

基于响应面法和改进算术优化算法的抱杆优化设计

陶然, 周焕林, 孟增, 杨小猛

Optimization Design of Holding Poles Based on the Response Surface Methodology and the Improved Arithmetic Optimization Algorithm

TAO Ran, ZHOU Huanlin, MENG Zeng, and YANG Xiaomeng

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420318>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于特征正交分解的材料微结构参数化表征模型及等效性能优化设计

A POD-Based Parameterization Model for Material Microstructure Representation and Its Application to Optimal Design of Material Effective Mechanical Properties

应用数学和力学. 2017, 38(7): 727-742 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370279>

基于比例边界有限元法和灰狼优化算法的裂纹尖端位置识别

Identification of Crack Tip Positions Based on the Scaled Boundary Finite Element Method and the Grey Wolf Optimization Algorithm

应用数学和力学. 2021, 42(11): 1177-1189 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410381>

碳纤维汽车底盘后纵臂CAE设计的优化算法

An Optimization Algorithm for CAE Design of Carbon Fiber Reinforced Composite Chassis Longitudinal Arms

应用数学和力学. 2018, 39(8): 925-934 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390001>

基于特征值分析的多尺度结构优化设计方法

Multi-Scale Structure Optimization Design Based on Eigenvalue Analysis

应用数学和力学. 2019, 40(6): 630-640 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390207>

基于SA-GA混合算法的动车组车辆轮重分配优化

Optimization of Wheel Weight Distribution for EMU Vehicles Based on the SAGA Hybrid Algorithm

应用数学和力学. 2021, 42(4): 363-372 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410107>

基于期望函数的土遗址锚固参数组合优化方法

A Composite Optimization Method for Anchorage Parameters of Rammed Earth Sites Based on Desirability Functions

应用数学和力学. 2019, 40(6): 650-662 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390247>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

基于响应面法和改进算术优化算法的抱杆优化设计*

陶 然, 周焕林, 孟 增, 杨小猛

(合肥工业大学 土木与水利工程学院, 合肥 230009)

(我刊编委周焕林来稿)

摘要: 抱杆优化设计需要耗费大量有限元分析计算时间, 难以确定可行域. 该文采用响应面法 (response surface method, RSM) 来模拟抱杆结构的真实响应, 提出了改进的算术优化算法 (improved arithmetic optimization algorithm, IAOA) 对抱杆结构进行优化设计. 将分数阶积分引入算术优化算法 (arithmetic optimization algorithm, AOA), 改善了算法的开发能力. 采用拉丁超立方抽样, 选取抱杆结构杆件截面试验样本, 利用最小二乘法对样本点进行分析, 构建了抱杆结构应力和位移关于杆件截面尺寸的二阶响应面代理模型. 建立以抱杆质量最小化为优化目标, 许用应力和位移为约束条件的优化模型, 采用 IAOA 对其进行求解. 结果表明: 二阶响应面模型能够准确预测抱杆结构的响应值, IAOA 的求解精度得到显著提升, 代理模型可大幅降低有限元分析所需的计算代价, 优化后抱杆结构质量减轻了 8.2%. 联合使用 RSM 和 IAOA 可有效求解大型空间杆系结构的优化设计问题.

关键词: 响应面法; 算术优化算法; 分数阶积分; 代理模型; 抱杆

中图分类号: TM752 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.420318

Optimization Design of Holding Poles Based on the Response Surface Methodology and the Improved Arithmetic Optimization Algorithm

TAO Ran, ZHOU Huanlin, MENG Zeng, YANG Xiaomeng

(College of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, P.R.China)

(Contributed by ZHOU Huanlin, M. AMM Editorial Board)

Abstract: The computation consumption of finite element analysis for structural optimization design of holding poles is large, and it is difficult to determine the feasible region. The response surface method (RSM) was used to simulate the real response of the holding pole, and an improved arithmetic optimization algorithm (IAOA) was proposed to optimize the holding pole. The fractional-order calculus was introduced into the arithmetic optimization algorithm (AOA) to improve the exploitation ability of the AOA. The Latin hypercube sampling was applied to select the test samples of each member of the holding pole, and the least square method was employed to analyze the sample points. Then, the 2nd-order response surface surrogate model for the stress and displacement of the holding pole on the cross-sectional sizes of each member was

* 收稿日期: 2021-10-25; 修订日期: 2022-05-25

基金项目: 国家自然科学基金(11672098)

作者简介: 陶然(1991—), 男, 博士生 (E-mail: taoran127@mail.hfut.edu.cn);

周焕林(1973—), 男, 教授, 博士, 博士生导师 (通讯作者. E-mail: zhouhl@hfut.edu.cn);

孟增(1986—), 男, 副教授, 博士, 博士生导师 (通讯作者. E-mail: mengz@hfut.edu.cn).

引用格式: 陶然, 周焕林, 孟增, 杨小猛. 基于响应面法和改进算术优化算法的抱杆优化设计[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(10): 1113-1122.

established. An optimization model was constructed with the minimum mass as the optimization objective and the allowable stress and displacement as constraints, and the IA OA was implemented to solve the model. The results show that, the 2nd-order response surface model can accurately predict the response value of the holding pole. The solution accuracy of the IA OA is significantly improved. The surrogate model can greatly decrease the calculation cost of the finite element analysis. The mass of the holding pole is reduced by 8.2% after optimization. The RSM and the IA OA can be combined to solve the optimization design problem of large spatial truss structures effectively.

Key words: response surface method; arithmetic optimization algorithm; fractional-order calculus; surrogate model; holding pole

引言

抱杆是组立特高压输电铁塔的重要施工设备^[1].抱杆自重过大大增加了制造和运输成本,加大了安装和拆卸的风险.目前,关于抱杆的研究包括力学性能分析和试验^[2]以及可靠度优化设计^[3].抱杆的设计一般参考抱杆规范^[1]和起重机设计规范^[4],采用许用应力法确定荷载组合和安全系数,并进行有限元分析计算,根据计算结果对结构构件进行优化选型.目前,缺少针对大型空间杆系结构抱杆的优化设计方法研究.因此,研究抱杆优化设计方法,对抱杆的经济性和安全性具有重要意义.

优化方法包括经典的梯度类算法和新兴的元启发式算法.现代工程优化问题不仅涉及混合变量和多重约束,且大部分问题难以确定优化目标和约束条件与设计变量之间的函数关系.经典的梯度类算法解决这类问题时具有以下缺陷:①需要梯度信息来改进初始解;②要求设计空间连续;③容易陷入局部最优解.与梯度类算法相比,元启发式算法具有不受梯度信息限制、不受设计空间限制、全局搜索能力强等优点.因此,元启发式算法被广泛应用于各类复杂工程优化问题^[5-8].算术优化算法(AOA)是由 Abualigah 等^[9]在 2021 年提出的一种新兴的元启发式算法.AOA 结合算术运算符的特征构建优化策略,从一组候选解中确定符合特定标准的最优解.AOA 具有无需调整参数、收敛速度快的优点.尽管 AOA 的性能较优,但根据“没有免费午餐(no free lunch, NFL)定理”以及 Abualigah 等的分析^[9-10],仍有必要对 AOA 进行改进以适应更复杂的优化问题.AOA 在处理高维等复杂优化问题时,存在求解精度较低,容易陷入局部最优的缺陷^[11].因此,可以通过引入局部搜索技术,进一步增强算法跳出局部最优的能力,改善算法的求解精度^[12].分数阶积分(fractional-order calculus)因其独特的记忆存储特性被引入演化算法^[13-15].其中, Pires 等^[13]将分数阶积分与粒子群算法结合,改善了算法的收敛性能.Mousavi 和 Alfi^[14]采用分数阶积分提取候选解的迭代信息改善了萤火虫算法的性能,并成功应用于混沌系统的参数辨识问题.Deshmukh 和 Rani^[15]利用分数阶积分增强了灰狼优化算法的收敛速度.因此,采用分数阶积分改进 AOA 算法值得研究.

大型结构的优化设计通常无法确定可行域,导致优化需要大量结构分析,计算成本过高,而且部分非可行解可能会导致结构有限元分析的停滞,进而导致优化迭代的中断.代理模型方法通过少量样本信息,构建与原模型结果(数值分析或试验观测结果)相近的数学模型,可以极大地减小计算成本^[16].经典的代理模型包括多项式响应面模型、径向基函数模型、Kriging 模型和人工神经网络模型等^[17].

本文提出了一种改进的算术优化算法(IAOA),引入分数阶积分改进 AOA 的局部搜索能力,提高了算法的求解精度和收敛速度.采用响应面法(RSM)构建抱杆结构代理模型,将 IAOA 与 RSM 相结合,对抱杆结构进行优化设计.

1 AOA

AOA 包括初始化、探索 and 开发三个核心阶段.AOA 采用随机生成候选解的方式完成算法初始化.AOA 的探索 and 开发阶段分别对应两个运算符,即探索阶段对应于除法(\div)和乘法(\times),而开发阶段对应减法($-$)和加法($+$).

1.1 初始化

AOA 采用式(1)随机生成初始解 \mathbf{X} ,其中 N 和 d 分别表示解的个数和维数:

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,j} & \cdots & x_{1,d} \\ x_{2,1} & \cdots & x_{2,j} & \cdots & x_{2,d} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{N,1} & \cdots & x_{N,j} & \cdots & x_{N,d} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

在迭代开始之前, 先定义数学优化器加速参数 r 来控制算法在探索和开发之间的切换:

$$r_{MOA}(t) = r_{MOA}^{\min} + t \times \frac{r_{MOA}^{\max} - r_{MOA}^{\min}}{t_{\max}}, \quad (2)$$

其中 $r_{MOA}(t)$ 为当前迭代的 r 值, t 为当前迭代次数, r_{MOA}^{\min} 和 r_{MOA}^{\max} 表示 $r_{MOA}(t)$ 的最小值和最大值, 分别取 0.2 和 0.9, t_{\max} 是最大迭代次数.

1.2 探索阶段

AOA 的探索阶段利用除法和乘法算子生成高分布值, 以达成算法在搜索域内进行全局探索的目标. AOA 探索阶段解的更新表达式为

$$x_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} x_{best,j}^t \div (r_{mop} + \epsilon) \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & r_2 < 0.5, \\ x_{best,j}^t \times r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (3)$$

$$r_{mop}(t) = 1 - \frac{t^{1/\alpha}}{t_{\max}^{1/\alpha}}, \quad (4)$$

其中 $x_{i,j}^{t+1}$ 为第 $t+1$ 次迭代时第 i 个解的第 j 维变量, $x_{best,j}^t$ 为 t 次迭代获得的最优解的第 j 维变量, ϵ 为整数, $x_{ub,j}$ 和 $x_{lb,j}$ 为第 j 维变量的上下限值, μ 为调整搜索过程的控制参数. 当 $r_2 < 0.5$ 时, 采用除法算子进行更新, 反之则采用乘法算子. 数学优化概率 r_{mop} 为 AOA 的自适应系数, $r_{mop}(t)$ 表示第 t 次迭代时的函数值. α 为敏感系数, 用来控制算法的精度. 根据文献 [9] 中的试验验证, 当 α 取 5, μ 取 0.5 时, 算法的性能最优.

1.3 开发阶段

AOA 的开发策略是利用减法和加法算子来获得分布密度低的值. AOA 的开发算子基于两种搜索策略对搜索区域进行深度探索, 这两种搜索策略的模型如下:

$$x_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} x_{best,j}^t - r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & r_3 < 0.5, \\ x_{best,j}^t + r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (5)$$

当 $r_3 < 0.5$ 时, 采用减法算子进行更新, 反之则采用加法算子.

1.4 AOA 的优化流程

综上所述, AOA 的优化过程是从生成随机候选解开始的. 在整个搜索过程中, 每个新解都从最优解中获取信息进行更新. AOA 的优化流程如图 1 所示. r_1 为随机数, 当 $r_1 < r_{MOA}$ 时, 算法更新进入探索阶段; 当 $r_1 > r_{MOA}$ 时, 算法则进入开发阶段.

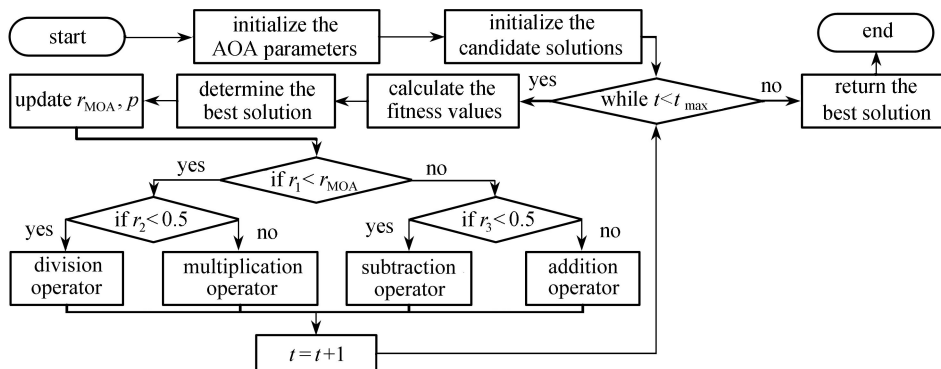


图 1 AOA 优化流程

Fig. 1 The optimization process of AOA

1.5 AOA 的计算复杂度

初始化过程、适应度函数评估和解的更新是影响 AOA 计算复杂度的三个关键因素. 初始化过程的复杂度

为 $O(N)$, 其中 N 表示种群大小, 更新解的复杂度为 $O(M \times N) + O(M \times N \times d)$, 其中 M 表示迭代次数, d 表示设计变量的维数, 因此, AOA 的计算复杂度为 $O(N \times (M \times d + 1))$.

2 IAOA

2.1 基于分数阶积分的局部搜索策略

在 AOA 中, 对于全局最优解没有任何特定的更新策略, 因此, 对其进行改进可以改善算法的计算精度和收敛速度. 分数阶积分对问题的真实响应具有较好的拟合性^[18], 将其引入 AOA 的开发阶段作为全局最优解的局部搜索策略, 提出 IAOA, 利用迭代历史中全局最优解的信息对全局最优解进行更新. Grunwald-Letnikov (GL) 分数阶积分^[19] 定义为

$$D^\lambda(x^t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\lambda} \sum_{v=0}^{\infty} (-1)^v \binom{\lambda}{v} x^{t-vh}, \quad (6)$$

$$\binom{\lambda}{v} = \frac{\Gamma(\lambda+1)}{\Gamma(v+1)\Gamma(\lambda-v+1)} = \frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\cdots(\lambda-v+1)}{v!}, \quad (7)$$

其中 $D^\lambda(x^t)$ 为 λ 阶的 GL 分数阶导数, $\Gamma(\cdot)$ 表示 Gamma 函数. 在离散时间内, 式 (6) 可改写为

$$D^\lambda[x^t] = \frac{1}{T^\lambda} \sum_{v=0}^r (-1)^v \frac{\Gamma(\lambda+1)x^{t-vT}}{\Gamma(v+1)\Gamma(\lambda-v+1)}, \quad (8)$$

其中 T 是采样周期, r 是之前事件或记忆数据的项数, x^t 是离散变量. 当 $\lambda=1$ 时, 式 (8) 可以改写为

$$D^1[x^t] = x^{t+1} - x^t, \quad (9)$$

其中 $D^1[x^t]$ 是相邻两次事件的差值.

为了采用分数阶积分的定义来增强算法的局部搜索能力, 将式 (9) 与 (5) 结合, 可得

$$D^1[x_{best,j}^{t+1}] = x_{best,j}^{t+1} - x_{best,j}^t = \begin{cases} -r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & r_4 < 0.5, \\ r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

将基于 GL 定义的分阶导数代入式 (10) 可得

$$D^1[x_{best,j}^{t+1}] = \begin{cases} -r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & r_4 < 0.5, \\ r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (11)$$

利用式 (8) 中的 GL 定义, 可得 $T=1$ 时式 (10) 的表达式:

$$D^\lambda[x_{best,j}^{t+1}] = x_{best,j}^{t+1} + \sum_{v=1}^r (-1)^v \frac{\Gamma(\lambda+1)x_{best,j}^{t+1-v}}{\Gamma(v+1)\Gamma(\lambda-v+1)} = \begin{cases} -r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & r_4 < 0.5, \\ r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (12)$$

由上式可得全局最优解的更新公式为

$$x_{best,j}^{t+1} = - \sum_{v=1}^r (-1)^v \frac{\Gamma(\lambda+1)x_{best,j}^{t+1-v}}{\Gamma(v+1)\Gamma(\lambda-v+1)} + \begin{cases} -r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & r_4 < 0.5, \\ r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (13)$$

选择前三代历史数据更新当前全局最优解 ($r=3$), 则

$$x_{best}^{t+1} = \frac{1}{1!} \lambda x_{best}^t + \frac{1}{2!} \lambda(1-\lambda)x_{best}^{t-1} + \frac{1}{3!} \lambda(1-\lambda)(2-\lambda)x_{best}^{t-2} + \begin{cases} -r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & r_4 < 0.5, \\ r_{mop} \times ((x_{ub,j} - x_{lb,j}) \times \mu + x_{lb,j}), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (14)$$

2.2 IAOA 的计算复杂度

AOA 的计算复杂度为 $O(N \times (M \times d + 1))$, IAOA 并未改变原算法的初始化过程, 仅对每次迭代的当前全局最优解的更新方式进行了改进. 由式 (5) 和 (14) 可知, 新提出的当前全局最优解的更新方式并未增加新的循环计算. 因此, IAOA 与 AOA 具有相同的计算复杂度.

2.3 IAOA 的收敛性

元启发式算法收敛定义既可以针对个体, 也可以针对整个种群. 假设种群中某粒子在 t 时刻的位置为

$x(t), x_p$ 为整个搜索空间内的某一任意位置, 则粒子收敛定义如下^[20]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_p. \quad (15)$$

如果种群中的所有粒子都达到收敛, 则整个种群也就不再变化, 达到稳定状态, 即算法达到收敛. 相应地, x_{best} 值也不再变化. IAOA 和 AOA 相同, 其开发策略是利用减法和加法算子来获得分布密度低的值, 控制算法的收敛性能. 由式(5)可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{x}_{\text{best}}^t + \begin{cases} -r_{\text{mop}} \times ((x_{\text{ub},j} - x_{\text{lb},j}) \times \mu + x_{\text{lb},j}), & r_4 < 0.5, \\ r_{\text{mop}} \times ((x_{\text{ub},j} - x_{\text{lb},j}) \times \mu + x_{\text{lb},j}), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (16)$$

与此同时, 由式(4)可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_{\text{mop}}(t) = 1 - \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^{1/\alpha}}{t_{\text{max}}^{1/\alpha}} = 0. \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{x}_{\text{best}}^t. \quad (18)$$

由式(18)可知, 随着迭代的进行, IAOA 中的所有粒子最终收敛到全局最优粒子所在的位置, 证明算法中的粒子最终达到稳定.

3 RSM

RSM 采用数学和统计技术寻找输出和输入数据之间的关系, 并构造二者之间的显性函数表达式. 针对结构优化问题, RSM 只需要一定数量的样本点和相应的响应值, 拟合设计变量与结构性能指标之间的函数表达式, 构造可供优化的代理模型, 进而完成随机分析对有限元分析的替代.

结构设计变量 \mathbf{X} 与结构性能指标 y 之间的关系可用下式表示:

$$y(\mathbf{X}) = \hat{y}(\mathbf{X}) + \delta, \quad (19)$$

其中 $\hat{y}(\mathbf{X})$ 为响应函数, 即响应面, δ 为总误差. 响应面 $\hat{y}(\mathbf{X})$ 可以定义为

$$\hat{y}(\mathbf{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i(\mathbf{X}), \quad (20)$$

其中 a_0 为常数项, a_i 为第 i 个基函数的系数, n 为基函数个数. 选择二阶响应面进行研究, 由式(20)可得二阶响应面公式为

$$\hat{y}(\mathbf{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n a_{ii} x_i^2 + \sum_{1=i < j}^n a_{ij} x_i x_j. \quad (21)$$

从设计变量空间中选择样本点, 确定 $\varphi_i(\mathbf{X})$ 和对应的真实响应矢量. 采用最小二乘法, 以误差最小化为目标, 对响应面近似模型的系数列阵 \mathbf{a} 进行迭代优化, 求得响应面的具体表达式. 响应面代理模型的构建精度主要取决于设计样本点的选取. 对设计变量较多的大型空间进行采样, 工程中常使用拉丁超立方试验设计方法. 拉丁超立方试验设计根据等概率随机正交分布的原则, 可以通过极少的试验点得到较高精度的响应面近似方程.

4 抱杆优化设计

本文研究的抱杆高度为 87 m, 额定吊重为 7 600 kg, 如图 2 所示. 抱杆包含 26 节标准节 (3 m/节), 标准节为 1.52 m × 1.52 m 方形截面. 抱杆钢材采用 Q345, 弹性模量为 206 GPa, 密度为 7.85×10^{-6} kg/mm³. 抱杆标准节的杆件分为主杆、横杆和斜杆, 均由方形空心钢管组成. 选择三种杆件的截面尺寸为设计变量, 抱杆许用应力和位移为约束条件, 抱杆质量最小化为优化目标进行优化设计. 所有设计变量均为离散整数变量. 抱杆的优化模型可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{find } \mathbf{X}=[b_1, t_1, b_2, t_2, b_3, t_3]^T, \\ \text{min } W(b_1, t_1, b_2, t_2, b_3, t_3)=15\,546.76+2.731\,8\times(4b_1t_1-4t_1^2)+ \\ \quad 3.824\,5\times(4b_2t_2-2t_2^2)+3.631\,6\times(4b_3t_3-2t_3^2), \\ \text{s.t. } 90\text{ mm}\leq b_1\leq 150\text{ mm}, 6\text{ mm}\leq t_1\leq 12\text{ mm}, \\ \quad 40\text{ mm}\leq b_2\leq 100\text{ mm}, 3\text{ mm}\leq t_2\leq 9\text{ mm}, \\ \quad 40\text{ mm}\leq b_3\leq 100\text{ mm}, 3\text{ mm}\leq t_3\leq 9\text{ mm}, \\ \quad \sigma-\underline{\sigma}\leq 0, d-\underline{d}\leq 0, \end{array} \right. \quad (22)$$

其中 \mathbf{X} 为设计变量, 包括主杆的截面长度 b_1 和宽度 t_1 、横杆的截面长度 b_2 和宽度 t_2 及斜杆的截面长度 b_3 和宽度 t_3 , W 为抱杆的实际质量, σ 和 $\underline{\sigma}$ 分别为应力和许用应力, d 和 \underline{d} 分别为位移和许用位移。

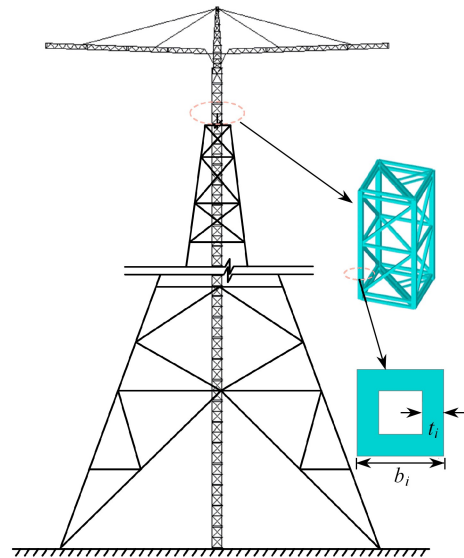


图2 抱杆

Fig. 2 The holding pole

4.1 抱杆有限元模型

抱杆主杆、横杆和斜杆均采用梁单元模拟。抱杆荷载包括重力荷载、风荷载、吊重(包括吊钩、起吊钢丝绳重量), 选取最危险工况对抱杆结构进行有限元分析, 得到抱杆最大位移、最大应力和抱杆质量。

4.2 建立响应面模型

为减小试验次数, 提高计算效率, 采用拉丁超立方试验设计方法获取 30 个样本点, 通过有限元计算, 可得各样本点的结构性能指标。样本点数据如表 1 所示。

采用最小二乘法分别构造应力和位移关于杆件截面尺寸的二阶响应面代理模型, 具体如下:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} = & 0.027\,5b_1^2 + 0.089b_1t_1 + 0.207\,2t_1^2 - 0.014\,7b_2b_1 - 0.057\,9b_2t_1 + 0.001\,2b_2^2 + 0.030\,4t_2b_1 - \\ & 0.453\,8t_2t_1 - 0.039\,1t_2b_2 + 0.071\,7t_2^2 - 0.007\,5b_3b_1 - 0.069\,9b_3t_1 - 0.002\,2b_3b_2 - \\ & 0.000\,2b_3t_2 - 0.005\,7b_3^2 + 0.043\,6t_3b_1 - 1.092\,2t_3t_1 - 0.102\,7t_3b_2 + 0.245\,4t_3t_2 + 0.004\,2t_3b_3 + \\ & 0.841\,1t_3^2 - 0.719\,3b_1 - 0.303\,8t_1 + 3.183\,4b_2 + 0.265\,3t_2 + 2.476\,0b_3 + 0.440\,1t_3 + 0.058\,6, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \hat{d} = & 0.005\,8b_1^2 + 0.150\,5b_1t_1 + 2.093\,3t_1^2 - 0.033\,8b_2b_1 - 0.371\,4b_2t_1 - 0.020\,0b_2^2 - 0.118\,3t_2b_1 - \\ & 1.940\,3t_2t_1 - 0.086\,8t_2b_2 - 2.438\,1t_2^2 - 0.023\,3b_3b_1 - 0.286\,6b_3t_1 + 0.003\,8b_3b_2 - 0.075\,0b_3t_2 - \\ & 0.010\,9b_3^2 - 0.305\,0t_3b_1 - 2.952\,1t_3t_1 - 0.241\,3t_3b_2 - 0.822\,2t_3t_2 - 0.152\,4t_3b_3 - 1.494\,5t_3^2 - \\ & 0.867\,8b_1 - 32.942\,2t_1 + 12.184\,0b_2 + 78.867\,6t_2 + 8.409\,9b_3 + 121.475\,8t_3 + 20.672\,2. \end{aligned} \quad (24)$$

采用方差分析法对构造的代理模型进行准确性检验, 误差平方 δ^2 、相对平均绝对误差 δ_{RAAE} 和相对最大绝对误差 δ_{RMAE} 的具体计算式如下:

$$\delta^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2}, \tag{25}$$

$$\delta_{RAAE} = \frac{\sum_{i=1}^m \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right|}{m}, \tag{26}$$

$$\delta_{RMAE} = \max \left\{ \frac{\hat{y}_1 - y_1}{y_1}, \dots, \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i}, \dots, \frac{\hat{y}_m - y_m}{y_m} \right\}, \tag{27}$$

其中 m 为随机选取验证样本点数量, 随机选取 10 个样本点进行准确性检验, 结果如表 2 所示.

表 1 抱杆结构拉丁超立方试验设计结果

Table 1 Latin hypercube experimental design results of the holding pole

number	b_1/mm	t_1/mm	b_2/mm	t_2/mm	b_3/mm	t_3/mm	σ/MPa	d/mm
1	112	10	41	3	81	7	112.776	618.502
2	96	8	46	8	73	6	144.207	855.603
3	145	7	87	7	76	4	112.785	640.648
4	147	8	56	4	96	7	112.759	589.670
5	131	11	94	4	44	8	112.745	503.594
6	91	8	85	4	49	5	154.753	879.046
7	143	10	86	6	58	4	112.738	496.787
8	90	8	77	8	81	7	157.628	931.646
9	127	9	65	6	87	7	112.765	618.600
10	109	8	93	6	56	5	120.008	741.433
11	104	10	49	9	60	8	112.789	672.708
12	115	6	47	6	84	8	158.176	925.155
13	140	12	55	8	67	4	112.725	455.399
14	110	9	51	3	60	5	112.800	672.017
15	137	9	92	4	79	5	112.755	563.238
16	128	10	63	5	85	8	112.750	571.317
17	94	8	84	7	80	4	147.380	865.021
18	141	12	64	6	86	8	112.726	472.743
19	121	9	52	4	87	5	112.793	623.275
20	123	12	72	6	54	4	112.746	498.627
21	120	7	76	8	99	7	123.901	800.895
22	106	7	54	7	88	9	147.233	893.174
23	97	11	56	4	94	6	112.787	667.220
24	100	7	76	4	68	5	158.786	903.924
25	147	11	45	4	89	6	112.729	467.172
26	119	10	50	6	50	9	112.764	590.889
27	129	11	69	5	49	3	112.746	507.854
28	105	7	88	4	95	9	148.844	902.907
29	144	11	98	5	91	5	112.723	480.494
30	127	10	87	5	52	8	112.753	558.483

由表 2 可知, 误差平方 δ^2 、相对平均绝对误差 δ_{RAAE} 和相对最大绝对误差 δ_{RMAE} 的高适应性区间分别为 $0.9 \sim 1$ 、 $0 \sim 0.2$ 和 $0 \sim 0.3$. δ^2 表示真实值与响应面模型之间的相似程度, R^2 越趋近于 1, 整个模型的全局近似度就会越好; δ_{RAAE} 、 δ_{RMAE} 越接近于 0, 表明模型的平均和局部误差越小. 响应面模型的随机样本点检验结果均位

于高适应性区间内,且都趋近于最优值,表明所构造的响应面模型具有良好的拟合性.

表2 响应面模型随机样本点检验结果

Table 2 Test results of random sample points for the response surface model

item	δ^2	δ_{RAAE}	δ_{RMAE}
σ/MPa	0.9257	0.0115	0.0635
d/mm	0.9774	0.0195	0.0174
high adaptative interval H	0.9 ~ 1	0 ~ 0.2	0 ~ 0.3

与此同时,从优化设计域内随机选择两组非样本点 $b_1=130, t_1=9, b_2=71, t_2=9, b_3=41, t_3=4; b_1=138, t_1=10, b_2=43, t_2=7, b_3=57, t_3=4$ 建模进行数值计算,数值计算结果与响应面模型计算结果如表3所示.随机非样本点检验结果误差很小,精度较高.

表3 响应面模型随机非样本点检验结果

Table 3 Test results of random non-sample points for the response surface model

number	σ/MPa	$\hat{\sigma}/\text{MPa}$	stress error $\varepsilon_\sigma/\%$	d/mm	\hat{d}/mm	displacement error $\varepsilon_d/\%$
1	112.7705	111.0160	1.56	576.5725	585.7213	1.59
2	112.7441	115.6223	2.55	515.2002	535.5826	3.96

4.3 优化设计

基于RSM构造的应力和位移的响应面代理模型,采用IAOA对抱杆进行优化设计,约束条件采用罚函数法进行处理:

$$\hat{\sigma} - \sigma \leq 0, \hat{d} - d \leq 0, \tag{28}$$

其中杆件许用应力 σ 取235 MPa,许用位移 d 取500 mm.采用IAOA对抱杆进行优化,为了检验改进算法的性能,将优化结果与遗传算法(genetic algorithm, GA)、粒子群算法(particle swarm algorithm, PSO)、萤火虫算法(firefly algorithm, FA)和AOA进行对比,各算法的主要参数和优化结果对比见表4、5.所有算法种群数为10,最大迭代次数为100,均采用罚函数处理约束条件.抱杆的初始设计参数与优化后设计参数,以及采用有限元软件和响应面法对抱杆进行单次分析时间的对比见表6.图3给出了五种算法的迭代曲线,其中 f 为目标函数的适应度值, t 为当前迭代次数.

表4 各算法的参数值

Table 4 Parameter values for each algorithm

algorithm	parameter	value
	type	real coded
GA	selection	roulette wheel (proportionate)
	crossover	whole arithmetic (probability = 0.8, $\alpha = [-0.5, 1.5]$)
	mutation	Gaussian (probability = 0.05) (C_1, C_2): (2, 2)
PSO	cognitive and social constant inertia weight	linear reduction from 0.9 to 0.1
FA	α	0.5
	β	0.2
	γ	1
AOA	α	5
	μ	0.5
IAOA	α	5
	μ	0.5

从表5、6和图3中可以看出,IAOA得到了抱杆的最优设计方案,最终质量为39 780.55 kg,与初始设计相比质量减轻了8.2%.相较于GA、PSO和FA,IAOA能用较少的迭代步数(25步)获得最优设计方案.相较于AOA,引入分数阶积分的IAOA的计算精度得到明显的改善,算法跳出局部最优解的能力得到了提升.与

此同时, 采用有限元软件对抱杆结构进行 1 000 次分析所需时间为 24 060.15 s, 而基于改进算术算法和 RSM 对抱杆进行 1 000 次分析仅需要 0.06 s, 显著降低了计算成本。

表 5 不同算法抱杆优化结果对比

Table 5 Optimization results comparison by different algorithms for the holding pole

algorithm	b_1/mm	t_1/mm	b_2/mm	t_2/mm	b_3/mm	t_3/mm	W/kg	evaluation number
GA	146	11	40	10	40	10	40 721.26	1 000
PSO	150	12	40	10	40	5	40 773.77	1 000
FA	144	11	59	9	85	8	47 689.62	1 000
AOA	150	12	40	10	40	4	40 164.25	1 000
IAOA	150	10	40	10	40	10	39 780.55	1 000

表 6 抱杆优化前后结果对比

Table 6 Results comparison before and after optimization for the holding pole

situation	b_1/mm	t_1/mm	b_2/mm	t_2/mm	b_3/mm	t_3/mm	W/kg	time T/s
initial	150	12	70	5	70	5	43 335.21	24.06
IAOA	150	10	40	10	40	10	39 780.55	6×10^{-5}

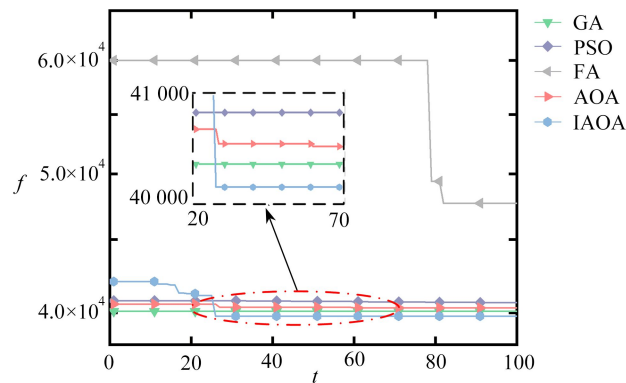


图 3 不同算法收敛曲线对比

Fig. 3 Comparison of convergence curves for different algorithms

5 结 论

本文基于 RSM 和 IAOA, 对抱杆结构进行优化设计. 将分数阶积分引入 AOA 更新全局最优解, 利用历史全局最优解的信息, 改善算法的计算精度. 将 RSM 引入抱杆优化设计问题, 构建了抱杆应力和位移关于其主杆、横杆和斜杆截面尺寸的代理模型. 建立以抱杆质量最小化为优化目标, 抱杆许用应力和位移为约束条件, 杆件截面尺寸为设计变量的优化模型. 采用 IAOA 对抱杆优化模型进行求解. 计算结果表明: 构建的二阶响应面模型能够准确模拟抱杆结构的响应值; 相比于标准 AOA, IAOA 的求解精度得到明显改善, 且算法跳出局部最优解的能力得到了提升; 响应面代理模型不仅显著降低了有限元分析所需的计算代价, 而且避免了非可行解可能导致结构有限元分析停滞和迭代中断的问题; 与初始设计相比, 在满足应力和位移约束的情况下, 优化后抱杆结构的质量减轻, 优化效果显著, 与初始设计相比质量减轻了 8.2%. 联合使用 RSM 和 IAOA 可有效求解大型空间杆系结构的优化设计问题. AOA 作为一种新发展的元启发式算法, 未来可结合列维飞行、反向学习、混沌映射等方法, 提高算法的优化效率, 以解决高维或超高维设计变量的大规模工程结构全局优化设计问题. 对于大规模工程结构多目标优化设计问题, 还可以发展基于 Pareto 支配的多目标 AOA.

参考文献 (References):

[1] 国家能源局. 架空输电线路施工抱杆通用技术条件及试验方法: DL/T 319—2018[S]. 北京: 中国电力出版社, 2018. (National Energy Administration. General technical conditions and test methods for holding pole of overhead transmission line construction: DL/T 319—2018[S]. Beijing: China Electric Power Press, 2018. (in Chinese))

- [2] 池沛, 董军, 夏志远, 等. 架空输电线路摇臂抱杆应力状态分析及试验研究[J]. *钢结构*, 2016, **31**(10): 38-41. (CHI Pei, DONG Jun, XIA Zhiyuan, et al. Analysis and experimental study on the stress state of holding pole with double rotating arms for overhead transmission line construction[J]. *Steel Construction*, 2016, **31**(10): 38-41.(in Chinese))
- [3] MENG Z, REN S H, WANG X, et al. System reliability-based design optimization with interval parameters by sequential moving asymptote method[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2021, **63**: 1767-1788.
- [4] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. 起重机设计规范: GB/T3811—2008[S]. 北京: 中国标准出版社, 2008. (General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. Design rules for cranes: GB/T3811—2008[S]. Beijing: Standards Press of China, 2008. (in Chinese))
- [5] OSMAN I H, LAPORTE G. Metaheuristics: a bibliography[J]. *Annals of Operations Research*, 1996, **63**: 513-623.
- [6] BAGHDADI A, HERISTCHIAN M, KLOFT H. Design of prefabricated wall-floor building systems using meta-heuristic optimization algorithms[J]. *Automation in Construction*, 2020, **114**: 103156.
- [7] TAO R, MENG Z, ZHOU H L. A self-adaptive strategy based firefly algorithm for constrained engineering design problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, **107**: 107417.
- [8] 孟建军, 孟高阳, 李德仓. 基于SA-GA混合算法的动车组车辆轮重分配优化[J]. *应用数学和力学*, 2021, **42**(4): 363-372. (MENG Jianjun, MENG Gaoyang, LI Decang. Optimization of wheel weight distribution for EMU vehicles based on the SA-GA hybrid algorithm[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(4): 363-372.(in Chinese))
- [9] ABUALIGAH L, DIABAT A, MIRJALILI S, et al. The arithmetic optimization algorithm[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, **376**: 113609.
- [10] WOLPERT D H, MACREARY W G. No free lunch theorems for optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1997, **1**(1): 67-82.
- [11] WANG R B, WANG W F, XU L, et al. An adaptive parallel arithmetic optimization algorithm for robot path planning[J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2021, **2021**: 3606895.
- [12] IZCI D, EKINCI S, KAYRI M, et al. A novel improved arithmetic optimization algorithm for optimal design of PID controlled and Bode's ideal transfer function based automobile cruise control system[J]. *Evolving Systems*, 2022, **13**(3): 1-16.
- [13] PIRES S E J, MACHADO T J A, OLIVEIRA P B D M, et al. Particle swarm optimization with fractional-order velocity[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2010, **61**: 295-301.
- [14] MOUSAVI Y, ALFI A. Fractional calculus-based firefly algorithm applied to parameter estimation of chaotic systems[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2018, **114**: 202-215.
- [15] DESHMUKH A B, RANI U N. Fractional-grey wolf optimizer-based kernel weighted regression model for multiview face video super resolution[J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2019, **10**: 859-877.
- [16] MEHMANI A, CHOWDHURY S, MEINRENKEN C, et al. Concurrent surrogate model selection (COSMOS): optimizing model type, kernel function, and hyper-parameters[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, **57**: 1093-1114.
- [17] FORRESTER A, SOBESTER A, KEANE A. *Engineering Design via Surrogate Modelling: a Practical Guide*[M]. UK: John Wiley and Sons, 2008.
- [18] GHAMISI P, COUCEIRO M S, BENEDIKTSSON J A, et al. An efficient method for segmentation of images based on fractional calculus and natural selection[J]. *Expert Systems With Applications*, 2012, **39**(16): 12407-12417.
- [19] MUSTOE L R, BARRY M D J. *Mathematics in Science and Engineering*[M]. Elsevier, 1999.
- [20] 赵玉新, YANG Xinshe, 刘利强. 新兴元启发式优化方法[M]. 北京: 科学出版社, 2013. (ZHAO Yuxin, YANG Xinshe, LIU Liqiang. *Emerging Meta Heuristic Optimization Method*[M]. Beijing: Science Press, 2013. (in Chinese))