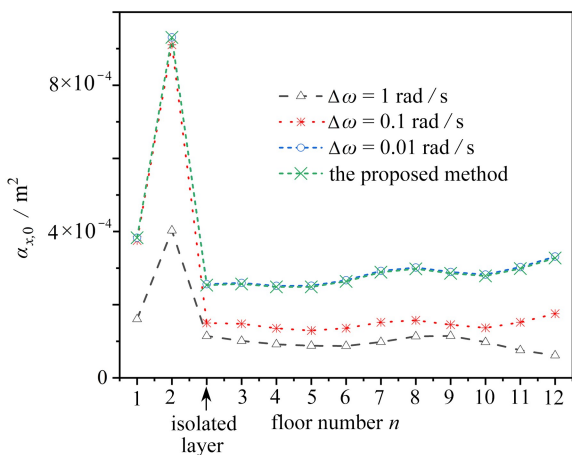


图 4 结构位移 0 阶谱矩

Fig. 4 The 0th-order spectral moments of the structure displacement

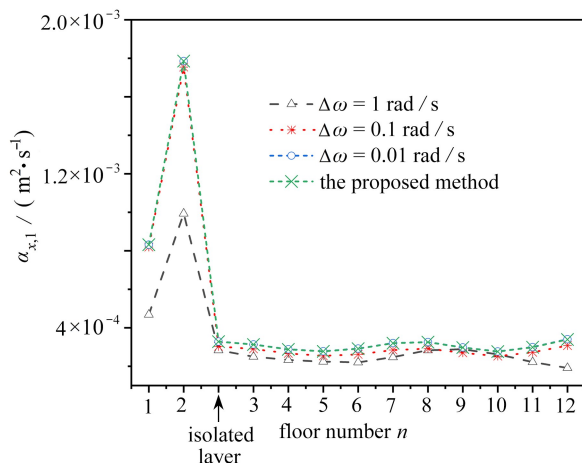


图 5 结构位移 1 阶谱矩

Fig. 5 The 1st-order spectral moments of the structure displacement

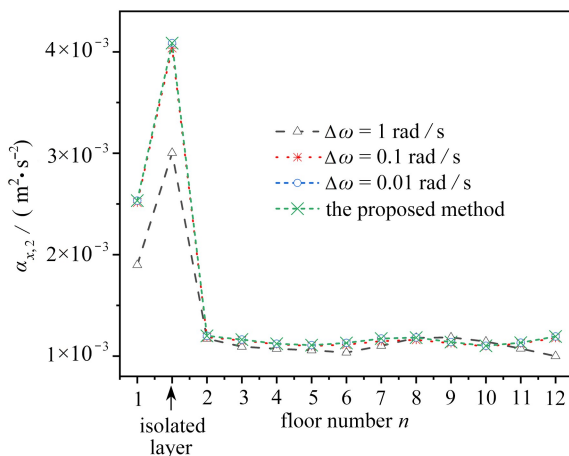


图 6 结构位移 2 阶谱矩

Fig. 6 The 2nd-order spectral moments of structure displacement

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同。

表 1 阻尼器出力 0 阶、1 阶谱矩计算

Table 1 The 0th- and 1st-order spectral moments of damper's force

method	$\Delta\omega / (\text{rad/s})$	0th-order/ N^2	1st-order/ $(\text{N}^2 \cdot \text{s}^{-1})$
the pseudo excitation method (PEM)	1	32.856 6	87.709
	0.1	98.929 3	186.916
	0.01	99.906 5	188.356
the proposed method		99.903 7	188.356

5.2 隔震层设置位置减震效果分析

层间隔震层在建筑中的设置位置对隔层结构的减震效果分析影响较大。为此,利用本文所提出计算结构响应方差的封闭解,研究隔震层设置位置对结构位移和层间位移的影响。假定隔震层分别设置在结构的 1~7

层(共7种工况),隔震层及黏弹性阻尼器的参数取值为 $m_b = 1.0 \times 10^6 \text{ kg}$, $k_b = 400 \text{ kN/m}$, $c_b = 160 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$, $\tau = 0.1 \text{ s}$, $C_v = 0.2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$,分别计算结构位移和层间位移的方差.图7、图8给出了上述7种工况、基础隔震及原结构(未设置隔震层及阻尼器的结构)的结构位移及层间位移图.

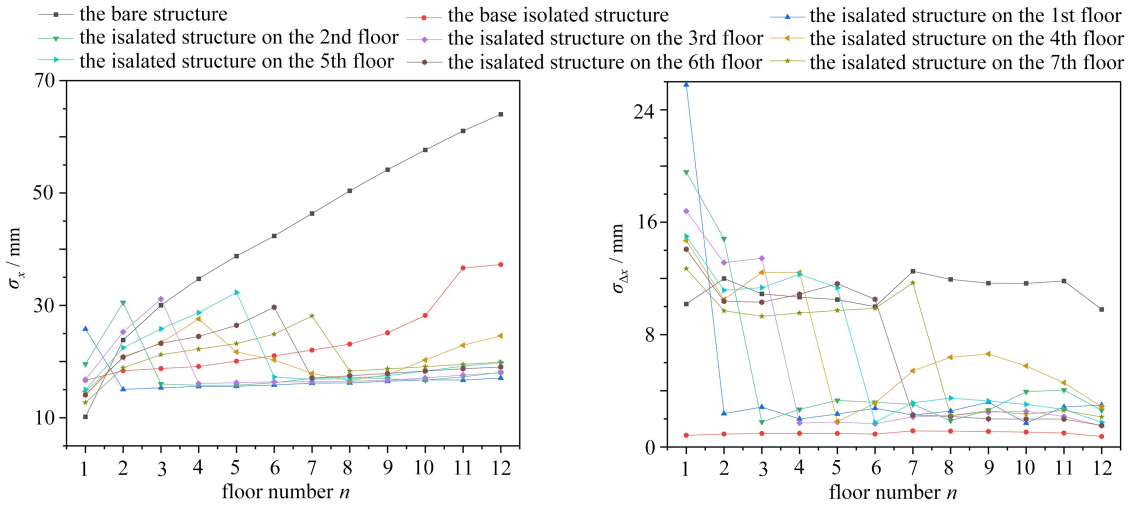


图7 结构位移方差与隔震层位置的关系

Fig. 7 Relationships between structural displacement variances and isolation layer positions

图8 结构层间位移方差与隔震层位置的关系

Fig. 8 Relationships between structural interlayer displacement variances and isolation layer positions

由图7可知:在基础隔震和层间隔震所有工况中,1层的结构位移均大于原结构的位移;隔震层设置在1~3层时,隔震层以下楼层的结构位移比原结构位移大,而隔震层以上楼层位移比原结构对应楼层处的位移明显降低;隔震层设置在4~7层时,隔震层所有结构楼层的位移比原结构位移均减小,且隔震层以上楼层位移比原结构对应楼层处的位移明显降低.总之,层间隔震结构的所在隔震层以下结构位移均大于基础隔震层对应楼层位移,但隔震层以上楼层位移均显著小于基础隔震结构对应的楼层位移,且各种层间隔震工况下的隔震层以上结构位移比较接近.

由图8可知:层间隔震所有工况中,隔震层以上楼层层间位移明显小于结构层以下楼层层间位移,且层间隔震层各工况的1层层间位移明显大于原结构1层层间位移.与基础隔震相比,基础隔震工况的层间位移明显小于层间隔震层的层间位移,说明层间隔震层的减震效果要低于同条件下的基础隔震.

5.3 隔震层及阻尼器力学参数对混合耗能结构减震效果分析

隔震层和黏弹性阻尼器的力学参数影响混合耗能结构的减震性能,为此,研究两者的力学参数取值对混合耗能结构工程应用具有重要意义.

5.3.1 隔震层刚度对混合耗能结构的减震效果分析

工程上,材料的阻尼常由质量、刚度和阻尼比来表示为 $c_b = 2\xi_b\sqrt{m_b k_b}$, ξ_b 为阻尼比.从5.2小节的研究结果来看,隔震层设置位置不宜过高.本算例假定隔震层设置在结构的2层,隔震层阻尼比为0.1, $m_b = 1.0 \times 10^6 \text{ kg}$, Maxwell型黏弹性阻尼器的参数为 $C_v = 0.2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$, $\tau = 0.1 \text{ s}$.隔震层层间刚度 k_b 分别取值为0.02 kN/m, 0.2 kN/m, 2 kN/m, 20 kN/m, 200 kN/m 和 2 000 kN/m.利用本文所提出的响应封闭解,计算上述6种工况下的结构位移及层间位移,如图9、图10所示.

由图9、图10可知:隔震层刚度 k_b 对结构的减震性能影响以隔震层所在楼层为分界线.隔震层及其以下楼层,结构位移及层间位移随着 k_b 增大而逐渐降低.隔震层以上楼层,结构位移及层间位移随着 k_b 增大而逐渐增大.

5.3.2 阻尼器 C_v 对结构的减震效果对比

Maxwell型阻尼器由松弛时间系数 λ 和阻尼参数 C_v 决定,其中 λ 一般为常量,而阻尼参数 C_v 则与阻尼器构件的尺寸有关,故本文仅研究 C_v 对混合结构的减震效果.

假定隔震层设置在结构的 2 层,隔震层的力学参数为 $m_b = 1.0 \times 10^6 \text{ kg}$, $k_b = 400 \text{ kN/m}$, $c_b = 160 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$, 阻尼器力学参数为 $\tau = 0.1 \text{ s}$. Maxwell 阻尼器阻尼系数分别为 $0.2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$, $2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$, $20 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$, $200 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$, $2\,000 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 和 $20\,000 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ (共 6 种工况). 利用本文所提出的响应封闭解, 计算上述 6 种工况下的结构位移及层间位移, 如图 11、图 12 所示.

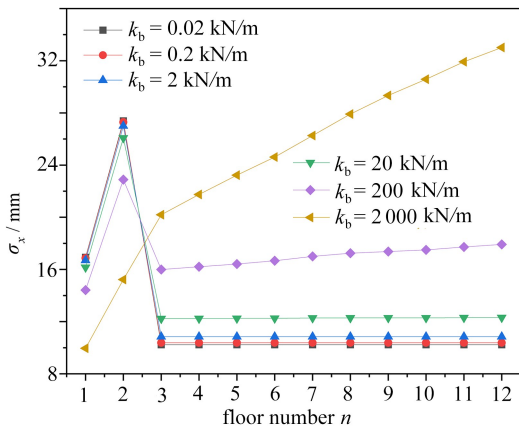


图 9 结构位移方差与 k_b 的关系

Fig. 9 Relationships between structural displacement variances and k_b values

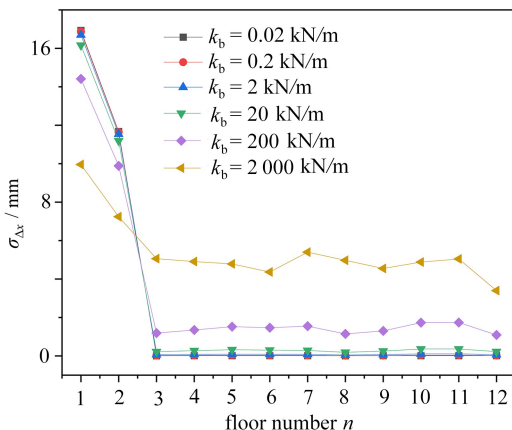


图 10 结构层间位移方差与 k_b 的关系

Fig. 10 Relationships between structural interlayer displacement variances and k_b values

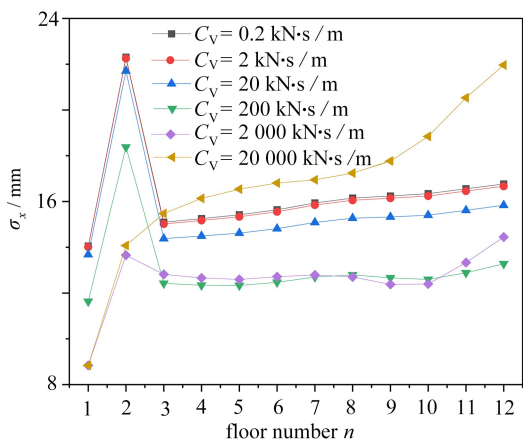


图 11 结构位移方差与 C_v 的关系

Fig. 11 Relationships between structural displacement variances and C_v values

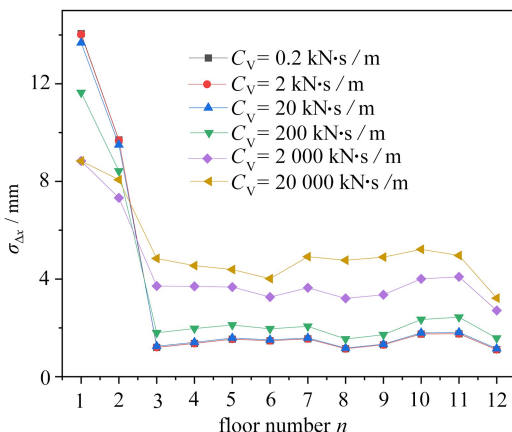


图 12 结构层间位移方差与 C_v 的关系

Fig. 12 Relationships between structural interlayer displacement variances and C_v values

由图 11、图 12 可知:黏弹性阻尼器参数 C_v 对结构的减震性能影响以隔震层所在楼层为分界线. 隔震层及其以下楼层, 当 C_v 从 $0.2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 增大至 $2\,000 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 时, 结构位移及层间位移逐渐降低; 对比 $C_v = 2\,000 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 和 $20\,000 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 两种工况, 结构位移及层间位移在后者时反而增大, 说明 C_v 大到一定程度时黏弹性阻尼器对隔震结构的减震效果降低了. 隔震层以上楼层时, 当 C_v 从 $0.2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 增大至 $200 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 时, 结构位移逐渐降低; 当 C_v 从 $200 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 增大至 $20\,000 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 时, 结构位移逐渐增大, 甚至大于 C_v 为 $0.2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 时的位移; 当 C_v 从 $0.2 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 增大至 $20\,000 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 时, 结构层间位移逐渐增大. 总之, 黏弹性阻尼器参数 C_v 对隔震层以下楼层的结构位移、层间位移和对隔震层以上楼层的结构位移的影响可通过优化分析找到最优减震效果的 C_v , 而隔震层以上的层间位移则随着 C_v 的增大而增大.

6 结 论

本文就混合层间隔震结构基于双过滤白噪声随机激励下的楼层位移、层间位移、阻尼器出力等系列响应

的0~2阶谱矩和方差的分析提出了简明封闭解法,并研究了影响隔震结构减震效果的因素,结论如下:

1) 利用 C-P 谱的滤波方程与混合层间隔震结构地震动方程联合求解,可将复杂的地震动激励精确转化为简明的白噪声激励,利用复模态方法及随机振动理论易于获得结构系列响应的简明封闭解。

2) 层间隔震层的设置位置对结构的减震效果影响显著,隔震层位置越高,隔震层及其以下结构层间及层间位移减震效率越好,但隔震层以上结构位移的影响无明显规律性。

3) 隔震层刚度 k_b 对结构的减震性能影响以隔震层所在楼层为分界线;隔震层及其以下楼层,结构位移及层间位移随着 k_b 增大而逐渐降低;隔震层以上楼层,结构位移及层间位移随着 k_b 增大而逐渐增大。

4) 黏弹性阻尼器参数 C_v 对结构的减震性能影响以隔震层所在楼层为分界线。黏弹性阻尼器参数 C_v 对隔震层以下楼层的结构位移、层间位移和对隔震层以上楼层的结构位移的影响可通过优化分析找到最优减震效果的 C_v , 而隔震层以上的层间位移则随着 C_v 的增大而增大。

参考文献 (References):

- [1] 吴应雄, 黄净, 林树枝, 等. 建筑隔震构造设计与应用现状[J]. 土木工程学报, 2018, **51**(2): 62-73. (WU Yingxiong, HUANG Jing, LIN Shuzhi, et al. Design and application status of seismic isolation constitution of building[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2018, **51**(2): 62-73. (in Chinese))
- [2] ZHANG R H, SOONG T T, MAHMOODI P. Seismic response of steel frame structures with added viscoelastic dampers[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1989, **18**(3): 389-396.
- [3] 欧进萍, 王丰富. 设置 TMD、TLD 控制系统的高层建筑风振分析与设计方法[J]. 地震工程与工程振动, 1994, **14**(2): 61-75. (OU Jinping, WANG Yongfu. Wind-induced vibration analysis and design method of tall buildings with tuned mass dampers or tuned liquid dampers[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1994, **14**(2): 61-75. (in Chinese))
- [4] 李创第, 江丽富, 王瑞勃, 等. 单自由度混联 II 型惯容系统随机地震动响应分析[J]. 应用数学和力学, 2023, **44**(3): 260-271. (LI Chuangdi, JIANG Lifu, WANG Ruibo, et al. Responses of SDOF structures with SPIS-II dampers under random seismic excitation[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, **44**(3): 260-271. (in Chinese))
- [5] 武田寿一. 建筑物隔震防振与控振[M]. 纪晓惠, 译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997. (TAKEDA Shouyi. *Building Isolation, Vibration Prevention, and Control* [M]. JI Xiaohui, transl. Beijing: China Construction Industry Press, 1997. (in Chinese)).
- [6] 周福霖, 张颖, 谭平. 层间隔震体系的理论研究[J]. 土木工程学报, 2009, **42**(8): 1-8. (ZHOU Fulin, ZHANG Ying, TAN Ping. Theoretical study on interlayer isolation system[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2009, **42**(8): 1-8. (in Chinese))
- [7] 张尚荣, 谭平, 杜永峰, 等. 层间隔震体系可靠度的灵敏度分析[J]. 振动、测试与诊断, 2016, **36**(1): 102-107. (ZHANG Shangrong, TAN Ping, DU Yongfeng, et al. Reliability sensitivity analysis of inter-story isolation system[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2016, **36**(1): 102-107. (in Chinese))
- [8] 祁皓, 郑国琛, 阎维明. 考虑参数优化的层间隔震结构振动台试验研究[J]. 建筑结构学报, 2009, **30**(2): 8-16. (QI Ai, ZHENG Guochen, YAN Weiming. Shaking table test of interlayer isolation structure considering parameter optimization [J]. *Journal of Building Structures*, 2009, **30**(2): 8-16. (in Chinese))
- [9] 孙臻, 刘伟庆, 王曙光, 等. 苏豪银座层间隔震结构设计与地震响应分析[J]. 建筑结构, 2013, **43**(18): 58-63. (SUN Zhen, LIU Weiqing, WANG Shuguang, et al. Design and seismic response analysis of interlayer isolation structure of Suhao Ginza[J]. *Architectural Structure*, 2013, **43**(18): 58-63. (in Chinese))
- [10] 刘军生, 王社良, 石韵, 等. 带限位装置的新型摩擦滑移隔震结构振动台试验研究[J]. 西安建筑科技大学学报 (自然科学版), 2015, **47**(4): 498-502. (LIU Junsheng, WANG Sheliang, SHI Yun, et al. New friction sliding isolation structures with limit devices [J]. *Journal of Xi'an University of Architecture and Technology (Natural Science Edition)*, 2015, **47**(4): 498-502. (in Chinese))
- [11] 翁锦华. 惯容装置限位的层间隔震结构减震性能研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2022, **30**(5): 1188-1200. (WENG Jinhua. Study on seismic performance of story isolation structure with inerter device[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2022, **30**(5): 1188-1200. (in Chinese))

- [12] 赵立菊,葛新广,王善库. 基于双过滤白噪声激励的层间隔震结构随机响应的解析解法[J]. 结构工程师, 2020, **36**(4): 81-89.(ZHAO Liju, GE Xinguang, WANG Shanku. Analytical method for random response of story isolated structures excited by double filtered white noise [J]. *Structural Engineer*, 2020, **36**(4): 81-89. (in Chinese))
- [13] GE X G, AZIM I, LI C, et al. Seismic responses of structure with six-element generalized model viscoelastic dampers[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2023, **164**: 107610.
- [14] XIE LY, LI Z, CHAO P, et al. Uniform damping ratio-based design method for seismic retrofitting elastoplastic RC structures using viscoelastic dampers [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, **128**: 105866.
- [15] 周继磊, 杨迪雄, 陈国海. 近断层脉冲型地震动功率谱特性分析[J]. 世界地震工程, 2017, **33**(1): 18-26. (ZHOU Jilei, YANG Dixiong, CHEN Guohai. Characteristic analysis of power spectrum for near-fault impulse type ground motion [J]. *World Earthquake Engineering*, 2017, **33**(1): 18-26. (in Chinese))
- [16] 钟庭, 陈辉国, 刘国粹, 等. 地震波双模态时变修正 Kanai-Tajimi 非平稳随机模型的改进及参数识别[J]. 地震工程学报, 2017, **39**(1): 72-79.(ZHONG Ting, CHEN Huiguang, LIU Guocui, et al. Improvement and parameter identification of bimodal time variables modified by the Kanai-Tajimi nonstationary stochastic model using strong ground motion records [J]. *China Earthquake Engineering Journal*, 2017, **39**(1): 72-79. (in Chinese))
- [17] 李创第, 陈明杰, 葛新广. 基于 Clough-Penzien 谱激励的指数型非黏滞阻尼结构随机地震动响应简明封闭解[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(3): 282-291.(LI Chuangdi, CHEN Mingjie, GE Xinguang. A simple closed response solution to random ground motion for exponential non-viscous-damping structures based on the Clough-Penzien spectrum excitation [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(3): 282-291. (in Chinese))
- [18] LI J, YAN Q, CHEN J B. Stochastic modeling of engineering dynamic excitations for stochastic dynamics of structures[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2012, **27**(1): 19-28.
- [19] 李创第, 丁晓华, 陈俊忠, 等. 基础隔震结构基于 Clough-Penzien 谱随机地震响应分析的复模态法[J]. 振动与冲击, 2006, **25**(5): 162-165.(LI Chuangdi, DING Xiaohua, CHEN Junzhong, et al. Complex modal method for analysis of random earthquake response of structures with base isolation on the basis of Clough-Penzien spectrum [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2006, **25**(5): 162-165. (in Chinese))
- [20] 李春祥, 熊学玉. 基于 Kanai-Tajimi/Clough-Penzien 模型时 MTMD 的动力特性[J]. 振动与冲击, 2002, **21**(4): 39-43.(LI Chunxiang, XIONG Xueyu. Dynamic characteristics of MTMD based on Kanai-Tajimi/Clough-Penzien models [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2002, **21**(4): 39-43. (in Chinese))
- [21] 李创第, 张翊, 葛新广. 单自由度 Maxwell 阻尼器耗能结构基于频响函数谱矩的等效阻尼[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2019, **44**(1): 41-51.(LI Chuangdi, ZHANG Yi, GE Xinguang. Equivalent damping of energy dissipating SDOF structure with Maxwell dampers based on spectral moment of frequency response function [J]. *Journal of Guangxi University (Natural Science Edition)*, 2019, **44**(1): 41-51. (in Chinese))
- [22] COROTIS R B, VANMARCKE E H, CORNELL A C. First passage of nonstationary random processes [J]. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 1972, **98**(2): 401-414.
- [23] 方同. 工程随机振动[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.(FANG Tong. *Engineering Random Vibration* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1995. (in Chinese))
- [24] 林家浩. 随机振动的虚拟激励法[M]. 北京: 科学出版社, 2004.(LIN Jiahao. *Pseudo Excitation Method for Random Vibration* [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese))