

含湿相变粗糙多孔材质的热质耦合分形研究

高伟业, 张 赛, 张 杰, 胡世旺, 汪振毅

**Thermo-Mass Coupling Fractal Study of Wet Phase-Change Rough Porous Materials**

GAO Weiye, ZHANG Sai, ZHANG Jie, HU Shiwang, and WANG Zhenyi

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420328>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

小Reynolds数下粗糙圆管中黏性流场的理论解

Analytical Solution for the Viscous Flow of Small Reynolds Numbers in Rough Pipes

应用数学和力学. 2018, 39(2): 123–136 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380223>

充液弹性毛细管低温相变的力学分析

Mechanics of Low-Temperature Phase Transition in Liquid-Filled Elastic Capillary Tube

应用数学和力学. 2021, 42(10): 1045–1061 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420301>

考虑热-水-力耦合效应的饱和多孔地基动力响应分析

Dynamic Responses of Saturated Porous Foundations Under Coupled Thermo-Hydro-Mechanical Effects

应用数学和力学. 2018, 39(6): 689–699 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380140>

基于Hausdorff分形导数Richards方程的土壤入渗率和水文模型类型

Soil Infiltration Rates and Hydrology Model Classifications Based on the Hausdorff Fractal Derivative Richards Equation

应用数学和力学. 2018, 39(1): 77–82 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380101>

趋旋性微生物在幂律流体饱和水平多孔层中的热-生物对流稳定性分析

Linear Stability Analysis on Thermo-Bioconvection of Gyrotactic Microorganisms in a Horizontal Porous Layer Saturated by a Power-Law Fluid

应用数学和力学. 2019, 40(8): 856–865 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390298>

大尺度湿大气原始方程组对边界参数的连续依赖性

Continuous Dependence on Boundary Parameters of the Original Equations for LargeScale Wet Atmosphere

应用数学和力学. 2020, 41(9): 1036–1047 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410028>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

# 含湿相变粗糙多孔材质的热质耦合分形研究\*

高伟业, 张 赛, 张 杰, 胡世旺, 汪振毅

(昆明理工大学 机电工程学院, 昆明 650500)

**摘要:** 多孔材质复杂的内部结构和含湿状态对传热和传质特性有着重要意义, 其热质耦合传递过程广泛存在于能源开发和工程隔热等领域. 不同于在多孔材质理想状态下对传热和传质特性的单方面分析, 该文将孔道的分布参数、粗糙表面、含湿状态和相变等因素考虑进去, 运用分形理论推导出了含湿相变粗糙表面多孔材质的渗流系数和耦合等效导热系数的表达式. 结果表明, 渗流系数与面积分形维数、含湿饱和度呈正相关, 与相对粗糙度、迂曲分形维数呈负相关; 耦合等效导热系数与渗流系数、相变量呈正相关, 与相对粗糙度呈负相关. 此外, 结果还表明, 相变量以及相变引起的气体膨胀压强差对热质耦合传递也有着重要影响.

**关键词:** 含湿饱和度; 相变; 粗糙表面; 热质耦合传递; 分形

**中图分类号:** O359+.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.420328

## Thermo-Mass Coupling Fractal Study of Wet Phase-Change Rough Porous Materials

GAO Weiye, ZHANG Sai, ZHANG Jie, HU Shiwang, WANG Zhenyi

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, P.R.China)

**Abstract:** The complex internal structures and moisture states of porous materials are of great significance to heat and mass transfer, and their coupling heat and mass transfer processes widely exist in energy development and engineering heat insulation. Beyond the unilateral analysis of heat and mass transfer characteristics of porous materials under ideal conditions, the distribution parameters of porous channels, rough surface, wet states and phase-change were considered, and the fractal theory was used to deduce the expressions of the seepage coefficient and the coupling equivalent thermal conductivity of porous materials with wet phase-change rough surface. The results show that, the seepage coefficient is positively correlated with the area fractal dimension and the moisture saturation, and negatively correlated with the relative roughness and the tortuous fractal dimension. The coupling equivalent thermal conductivity is positively correlated with the seepage coefficient and the phase variable, but negatively correlated with the relative roughness. In addition, the phase variable and the gas expansion pressure difference caused by phase-change also have important effects on the coupling heat and mass transfer.

**Key words:** moisture saturation; phase-change; rough surface; thermo-mass coupling transfer; fractal

\* 收稿日期: 2021-10-28; 修订日期: 2021-12-06

基金项目: 昆明理工大学省级项目(人培)(KKSYS201601011); 云南省科学技术厅青年基金(KKSQ201701008)

作者简介: 高伟业(1993—), 男, 硕士生(E-mail: [936499584@qq.com](mailto:936499584@qq.com));

张赛(1987—), 女, 博士, 硕士生导师(通讯作者. E-mail: [sai\\_zh@163.com](mailto:sai_zh@163.com)).

引用格式: 高伟业, 张赛, 张杰, 胡世旺, 汪振毅. 含湿相变粗糙多孔材质的热质耦合分形研究[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(5): 561-568.

## 引言

多孔材质内部复杂的传热传质过程对于能源开发和工程隔热等领域至关重要<sup>[1-2]</sup>,因此研究多孔材质的热质耦合传递具有重要的工程应用价值.冯守玲等<sup>[3]</sup>假定多孔材质为均匀连续结构,构建了不同粒径和不同流速下的多孔介质固定床模型,根据连续性方程对温度场分布进行了数值模拟研究.何增等<sup>[4]</sup>运用数值离散方法,对气体在低含水率介质中的迁徙进行了数值模拟,得出了估算气体迁徙距离的半经验公式.石金诚等<sup>[5]</sup>运用能量分析的方法和微分不等式技术,构建了双扩散扰动模型,分析了流体在多孔介质中的流动情况.实际上,多孔材质的内部是非均匀连续的,其内部的结构参数对传热传质过程有着重要意义.徐鹏等<sup>[6]</sup>和 Li 等<sup>[7]</sup>根据多尺度多孔介质的分形标度特征,建立了光滑单相毛细管道模型,分析了多孔材质内部参数对气体的渗流和扩散机制的影响.张赛等<sup>[8]</sup>运用分形理论建立了具有随机性的气体扩散模型,分析了气体的不同扩散机制与结构参数之间的关系.陈家豪等<sup>[9]</sup>根据改进的伪势格子 Boltzmann(LB) 两相模型,结合几何润湿边界条件,分析了多孔介质内接触角滞后性对非混相驱替效率的影响.Wu 等<sup>[10]</sup>建立了多尺度的球状模型,将孔隙通道描述为不规则半径毛细管道,推导出不规则半径毛细管道内的渗流系数和导热系数.这些研究只分析了多孔材质的孔道表面为光滑条件下的传热和传质特性.实际工程中,孔道表面一般为粗糙表面,并且多孔材质中的传热传质过程有耦合作用.郑川等<sup>[11]</sup>基于多孔介质传热和地下水流动理论,建立了一维渗流-传热模型,分析了渗流速度、方向对管道传热特性的影响.张春平<sup>[12]</sup>建立了粗糙表面管道模型,对粗糙微细通道内的流动和换热特性进行了研究,发现孔道尺度越小,粗糙表面对流动和换热特性的影响越大.盛汉乾<sup>[13]</sup>建立了微波加热多孔沥青路面耦合模型,分析了含湿状态下孔隙率等结构参数对微波加热效果的影响.可以看出,多孔材质的内部结构、含湿状态和相变都对热质耦合传递过程有着重要影响.

为了准确体现内部结构、含湿状态和相变对热质耦合传递过程的影响,本文运用分形理论构建了含湿相变粗糙表面孔道模型,推导出了含有明确物理参数的渗流系数和耦合等效导热系数的表达式,分析了多孔材质的结构参数、含湿饱和度和相变对热质耦合传递的影响.

## 1 多孔材质的分形特征

多孔材质内部的孔道分布非常复杂,孔道的大小和分布规律可由分形标度关系<sup>[14]</sup>来表示:

$$N = (r_{\max}/r)^{D_f}, \quad (1)$$

式中,  $r_{\max}$  为孔道的最大半径, m;  $r$  为孔道的半径, m;  $N$  为半径大于  $r$  的孔道数目;  $D_f$  为孔道分布的面积分形维数,表示孔道截面占据多孔材质截面的维度数,即孔隙的维度数,取值一般为  $0 < D_f < 2$ .当面积分形维数  $D_f$  一定时,半径的比值越大,孔道数目越多;当比值为 1 时,则代表只有一个孔道,与实际情况相符合.式(1)被认为是可连续的,所以进行微分可得半径  $r$  到  $r+dr$  区间的孔道数目为

$$-dN = D_f r_{\max}^{D_f} r^{-(D_f+1)} dr, \quad (2)$$

式中,  $-dN > 0$ , 负号表示孔道的半径大小与数目成反比.

孔道的实际长度满足以下分形标度关系:

$$L_t(r) = r^{1-D_t} L_0^{D_t}, \quad (3)$$

式中,  $L_t(r)$  为孔道的实际长度, m;  $L_0$  为孔道的特征长度, m;  $D_t$  为孔道的迂曲分形维数,表示孔道流线状态的维度数,取值一般为  $1 < D_t < 3$ .当  $D_t=1$  时,表示孔道流线处于一维直线状态,孔道的实际长度等于多孔材质的特征长度;当  $D_t>1$  时,表示孔道流线处于弯曲状态,  $D_t=3$  时,孔道的实际长度充满整个多孔材质.  $D_t$  值一定时,即孔道流线占据的维度一定,半径越小,孔道的实际长度越大,实际长度与半径呈负相关.

多孔材质的截面孔隙率与孔道半径的关系为

$$\phi = (r_{\min}/r_{\max})^{2-D_t}, \quad (4)$$

式中,  $r_{\min}$  为孔道的最小半径, m;  $\phi$  为孔隙率,当  $D_t=0$  时,孔隙率  $\phi$  约为 0;当  $D_t=2$  时,孔隙率  $\phi$  为 1,与实际情况相符合.

多孔材质的单元截面积为

$$A_j = \frac{\pi D_f r_{\max}^2}{2 - D_f} \left[ \frac{1 - \left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}}\right)^{2-D_f}}{\left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}}\right)^{2-D_f}} \right]. \tag{5}$$

多孔材质内部的孔道总体积为

$$v = \frac{L_0^{D_t} \pi D_f r_{\max}^{3-D_t}}{3 - D_t - D_f} \left[ 1 - \left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}}\right)^{3-D_t-D_f} \right]. \tag{6}$$

## 2 含湿相变粗糙表面孔道模型

### 2.1 Gauss 函数粗糙表面模拟

对于多孔材质孔道粗糙表面的粗糙度的定义大致分为两类: 一类为粗糙元的高度与其底部等效半径的比值, 称为绝对粗糙度; 另一类为粗糙元的高度与孔道半径的比值, 称为相对粗糙度. 因为相对粗糙度与孔道之间的联系更加明显, 本文选取相对粗糙度对孔道粗糙表面进行描述:

$$\varepsilon = h/r, \tag{7}$$

式中,  $\varepsilon$  为相对粗糙度;  $h$  为粗糙元的高度, m.

在直角坐标系下, 假设  $m$  个点  $P_i(x_i, y_i, z_i)$ , 其中  $i$  的取值区间为  $[1, m]$ ,  $x$  和  $y$  方向为固定间距取值,  $z$  方向为粗糙元的随机高度,  $x_i, y_i, z_i$  的表达式为

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x, \tag{8}$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y, \tag{9}$$

$$z_{i+1} = \varepsilon r, \tag{10}$$

式中,  $\Delta x=0.1, \Delta y=0.1$  分别为  $x$  和  $y$  方向的增量,  $\varepsilon$  为满足要求的 Gauss 函数随机生成的相对粗糙度.

粗糙表面的粗糙元为随机分布并且相对粗糙度  $\varepsilon$  的取值区间一般为 0.05~0.1, 为了保证 99.7% 相对粗糙度  $\varepsilon$  的取值分布在此区间, 取 Gauss 函数置信区间为

$$[u - 3n, u + 3n] = [0.05, 0.1], \tag{11}$$

可求出函数均值  $u=0.075$ , 函数标准差  $n=0.008$ .

故可构建出符合相对粗糙度  $\varepsilon$  取值区间的 Gauss 函数为

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-[(\varepsilon-u)^2/2\sigma^2]}, \tag{12}$$

式中, 函数方差  $\sigma=n^2$ .

图 1 为孔道粗糙表面的三维仿真图, 其中孔道半径  $r=20 \mu\text{m}$ , 并展开  $x$  和  $y$  方向长度为  $20 \mu\text{m}$  的粗糙平面. 将其划分为 200 个网格点, 并进行矩阵排列, 每一个  $(x_i, y_i)$  点对应一个随机高度  $z_i=\varepsilon r$ . 可以看出粗糙元的高度分布符合随机分布并且符合上述相对粗糙度  $\varepsilon$  的取值区间.

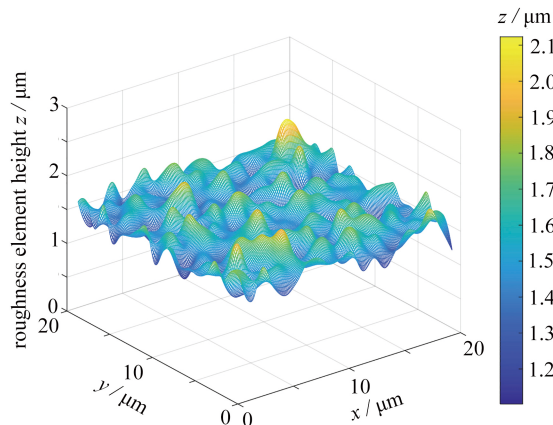


图 1 Gauss 函数三维粗糙表面模型

Fig. 1 The Gauss function 3D rough surface model

## 2.2 孔道有效半径

根据上述可知,粗糙元的存在对多孔材质孔道半径的影响不可忽略.此外,当孔道内存在湿相并且发生相变时,孔道半径会随着饱和度  $s$  的变化而变化,进而影响其内部的热质耦合传递过程,使其耦合传递过程更加复杂.所以当粗糙表面孔道存在含湿相变问题时,其非湿相孔道有效半径可以表示为与相对粗糙度  $\varepsilon$  和饱和度  $s$  有关的函数:

$$r_{\text{def}} = \sqrt{1-s}(1-\varepsilon)r. \quad (13)$$

从式 (13) 可以看出相对粗糙度  $\varepsilon$  和饱和度  $s$  都是其重要的影响因素.

## 3 含湿相变粗糙表面多孔材质渗流系数

### 3.1 渗流量

已知当孔道内部含湿并且为非饱和状态时,其内部湿相的渗流状态为环状渗流状态,根据 Hagen-Poiseuille 理论和上述孔道模型,对其进行修正,单根孔道的流量与孔道有效半径关系如下:

$$q(r_{\text{def}}) = \frac{\pi}{8} \frac{\Delta P}{L_t(r)} \frac{[1-(1-s)^2](1-\varepsilon)^4 r^4}{\mu_w}, \quad (14)$$

式中,  $q(r_{\text{def}})$  为湿相在单根孔道内的渗流量,  $\text{m}^3$ ;  $\mu_w$  为湿相流体的黏性系数,  $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ;  $\Delta P$  为孔道的总压强差,  $\text{Pa}$ .

因为湿相相变的存在,式 (14) 中的总压强差  $\Delta P$  为外部压强差和相变产生的气体膨胀压强差之和:

$$\Delta P = \Delta P_m + \Delta P_g, \quad (15)$$

式中,  $\Delta P_m$  为孔道受到的外部压强差,  $\text{Pa}$ ;  $\Delta P_g$  为湿相相变产生的气体膨胀压强差,  $\text{Pa}$ , 其表达式为

$$\Delta P_g = \frac{(s_1 - s)\rho_w \rho RT}{ms}, \quad (16)$$

式中,  $m$  为湿相的摩尔质量,  $\text{kg/mol}$ ;  $R$  为气体分子常数,这里取  $8.314$ ;  $\rho_w$  为湿相的密度,  $\text{kg/m}^3$ ;  $\rho$  为湿相的相变气体密度,  $\text{kg/m}^3$ ;  $T$  为温度,  $^\circ\text{C}$ ;  $s_1$  为初始饱和度.

联立式 (3) 和式 (14), 积分可得多孔材质内湿相的总渗流量表达式为

$$Q_L = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} q(r_{\text{def}}) dN = \frac{\pi}{8} \frac{\Delta P [1-(1-s)^2](1-\varepsilon)^4}{L_0^{D_t} \mu} \frac{D_f}{3+D_t-D_f} r_{\max}^{3+D_t} \left[ 1 - \left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{3+D_t-D_f} \right], \quad (17)$$

式中,  $Q_L$  为多孔材质内湿相的总渗流量,  $\text{m}^3$ . 由于  $r_{\min}/r_{\max} \rightarrow 10^{-3}$ , 且迂曲分形维数一般取值为  $1 < D_t < 3$ , 面积分形维数一般取值为  $0 < D_f < 2$ , 式 (17) 可以简化为

$$Q_L = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} q(r_{\text{def}}) dN = \frac{\pi}{8} \frac{\Delta P [1-(1-s)^2](1-\varepsilon)^4}{L_0^{D_t} \mu} \frac{D_f}{3+D_t-D_f} r_{\max}^{3+D_t}. \quad (18)$$

### 3.2 渗流系数

联立式 (5), 根据 Darcy 定律可以得出多孔材质湿相在非饱和渗流状态下的环状渗流系数的表达式为

$$k_{\text{cw}} = \frac{Q_L \mu L_0}{A_j \Delta P} = \frac{1}{8} \frac{[1-(1-s)^2](1-\varepsilon)^4}{L_0^{D_t-1}} \frac{r_{\max}^{1+D_t}(2-D_f)}{3+D_t-D_f} \frac{\left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{2-D_t}}{\left[ 1 - \left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{2-D_t} \right]}, \quad (19)$$

式中,  $k_{\text{cw}}$  为多孔材质环状渗流系数,  $\text{m}^2$ . 可以看出环状渗流系数是与相对粗糙度和饱和度等参数有关的函数. 当相对粗糙度为 0 时并且饱和度为 1 时, 式 (19) 转化为一般的 Darcy 渗流系数表达式, 与实际情况符合.

同理分析可得气相渗流系数的表达式为

$$k_{\text{cg}} = \frac{1}{8} \frac{(1-s)^2(1-\varepsilon)^4}{L_0^{D_t-1}} \frac{r_{\max}^{1+D_t}(2-D_f)}{3+D_t-D_f} \frac{\left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{2-D_t}}{\left[ 1 - \left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{2-D_t} \right]}, \quad (20)$$

式中,  $k_{\text{cg}}$  为多孔材质气相渗流系数,  $\text{m}^2$ .

## 4 含湿相变粗糙表面多孔材质耦合等效导热系数

含湿相变粗糙表面多孔材质内部的传热过程十分复杂. 其内部包括固相、湿相、气相各自和彼此之间的传热过程, 此外渗流过程也会极大地影响传热过程. 下文分析了各相的传热过程以及热质耦合传递过程, 并推导出热质耦合作用下的等效导热系数.

### 4.1 固相传热过程

固相的传热过程主要包括固相之间的热量传递、固相的热量储存以及固相和湿相之间的热量传递:

$$(\rho c)_m v \left[ \frac{1}{\phi} + 1 - (1 - \varepsilon)^2 \right] \frac{\partial T_m}{\partial t} = \lambda_m A_j (1 - \phi) \frac{\partial T_m}{\partial l} + Q_1, \quad (21)$$

式中,  $(\rho c)_m$  为固相密度比热容积,  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K})$ ;  $\partial T_m / \partial t$  为固相温度变化梯度,  $^\circ\text{C}/\text{s}$ ;  $\partial T_m / \partial l$  为固相两端温度梯度,  $^\circ\text{C}/\text{m}$ ;  $Q_1$  为固相与湿相之间的对流换热量,  $\text{kJ}$ ;  $\lambda_m$  为固相在  $T_m$  下的导热系数,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ .

### 4.2 湿相传热过程

湿相的传热过程主要包括湿相传质过程引起的热量传递, 湿相的热量储存, 湿相和固相、气相之间的热量传递以及湿相相变引起的热量传递:

$$(\rho c)_w v (1 - \varepsilon)^2 s \frac{\partial T_w}{\partial t} + (\rho c)_w A_j u_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = \lambda_w A_j \phi s \frac{\partial T_w}{\partial l} + Q_2 + \gamma M, \quad (22)$$

式中,  $(\rho c)_w$  为湿相密度比热容积,  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K})$ ;  $\partial T_w / \partial t$  为湿相温度变化梯度,  $^\circ\text{C}/\text{s}$ ;  $\partial T_w / \partial l$  为湿相两端温度梯度,  $^\circ\text{C}/\text{m}$ ;  $Q_2$  为湿相与固相、气相之间的对流换热量,  $\text{kJ}$ ;  $\gamma$  为湿相相变潜热系数;  $\lambda_w$  为固相在  $T_w$  下的导热系数,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;  $u_w = k_{cw} \Delta P / (\mu_w L_0)$  为湿相的渗流速度,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $M = (s_1 - s) \rho v$  为湿相的相变质量,  $\text{kg}$ .

### 4.3 气相传热过程

气相的传热过程主要包括气相传质过程引起的热量传递、气相的热量储存以及气相和湿相之间的热量传递:

$$(\rho c)_g v (1 - \varepsilon)^2 (1 - s) \frac{\partial T_g}{\partial t} + (\rho c)_g A_j u_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = \lambda_g A_j \phi (1 - s) \frac{\partial T_g}{\partial l} + Q_3, \quad (23)$$

式中,  $(\rho c)_g$  为湿相密度比热容积,  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K})$ ;  $\partial T_g / \partial t$  为气相温度变化梯度,  $^\circ\text{C}/\text{s}$ ;  $\partial T_g / \partial l$  为气相两端温度梯度,  $^\circ\text{C}/\text{m}$ ;  $Q_3$  为气相与湿相之间的对流换热量,  $\text{kJ}$ ;  $\lambda_g$  为气相在  $T_g$  下的导热系数,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;  $u_g = k_{cg} \Delta P / (\mu_g L_0)$  为气相的渗流速度,  $\text{m}/\text{s}$ .

根据能量守恒有

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0. \quad (24)$$

### 4.4 热质耦合等效导热系数

联立式 (21)~(24), 根据 Fourier 热传导定律, 在考虑相对粗糙度、饱和度以及耦合作用情况下的热质耦合等效导热系数的表达式为

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{def}} = & (\rho c)_m v \left[ \frac{1}{\phi} + 1 - (1 - \varepsilon)^2 \right] \frac{\partial T_m}{\partial t} \frac{\partial l}{\partial T_{\text{def}} A_j} + (\rho c)_w v (1 - \varepsilon)^2 s \frac{\partial T_w}{\partial t} \frac{\partial l}{\partial T_{\text{def}} A_j} + \\ & (\rho c)_w u_w \frac{\partial T_w}{\partial t} \frac{\partial l}{\partial T_{\text{def}}} + (\rho c)_g v (1 - \varepsilon)^2 (1 - s) \frac{\partial T_g}{\partial t} \frac{\partial l}{\partial T_{\text{def}} A_j} + \\ & (\rho c)_g u_g \frac{\partial T_g}{\partial t} \frac{\partial l}{\partial T_{\text{def}}} + \gamma M \frac{\partial l}{\partial T_{\text{def}} A_j}, \end{aligned} \quad (25)$$

式中,  $\lambda_{\text{def}}$  为等效导热系数,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;  $\partial T_{\text{def}} / \partial l$  为等效温度梯度,  $^\circ\text{C}/\text{m}$ . 可以看出, 对于多孔材质而言, 其内部结构参数、传质过程和相变对传热过程有着重要的影响.

## 5 分析与讨论

上文已给出多孔材质孔道相对粗糙度的取值区间为 0.05~0.1. 分形维数可由分形理论与孔道半径求得, 当  $r_{\min} / r_{\max} \rightarrow 10^{-3}$ , 孔隙率取值在 0.25~0.5 时, 面积分形维数  $D_f$  取值为 1.8~1.9, 迂曲分形维数  $D_l$  取值为 1.1~1.2.

### 5.1 等效导热系数与孔隙率的关系

图2为多孔材质等效导热系数 $\lambda_{\text{defr}}$ 的数值解与理论解的对比.从图2中可以看出,当不考虑耦合和相变因素时,式(25)得到的数值解与文献[15]中的理论解吻合得很好.当考虑耦合和相变因素时,等效导热系数 $\lambda_{\text{defr}}$ 会有所增大,并且增大幅度随着孔隙率 $\phi$ 的增加而增大.这是因为孔隙率 $\phi$ 的增加会增大湿相的含量,从而导致渗流量和相变量增加,并且渗流和相变引起的热量传递远大于固相和气相引起的热量传递.通过以上分析可知,渗流和相变引起的热量传递在等效导热系数中的占比较大.

### 5.2 环状渗流系数的影响因素

图3为在不同的面积分形维数 $D_f$ 下湿相环状渗流系数 $k_{\text{cw}}$ 与饱和度 $s$ 的关系.图3表明,当相对粗糙度 $\varepsilon=0.075$ ,迂曲分形维数 $D_t=1.15$ ,面积分形维数 $D_f$ 分别为1.8, 1.85, 1.9时, $k_{\text{cw}}$ 随着 $s$ 的增大而增大,并且 $k_{\text{cw}}$ 的变化幅度逐渐减小,在 $s=0.7$ 后, $k_{\text{cw}}$ 趋近于湿相饱和和渗流系数.这是因为 $s$ 增大,湿相含量增加,渗流量增加,并且随着 $s$ 的增大,湿相含量的增加量越来越少.同时,图3也表明,当 $s$ 相同时, $D_f$ 越大, $k_{\text{cw}}$ 越大.这是因为 $D_f$ 越大,孔隙率越大,并且大孔径孔道的数量增加,流动性能提高,有利于渗流.

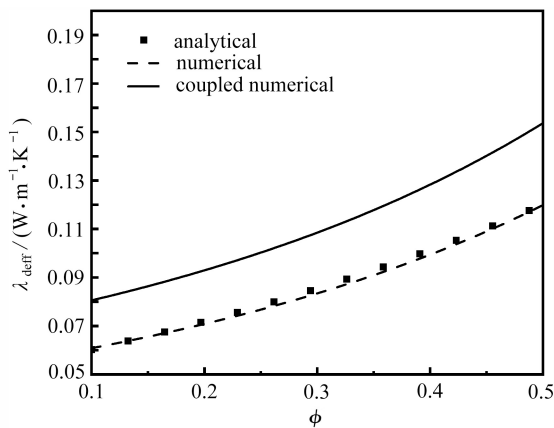


图2 等效导热系数 $\lambda_{\text{defr}}$ 与孔隙率 $\phi$ 的关系

Fig. 2 The relationship between equivalent thermal conductivity  $\lambda_{\text{defr}}$  and porosity  $\phi$

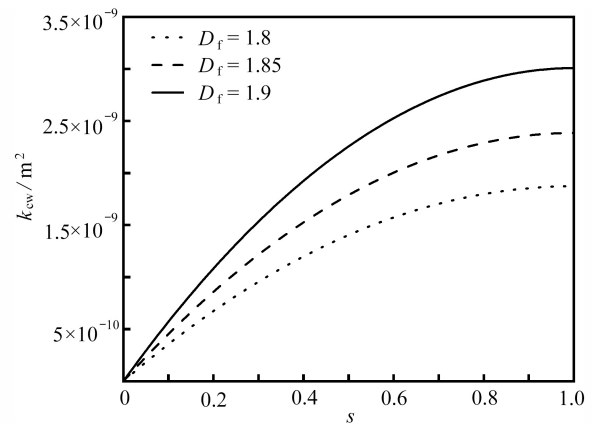


图3 面积分形维数 $D_f$ 对环状渗流系数 $k_{\text{cw}}$ 的影响

Fig. 3 The influence of area fractal dimension  $D_f$  on annular seepage coefficient  $k_{\text{cw}}$

图4给出了在不同的迂曲分形维数 $D_t$ 下湿相环状渗流系数 $k_{\text{cw}}$ 与饱和度 $s$ 的关系.图4表明,当 $\varepsilon=0.075$ , $D_f=1.85$ , $D_t$ 分别为1.1, 1.15, 1.2时, $k_{\text{cw}}$ 随着 $s$ 的增大而增大.图4也表明,当 $s$ 相同时, $D_t$ 越大, $k_{\text{cw}}$ 越小.这是因为 $D_t$ 越大,孔道的迂曲程度越大,渗流过程中阻力越大,越不利于渗流.

图5给出了在不同的饱和度 $s$ 下湿相环状渗流系数 $k_{\text{cw}}$ 与相对粗糙度 $\varepsilon$ 的关系.图5表明,当 $D_f=1.85$ , $D_t=1.15$ , $s$ 分别为0.4, 0.5, 0.6时, $k_{\text{cw}}$ 随着 $\varepsilon$ 的增大而减小,并且随着 $\varepsilon$ 的增大,不同 $s$ 取值下的 $k_{\text{cw}}$ 差距逐渐减小.这是因为相对粗糙度 $\varepsilon$ 越大,孔道有效半径越小,渗流量减少, $k_{\text{cw}}$ 减小,并且 $\varepsilon$ 越大,影响作用越明显.同时,图5也表明,当 $\varepsilon$ 相同时, $s$ 越大, $k_{\text{cw}}$ 越大.这是因为 $s$ 越大,湿相含量越大,渗流量越大, $k_{\text{cw}}$ 越大.

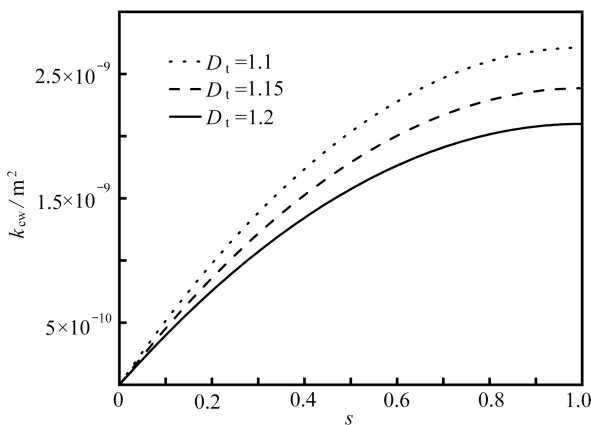


图4 迂曲分形维数 $D_t$ 对环状渗流系数 $k_{\text{cw}}$ 的影响

Fig. 4 The influence of tortuous fractal dimension  $D_t$  on annular seepage coefficient  $k_{\text{cw}}$

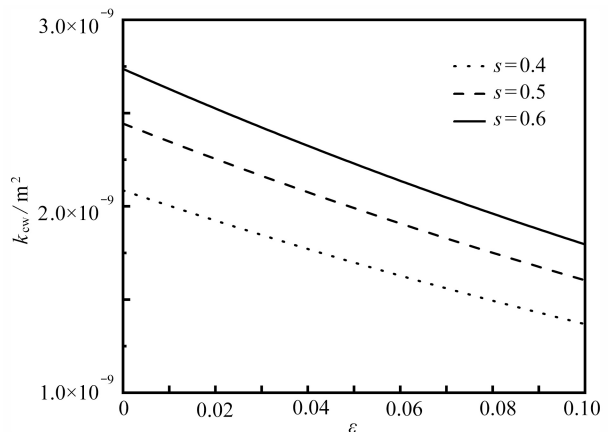


图5 饱和度 $s$ 对环状渗流系数 $k_{\text{cw}}$ 的影响

Fig. 5 The influence of saturation  $s$  on annular seepage coefficient  $k_{\text{cw}}$

### 5.3 等效导热系数的影响因素

图 6 给出了在不同渗流系数下等效导热系数  $\lambda_{\text{def}}$  与相对粗糙度  $\varepsilon$  的关系. 图 6 表明, 当渗流系数相同时,  $\lambda_{\text{def}}$  随着  $\varepsilon$  的增大而减小. 这是因为随着相对粗糙度  $\varepsilon$  的增大, 孔道的有效半径减小, 孔隙率  $\phi$  减小, 虽然固相的热量传递有所增加, 但增加量远小于湿相和相变的热量传递减少量, 与图 2 分析一致. 同时, 图 6 也表明, 当  $\varepsilon$  相同时,  $\lambda_{\text{def}}$  随着渗流系数的增加而增大. 这是因为渗流系数增加, 湿相和气相的渗流速度增加, 渗流量增加, 渗流过程对热量传递的影响增大.

图 7 给出了在相同初始饱和度  $s_1=0.5$  时, 不同饱和度  $s$  下的等效导热系数  $\lambda_{\text{def}}$  与相对粗糙度  $\varepsilon$  的关系. 图 7 表明, 当  $\varepsilon$  相同时,  $\lambda_{\text{def}}$  随着  $s$  的减小而增大. 这是因为饱和度  $s$  减小, 相变量增加, 相变的热量传递增加量大于渗流的热量传递减少量. 同时, 图 7 也表明, 当  $\varepsilon$  越来越大, 不同  $s$  下的  $\lambda_{\text{def}}$  差距越来越小, 一方面是因为相变对热量传递的影响越来越小; 另一方面是因为有效半径减小, 孔隙率  $\phi$  减小, 相变引起的气体膨胀压强差对渗流速度的促进效果越来越明显, 同一  $\varepsilon$  下, 渗流量增加, 渗流对热量传递的影响增大.

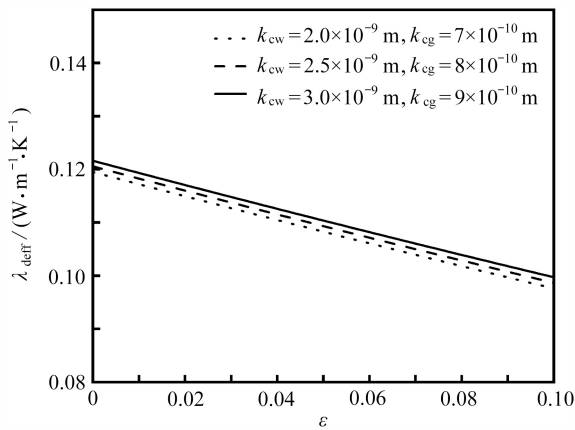


图 6 渗流系数对等效导热系数  $\lambda_{\text{def}}$  的影响

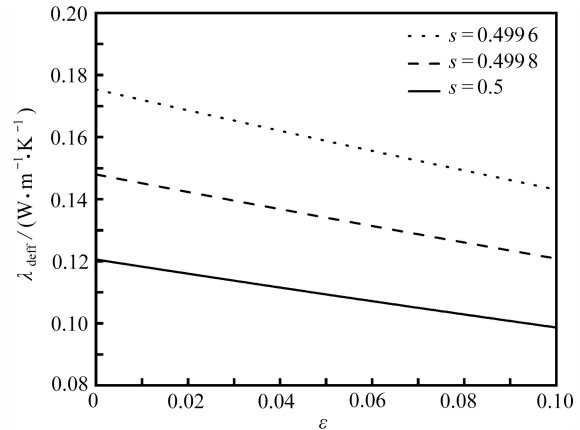


图 7 饱和度  $s$  对等效导热系数  $\lambda_{\text{def}}$  的影响

Fig. 6 The effect of the seepage coefficient on equivalent thermal conductivity  $\lambda_{\text{def}}$

Fig. 7 The influence of saturation  $s$  on equivalent thermal conductivity  $\lambda_{\text{def}}$

## 6 结 论

本文根据 Gauss 随机分布函数建立了含湿粗糙表面孔道模型, 运用分形理论推导出了含湿相变粗糙表面多孔材质的渗流系数和耦合等效导热系数的表达式. 定量分析了面积分形维数、迂曲分形维数、含湿饱和度及相对粗糙度对渗流系数、耦合等效导热系数的影响. 结果表明:

- 1) 湿相非饱和渗流过程中, 环状渗流系数随着饱和度的增加而增大, 并且增大幅度逐渐减小. 当饱和度到达 0.7 后, 环状渗流系数趋近于饱和渗流系数.
- 2) 热量传递过程中, 渗流和相变引起的热量传递对等效导热系数的影响不可忽略.
- 3) 相同初始饱和度的情况下, 孔隙率越小, 相变对热量传递的效果越来越不明显, 相变引起的气体膨胀压强差越来越明显.

### 参考文献 (References):

[1] SKURIKHIN A V, KOSTANOVSKY A V. Both numerical and experimental separation of heat transfer mechanisms in porous refractory thermal insulation materials[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, **1683**(4): 042088.

[2] GAO H, LIU H, LIAO L B, et al. Improvement of performance of foam perlite thermal insulation material by the design of a triple-hierarchical porous structure[J]. *Energy & Buildings*, 2019, **200**: 21-30.

[3] 冯守玲, 郑艺华, 张心怡, 等. 多孔材料固定床内温度场的数值模拟研究[J]. 青岛大学学报(工程技术版), 2017, **32**(2): 91-95. (FENG Shouling, ZHENG Yihua, ZHANG Xinyi, et al. Numerical simulation of temperature field distribution in packed bed with porous material[J]. *Journal of Qingdao University (Engineering & Technology)*



- Edition*), 2017, **32**(2): 91-95.(in Chinese))
- [4] 何增, 田宙, 王铁良. 高温高压气体在低含水率介质中迁移的数值模拟[J]. *计算力学学报*, 2018, **35**(3): 291-298. (HE Zeng, TIAN Zhou, WANG Tieliang. Numerical simulation of gas transport at high temperature and high pressure in porous media with low water content[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, **35**(3): 291-298.(in Chinese))
- [5] 石金诚, 肖胜中. 多孔介质中的一类双扩散扰动模型的解的连续依赖性[J]. *应用数学和力学*, 2020, **41**(10): 1092-1102. (SHI Jincheng, XIAO Shengzhong. Continuous dependence of solutions to a class of double diffusion perturbation models for porous media[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(10): 1092-1102.(in Chinese))
- [6] 徐鹏, 李翠红, 柳海成, 等. 多尺度多孔介质有效气体输运参数的分形特征[J]. *地球科学*, 2017, **42**(8): 1373-1378. (XU Peng, LI Cuihong, LIU Haicheng, et al. Fractal features of the effective gas transport coefficient for multiscale porous media[J]. *Earth Science*, 2017, **42**(8): 1373-1378.(in Chinese))
- [7] LI C H, XU P, QIU S X, et al. The gas effective permeability of porous media with Klinkenberg effect[J]. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2016, **34**: 534-540.
- [8] 张赛, 陈君若, 刘显茜. 气体有效扩散系数的分形模型[J]. *化学工程*, 2013, **41**(5): 39-43. (ZHANG Sai, CHEN Junruo, LIU Xianxi. Fractal model of gas effective diffusivity[J]. *Chemical Engineering*, 2013, **41**(5): 39-43.(in Chinese))
- [9] 陈家豪, 娄钦. 考虑接触角滞后性多孔介质内非混相驱替研究[J]. *应用数学和力学*, 2021, **42**(9): 900-914. (CHEN Jiahao, LOU Qin. An investigation on the immiscible displacement in porous media with contact angle hysteresis[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(9): 900-914.(in Chinese))
- [10] WU C Q, XU H J, ZHAO C Y. A new fractal model on fluid flow/heat/mass transport in complex porous structures[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2020, **162**: 120292.
- [11] 郑川, 潘标开, 莫红艳. 土壤一维渗流-传热耦合模型实验及数值模拟[J]. *土工基础*, 2021, **35**(3): 338-342. (ZHENG Chuan, PAN Biaokai, MO Hongyan. One-dimensional soil model test and numerical simulation of coupled seepage-heat transfer model[J]. *Soil Engineering and Foundation*, 2021, **35**(3): 338-342.(in Chinese))
- [12] 张春平. 粗糙度对微细通道内流动与换热特性影响的实验研究与理论分析[D]. 博士学位论文. 北京: 中国科学院工程热物理研究所, 2007. (ZHANG Chunping. Experimental research and theoretical analysis on flow and heat transfer in microchannels with different surface roughness[D]. PhD Thesis. Beijing: Institute of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences, 2007.(in Chinese))
- [13] 盛汉乾. 基于微波加热沥青路面的传热传质实验装置及质热耦合研究[D]. 硕士学位论文. 芜湖: 安徽工程大学, 2018. (SHENG Hanqian. Research on heat and mass transfer experimental device and heat and mass coupling of asphalt pavement based on microwave heating[D]. Master Thesis. Wuhu: Anhui Polytechnic University, 2018.(in Chinese))
- [14] 郁伯铭, 徐鹏, 邹明清, 等. 分形多孔介质输运物理[M]. 北京: 科学出版社, 2014. (YU Boming, XU Peng, ZOU Mingqing, et al. *Transport Physics of Fractal Porous Media*[M]. Beijing: Science Press, 2014.(in Chinese))
- [15] MAXWELL J C. *A Treatise on Electricity and Magnetism*[M]. 3rd ed. New York: Dover Publications Inc, 1954.