

变厚度连续纤维增强复合材料铺层设计优化方法

杜 晨, 彭雄奇

**Lamination Design Optimization for Continuous Fiber Reinforced Composites of Variable Thicknesses**

DU Chen and PENG Xiongqi

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420410>

您可能感兴趣的其他文章

**Articles you may be interested in**

[碳纤维汽车底盘后纵臂CAE设计的优化算法](#)

An Optimization Algorithm for CAE Design of Carbon Fiber Reinforced Composite Chassis Longitudinal Arms

应用数学和力学. 2018, 39(8): 925–934 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390001>

[碳排放限制下的冷藏集装箱多式联运路径优化](#)

Optimization of Multimodal Transport Paths for Refrigerated Containers Under Carbon Emission Restriction

应用数学和力学. 2020, 41(2): 204–215 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400159>

[吸湿老化影响下天然纤维增强复合圆柱壳屈曲分析的辛方法](#)

A Symplectic Approach for Buckling Analysis of Natural Fiber Reinforced Composite Shells Under Hygrothermal Aging

应用数学和力学. 2021, 42(12): 1238–1247 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420018>

[基于杂交应力元法的颗粒增强复合材料Monte–Carlo模拟](#)

Monte–Carlo Simulation of Particle Reinforced Composites Based on Hybrid Stress Elements

应用数学和力学. 2021, 42(8): 794–802 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420016>

[基于特征值分析的多尺度结构优化设计方法](#)

Multi–Scale Structure Optimization Design Based on Eigenvalue Analysis

应用数学和力学. 2019, 40(6): 630–640 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390207>

[横观各向同性基体复合材料的等效弹性常数](#)

Effective Elastic Properties of Transversely Isotropic Matrix Based Composites

应用数学和力学. 2018, 39(7): 750–765 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380267>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

# 变厚度连续纤维增强复合材料铺层设计优化方法\*

杜 晨, 彭雄奇

(上海交通大学 材料科学与工程学院, 上海 200030)

(本刊编委彭雄奇来稿)

**摘要:** 由于具备高的比强度、比刚度, 利用连续纤维增强复合材料代替传统金属材料以实现结构轻量化正受到设计者们的广泛关注. 然而, 结构的复杂性给复合材料的铺层设计与优化带来了很大的挑战. 针对航空用复合材料铺层设计约束多的问题, 通过逐步构建设计变量准确表达结构的铺层信息. 基于经典遗传算法框架, 结合各设计变量特点, 定义了铺层优化算法中的遗传算子, 通过引入“修复”策略保证了每一代解都能满足设计约束, 分布在可行域区间内. 最后利用精英保留策略提高了算法的局部寻优能力, 可以降低复杂复合材料结构铺层设计的计算成本. 通过解决经典 benchmark 问题并与已有优化结果的比较, 验证了前述铺层优化算法的全局、局部寻优能力, 为工程实际中的复合材料铺层设计优化提供了理论支撑.

**关键词:** 连续纤维增强复合材料; 铺层设计优化; 遗传算法; “修复”策略; 寻优能力

**中图分类号:** TB332; O39      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.21656/1000-0887.420410

## Lamination Design Optimization for Continuous Fiber Reinforced Composites of Variable Thicknesses

DU Chen, PENG Xiongqi

(School of Materials Science and Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, P.R.China)

(Contributed by PENG Xiongqi, M. AMM Editorial Board)

**Abstract:** Due to the high specific strength and stiffness, the use of continuous fiber reinforced composites instead of traditional metal materials to achieve structural lightweight has been widely considered by designers. However, the structural complexity brings great challenges to the design and optimization of composite lamination. Aimed at the problem of multiple constraints in the design of aviation composite laminates, the ply information of the structure was accurately expressed with gradually constructed design variables. Based on the classical genetic algorithm framework and the characteristics of all design variables, the genetic operators in the lamination optimization algorithm were defined, and the repair strategy was introduced to ensure that each generation of solutions could satisfy the design constraints and be distributed in the feasible region. Finally, the elite reservation strategy was used to improve the local optimization ability of the algorithm, which can reduce the computation cost of the lamination design of complex composite structures. Through the resolution of the classical benchmark problem and the comparison with the existing optimization results, the global and

\* 收稿日期: 2021-12-28; 修订日期: 2022-12-01

基金项目: 国家自然科学基金 (U20A20288; 11972225)

作者简介: 杜晨(1999—), 男, 硕士生 (E-mail: [ChenDu@sjtu.edu.cn](mailto:ChenDu@sjtu.edu.cn));

彭雄奇(1970—), 男, 教授, 博士, 博士生导师(通讯作者. E-mail: [xqpeng@sjtu.edu.cn](mailto:xqpeng@sjtu.edu.cn)).

引用格式: 杜晨, 彭雄奇. 变厚度连续纤维增强复合材料铺层设计优化方法[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(12): 1313-1323.

local optimization ability of the proposed lamination optimization algorithm was verified. The work provides theoretical supports for the optimization of composite lamination design in engineering practice.

**Key words:** continuous fiber reinforced composites; layer design optimization; genetic algorithm; repair strategy; optimization ability

## 引言

纤维增强复合材料的使用为结构带来轻量化的同时,其较高的设计自由度(铺层顺序、铺层角度、不同厚度处铺层层数)同样为复合材料的结构设计带来了挑战,因此,如何对纤维增强复合材料进行铺层设计、优化以得到最佳的结构性能是当前的研究热点之一<sup>[1-2]</sup>。随着计算机并行计算能力的提升以及智能算法的发展,多元、离散变量的复合材料铺层设计优化问题在本世纪得到了广泛的理论研究,Zehnder等<sup>[2]</sup>和Kim等<sup>[3]</sup>提出了 patch 概念用来定义结构中铺层顺序相同的区域,这种定义方法可以大幅减少设计变量,较易满足设计约束,并且能很好地保持铺层的连续性,Kristinsdottir等<sup>[4]</sup>提出了混合准则用来避免设计优化中铺层的不连续性,Soremekun等<sup>[5]</sup>和Liu等<sup>[6]</sup>提出了分级优化方法,通过将铺层层数、铺层顺序分开进行优化来逐步得到最优铺层信息,其中Soremekun等<sup>[5]</sup>还提出了经典的 benchmark 问题,成为各学者用于检验各自优化方法的标准问题,Yang等<sup>[7]</sup>提出了层落序列(PDS)概念,通过结构中的最厚铺层来得到全局连续的铺层信息,并通过引入罚函数使设计具有更大的自由度,Irisarri等<sup>[8]</sup>从航空用复合材料多设计约束出发,通过构建铺层顺序表(SST)准确表达了复杂结构的铺层设计信息、满足了设计约束,与前述各优化方法相比,SST方法更加贴近工程实际,但也更加复杂。

当前复杂纤维增强结构件的铺层设计优化呈现出理论算法模型开发较多、结合实际工程问题研究较少的特点,这是由于工程问题中众多设计变量、设计目标、设计约束导致复杂度呈指数式的增长,基于此,本文将从解决实际复杂工程问题的角度出发,充分考虑航空用纤维复合材料的铺层设计约束,并以遗传算法作为理论框架,提出了一套具有较强通用性的铺层设计优化算法,最后利用 benchmark 问题对提出的算法进行了分析与验证。

## 1 航空用纤维复合材料设计准则

航空航天工业中大多数复合材料结构的铺层设计通常遵循以下6条基本设计准则<sup>[9]</sup>:

- 1) 对称 (symmetry) 铺层应沿层合板中面对称。
- 2) 平衡 (balance) 铺层角度应保证平衡,其中  $+\theta$  与  $-\theta$  应有相同的数量 ( $\theta$  不包括  $0^\circ, 90^\circ$ )。
- 3) 邻接性 (contiguity) 相同铺层角度的铺层不能连续超过一定的层数。
- 4) 最大角度差 (disorientation) 两个连续层的铺层角度差不应超过一定的角度。
- 5) 10%-准则 (10%-rule) 铺层中  $0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$  铺层角度最小层数应当不低于总铺层数的 10%。
- 6) 损伤容限 (damtol) 层合板上下外表面不应铺放  $0^\circ, 90^\circ$  铺层。

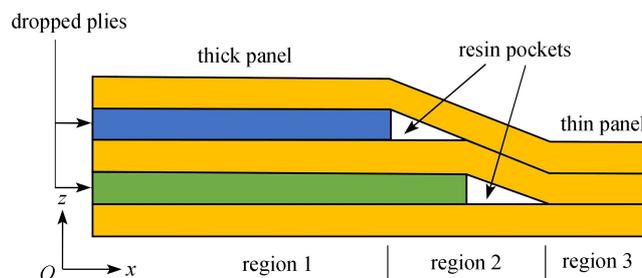


图1 连续厚度变化层合板

Fig. 1 Continuous thickness varying laminates

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同。

除了上述常见的 6 条基本设计准则外, 对于如图 1 所示的层合板结构, 通常需要多层尺寸不一样的预浸料进行堆叠才能形成厚度的连续变化, 其中未能铺满整个区域的铺层称为层降层, 而尺寸不一样的铺层之间往往会形成图中所示的树脂富集区. 树脂富集区的形成会带来应力集中、疲劳等问题, 对此, 一些学者展开了理论与实验上的研究, 给出了以下一些其他的设计建议<sup>[10]</sup>.

7) 覆盖 (covering) 层合板上下表面的覆盖层不应发生层降.

8) 最大锥度 (maximum taper slope) 锥度不应超过 7°, 即最小错开距离 (层降区的长度) 约为层降层厚度的 8 倍.

9) 内部连续性 (internal continuity) 每 3 个连续的下降层应保持 1 个连续层.

10) 连续性 (continuity) 该准则旨在确保结构的完整性和可制造性, 薄层合板的所有层必须覆盖整个结构.

11)  $\Delta n$  准则 ( $\Delta n$ -rule) 相邻区域间最大数目的层降为  $\Delta n$ , 限制相邻区域之间的厚度变化可以平滑载荷分布, 防止应力集中.

## 2 设计变量

### 2.1 铺层厚度变量 $N_{str}$

根据厚度分布的特点可以将整个结构划分为多个区域, 各个区域厚度对应的铺层层数即构成了铺层变量. 对于一个如图 1 所示的厚度变化层合板, 可分为 3 个区域, 从左往右分别为最厚板、过渡区、最薄板, 每个区域对应的铺层层数分别为 5, 4, 3, 因此, 铺层厚度变量  $N_{str}=[5\ 4\ 3]$ . 对于一个厚度分布未确定需要设计的结构, 构建该变量时需要满足  $\Delta n$  准则以及连续性准则.

### 2.2 铺层插入顺序变量 $S_{ins}$

为了准确表达变厚度结构中的铺层顺序信息, 保证理论解的搜索空间, 此处参考了文献 [8] 中的  $S_{ins}$  变量生成方法.  $S_{ins}$  是一维数为  $1 \times (N_{str})_{max}$  的矩阵, 矩阵中数字 0 对应的序列为全局铺层铺放的序列, 数字 1 ~  $n$  对应的序列, 则可从最薄板  $(N_{str})_{min}$  得到厚度为  $(N_{str})_{min} + n$  层合板所需要额外添加铺层的序列. 图 1 对应的铺层顺序变量生成步骤如图 2 所示. 对于一个铺层顺序未确定的结构, 构建该变量时需要满足覆盖、最大锥度以及连续性准则.

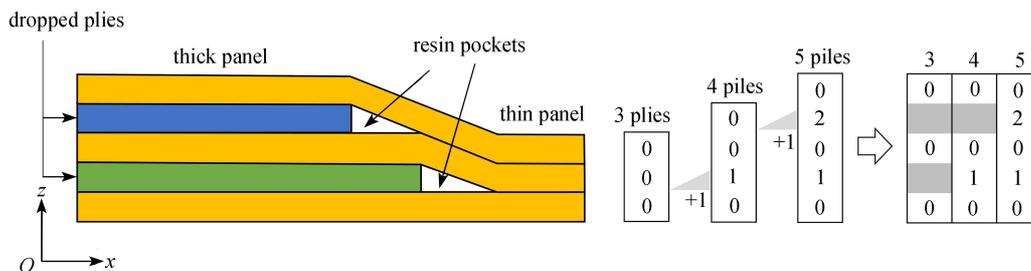


图 2 铺层顺序变量生成步骤

Fig. 2 The generation steps of stacking sequence variables

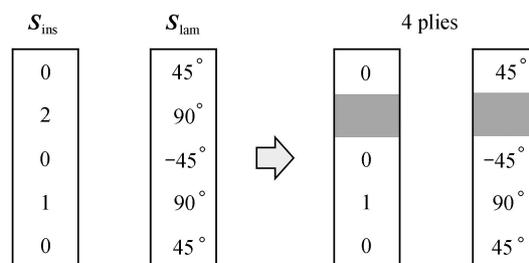


图 3 由  $S_{ins}$  和  $S_{lam}$  得到铺层角度信息

Fig. 3 The ply angle information obtained from  $S_{ins}$  and  $S_{lam}$

### 2.3 铺层角度变量 $S_{lam}$

铺层角度变量  $S_{lam}$  也是一维数为  $1 \times (N_{str})_{max}$  的矩阵, 其代表结构最厚处每一层的铺层角度信息,  $S_{ins}$  铺层序列信息对应到  $S_{lam}$  中则可以得到相应的铺层角度信息, 其过程如图 3 所示. 对于一个铺层角度未确定的结构, 构建该变量时需要满足对称、平衡、邻接性、最大角度差、10%-准则以及损伤容限这 6 条基本设计准则.

## 3 铺层优化中的遗传算子、优化策略以及优化流程

纤维复合材料的优化设计往往是一个多变量离散优化问题, 当前解决此类问题常用的方法是利用启发式算法<sup>[9]</sup>. 铺层优化遗传算法所涉及的遗传算子以及为了增加全局、局部解搜索能力所引入的优化策略如下所示.

### 3.1 交叉算子

交叉算子是指两个配对的父代染色体进行部分基因互换得到对应两个子代个体的操作, 其得到的子代个体有很大的几率继承父代优秀的基因, 因此子代有一定的几率要优于父代个体. 相较于其他进化算法, 交叉算子是遗传算法中最具特色且最为重要的遗传算子. 根据前述三个变量各自的特点, 共采用了三种交叉算子.

#### 3.1.1 针对铺层厚度变量 $N_{str}$ 的双点交叉算子

双点交叉是指在染色体中随机选择两个交叉点, 相互交换两个父代个体交叉点之间的染色体序列, 双点交叉操作过程如图 4 所示.

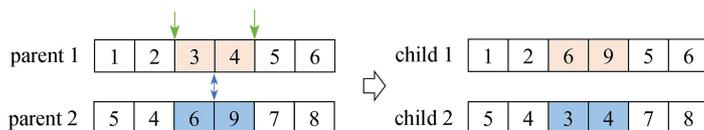


图 4 双点交叉过程

Fig. 4 The process of 2-point chiasma

#### 3.1.2 针对铺层插入顺序变量 $S_{ins}$ 的顺序交叉 (OX) 算子

$S_{ins}$  相较于  $N_{str}$  和  $S_{lam}$  变量不一样, 其矩阵中非 0 元素只能出现一次, 该变量与旅行商问题 (TSP) 中每个城市只能访问一次, 根据城市访问的先后顺序建立的数组具有相似的特点. 因此, 参考 TSP 问题中的 OX 算子来对  $S_{ins}$  染色体进行交叉操作. OX 操作如图 5 所示, 其首先在染色体中随机选择两个交叉点, 随后将第一个父代交叉点之间的基因序列复制至第二个子代个体对应的位置, 随后从第二个父代个体第二个交叉点开始从后向前依次选出与子代 2 中不重复的基因, 最后同样从后向前依次放入至子代 2 个体中的空位处. 对于子代 1 个体的生成也是同样的原理.

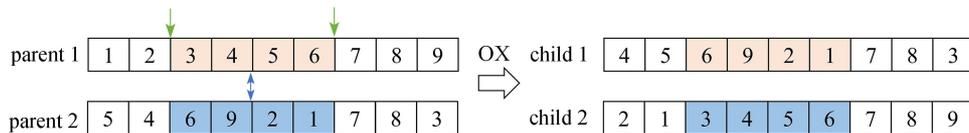


图 5 OX 过程

Fig. 5 The process of OX

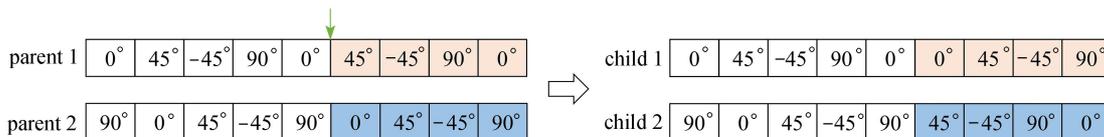


图 6 单点交叉过程

Fig. 6 The process of single-point chiasma

### 3.1.3 针对铺层角度变量 $S_{lam}$ 的单点交叉算子

单点交叉是指在染色体中随机选择一个交叉点, 相互交换两个父代个体交叉点之后的染色体序列, 单点交叉操作过程如图 6 所示.

### 3.2 变异算子

变异是指两个父代个体在进行交叉复制时, 由于某些偶然因素, 复制出现了差错从而产生了新的基因序列的过程. 在实际进化过程中变异出现的概率非常低, 但其作为遗传算子之一同样具有非常重要的作用, 适当的选定变异概率可以增加种群的多样性, 避免寻优提前陷入局部最优的情况发生. 根据前述三个变量各自的特点, 共采用了两种变异算子.

#### 3.2.1 针对铺层厚度变量 $N_{str}$ 以及铺层角度变量 $S_{lam}$ 的单点变异算子

单点变异是指在染色体中随机选择一个突变位置, 将该位置处的基因值随机替换成另一个范围内的基因值, 单点变异过程如图 7 所示.

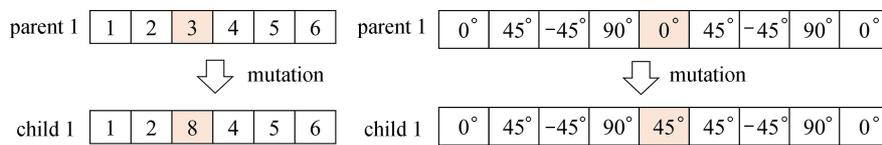


图 7 单点变异过程

Fig. 7 The process of single-point mutation

#### 3.2.2 针对铺层插入顺序变量 $S_{ins}$ 的反转变异算子

反转变异是指在染色体中随机选择一个基因序列, 并将该序列的基因顺序颠倒, 反转变异过程如图 8 所示.

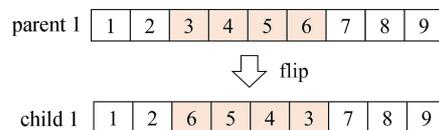


图 8 反转变异过程

Fig. 8 The process of swap mutation

### 3.3 选择算子

选择算子是用来模拟自然界环境中的优胜劣汰过程, 该算子通过特定规则从父代种群中选择合适的个体遗传至子代种群中, 以此来提高后代种群的质量, 从而向最优种群进化. 选择算子可以提高种群的适应度值, 但是同时会降低种群的多样性. 选择算子含有多种, 本文采用锦标赛选择作为每一代种群的选择算子.

#### 3.4 每一子代种群铺层角度变量 $S_{lam}$ 的“修复”策略

由于考虑的约束条件较多, 对于一个满足所有约束的父代  $S_{lam}$  种群在经过遗传操作后得到的子代种群, 其大多数个体均不能满足层合板设计约束. 对于此问题, 解决方法主要分为两类, 一类是 SST 方法中穷举出可行解, 随机选择一个个体作为后代解. 该方法缺点非常明显, 当铺层层数增加, 可行解将成指数倍数增长, 此时穷举法带来的计算成本将大大增加.

另一类则是当前较为新颖的“修复”策略, 该方法针对交叉后的子代个体, 对其染色体中不满足约束的基因序列进行逐个替代, 从而最终得到满足约束的子代种群. 该方法在得到可行解的同时最大程度保留了父代的基因, 从而保证了局部搜索的效率. 考虑到实际工程问题中铺层层数较多的问题, 选择合适的“修复”策略将很大程度上影响运算效率. 基于 Fedon 等<sup>[11]</sup>提出的 relay 方法所用的“修复”策略, 流程如图 9 所示.

#### 3.5 精英保留策略

精英保留策略是指父代在进行遗传操作前选出其中适应度值最大的个体, 直接遗传至下一代, 不参与中间的遗传操作, 以避免破坏优良的父代基因. 由于考虑的约束较多,  $S_{lam}$  变量在遗传结束后还要进行染色体的“修复”操作, 这导致了子代种群多样性的大大增加, 算法全局搜索能力较强、局部搜索能力较弱的特点. 为

了使大的工程问题尽快能收敛到较优解, 节约计算成本, 因此此处引入了精英保留策略以加快算法的局部搜索能力.

### 3.6 优化流程

这里给出优化算法中所用的遗传算子后, 基于遗传算法框架, 建立了如图 10 所示的优化流程, 整个优化流程编码在 MATLAB 中完成. 对于设计目标与变量之间无明确函数关系, 需要使用 CAE 进行分析的工程问题, 往往需要进行软件的二次开发, 多个软件间进行数据交互、联合处理才能得到相应的目标参数值, 图 10 同样给出了对应的解决方案流程.

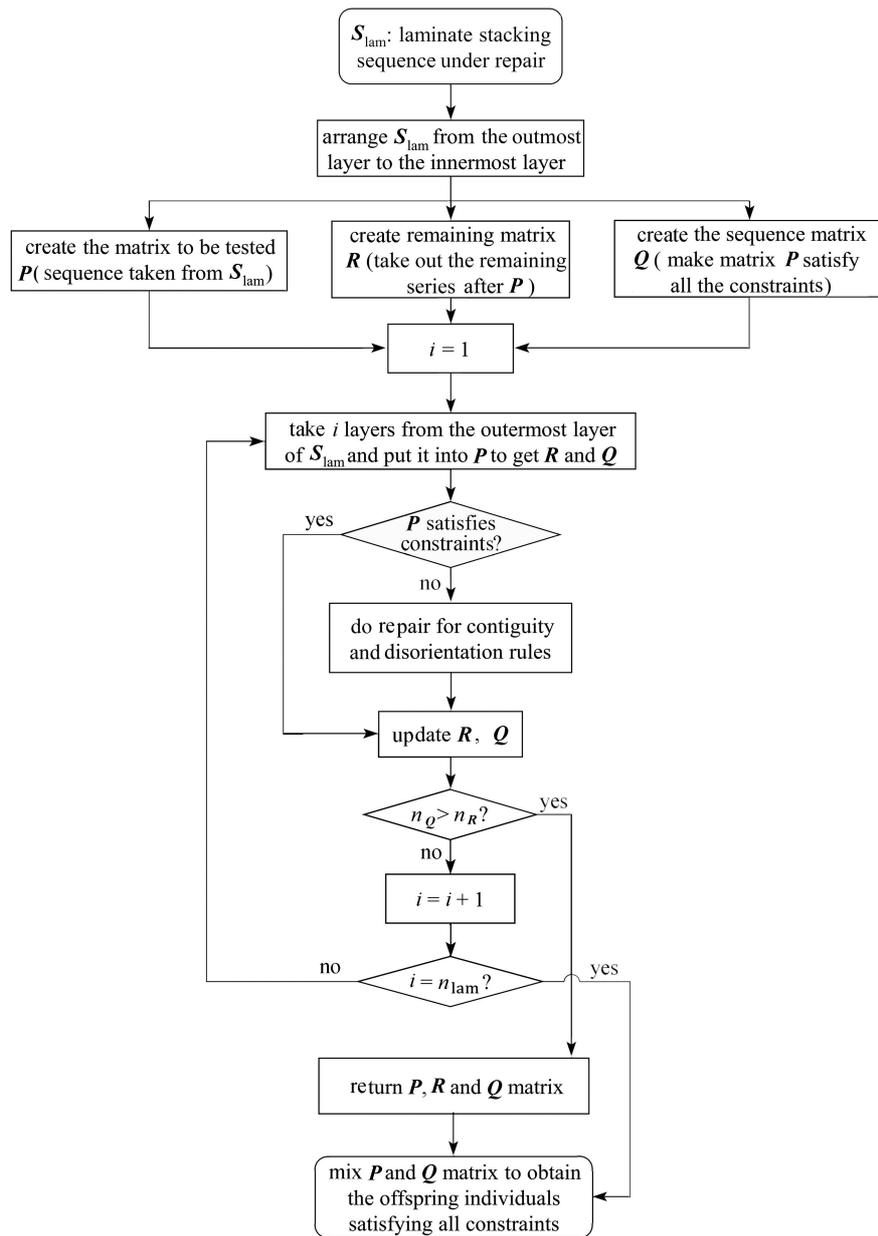


图 9 用于变量  $S_{lam}$  的修复策略<sup>[11]</sup>  
Fig. 9 The repair strategy for  $S_{lam}$  variable<sup>[11]</sup>

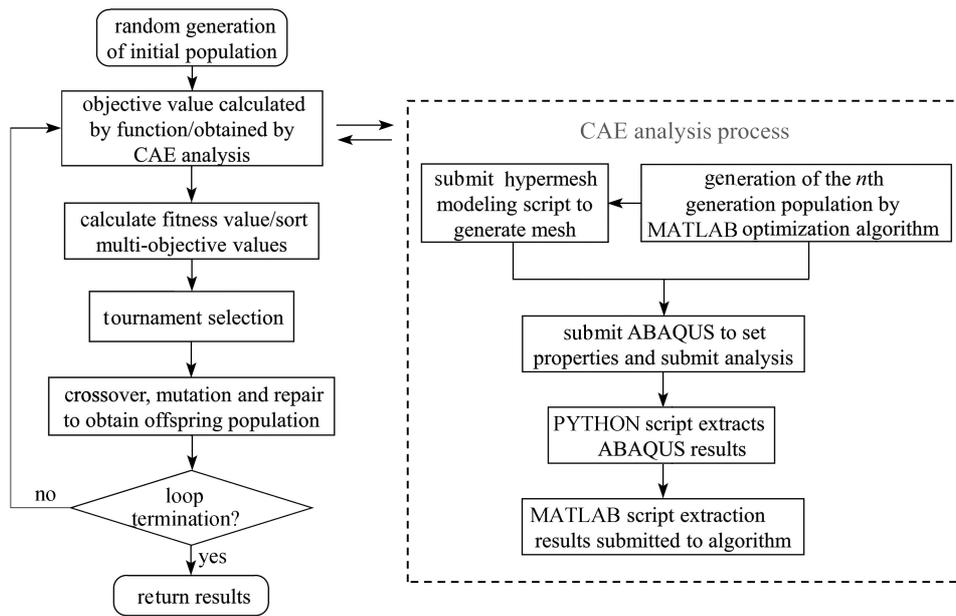


图 10 铺层优化流程  
Fig. 10 The layering optimization process

### 4 基于经典 benchmark 问题的算法验证

通过一个经典的问题算例来验证算法的寻优能力. 该算例由 Soremekun 等<sup>[5]</sup>于 2002 年提出, 其模型图如图 11 所示. 整个结构由 18 块平板组成, 假设每块平板四边简支, 并且承受恒定的双向压缩载荷, 其中平板采用 IM7/8552 碳纤维单向带制成, 单向带厚度为 0.191 mm, 材料参数为  $E_1=141$  GPa,  $E_2=9.03$  GPa,  $G_{12}=4.27$  GPa,  $\mu_{12}=0.32$ . 求解每块平板在不发生屈曲且满足设计准则的前提下, 总重量最小的铺层设计.

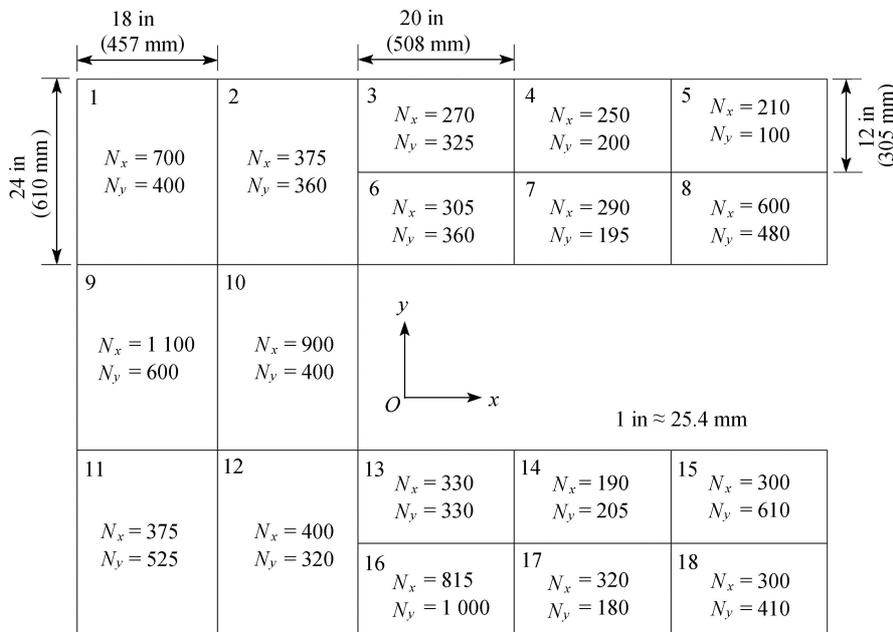


图 11 经典 benchmark 问题算例<sup>[5]</sup>  
Fig. 11 Classic examples of benchmark problems<sup>[5]</sup>

#### 4.1 优化问题分析

该优化问题优化目标为最小化结构总重量  $\min W(x)$ , 直接优化约束为各板不发生屈曲, 即  $\lambda_i \geq$

1( $i=1,2,\dots,18$ ), 间接约束为各层合板需要满足的各设计准则, 设计变量为厚度、铺层顺序、铺层角度.

根据层合板屈曲方程可得屈曲因子计算表达式:

$$\lambda(m_x, m_y) = \frac{\pi^2 [D_{11}(m_x/a)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})(m_x/a)^2(m_y/b)^2 + D_{22}(m_y/b)^4]}{(m_x/a)^2 N_x + (m_y/b)^2 N_y}, \tag{1}$$

其中  $D_{ij}$  为弯曲刚度矩阵  $\mathbf{D}$  中的元素,  $\mathbf{D}$  可由经典层合板理论计算获得;  $m_x$  和  $m_y$  为平板弯曲时  $x$  和  $y$  方向上的半波数;  $a$  和  $b$  为各平板分别在  $x$  和  $y$  方向上的长度.

在优化过程中, 很有可能出现屈曲失效即不满足约束的最优个体, 对于此种情况, 可以引入罚系数对超出约束的部分进行惩罚, 对此, 参考 Yang 等<sup>[7]</sup> 提出的适应度函数, 其表达形式为

$$\theta = \sum_{i=1}^{n_p} \begin{cases} f_i + f_i(\beta g_{cr,i} + C), & g_{cr,i} > 0, \\ f_i + f_i \varepsilon g_{cr,i}, & \text{others,} \end{cases} \tag{2}$$

其中  $f_i$  为结构总重量;  $g_{cr,i} = 1 - \lambda_i$ ;  $\beta$  为罚因子, 用于惩罚适应度值高于要求的不可行解;  $\varepsilon$  为奖励因子;  $C$  为常数, 用于增加不可行解的惩罚量.  $\beta, \varepsilon, C$  的数值此处分别取为 10, 0.01, 1.

### 4.2 优化结果

为了与 Irisarri 等<sup>[8]</sup> 提出的 SST 优化方法结果有较好的可比性, 考虑了第 1 节中所列出的所有设计约束, 这与文献 [8] 中解决 benchmark 问题所用的设计准则一致. 其中, 优化 benchmark 问题所用算法参数设定如表 1 所示. 此外考虑了两种优化类型, 其中一种铺层角度可取值为  $[0^\circ \pm 45^\circ 90^\circ]$ , 另一种铺层角度可取值为  $[0^\circ \pm 15^\circ \pm 30^\circ \pm 45^\circ \pm 60^\circ \pm 75^\circ 90^\circ]$ , 设计问题更加复杂.

表 1 优化算法参数取值

Table 1 Optimization algorithm parameter values

parameter	value
populationsize $S$	100
number of generations $G$	1 000, 2 000
probability of chiasma $P_c/\%$	0.9
probability of mutation $P_m/\%$	0.1
elite reserved individual $I$	2
number of competition selections $c$	2

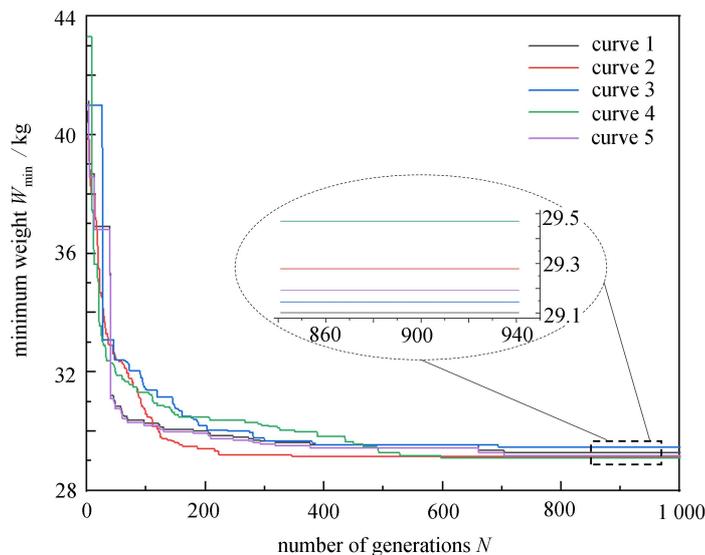


图 12 4 种可选铺层角度下最小重量-进化代数收敛曲线

Fig. 12 Minimum weight-generation convergence curves under 4 alternative ply angles

#### 4.2.1 满足所有设计准则, 铺层角度取 $[0^\circ \pm 45^\circ 90^\circ]$

常见的铺层角度取值通常为  $[0^\circ \pm 45^\circ 90^\circ]$ , 因此, 首先考虑铺层在此取值下算法的寻优能力. 寻优结果如

图 12 所示, 横坐标为进化代数, 纵坐标为结构最小重量. 从图中寻优曲线变化与取值可以看出, 5 次寻优曲线平均在 700 代左右收敛至全局最优解, 且每次最终收敛得到的最优解基本均在 29.3 kg 以下. 其中 5 次收敛中的最优解变量取值如表 2 所示, 由于奇偶数层的存在以及屈曲裕度的过剩, 对收敛到的厚度变量  $N_{str}$  进一步调整可得到更少的层数 (final  $N_{str}$ ). 表 3 为本优化算法与 SST 优化算法最优解的对比, 其中 SST 方法得到的最优解是在铺层角度取  $[0^\circ \pm 15^\circ \pm 30^\circ \pm 45^\circ \pm 60^\circ \pm 75^\circ 90^\circ]$  时得到的. 从表中对比可以看出, 此次优化得到的结构最小重量要小于 SST 方法得到的结构最小重量, 并且各区域层合板均未发生屈曲, 满足设计要求. 其中总铺层层数比 SST 多一层, 而重量更轻是因为不同区域的平板长宽度不一样导致的. 相较于 SST 方法中每层铺层角度有 12 种选择, 此处的变量取值范围更小, 但最终收敛得到了更优的解, 说明了 SST 方法在全局寻优能力上仍有待提升.

表 2 四种可选铺层角度下最优解变量取值

Table 2 Variable value of the optimal solution under 4 alternative ply angles

variable	variable value
$N_{str}$	[35 29 23 19 17 23 19 25 39 36 31 29 23 19 26 32 19 23]
final $N_{str}$	[34 29 21 19 16 22 19 25 39 36 31 29 22 19 26 32 19 23]
$S_{lam}$	$[-45^\circ 0^\circ -45^\circ 90^\circ 45^\circ 90^\circ -45^\circ -45^\circ 0^\circ -45^\circ -45^\circ 90^\circ 45^\circ 0^\circ 45^\circ 0^\circ 0^\circ 45^\circ 90^\circ 45^\circ 0^\circ]$
$S_{ins}$	[0 1 2 2 0 1 6 1 5 1 0 0 8 4 1 4 0 1 1 1 7 0 9 1 3 1 0 7 5 6 0 3]

表 3 与 SST 方法最优解的比较

Table 3 Comparison with the optimal solution of the SST method

panel	this paper solution		SST	
	number of plies $N_{plie}$	margin $\eta/\%$	number of plies $N_{plie}$	margin $\eta/\%$
1	34(0)	2.7	34	17.2
2	29(-1)	0.6	30	15.9
3	21(-1)	1.4	22	36.4
4	19(+1)	9.6	18	13.3
5	16(-2)	10.3	18	59.3
6	22(0)	4.4	22	22.6
7	19(+1)	6.2	18	9.8
8	25(-1)	2.8	26	31.9
9	39(+1)	0.6	38	6.9
10	36(-2)	0.6	38	25.6
11	31(+1)	5.7	30	10.0
12	29(-1)	0.1	30	27.1
13	22(0)	9.3	22	28.3
14	19(+1)	16.3	18	20.2
15	26(0)	11.9	26	27.8
16	32(+2)	3.2	30	6.8
17	19(+1)	7.7	18	11.3
18	23(+1)	8.0	22	11.2
number of total plies $N_{total}$	461		460	
weight $W/kg$	28.829 1		28.85	

4.2.2 满足所有设计准则, 铺层角度取  $[0^\circ \pm 15^\circ \pm 30^\circ \pm 45^\circ \pm 60^\circ \pm 75^\circ 90^\circ]$

最后考虑了与 SST 方法中一致的铺层角度可取值, 寻优结果如图 13 所示, 从图中寻优曲线变化与取值可以看出, 5 次寻优曲线平均在 1 000 代以内收敛至全局最优解, 这相较于 SST 方法在 2 000 代左右收敛仍表现出更优的收敛速度, 全局寻优效率提升近 50%, 并且每次最终收敛得到的最优解基本均在 29.4 kg 以下. 此外在 SST 方法中, 在优化进行至 2 000 代左右时, 所有优化曲线对应的结构最小重量要小于 30 kg, 图 13 在优化进行至 600 代左右时即达到同样的优化效果, 证明了所提出的优化方法具有更佳的局部寻优能力. 其中 5 次收敛得到的最优解变量取值如表 4 所示, 表 5 为此次优化得到的最优解与 SST 优化算法最优解的对

比.从表中可以看出,两次不同铺层角度取值收敛得到的最小重量均要优于 SST 算法得到的最优解,由此可以得出本文提出的算法具有更优的全局与局部搜索解的能力.

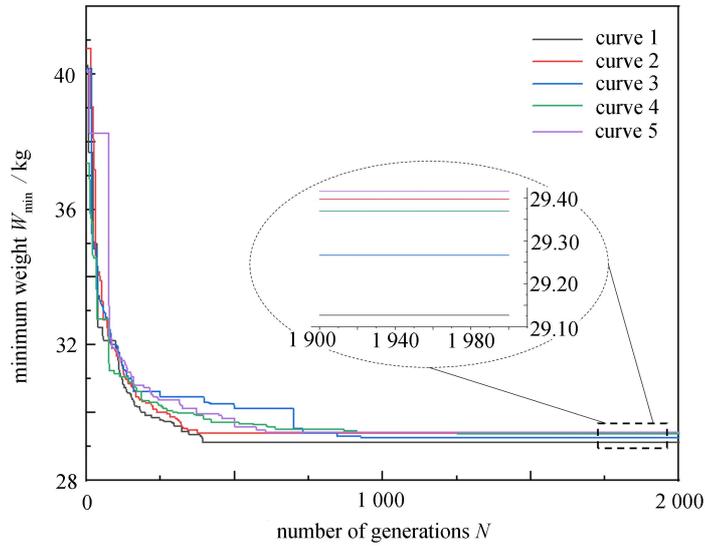


图 13 12 种可选铺层角度下最小重量-进化代数收敛曲线

Fig. 13 Minimum weight-generation convergence curves under 12 alternative ply angles

表 4 12 种可选铺层角度下最优解变量取值

Table 4 Variable values of the optimal solution under 12 alternative ply angles

variable	variable value
$N_{str}$	[34 29 21 19 16 22 19 25 40 36 31 31 22 19 27 32 19 23]
final $N_{str}$	[34 29 21 19 16 22 19 25 39 36 31 29 22 19 26 31 19 23]
$S_{lam}$	[90° -45° -30° 0° -30° 0° -45° -30° -60° -45° 90° 45° 30° 45° 60° 30° 60° 30° 45° 0° 30° 0° -30° 0°]
$S_{ins}$	[0 9 1 3 1 1 0 1 0 7 1 6 0 2 0 8 1 7 6 0 1 5 0 1 2 3 5 0 4 1 4 1]

表 5 与 SST 方法最优解的比较

Table 5 Comparison with the optimal solution of the SST method

panel	this paper solution		SST	
	number of plies $N_{plie}$	margin $\eta/\%$	number of plies $N_{plie}$	margin $\eta/\%$
1	34(0)	5.8	34	17.2
2	29(-1)	2.9	30	15.9
3	21(-1)	1.4	22	36.4
4	19(+1)	9.4	18	13.3
5	16(-2)	8.6	18	59.3
6	22(0)	4.6	22	22.6
7	19(+1)	6.0	18	9.8
8	25(-1)	2.8	26	31.9
9	39(+1)	4.6	38	6.9
10	36(-2)	3.1	38	25.6
11	31(+1)	10.5	30	10.0
12	29(-1)	2.4	30	27.1
13	22(0)	9.5	22	28.3
14	19(+1)	16.1	18	20.2
15	26(0)	11.7	26	27.8
16	31(+1)	4.6	30	6.8
17	19(+1)	7.5	18	11.3
18	23(+1)	7.7	22	11.2
number of total plies $N_{total}$	460		460	
weight $W/kg$	28.782 6		28.85	

## 5 结 论

1) 本文针对航空用纤维复合材料较多的设计约束,通过逐步构建三个变量满足所有的铺层约束,准确表达了结构厚度分布以及铺层信息.相较于 Irisarri 的方法舍弃了构建 SST 这一步,具有更快、更广的可行解搜索能力.

2) 本文以遗传算法作为铺层优化算法框架,定义了三个设计变量分别对应的遗传算子,设计了适用于多铺层角度设计变量的“修复”策略,引入了精英保留策略,在保证铺层优化算法全局寻优能力的同时,加快了算法局部寻优的能力.

3) 本文将铺层优化算法用于解决经典 benchmark 问题,证明了所提出方法的全局、局部寻优能力.以此作为理论基础,后续将进行相应的实例化应用.

### 参考文献(References):

- [1] 朱迪,姚远,彭雄奇.碳纤维汽车底盘后纵臂CAE设计的优化算法[J].应用数学和力学,2018,39(8): 925-934. (ZHU Di, YAO Yuan, PENG Xiongqi. An optimization algorithm for CAE design of carbon fiber reinforced composite chassis longitudinal arms[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, 39(8): 925-934. (in Chinese))
- [2] ZEHNDER N, ERMANNI P. A methodology for the global optimization of laminated composite structures[J]. *Composite Structures*, 2006, 72(3): 311-320.
- [3] KIM J S, KIM C G, HONG C S. Optimum design of composite structures with ply drop using genetic algorithm and expert system shell[J]. *Composite Structures*, 1999, 46(2): 171-187.
- [4] KRISTINSDOTTIR B P, ZABINSKY Z B, et al. Optimal design of large composite panels with varying loads[J]. *Composite Structures*, 2001, 51(1): 93-102.
- [5] SOREMEKUN G, GURDAL Z, KASSAPOGLOU C, et al. Stacking sequence blending of multiple composite laminates using genetic algorithms[J]. *Composite Structures*, 2002, 56(1): 53-62.
- [6] LIU D, TOROPOV V V, QUERIN O M, et al. Bi-level optimization of blended composite panels[J]. *Journal of Aircraft*, 2011, 48(1): 107-18.
- [7] YANG J, SONG B, ZHONG X, et al. Optimal design of blended composite laminate structures using ply drop sequence[J]. *Composite Structures*, 2016, 135: 30-37.
- [8] IRISARRI F X, LASSEIGNE A, LEROY F H, et al. Optimal design of laminated composite structures with ply drops using stacking sequence tables[J]. *Composite Structures*, 2014, 107: 559-569.
- [9] GHIASI H, PASINI D, LESSAED L. Optimum stacking sequence design of composite materials part I: constant stiffness design[J]. *Composite Structures*, 2009, 90(1): 1-11.
- [10] 张洁. 复合材料铺层设计准则的一些理解[J]. 科技创新导报, 2013(14): 57-58. (ZHANG Jie. Some understandings of design guidelines for composite laminated layers[J]. *Science and Technology Innovation Review*, 2013(14): 57-58. (in Chinese))
- [11] FEDON N, WEAVER P M, PIRRERA A, et al. A repair algorithm for composite laminates to satisfy lay-up design guidelines[J]. *Composite Structures*, 2021, 259: 113448.