

高温高压模拟井筒应力分析与评价*

侯永强, 纪斌, 贾光政, 高涵

(东北石油大学 机械科学与工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘要: 模拟井筒是用于模拟油田井下高温高压环境的实验装置, 为高温高压厚壁容器。基于热力学及大涡模拟 (LES) 理论, 建立了模拟井筒温度场物理方程。基于热弹性力学理论, 建立了热应力物理方程。采用投影法求解温度场控制方程, 采用梯形法数值积分求解热应力控制方程, 给出了控制方程的离散格式。通过虚拟密度法对流固耦合传热进行求解, 根据应力叠加原理对模拟井筒热应力和压应力及其耦合作用进行了数值求解分析。研究结果表明: 设计壁厚最小值为 0.18 m 的模拟井筒, 强度能够满足在 400 °C 加热环境、内部加压 220 MPa 工作参数下进行高温高压实验。通过实验验证了所建立的数学模型与数值求解方法的正确性, 为高温高压厚壁容器设计提供了理论依据。

关键词: 热应力; 大涡模拟; 投影法; 应力耦合; 强度分析

中图分类号: TH123+.4; O29 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440172

Stress Analysis and Evaluation of the High-Temperature High-Pressure Wellbore Hole Simulator

HOU Yongqiang, JI Bin, JIA Guangzheng, GAO Han

(School of Mechanical Science and Engineering, Northeast Petroleum University,
Daqing, Heilongjiang 163318, P.R.China)

Abstract: The wellbore hole simulator as a high-temperature high-pressure thick-walled container, is an experimental device used to simulate the high-temperature high-pressure downhole environment of oilfield. Based on thermodynamics and the large eddy simulation (LES) theory, a physical equation was established. The projection method was applied to solve the temperature field governing equation, and the trapezoidal-rule numerical integration was used to solve the thermal stress governing equation. The discrete scheme for the governing equation was given. The fluid-structure-interaction heat transfer was solved with the virtual density method, and the thermal stress, the pressure stress and their coupling effect of the wellbore hole simulator were numerically analyzed under the principle of stress superimposition. The research results indicate that, the wellbore hole simulator with a minimum wall thickness of 0.18 m could meet the strength requirements for high-temperature high-pressure experiments with 400 °C and 220 MPa working parameters. The experiments prove the correctness of the established mathematical model and the numerical solution methods, providing a theoretical basis for the design of thick-walled cylinder containers under high-temperature high-pressure conditions.

* 收稿日期: 2023-06-05; 修订日期: 2023-09-21

基金项目: 2022 年度黑龙江省博士后项目 (LBH-Z22254); 黑龙江省自然科学基金项目 (LH2023A002); 中国石油天然气股份有限公司重大科技专项 (2017E-16-05)

作者简介: 侯永强 (1983—), 男, 讲师, 博士, 硕士生导师 (通讯作者。E-mail: train_1@163.com)。

引用格式: 侯永强, 纪斌, 贾光政, 高涵. 高温高压模拟井筒应力分析与评价 [J]. 应用数学和力学, 2023, 44(12): 1522-1534.

Key words: thermal stress; large eddy simulation; projection method; stress coupling; strength analysis

0 引 言

高温高压模拟井筒是用于模拟油田井下高温高压环境的实验装置。模拟井筒这类超高压容器在加温加压工作过程中会受到热应力与压应力的耦合作用,求解此类应力耦合作用所引起的强度问题,对指导机械、化工、航空航天和核反应堆工程等领域的超高压容器设计校核有重要意义。

针对复杂温度场下的热力耦合问题,国内外学者开展了大量的理论研究。通过解析法求解温度场分布,进而采用有限元法求解热应力和压应力耦合作用所引起的强度问题^[1-6],计算过程中温度场与应力场独立计算,难以准确描述耦合效应,计算准确度相对较低。Almasi 等^[7]和杨阳等^[8]使用解析和数值方法对热-力行为进行了研究。Manthena 等^[9]以 Bessel 函数的形式求解了瞬态二维传导方程及其相关热应力的解。耦合传热使得温度场分布复杂且非线性,难以用解析法准确求解,导致热应力无法准确求解。

模拟井筒加温加压实验时,内部充满液体并密封,为湍流自然对流传热过程。针对湍流求解过程中直接求解法(DNS)求解实际问题过程中计算量巨大,Reynolds 时均方程法(RANS)求解精度不高的问题,Smagorinsky 提出了大涡模拟(LES)方法。经过几十年的发展,大涡模拟已经被实验证明能够较准确地求解湍流自然对流传热^[10-14],降低对计算机资源的苛刻要求,与直接求解法相比,减少了计算的工作量。

由于湍流自然对流传热数学模型的 N-S 方程的非线性特性,它的求解十分困难,需要通过数值方法进行求解。SIMPLE 系列算法求解非稳态 N-S 方程计算量大,效率不高。文献[15-17]提出了投影法求解不可压缩黏性流体的 N-S 方程,以提高数值求解的效率。

综上所述,需要研究基于耦合传热温度场,以求解计算热应力的数学模型与数值求解方法。本文在此基础上准确求解模拟了井筒的热应力、压应力和耦合应力的分布规律,为模拟井筒这类高温高压容器的设计校核提供了理论方法。

1 模拟井筒实验装置

图 1 为模拟井筒加温装置,其中:①为风机,②为进风阀,③为内循环阀,④为冷却阀,⑤为风循环管道,⑥为井式加热炉,⑦、⑪为温度传感器,⑧为模拟井筒,⑨为加热电阻丝,⑩为炉衬。加温装置采用空气间接加热的包覆式井式电加热炉,为模拟井筒提供均匀稳定的高温试验环境。实验装置工作时,井式加热炉对模拟井筒外壁进行加热,超高压加压系统对模拟井筒内部加压,模拟井筒承受高温和高压作用。

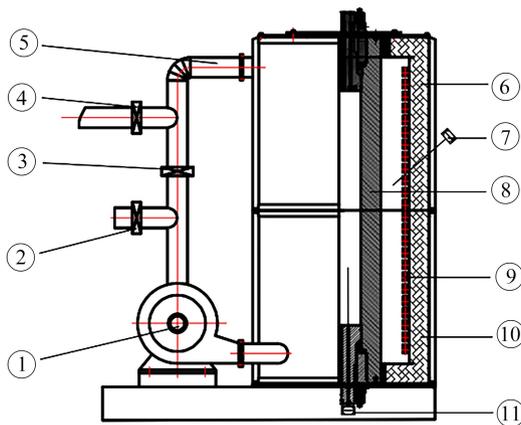


图 1 加温装置结构

Fig. 1 The heating device structure

2 模拟井筒力学与热学物理模型

模拟井筒外半径 $r_b = 0.355$ m, 内半径 $r_a = 0.175$ m, 高度为 3.534 m, 腔高度为 2.50 m, $r_b/r_a \approx 2.03$ (当 $r_b/r_a > 1.2$ 时为厚壁圆筒), 模拟井筒为轴对称厚壁圆筒. 模拟井筒在理想状态下材质均匀、形状规整, 且在三维空间内的形变也是对称且统一的, 可以不考虑其轴向弯曲. 在柱坐标系下采用位移法求解其轴对称非稳态温度分布下的金属热应力. 模拟井筒金属厚壁材料为均匀的各向同性弹性体, 加热过程中变形很小, 发生变形的速率很慢, 因而惯性力可以忽略, 可以应用线性热弹性理论分析加热过程的热应力. 加温加压过程中模拟井筒内部充满流体, 井筒上下端面采取保温措施, 可认为是绝热面, 竖直外壁面为高温面. 模拟井筒加热温度场径向对称, 同时内部流体在重力场的作用下产生浮升力而形成自然对流, 模拟井筒的导热模型可用二维模型来描述. 图 2 为非定常高温高压模拟井筒热学与力学物理模型.

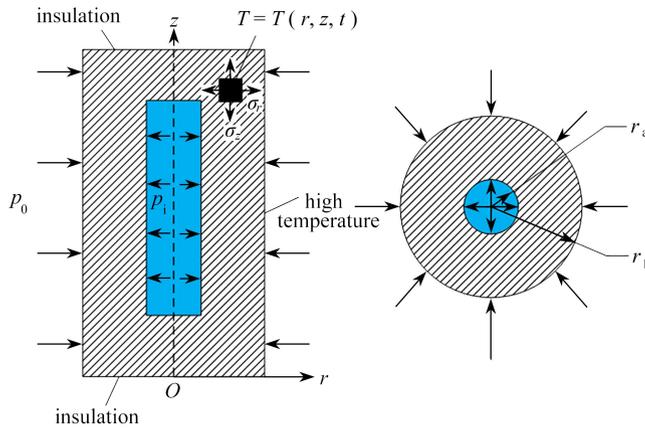


图 2 非定常高温高压模拟井筒热学与力学物理模型

Fig. 2 The unsteady thermal and mechanical physical model diagram for the high-temperature high-pressure wellbore hole simulator

2.1 热应力物理方程

在柱坐标系下模拟井筒厚壁的温度分布周向对称, 温度的变化与轴向角度 θ 无关, 即温度分布是只与半径 r 、高度 z 和时间 t 相关的函数 $T = T(r, z, t)$. 于是, 周向位移 $u_\theta = 0$ 、径向位移 u_r 和轴向位移 u_z 都只是半径 r 和高度 z 的函数. 由于温度 T 的变化, 模拟井筒金属厚壁内各点的微小形变如果不受到约束, 将发生线应变 βT , β 为模拟井筒金属厚壁的线膨胀系数. 金属厚壁为各向同性体, 线膨胀系数 β 不随方向变化, 因此这种线应变在所有方向均相同, 因而这个过程中无切应变. 模拟井筒金属厚壁受到外在约束和其体内各部分之间相互约束, 线膨胀形变并不能够自由发生, 因此产生热应力, 同时由于金属厚壁的弹性热应力将引起附加的形变. 在变温的情况下弹性体的应变由两部分叠加而成: ① 热应变分量 βT ; ② 在热膨胀时由于弹性体内各部分之间的相互约束而引起的力学应变, 它们和热应力之间服从 Hooke 定律. 根据 Duhamel-Neumann 法则, 考虑热应变的应力和应变在柱坐标下的关系为

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \beta T, \quad (1)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_z + \sigma_r)] + \beta T, \quad (2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \beta T, \quad (3)$$

$$\gamma_{r\theta} = 0, \quad (4)$$

$$\gamma_{\theta z} = 0, \quad (5)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{1}{G} \tau_{rz}, \quad (6)$$

式中, $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ 和 ε_z 分别为在 r 方向、 θ 方向和 z 方向的正应变; $\gamma_{rz}, \gamma_{r\theta}$ 和 $\gamma_{\theta z}$ 为剪应变; E 为材料的弹性模量, MPa; T 为模拟井筒厚壁的温度场, $^\circ\text{C}$; β 为材料的线胀系数, $^\circ\text{C}^{-1}$; ν 为工件材料的 Poisson 比; G 为切变模量, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, MPa.

根据式(1)—(6)得出柱坐标下模拟井筒厚壁的热应力为

$$\sigma_r = \frac{E\beta}{(1-\nu)r^2} \left(\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T r dr - \int_a^r T r dr \right), \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E\beta}{(1-\nu)r^2} \left(\frac{r^2 + a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T r dr + \int_a^r T r dr - T r^2 \right), \quad (8)$$

$$\sigma_z = \frac{E\beta}{1-\nu} \left(\frac{2\mu}{b^2 - a^2} \int_a^b T r dr - T \right), \quad (9)$$

式中, σ_r 为模拟井筒径向热应力, MPa; σ_θ 为模拟井筒周向热应力, MPa; σ_z 为模拟井筒轴向热应力, MPa; r 为模拟井筒任意点的半径, m.

2.2 压应力物理方程

模拟井筒内部充满高压流体, 圆筒形金属厚壁受到对称于中心轴的均匀内压与均匀外压(大气压)作用, 其受力可以等效为平面轴对称问题. 采用位移法求解, 取位移分量 u 为基本未知函数, 利用只包含应力分量的微分方程和边界条件求出位移分量, 再利用几何方程求出应变分量, 从而应用物理方程求出应力分量为

$$\sigma_{pr} = \frac{p_i R_i^2 - p_o R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} - \frac{(p_i - p_o) R_o^2 R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \frac{1}{r^2}, \quad (10)$$

$$\sigma_{p\theta} = \frac{p_i R_i^2 - p_o R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} + \frac{(p_i - p_o) R_o^2 R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \frac{1}{r^2}, \quad (11)$$

式中, p_i 为模拟井筒承受的内压, MPa; p_o 为模拟井筒承受的外压, MPa; R_i 为模拟井筒承受的内径, m; R_o 为模拟井筒承受的外径, m; p_r 为模拟井筒径向压应力, MPa; $\sigma_{p\theta}$ 为模拟井筒周向压应力, MPa.

2.3 模拟井筒大涡模拟温度场控制方程

大涡模拟通过将柱坐标系下模拟井筒耦合传热 N-S 方程进行滤波, 即将变量划分成大尺度变量与小尺度变量, 滤波后流体与固体区域统一的二维非稳态模拟井筒耦合传热控制方程为

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} = 0, \quad (12)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) + \rho g \beta (\bar{T} - T_o), \quad (13)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} - \frac{\bar{v}}{r^2} \right), \quad (14)$$

$$\frac{\partial (\rho c_p \bar{T})}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial (\rho c_p \bar{T})}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial (\rho c_p \bar{T})}{\partial r} = \lambda_{\text{eff}} \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} \right), \quad (15)$$

式中, \bar{u}, \bar{v} 分别对应滤波后 z, r 方向的速度, m/s; t 为时间, s; \bar{T} 为滤波后温度, K; T_o 为参考温度, K; μ_{eff} 为有效黏度, Pa·s; \bar{p} 为滤波后压力, Pa; ρ 为密度, kg/m^3 ; β_l 为模拟井筒内流体体积膨胀系数, K^{-1} ; λ_{eff} 为有效导热系数, $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$; c_p 为定压比热容, $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$; g 为重力加速度, m/s^2 . μ_{eff} 的计算公式为

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_1, \quad (16)$$

λ_{eff} 的计算公式为

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda + \rho c_p \alpha_t, \quad (17)$$

μ 为初始设定的流场涡黏度值, Pa·s; μ_t 为亚格子涡黏系数, Pa·s; λ 为初始设定的导热系数, W/(m·K); α_t 为亚格子涡扩散系数, m²/s.

大涡模拟亚格子涡黏系数采用 Smagorinsky-Lilly 模型, 计算公式为

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\bar{\mathbf{S}}|, \quad (18)$$

式中, L_s 为亚格子混合长度, 其定义式为

$$L_s = \min(kd, C_s, \Delta), \quad (19)$$

近壁处考虑边界效应对混合长度进行了修正; k 为 von Karman 常数, 取 0.418; d 为计算位置与近壁面的距离, m; C_s 为 Smagorinsky 常数, 取 0.1; Δ 为过滤尺寸, $\Delta = \sqrt{\Delta z + \Delta r}$, 其中 $\Delta r, \Delta z$ 分别为 r, z 方向的空间步长; $|\bar{\mathbf{S}}|$ 为应变率张量的模, 其定义式为

$$|\bar{\mathbf{S}}| = \sqrt{2\bar{\mathbf{S}}_{ij}\bar{\mathbf{S}}_{ij}}, \quad (20)$$

式中, $\bar{\mathbf{S}}_{ij}$ 为滤波后的应变率张量.

3 数值求解方法

3.1 温度场控制方程的离散

应用有限差分法对模拟井筒大涡模拟温度场的控制方程式(12)—(15)进行离散, 控制方程采用交错网格进行离散, 黏性项采用 Crank-Nicholson 格式离散, 对流项采用 Adams-Bashforth 格式离散得

$$\frac{\bar{u}_{i,j}^n - \bar{u}_{i,j}^{n-1}}{\Delta z} + \frac{\bar{v}_{i,j}^n - \bar{v}_{i-1,j}^n}{\Delta r} + \frac{\bar{v}_{i,j}^n}{r} = 0, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_{i,j}^{n+1} - \bar{u}_{i,j}^n}{\Delta t} + D_z(\bar{u}\bar{u})_{i,j}^n + D_r(\bar{v}\bar{u})_{i,j}^n = \\ - \frac{\bar{p}_{i,j+1}^n - \bar{p}_{i,j}^n}{\Delta z} + \mu_{\text{eff}} \left(L_h(\bar{u})_{i,j}^n + \frac{1}{r} D_r(\bar{u})_{i,j}^n \right) - g\beta(\bar{T}_{i,j}^n - \bar{T}_o), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{v}_{i,j}^{n+1} - \bar{v}_{i,j}^n}{\Delta t} + D_z(\bar{u}\bar{v})_{i,j}^n + D_r(\bar{v}\bar{v})_{i,j}^n = \\ - \frac{\bar{p}_{i+1,j}^n - \bar{p}_{i,j}^n}{\Delta r} + \mu_{\text{eff}} \left(L_h(\bar{v})_{i,j}^n + \frac{1}{r} D_r(\bar{v})_{i,j}^n - \left(\frac{\bar{v}}{r^2} \right)_{i,j}^n \right), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{\bar{T}_{i,j}^{n+1} - \bar{T}_{i,j}^n}{\Delta t} + D_z(\bar{u}\bar{T})_{i,j}^n + D_r(\bar{v}\bar{T})_{i,j}^n = \alpha_{\text{eff}} \left(L_h(\bar{T})_{i,j}^n + \frac{1}{r} L_m(\bar{T})_{i,j}^n \right). \quad (24)$$

以上各式中差分算子的定义为

$$\begin{aligned} D_r(*)_{i,j} &= ((*)_{i+1/2,j} - (*))_{i-1/2,j})/\Delta r, \quad D_z(*)_{i,j} = ((*)_{i+1/2,j} - (*))_{i-1/2,j})/\Delta z, \\ (*)_{i+1/2,j} &= ((*)_{i+1,j} + (*))_{i,j})/2, \quad (*)_{i,j+1/2} = ((*)_{i,j+1} + (*))_{i,j})/2, \\ L_h(*)_{i,j} &= ((*)_{i+1,j} - 2(*)_{i,j} + (*))_{i-1,j})/\Delta r^2 + ((*)_{i,j+1} - 2(*)_{i,j} + (*))_{i,j-1})/\Delta z^2, \\ L_m(*)_{i,j} &= ((*)_{i+1,j} - (*))_{i-1,j})/(2\Delta r), \end{aligned}$$

$(*)$ 表示离散变量, i, j 分别表示 r, z 方向的单位向量.

3.2 投影法求解温度场控制方程

投影法求解温度场物理方程步骤如下:

第一步 采用 Helmholtz-Hodge 矢量分解方法, 通过引入中间速度 \bar{u}^*, \bar{v}^* , 把式(22)分解为下列两式:

$$\frac{\bar{u}_{i,j}^* - \bar{u}_{i,j}^n}{\Delta t} + D_z(\bar{u}\bar{u})_{i,j}^n + D_r(\bar{v}\bar{u})_{i,j}^n =$$

$$\mu_{\text{eff}} \left(L_h(\bar{u})_{i,j}^n + \frac{1}{r} D_r(\bar{u})_{i,j}^n \right) - g\beta(\bar{T}_{i,j} - \bar{T}_o), \quad (25)$$

$$\frac{\bar{u}_{i,j}^{n+1} - \bar{u}_{i,j}^*}{\Delta t} = - \frac{\bar{p}'_{i,j+1} - \bar{p}'_{i,j}}{\Delta z}. \quad (26)$$

把式(23)分解为下列两式:

$$\frac{\bar{v}_{i,j}^* - \bar{v}_{i,j}^n}{\Delta t} + D_z(\bar{u}\bar{v})_{i,j}^n + D_r(\bar{v}\bar{v})_{i,j}^n = \mu_{\text{eff}} \left(L_h(\bar{v})_{i,j}^n + \frac{1}{r} D_r(\bar{v})_{i,j}^n - \left(\frac{\bar{v}}{r^2} \right)_{i,j}^n \right), \quad (27)$$

$$\frac{\bar{v}_{i,j}^{n+1} - \bar{v}_{i,j}^*}{\Delta t} = - \frac{\bar{p}'_{i+1,j} - \bar{p}'_{i,j}}{\Delta r}. \quad (28)$$

根据求解分解后的动量方程(25)和(27),求解中间速度场 \bar{u}^*, \bar{v}^* 。

第二步 压力修正步.将离散的动量方程式(26)和(28)代入离散的连续性方程(21)中,该方法可保证连续性方程严格满足.经整理得到离散的压力 Poisson 方程为

$$a\bar{p}'_{i,j} + b\bar{p}'_{i+1,j} + c\bar{p}'_{i-1,j} + d\bar{p}'_{i,j+1} + e\bar{p}'_{i,j-1} + f = 0, \quad (29)$$

式中

$$a = \frac{\Delta t}{\Delta z^2} + \frac{\Delta t}{\Delta z^2} + \frac{\Delta t}{\Delta r^2} + \frac{\Delta t}{\Delta r^2} + \frac{\Delta t}{r\Delta r}, \quad b = - \frac{\Delta t}{\Delta r^2} - \frac{\Delta t}{r\Delta r},$$

$$c = - \frac{\Delta t}{\Delta r^2}, \quad d = - \frac{\Delta t}{\Delta z^2}, \quad e = - \frac{\Delta t}{\Delta z^2}, \quad f = \frac{\bar{u}_{i,j}^* - \bar{u}_{i,j-1}^*}{\Delta z} + \frac{\bar{v}_{i,j}^* - \bar{v}_{i-1,j}^*}{\Delta r} + \frac{\bar{v}_{i,j}^*}{r} = 0.$$

压力 Poisson 方程(29)应用 SOR 超松弛迭代法求解压力 $\bar{p}_{i,j}^{m+1}$ 的值.迭代过程按照 z 和 r 的坐标增长方向进行.超松弛迭代过程中把已经求得的在点 $(i-1, j), (i, j-1)$ 上 $\bar{p}_{i-1,j}^{m+1}, \bar{p}_{i,j-1}^{m+1}$ 的值,立即代入到迭代式中.压力 Poisson 方程(29)的超松弛迭代的差分格式为

$$\bar{p}_{i,j}^{m+1} = \omega \frac{b\bar{p}_{i+1,j}^m + c\bar{p}_{i-1,j}^{m+1} + d\bar{p}_{i,j+1}^m + e\bar{p}_{i,j-1}^{m+1} + f}{-a} + (1 - \omega)\bar{p}_{i,j}^m, \quad (30)$$

式中, m 为迭代次数; ω 为松弛因子, $\omega > 1$ 时为超松弛迭代。

第三步 由求得的 \bar{u}^*, \bar{v}^* 和 \bar{p}^{m+1} 的值,应用式(26)与(28)求得 $n+1$ 时刻 $\bar{u}^{n+1}, \bar{v}^{n+1}$ 的值。

3.3 虚拟密度法求解流固耦合传热

模拟井筒内壁面为流固耦合传热界面,流固耦合传热采用整场离散、整场求解的“虚拟密度”法分离求解能量方程.虚拟密度法的流体区域和固体区域采用通用控制方程,这时耦合界面成为计算区域的内部,省去了流体区域和固体区域间的反复迭代过程,使计算量显著减少.为了满足耦合界面上的连续条件,采用虚拟密度法分离求解能量控制方程,由求得的 \bar{u}, \bar{v} 的值,根据能量方程式(24)求得下一时刻温度 \bar{T} 的值。

3.4 非定常热应力数值求解方法

基于温度场求解结果计算非定常热应力,模拟井筒厚壁的热应力式(7)—(9)中,将半径 r 进行离散,化划分为 i 个半径长度 r_i ,将时间 t 变量离散,化划分为 n 个时间段 Δt ,根据 Δt 时间段内的温差 $T_r^{n+\Delta t} - T_r^n$ 计算半径为 r_i 的热应力增量 $\Delta\sigma_{r_i}^{\Delta t}, \Delta\sigma_{\theta_i}^{\Delta t}, \Delta\sigma_{z_i}^{\Delta t}$ 为

$$\Delta\sigma_{r_i}^{\Delta t} = \frac{E\beta}{(1-\nu)r_i^2} \left[\frac{r_i^2 - a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b (T_{r_i}^{n+\Delta t} - T_{r_i}^n) r_i dr - \int_a^{r_i} (T_{r_i}^{n+\Delta t} - T_{r_i}^n) r_i dr \right], \quad (31)$$

$$\Delta\sigma_{\theta_i}^{\Delta t} = \frac{E\beta}{(1-\nu)r_i^2} \left[\frac{r_i^2 + a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b (T_r^{n+\Delta t} - T_r^n) r_i dr + \int_a^{r_i} (T_r^{n+\Delta t} - T_r^n) r_i dr - (T_r^{n+\Delta t} - T_r^n) r_i^2 \right], \quad (32)$$

$$\Delta\sigma_{z_i}^{\Delta t} = \frac{E\beta}{1-\nu} \left[\frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b (T_{r_i}^{n+\Delta t} - T_{r_i}^n) r_i dr - (T_{r_i}^{n+\Delta t} - T_{r_i}^n) \right]. \quad (33)$$

式(31)—(33)中的积分项采用梯形法数值积分求解。

对划分的 n 个时间段,各节点的热应力增量 $\Delta\sigma_{r_i}^{\Delta t}$, $\Delta\sigma_{\theta_i}^{\Delta t}$ 和 $\Delta\sigma_{z_i}^{\Delta t}$ 累加求和,得到各节点不同时刻非定常热应力分布 $\sigma_{r_i}^n, \sigma_{\theta_i}^n, \sigma_{z_i}^n$ 为

$$\sigma_{r_i}^n = \sum_{j=1}^n \Delta\sigma_{r_i}^j, \quad (34)$$

$$\sigma_{\theta_i}^n = \sum_{j=1}^n \Delta\sigma_{\theta_i}^j, \quad (35)$$

$$\sigma_{z_i}^n = \sum_{j=1}^n \Delta\sigma_{z_i}^j, \quad (36)$$

式中, $\sigma_{r_i}^n, \sigma_{\theta_i}^n$ 和 $\sigma_{z_i}^n$ 分别表示在 r 方向、 θ 方向和 z 方向对应不同半径 r_i 的第 n 个时刻的热应力。

3.5 压应力数值求解方法

压应力数值求解,采用与求解热应力相同的离散化节点划分方法,即离散化为相同的 i 个半径长度 r_i 。压应力与热应力在空间维度有对应的离散单元,实现压应力与热应力的精确耦合计算。模拟井筒加温加压实验过程中压力保持恒定,为定常压应力,因此在时间维度不需要进行离散化。空间离散化的径向压应力和周向压应力为

$$\sigma_{pr_i} = \frac{p_i R_i^2 - p_0 R_0^2}{R_0^2 - R_i^2} - \frac{(p_i - p_0) R_0^2 R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} \frac{1}{r_i^2}, \quad (37)$$

$$\sigma_{p\theta_i} = \frac{p_i R_i^2 - p_0 R_0^2}{R_0^2 - R_i^2} + \frac{(p_i - p_0) R_0^2 R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} \frac{1}{r_i^2}. \quad (38)$$

4 应力的耦合与强度准则

根据应力叠加原理,应力耦合为热应力与压应力的和,热应力与压应力在半径 r 方向按照相同的网格离散方式进行离散,其离散化的非定常应力耦合计算公式为

$$\sigma_{cr_i}^n = \sigma_{r_i}^n + \sigma_{pr_i}, \quad (39)$$

$$\sigma_{c\theta_i}^n = \sigma_{\theta_i}^n + \sigma_{p\theta_i}, \quad (40)$$

$$\sigma_{cz_i}^n = \sigma_{z_i}^n + \sigma_{pz_i}, \quad (41)$$

式中, $\sigma_{cr_i}^n$ 为非定常径向应力耦合分布, $\sigma_{c\theta_i}^n$ 为非定常周向应力耦合分布, $\sigma_{cz_i}^n$ 为非定常轴向应力耦合分布。二维平面问题中厚壁模拟井筒的轴向压应力 $\sigma_{pz} = 0$ 。

根据 von Mises 第四强度理论,高温高压模拟井筒的等效应力为

$$\sigma_{ehi}^n = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{\theta_i}^n - \sigma_{r_i}^n)^2 + (\sigma_{r_i}^n - \sigma_{z_i}^n)^2 + (\sigma_{z_i}^n - \sigma_{\theta_i}^n)^2]}, \quad (42)$$

$$\sigma_{epi}^n = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{p\theta_i}^n - \sigma_{pr_i}^n)^2 + (\sigma_{pr_i}^n - \sigma_{pz_i}^n)^2 + (\sigma_{pz_i}^n - \sigma_{p\theta_i}^n)^2]}, \quad (43)$$

$$\sigma_{ei}^n = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{c\theta_i}^n - \sigma_{cr_i}^n)^2 + (\sigma_{cr_i}^n - \sigma_{cz_i}^n)^2 + (\sigma_{cz_i}^n - \sigma_{c\theta_i}^n)^2]}, \quad (44)$$

式中, σ_{ehi}^n 为等效热应力,MPa; σ_{epi}^n 为等效压应力,MPa; σ_{ei}^n 为等效应力耦合,MPa。

5 求解结果及强度分析

5.1 力学参数及边界条件

模拟井筒为高温高压厚壁容器,由 PcrNi3MoVA IV 材料制造,表 1 为 PcrNi3MoVA IV 的力学参数。

模拟井筒加温加压过程的边界条件为:初始温度 $t_0 = 25\text{ }^\circ\text{C}$,上、下表面为绝热边界条件,竖直外壁面为高温面,加热温度 $400\text{ }^\circ\text{C}$,中心轴为轴对称边界条件,边界位置如图 2 所示。压力修正方程的边界条件为 Neu-

mann 边界条件,即 $\partial p/\partial n = 0$ (n 表示外法线)。模拟井筒放置在空气中,外部压力为大气压 $p_0 = 0.1 \text{ MPa}$,内部充满水,内部工作压力上限为 220 MPa 。根据建立的模拟井筒耦合传热,热应力和压应力数学模型及数值求解方法,编写计算程序进行数值求解。

表 1 PerNi3MoVA IV 的力学参数

Table 1 Mechanical parameters of PerNi3MoVA IV

temperature $T/^\circ\text{C}$	elastic modulus E/GPa	yield strength σ_s/GPa	Poisson's ratio ν	linear expansion coefficient $\beta/^\circ\text{C}^{-1}$
20	206	1.40	0.3	1.06×10^{-5}
200	192	1.33		
400	175	1.15		
600	153	0.92		
800	125	0.68		

图 3 为模拟井筒中心高度 1.77 m ,不同时刻径向耦合温度分布。在加热过程中井筒金属厚壁部分的温度梯度变化趋势为先增加后降低,越靠近 $r = 175 \text{ mm}$ 热耦合壁面处温度梯度大,沿径向方向模拟井筒腔体内壁面温度梯度较大。

5.2 热应力参数分析

图 4—6 为径向、周向和轴向非定常热应力在模拟井筒内壁面 ($r = 175 \text{ mm}$)、模拟井筒厚壁内部中点 ($r = 265 \text{ mm}$) 和模拟井筒外壁面 ($r = 355 \text{ mm}$) 在不同时刻 t 的变化规律。

由图 4 可知,模拟井筒内壁面 ($r = 175 \text{ mm}$) 的径向非定常热应力随着加热时间的增加缓慢增加,模拟井筒厚壁内部中点 ($r = 265 \text{ mm}$) 与外壁面 ($r = 355 \text{ mm}$) 位置,加热初始时间段径向热应力较大,之后随着加热时间的增加热应力减小,并趋于定值。

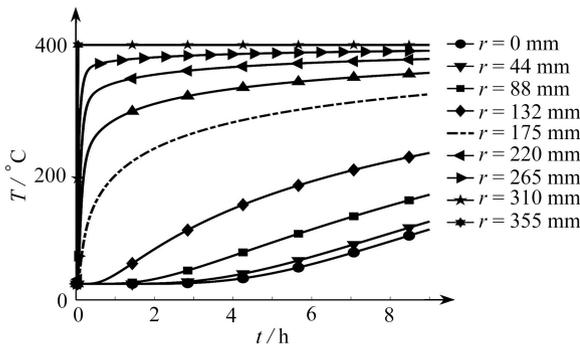


图 3 不同时刻径向耦合温度分布

Fig. 3 Radial coupling temperature histories at different moments

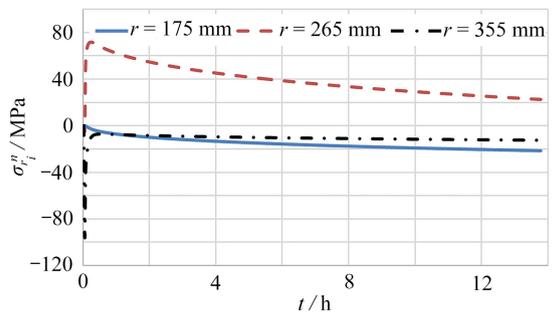


图 4 径向非定常热应力的时间分布

Fig. 4 Time histories of the radial unsteady thermal stress

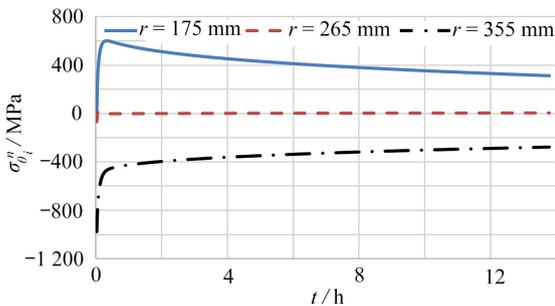


图 5 周向非定常热应力的时间分布

Fig. 5 Time histories of the tangential unsteady thermal stress

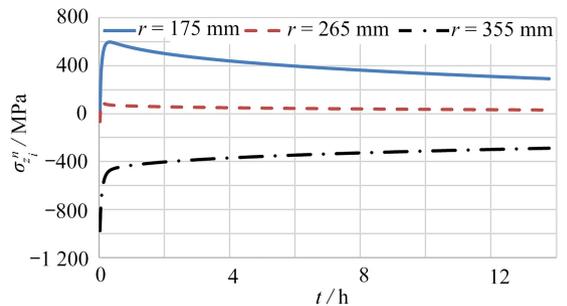


图 6 轴向非定常热应力的时间分布

Fig. 6 Time histories of the axial unsteady thermal stress

由图 5、6 可知,周向与轴向的非定常热应力变化规律相同,在模拟井筒内壁面 ($r = 175 \text{ mm}$) 与外壁面 ($r = 355 \text{ mm}$) 位置,加热初始时间段周向与轴向热应力较大,之后随着加热时间的增加热应力减小,并趋于定值。

$r = 355 \text{ mm}$)处加热初始时间段周向与轴向热应力较大,之后随着加热时间的增加周向与轴向热应力减小,并趋于定值,模拟井筒厚壁内部中点($r = 265 \text{ mm}$)处周向热应力趋于零。

图7—9为径向、周向和轴向热应力沿径向在不同时刻的变化规律.由图7—9可知,只考虑温度载荷时,径向热应力相较于周向和轴向的热应力小1个数量级;周向与轴向热应力沿径向由内到外按先正值后负值分布。

5.3 压应力参数分析

图10为只考虑模拟井筒内部流体压力作用时径向和周向压应力沿径向的变化规律.由图10可知,只考虑内压时,周向压应力为正值(拉应力),径向压应力为负值(压应力)。

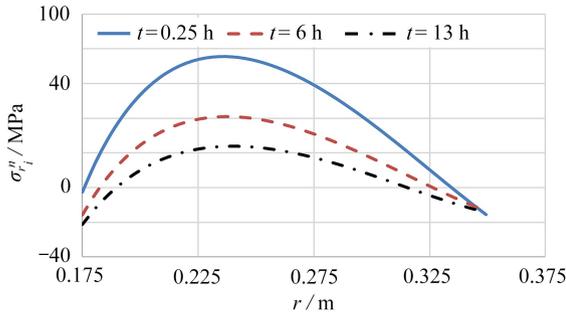


图7 径向非常热应力沿半径的分布

Fig. 7 Distribution of the radial unsteady thermal stress along the radius

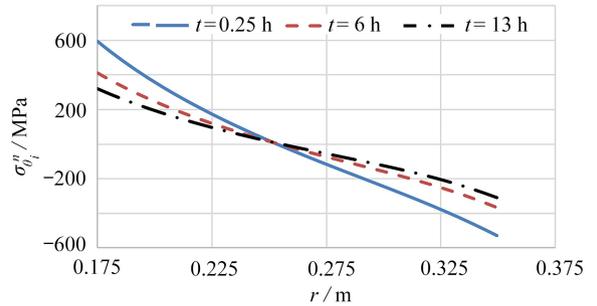


图8 周向非常热应力沿半径的分布

Fig. 8 Distribution of the tangential unsteady thermal stress along the radius

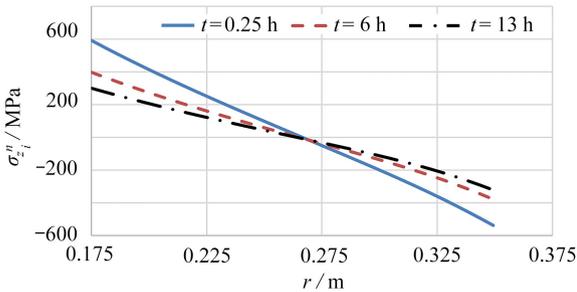


图9 轴向非常热应力沿半径的分布

Fig. 9 Distribution of the axial unsteady thermal stress along the radius

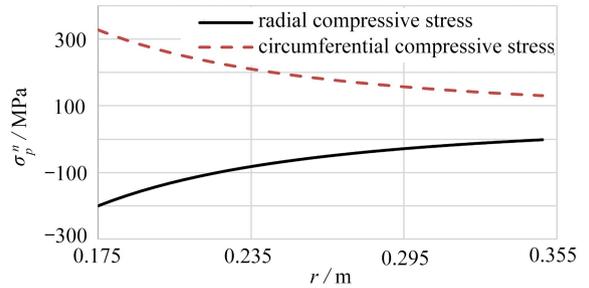


图10 径向与周向压应力分布

Fig. 10 Radial and tangential compressive stress distributions

5.4 等效应力求解结果参数分析

图11、12为等效热应力和等效应力耦合在厚壁井筒内壁面($r = 175 \text{ mm}$)、厚壁井筒厚壁内部中点($r = 265 \text{ mm}$)和厚壁井筒外壁面($r = 355 \text{ mm}$)处在不同时刻 t 的变化规律.非常等效热应力与等效应力耦合随着加热时间的增长,其值先增加到最大值,之后逐渐减小。

5.5 模拟井筒的设计校核

图13为加温加压条件下,模拟井筒不同壁厚与等效应力最大值的关系.随着模拟井筒壁厚的增加,等效热应力最大值增大,等效压应力的最大值减小,等效应力耦合最大值基本保持不变.壁厚越大,模拟井筒的结构强度越大,因此最大等效压应力值越小.但随着壁厚的增加,模拟井筒在加热过程中,其金属厚壁的温度梯度会增加,因此最大等效热应力值增大.等效应力耦合为等效压应力与等效热应力的耦合作用结果,在设计壁厚较大时($0.12 \sim 0.2 \text{ m}$)时,壁厚发生变化时等效应力耦合最大值的变化率较小.在设计壁厚较小时($0.04 \sim 0.12 \text{ m}$),壁厚发生变化时等效应力耦合最大值的变化率较大.模拟井筒壁厚与最大等效压应力、等效热应力和等效应力耦合为非线性关系.因此在模拟井筒的设计过程中要综合考虑等效热应力,等效压应力和等效应力耦合的大小,三者均需满足强度要求。

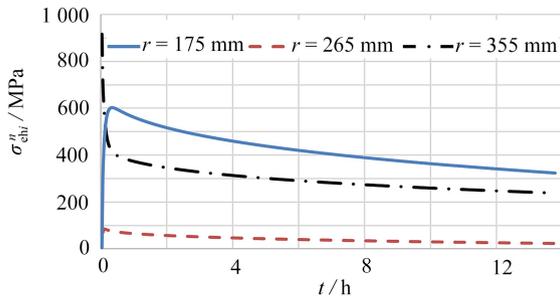


图 11 非定常等效热应力沿径向的时间分布

Fig. 11 Time histories of the unsteady equivalent thermal stress along the radial direction

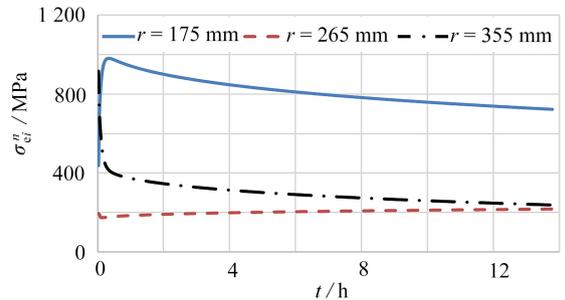


图 12 非定常等效应力耦合沿径向的时间分布

Fig. 12 Time histories of the unsteady equivalent stress coupling along the radial direction

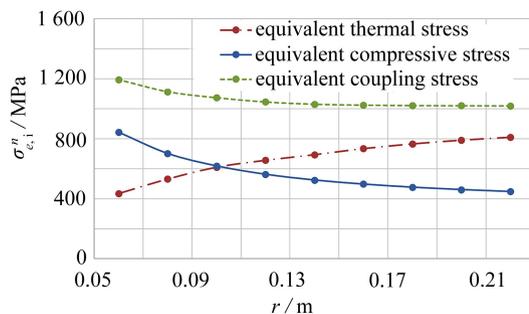


图 13 模拟井筒壁厚与等效应力关系

Fig. 13 The relationship between the wall thickness and the equivalent stress in the wellbore hole simulator

模拟井筒为超高压容器,根据《超高压容器》(GB/T34019—2017)的规定^[18],理想弹塑性模型的屈服强度取材料在设计温度下屈服强度的 0.9 倍,屈服强度与等效压应力的比不小于 2.20.设计模拟井筒的技术参数为:井筒壁厚为 0.18 m,最高加热温度为 400 °C,最高工作压力为 220 MPa.应用建立的模拟井筒热应力与压应力数学模型与数值求解方法进行理论分析计算,计算结果为等效应力耦合计算结果为 1 022 MPa,最大等效压应力为 477 MPa,等效热应力为 766 MPa.模拟井筒 PcrNi3MoVA IV 材料在设计温度 400 °C 下屈服强度为 1 150 MPa,设计技术参数下等效应力耦合计算结果为 1 022 MPa,小于 0.9 倍的屈服强度 1 035 MPa,屈服强度与等效压应力的比为 2.30,均满足标准规定.屈服强度与等效热应力的比为 1.50,满足材料的强度要求.设计的最小壁厚为 0.18 m,模拟井筒能够在温度 400 °C、工作压力 220 MPa 的参数下安全工作.

6 模拟井筒加温加压实验

通过模拟井筒加温加压实验,对建立的热力学数学模型与数值求解方法的数值求解结果的正确性进行实验验证.图 14 为模拟井筒加温装置,通过安装在井式电加热炉炉膛内及模拟井筒内部的热电偶传感器,实时测试炉膛内与模拟井筒内部流体的温度.图 15 为加压液控系统及加压泵,通过安装在模拟井筒加压液控系统的压力传感器,实时测试加压液体的压力.

图 16 为加温加压实验曲线,在实验过程中,模拟井筒通过井式电加热炉进行加热升温,炉温达到 400 °C 后,保持炉温 400 °C 加热.模拟井筒通过加压液控系统进行升压,模拟井筒内部压力达到 220 MPa 后开始保压,保压约 15 h 后开始卸荷,并停止加热降温.保压期间最高压力为 222.47 MPa,最低压力为 219.16 MPa.

模拟井筒安装有温度传感器,图 1 中的温度传感器①通过模拟井筒的下端接口插入其内部,测试模拟井筒腔高度为 0.22 m,径向位置为 $r = 0.12$ m 处内部流体的温度.实验与计算升温曲线如图 17 所示,升温过程的计算值与实验测试值的最大误差绝对值为 4.79 °C,计算结果与实验测试数据基本一致.图 18 给出了计算升温曲线相对实验升温曲线的相对误差,初始加热时间段 0~2 h 内相对误差最大,相对误差绝对值最大值为 4.18%.随着加热时间的增加,相对误差不断减小,相对误差绝对值在 2.5% 以内.验证了建立的模拟井筒

大涡模拟温度场数学模型及投影法求解流固耦合传热过程的准确性。

实验结果表明,在最高 400 °C 的加热环境与内部加压最高 220 MPa 的实验参数条件下,设计最小壁厚为 0.18 m 的模拟井筒,能够安全且无泄漏的工作.通过加温加压实验,验证了建立的模拟井筒热应力与压应力数学模型与数值求解方法的正确性。



图 14 模拟井筒加热装置

Fig. 14 The wellbore hole simulator heating device



图 15 加压液控系统及加压泵

Fig. 15 The pressurized hydraulic control system and the pressure pump

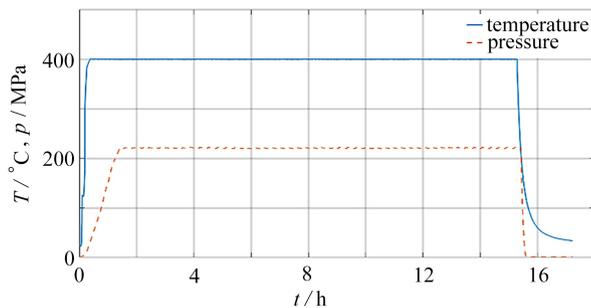


图 16 加温加压实验曲线

Fig. 16 Heating and pressurization experimental curves

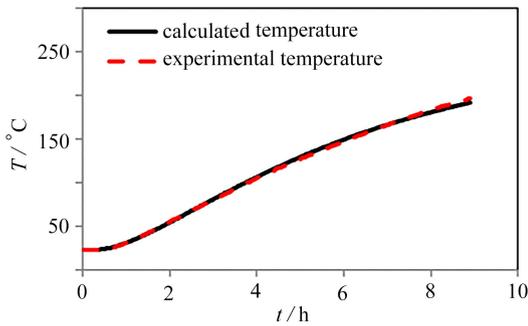


图 17 实验与计算升温曲线

Fig. 17 Experimental and calculated temperature rise curves

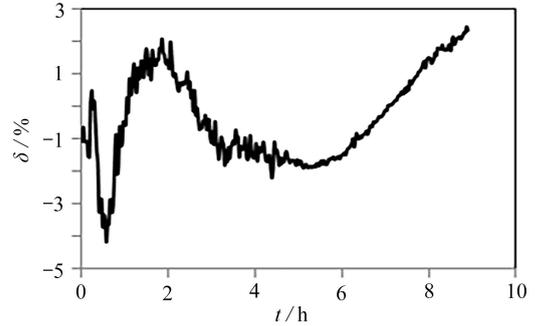


图 18 计算升温曲线相对实验升温曲线的相对误差

Fig. 18 The relative errors of the calculated heating curve compared to the experimental heating curve

7 结 论

本文基于热力学及大涡模拟理论,建立了模拟井筒大涡模拟温度场物理方程.基于热弹性力学理论建立了模拟井筒热应力物理方程.给出了投影法数值求解温度场控制方程的算法,梯形法数值积分求解热应力控制方程的算法,给出了温度场与应力控制方程的离散格式.通过虚拟密度法对流固耦合传热过程耦合求解,根据应力叠加原理对热应力与压应力耦合求解.对模拟井筒加温加压过程中的非稳态温度分布、热应力、压应力及其耦合作用进行了分析,对模拟井筒进行了校核计算.在最高 400 °C 的加热环境下与内部加压最高 220 MPa 的实验参数条件下,设计最小壁厚为 0.18 m 的模拟井筒,能够安全且无泄漏的工作.通过模拟井筒加温加压实验,验证了所建立的模拟井筒这类高温高压容器热力学数学模型及数值求解结果的正确性,对指导高压容器设计有重要意义.

参考文献 (References):

- [1] SASSINE N, DONZÉ F V, HARTHONG B, et al. Thermal stress numerical study in granular packed bed storage tank[J]. *Granular Matter*, 2018, **20**(3): 44.
- [2] TALER J, DZIERWA P, JAREMKIEWICZ M. Thermal stress monitoring in thick-walled pressure components based on the solutions of the inverse heat conduction problems[J]. *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, 2018, **41**(10): 1501-1524.
- [3] KUMAR A E, NAVURI K, MANIDEEP K, et al. Effect of thermal environment on buckling of thick cylinder subjected to combined axial compressive and external pressure loads[J]. *Materials Today: Proceedings*, 2018, **5**(2): 3298-3305.
- [4] 赵玉峰, 刘泓杉. 非均匀长圆柱超导体的热应力分析[J]. 兰州理工大学学报, 2018, **44**(6): 167-172. (ZHAO Yufeng, LIU Hongshan. Analysis of thermal stress in inhomogeneous long cylindrical superconductor[J]. *Journal of Lanzhou University of Technology*, 2018, **44**(6): 167-172. (in Chinese))
- [5] 李若愚, 王天宏. 薄板热力耦合的屈曲分析[J]. 应用数学和力学, 2020, **41**(8): 877-886. (LI Ruoyu, WANG Tianhong. Thermo-mechanical buckling analysis of thin plates[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(8): 877-886. (in Chinese))
- [6] 申彪, 廖振强, 李洪强, 等. 厚壁圆筒热-结构耦合应力分析[J]. 弹箭与制导学报, 2019, **39**(3): 49-52. (SHEN Biao, LIAO Zhenqiang, LI Hongqiang, et al. Calculating for thermo-mechanical coupling stress in thick wall cylinders[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2019, **39**(3): 49-52. (in Chinese))
- [7] ALMASI A, BAGHANI M, MOALLEMI A, et al. Investigation on thermal stresses in FGM hyperelastic thick-walled cylinders[J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2018, **41**(2): 204-221.
- [8] 杨阳, 王凯模, 沈火明, 等. 温差影响下的局部滑移接触行为的研究[J]. 应用数学和力学, 2023, **44**(2): 123-132. (YANG Yang, WANG Kaimo, SHEN Huoming, et al. Research on partial slip contact behaviors under

- temperature effects[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, **44**(2): 123-132. (in Chinese))
- [9] MANTHENA V R, KEDAR G D. Transient thermal stress analysis of a functionally graded thick hollow cylinder with temperature-dependent material properties[J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2018, **41**(5): 568-582.
- [10] TAKUMA K, JUNNOSUKE O, ATSUKI K. Large eddy simulation of turbulent natural convection between symmetrically heated vertical parallel plates for water[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, **101**: 870-877.
- [11] HANAE D, STÉPHANE A, MOHAMED L L. Large eddy simulation of turbulent natural convection in an inclined tall cavity[J]. *Numerical Heat Transfer (Part A): Applications*, 2018, **74**(4): 1175-1189.
- [12] ORTIZ A V, KOLOSZAR L, PLANQUART P. Large eddy simulations on a natural convection boundary layer at $Pr=0.1$ and 0.025 [J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2019, **353**: 1-8.
- [13] 冯志鹏, 张毅雄, 臧峰刚. 直管束流固耦合振动的数值模拟[J]. 应用数学和力学, 2013, **34**(11): 1165-1172. (FENG Zhipeng, ZHANG Yixiong, ZANG Fenggang. Numerical simulation of fluid-structure interaction for tube bundles[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, **34**(11): 1165-1172. (in Chinese))
- [14] 邓诗雨, 卢涛, 邓坚, 等. 液态铅铋合金湍流普朗特数及 RANS 模型优选[J]. 核动力工程, 2023, **44**(2): 98-103. (DENG Shiyu, LU Tao, DENG Jian, et al. Optimization of turbulent Prandtl numbers and RANS models for liquid lead-bismuth eutectic[J]. *Nuclear Power Engineering*, 2023, **44**(2): 98-103. (in Chinese))
- [15] 刘淼儿, 任玉新, 张涵信. 求解不可压 Navier-Stokes 方程的三阶精度投影方法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2005, **44**(2): 285-288. (LIU Miaoer, REN Yuxin, ZHANG Hanxin. Third-order projection method for solving the incompressible Navier-Stokes equations[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2023, **44**(2): 285-288. (in Chinese))
- [16] HAFIZ U A, HODA A, ASRAR W. A numerical investigation of explicit pressure-correction projection methods for incompressible flows[J]. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 2019, **9**(1): 50-65.
- [17] TABBAKH Z, SEAID M, ELLAIA R, et al. A local radial basis function projection method for incompressible flows in water eutrophication[J]. *Engineering Analysis With Boundary Elements*, 2019, **106**: 528-540.
- [18] 超高压容器: GB/T 34019—2017[S]. 北京: 中国标准出版社, 2017. (Ultra-high pressure vessels: GB/T 34019—2017[S]. Beijing: Standards Press of China, 2017. (in Chinese))