

粒子群优化与Kriging模型相结合的结构非概率可靠性分析

乔心州, 陈永婧, 刘鹏, 方秀荣

Non-Probabilistic Structural Reliability Analysis Integrating the PSO and the Kriging Model

QIAO Xinzhou, CHEN Yongjing, LIU Peng, and FANG Xiurong

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420308>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于Schwarz-Christoffel变换的曲流河井位映射计算

Mapping Calculation of Meandering River Well Locations Based on the Schwarz-Christoffel Transform

应用数学和力学. 2020, 41(7): 771-785 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400315>

基于模糊数学理论的沥青路面结构-可靠度分析

Reliability Analysis of Asphalt Pavement Structure Based on the Fuzzy Mathematics Theory

应用数学和力学. 2018, 39(9): 1081-1090 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380278>

基于改进自适应混沌控制的逆可靠度分析方法

An Improved Adaptive Chaos Control Method for Inverse Reliability Analysis

应用数学和力学. 2017, 38(9): 979-987 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380001>

非凸多目标优化模型的一类鲁棒逼近最优性条件

Some Robust Approximate Optimality Conditions for Nonconvex Multi-Objective Optimization Problems

应用数学和力学. 2019, 40(6): 694-700 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390289>

考虑地震力方向的倾倒式危岩可靠度分析

Reliability Analysis of Perilous Toppling Rock Considering Seismic Force Directions

应用数学和力学. 2020, 41(3): 319-328 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400057>

一种基于非弹性收缩量的斜拉桥调索混合整数优化模型

A Mixed Integer Optimization Model Based on Inelastic Contraction for Cable Adjustment of Cable-Stayed Bridges

应用数学和力学. 2020, 41(12): 1336-1345 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410148>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

粒子群优化与 Kriging 模型相结合的结构非概率可靠性分析*

乔心州, 陈永婧, 刘 鹏, 方秀荣

(西安科技大学 机械工程学院, 西安 710054)

摘要: 针对复杂结构可靠性分析中面临的隐式功能函数和小样本问题, 提出了一种粒子群优化和 Kriging 模型相结合的结构非概率可靠性分析方法. 采用多维椭球描述结构不确定参数, 运用粒子群优化对模型相关参数进行求解, 并构建隐式功能函数的 Kriging 模型进行可靠性分析. 三个算例结果表明所提方法有效可行, 精度和效率均优于基于 Kriging 模型的非概率可靠性分析方法.

关键词: 粒子群优化; Kriging 模型; 非概率可靠性分析

中图分类号: O213.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.420308

Non-Probabilistic Structural Reliability Analysis Integrating the PSO and the Kriging Model

QIAO Xinzhou, CHEN Yongjing, LIU Peng, FANG Xiurong

(College of Mechanical Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, P.R.China)

Abstract: In view of the problems with implicit performance functions and limited experimental data in the reliability analysis of complex structures, a non-probabilistic reliability method combining the particle swarm optimization (PSO) with the Kriging model was presented. A multidimensional ellipsoid was first used to characterize the uncertain parameters of structures. The Kriging model was then constructed for the implicit performance function, wherein its optimal related parameters was determined through the PSO. Based on the proposed model the reliability analysis was explicitly conducted. The results of 3 numerical examples show that, the proposed method is of effectiveness and feasibility, and has higher accuracy and efficiency than those based on the traditional Kriging model.

Key words: particle swarm optimization; Kriging model; non-probabilistic reliability analysis

引 言

工程结构往往存在大量不确定因素, 可靠性方法是处理上述不确定性因素的有效手段之一. 传统的概率可靠性方法已得到广泛应用, 然而由于条件限制, 许多情况下难以获得用于确定概率分布的足够样本信息. 近年来, 能够处理有限样本信息的非概率可靠性方法受到广泛关注.

* 收稿日期: 2021-10-11; 修订日期: 2021-12-08

基金项目: 陕西省自然科学基金研究计划 (2019JQ-796)

作者简介: 乔心州(1974—), 男, 副教授, 硕士生导师(通讯作者. E-mail: qiaoxinzhou@xust.edu.cn).

引用格式: 乔心州, 陈永婧, 刘鹏, 方秀荣. 粒子群优化与 Kriging 模型相结合的结构非概率可靠性分析[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(12): 1412-1421.

Ben-Haim^[1]首次提出了非概率可靠性的概念, Elishakoff 等^[2]针对此概念提出了一种基于非概率安全系数的可靠性度量, 该度量不是一特定数值而是一区间值, 与概率可靠性指标类似, 郭书祥等^[3]提出了一种基于区间模型的非概率可靠性指标, 并阐述了该指标的物理和几何意义, Jiang 等^[4]发展了针对该可靠性指标的半解析法, 曹鸿钧和段宝岩^[5]提出了一种基于椭球模型的非概率可靠性指标, 该指标采用标准空间中原点失效面的最短欧式距离度量可靠性, Jiang 等^[6]针对上述可靠性指标提出中心点法和设计点法两种求解方法, Meng 等^[7]提出了一种基于 p 范数的超参数凸模型可靠性指标, Meng 等^[8]进一步提出了一种基于指数凸模型的可靠性指标, 借鉴概率可靠度的概念, Wang 等^[9]、Jiang 等^[10]进一步提出了区间模型和椭球模型的非概率可靠度概念, 得到了不确定变量域落入可靠域的体积与整个不确定变量域的体积的比值度量可靠性, Jiang 等^[10]根据此概念进一步提出了椭球模型非概率可靠度的一阶近似法和二阶近似法。

上述可靠性分析方法均是针对显式结构功能函数, 在复杂工程结构中通常面临的是隐式结构功能函数, 对其进行可靠性分析通常需要采用计算成本较高、样本需求量大的有限元分析或 Monte-Carlo 模拟, 鉴于此, 采用计算量小、样本需求少的代理模型来代替原分析模型对结构进行可靠性分析成为了一种有效手段, 在基于代理模型非概率可靠性分析方面, 陈江义等^[11]利用响应面法对椭球模型与区间模型进行非概率可靠性分析, Bai 等^[12]提出了一种基于不含交叉项二次响应面法的非概率可靠性分析方法, 马超等^[13]用支持向量机法拟合结构功能函数, 并将该方法应用于实际的飞机机翼可靠性分析中, 潘林锋等^[14]用 Kriging 模型拟合回归极限状态方程, 并用 HL-RF 修正法计算了非概率可靠性指标, 郑严^[15]利用支持向量机和三种改进粒子群算法进行了结构可靠性分析及优化设计, 主要解决了隐式结构概率及非概率可靠性分析问题, 但 Kriging 模型的搜索方式对初始值具有依赖性, 初始值的设置误差会导致后续模型建立时预测结果陷入局部最优的情况, 且 Kriging 模型采用模式搜索法进行单点搜索, 搜索路径单一。

针对 Kriging 模型的上述不足, 本文提出了一种粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 与 Kriging 模型相结合的非概率可靠性分析方法, 本文的结构安排如下: 第 1 节对基于椭球模型的非概率可靠性指标进行概述; 第 2 节给出了本文所提方法及其实施流程; 第 3 节通过三个算例验证了本文方法的有效性; 第 4 节对本文进行总结。

1 基于椭球模型的非概率可靠性指标

考虑某工程结构功能函数:

$$g(\mathbf{X}), \quad (1)$$

式中, $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ 表示结构的 n 维不确定向量, 失效面 $g(\mathbf{X}) = 0$ 为结构状态, 分成安全 $g(\mathbf{X}) \geq 0$ 与失效 ($g(\mathbf{X}) < 0$) 两种。

本文将不确定参数 \mathbf{X} 的不确定域用一个多维椭球来描述:

$$E = \{\mathbf{X} | (\mathbf{X} - \mathbf{X}^0)^T \boldsymbol{\Omega} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^0) \leq 1\}, \quad (2)$$

式中, E 为 n 维椭球, \mathbf{X}^0 为椭球的中心, $\boldsymbol{\Omega}$ 为椭球的特征矩阵, 其表达式为

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} (x_1^r)^2 & \rho_{12} x_1^r x_2^r & \cdots & \rho_{1n} x_1^r x_n^r \\ \rho_{12} x_2^r x_1^r & (x_2^r)^2 & \cdots & \rho_{2n} x_2^r x_n^r \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1n} x_n^r x_1^r & \rho_{2n} x_n^r x_2^r & \cdots & (x_n^r)^2 \end{bmatrix}^{-1}, \quad (3)$$

式中, x_i^r 表示变量的区间半径, ρ_{ij} 表示变量 x_i 与变量 x_j 的相关系数, 更多有关多维椭球模型的信息, 可以参考文献 [16]。

为方便对结构可靠性进行定义, 需首先将不确定参数 \mathbf{X} 线性变换为其标准化形式 $\boldsymbol{\delta}$, 相应的结构功能函数和不确定域分别变换为 $G(\boldsymbol{\delta})$ 和一个中心在原点的单位超球 $\boldsymbol{\delta}^T \boldsymbol{\delta} \leq 1$, 图 1 给出了二维空间的线性变换, 通过上述处理, 可有效避免由于工程实际问题中不确定参数的数量级不同导致病态矩阵的产生, 同时变量的无量纲化也便于结构可靠性的定义与比较。

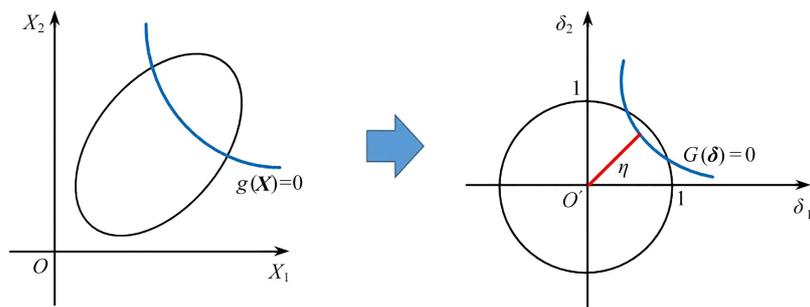


图1 线性变换与可靠性指标

Fig. 1 The linear transform and the reliability index

此时,结构的非概率可靠性指标 η 可定义为标准化空间内原点到失效面 $G(\delta)=0$ 的最短距离,可通过如下优化问题求解:

$$\eta = \min \|\delta\|, \quad \text{s.t.} \quad G(\delta) = 0. \quad (4)$$

上述可靠性指标与传统的概率可靠性指标几何意义相同,可采用 HL-RF 法进行求解.

2 PSO-Kriging 方法的非概率可靠性分析

考虑到许多工程实际问题中结构功能函数均为隐式的,以下发展一种将上述非概率可靠性指标与 PSO-Kriging 方法相结合的非概率可靠性分析方法.该方法主要由以下三个部分组成:① 构建 Kriging 模型;② 运用 PSO 方法对模型相关参数进行寻优;③ 基于代理模型求解可靠性指标.

对于代理模型的建立,首先需要选取合理分布的样本点.样本点的选取对后续建模的精度有一定影响,因此对于样本采样的最佳策略应在符合采样精度的前提下,采样时间最短、采样点应均匀分布在整个待测区域. Sobol 序列抽样方法^[17] 无论样本点 N 为多少,均可在面域内取得均匀分布的点,且不会出现局部团簇现象,故本文采用 Sobol 序列抽样方法进行抽样.

2.1 Kriging 模型的构建

Kriging 模型将需代理求解的未知函数看作是一个随机过程,其表达的隐函数为

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \tilde{\boldsymbol{\beta}} + z(\mathbf{x}), \quad (5)$$

式中, $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})]^T$ 为回归基函数, $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p]^T$ 为基函数回归系数,二者乘积为确定部分, $z(\mathbf{x})$ 为一个均值为 0、方差为 σ^2 、协方差为 $\sigma^2 R(\theta, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 的随机过程, \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 为两任意输入向量, R 为不同样本点组成的相关模型,表示各样本点之间的相关性,可表示为如下的 Gauss 函数:

$$R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\sum_{k=1}^n \theta_k |\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}|^2\right), \quad (6)$$

式中, θ_k 表示函数输出对第 k 维输入变量的敏感程度, θ_k 增加时, R 随着样本距离 $|\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}|$ 的增加而急剧减小. 可见,相关参数影响着 Kriging 模型的输入和输出特性,对其进行优化从而保证预测精度是必要的.

假设 m 个样本点的响应值为 $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(s_1), \mathbf{y}(s_2), \dots, \mathbf{y}(s_m)]^T$. 根据模型无偏估计的需要,使得预测值 $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ 的方差最小化,得到 $\boldsymbol{\beta}$ 和 σ^2 的无偏估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}, \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\boldsymbol{\beta}}), \quad (8)$$

其中, \mathbf{F} 为回归函数的基函数矩阵, \mathbf{R} 为相关矩阵. 在极大似然估计的条件下相关参数的最优解为

$$\max_{\theta > 0} \varphi(\theta) = \max \left\{ -\frac{\ln |\mathbf{R}| + m \ln \hat{\sigma}^2}{2} \right\}. \quad (9)$$

上述最优相关参数的确定为构建最优 Kriging 模型奠定了基础,进而可求解相应的可靠性指标.

2.2 PSO 方法求解模型相关参数

PSO 方法采用多点并行搜索, 利用群体中的各个粒子对信息进行共享, 每个粒子根据个体极值和群体极值的变化方向判断自身的搜索方向, 从而使得整个群体的运动在求解空间中产生从无序到有序的演变过程, 无论初始值的位置如何, 都可大概率寻找到最优解. 本文采用 PSO 对相关参数 θ 进行寻优.

在寻优过程中, 以式 (9) 作为适应度函数, 以 Kriging 模型的 n 个样本点作为粒子, 其中第 i 个粒子位置为 x_i , 根据适应度函数, 将第 i 个粒子的个体极值 p_{best} 记为 p_i , 群体最优位置极值 g_i 为所有 p_{best} 的最优解. 每个粒子的移动速度记为 v_i , 则粒子根据每次位置判断下次更新的速度和位置为

$$v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 \text{rand}(p_i^k - x_i^k) + c_2 \text{rand}(g_i^k - x_i^k), \tag{10}$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}, \tag{11}$$

式中, k 为当前迭代数, rand 为 $(0, 1)$ 之间的随机数, ω 为惯性权重因子, 更新的学习因子分别为 c_1, c_2 . 当粒子群搜索满足式 (9) 时, 最优 θ 值即为该粒子的全局最优位置 g_{best} . 此时构建的 Kriging 模型为最优模型, 可据此模型拟合出功能函数, 利用式 (4) 计算设计点和可靠性指标 η .

由于代理模型是近似拟合, 因此需要多次拟合结构功能函数并求解可靠性指标, 直至满足收敛条件 $|\eta_i - \eta_{i-1}| \leq \varepsilon$, ε 为给定的允许值.

2.3 所提方法实施过程及流程

本文所提方法流程如图 2 所示.

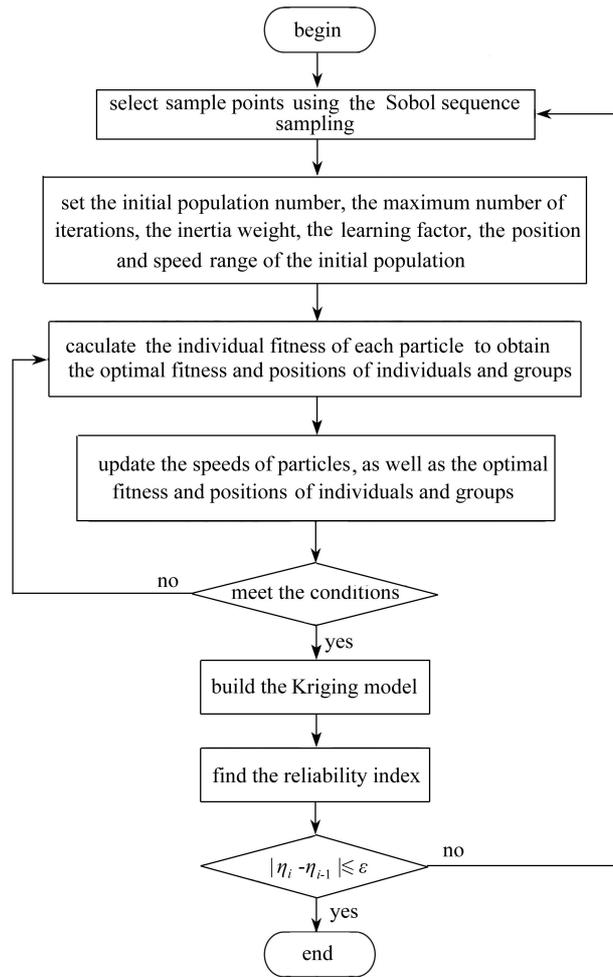


图 2 算法流程图

Fig. 2 The flowchart for the proposed method

步骤 1 利用 Sobol 序列抽样选取 n 个样本点, 根据隐式函数确定对应的函数值.

步骤2 PSO搜索最优 θ 值的过程:

1) 设置初始参数. 设置 PSO 初始种群个数为 N , 设定最大迭代次数为 I_{ger} , 并将惯性权重设为 ω , 学习因子为 c_1, c_2 , 初始种群的位置以及粒子的位置参数及速度限制范围.

2) 通过式(9)计算每个粒子的个体适应度值, 比较当前粒子的适应度与历史最佳适应度 p_{best} , 如果当前位置的适应值更高, 更新粒子群的粒子的个体最优适应度 p_{best} .

3) 将粒子当前位置的适应值与其全局最佳位置 g_{best} 对应的适应值进行比对, 如果当前位置的适应值更高, 则用当前位置更新全局最佳位置 g_{best} .

4) 更新每个粒子的速度与位置.

5) 判断是否满足式(9), 若满足, 则得出最优的 θ ; 若不满足, 则继续迭代.

步骤3 得出最优的 θ 值, 构建相应的 Kriging 模型.

步骤4 由预测出的 Kriging 模型求解非概率可靠性指标及设计点坐标.

步骤5 若可靠性指标满足收敛条件 $|\eta_i - \eta_{i-1}| \leq \varepsilon$, 则停止; 若不满足, 则在当前设计点附近重新确定样本范围, 返回步骤1.

3 算例

为验证本文方法的精度和效率, 对三个算例进行分析, 其中包括一个数值算例和两个工程算例, 计算结果与 Kriging 方法和 Monte-Carlo (MCS) 方法的结果进行对比. 算例中任意两个变量相关系数均设定为 ρ , 相对误差的计算公式为 $\left| \frac{\eta - \eta_{exact}}{\eta_{exact}} \right| \times 100\%$, η 为采用本文方法或者 Kriging 方法给出的分析结果; η_{exact} 表示 HL-RF 法或者 MCS 方法 (样本为 10^8) 给出的参考解, 为增加 MCS 给出结果的可信度, 针对不同相关参数, 进行 100 次 MCS 计算, 根据所得结果求解 MCS 法的均值、离差以及 95% 置信区间的上下界. 本文所有程序均在 Intel core i3-10100 3.60 GHz 四核处理器上运行.

算例1 数值算例

$$g(\mathbf{X}) = \exp(0.2X_1 + 6.2) - \exp(0.47X_2 + 5.0), \quad (12)$$

式中, $X_1 \in [0.0, 1.0]$, $X_2 \in [0.0, 1.0]$. 在本算例中, 样本 $M = 50$, 参数 c_1, c_2 均设置为 0.3, 惯性权重 ω 均设为 0.75, 最大迭代次数为 10 次, 速度限制为 $V \in [-1, 1]$; 迭代收敛标准为 $|\eta_i - \eta_{i-1}| \leq 0.001$.

表1 给出了相关系数为 0.2 时本文方法的迭代过程; 表2 列出了不同相关系数下, 本文方法、Kriging 方法和 HL-RF 法 (参考值) 的对比结果; 图3 给出了不同相关系数下两种方法的相对误差.

表1 相关系数为 0.2 的迭代过程
Table 1 The iterative process for a correlation coefficient of 0.2

iteration step	design point	reliability index
0	(-2.4442, 4.2332)	4.8882
1	(-1.8607, 4.1064)	4.5083
2	(-1.8641, 4.1039)	4.5074
reference value	(-1.8692, 4.1017)	4.5075

表2 不同相关系数的可靠性指标 (算例1)
Table 2 Reliability indexes for different correlation coefficients (example 1)

correlation coefficient	PSO-Kriging	iterations	CPU time	Kriging	iterations	CPU time	reference value
0	4.1704	2	0.45703 s	4.1653	5	1.00112 s	4.1701
0.2	4.5073	2	0.38524 s	4.5002	6	1.20133 s	4.5075
0.5	5.2134	3	0.68554 s	5.2039	5	1.01367 s	5.2138
0.7	5.9237	3	0.88563 s	5.9355	7	1.40156 s	5.9235
0.9	7.0337	2	0.57889 s	7.0302	6	1.16778 s	7.0339

算例2 考虑图4所示的刮板输送机 GB/T 12718 链轮, 在其链窝处受到一个 120 kN 的切向力. 在本算例中, 齿弧半径 R_1 , 齿根圆弧半径 R_2 , 链窝部的平面圆弧半径 R_3 , 短齿根部的圆弧半径 R_4 以及平环中面至链轮中心

距离 H 均为未知但有界的不确定变量, 其区间分别为: $R_1^l = [30, 40]$ mm, $R_2^l = [8, 10]$ mm, $R_3^l = [24, 36]$ mm, $R_4^l = [7, 11]$ mm 和 $H^l = [125, 151]$ mm, 齿顶位移最大许用值为 d_{\max} .

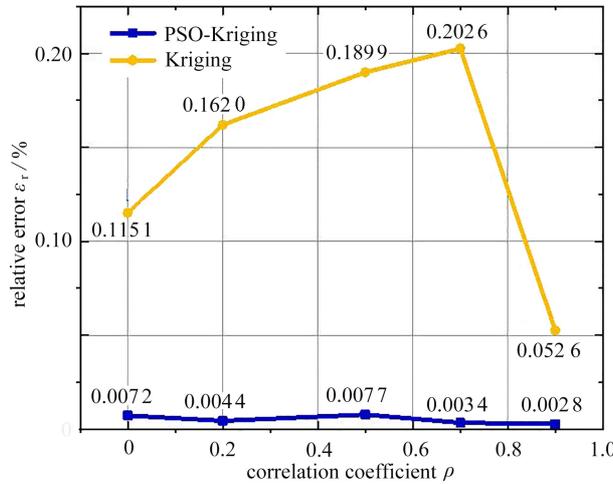


图 3 相对误差对比图(算例 1)

Fig. 3 Comparison of relative errors (example 1)

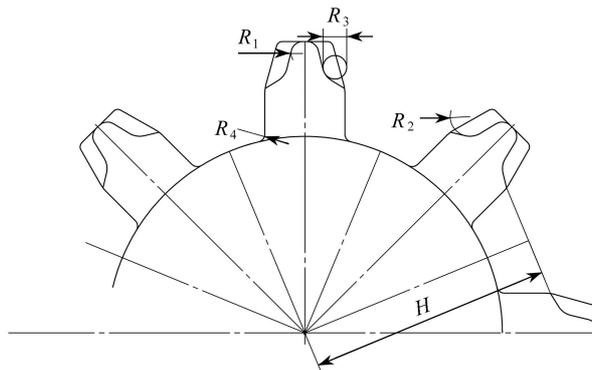


图 4 链轮

Fig. 4 A chain wheel

链轮的功能函数为

$$g(R_1, R_2, R_3, R_4, H) = d_{\max} - d(R_1, R_2, R_3, R_4, H). \tag{13}$$

本算例中样本 $M = 30$, 参数 c_1, c_2 均设置为 0.2, 惯性权重 ω 均设为 0.75, 最大迭代次数为 10 次, 速度限制为 $V \in [-1, 1]$, 迭代收敛标准为 $|\eta_i - \eta_{i-1}| \leq 0.001$.

表 3 给出了相关系数为 0.9 时本文方法的迭代过程; 表 4 列出了不同相关系数下, 本文方法、Kriging 方法和参考值 (MCS 法) 的对比结果; 表 5 给出了 MCS 求解的 95% 置信区间, 表明参考值是有效的; 图 5 给出了不同相关系数下两种方法的相对误差.

表 3 相关系数为 0.9 的迭代过程

Table 3 The iterative process for a correlation coefficient of 0.9

iteration step	design point	reliability index
0	(0.0662, 0.0265, 0.0088, 0.00650, 405.9)	0.4123
1	(-0.0031, -0.0004, 0.0146, 0.0141, 0.3458)	0.3464
2	(-0.0040, -0.0005, 0.0124, 0.0176, 0.3415)	0.3422
3	(-0.0044, -0.0007, 0.00132, 0.0179, 0.3441)	0.3448
4	(-0.0042, -0.0007, 0.0134, 0.0181, 0.3439)	0.3447
reference value	(-0.0058, -0.0015, 0.0146, 0.0155, 0.3437)	0.3444

算例3 如图6所示的25杆桁架结构^[10], 桁架弹性模量 $E = 199\,949.2\text{ MPa}$, Poisson比 $\mu = 0.3$, 横向、纵向杆件的长度为 L , 杆件①~④、⑬~⑮、⑩~⑫、⑤~⑧的截面积分别表示为 A_1, A_2, A_3 和 A_4 . 作用在节点7、9和11的竖直载荷分别为 $F_3 = 1\,779.2\text{ kN}$, $F_2 = 2\,224\text{ kN}$ 和 $F_1 = 1\,779.2\text{ kN}$, 节点1的水平载荷 $F_4 = 1\,334.4\text{ kN}$, 节点6水平位移的最大许用值为 d_{\max} . 由于制造与测量过程中出现的误差, 杆件的截面积 $A_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 以及杆件的长度 L 为不确定变量, 其不确定区间如表6所示.

表4 不同相关系数的可靠性指标(算例2)

Table 4 Reliability indexes for different correlation coefficients (example 2)

correlation coefficient	PSO-Kriging	iterations	CPU time	Kriging	iterations	CPU time	reference value
0	0.3469	4	16.155 72 s	0.3406	7	27.169 53 s	0.3465
0.3	0.3504	5	20.194 65 s	0.3466	9	34.932 26 s	0.3509
0.5	0.3517	4	17.238 98 s	0.3612	7	26.355 62 s	0.3513
0.7	0.3487	5	21.567 73 s	0.3454	8	31.050 89 s	0.3490
0.9	0.3447	4	18.065 77 s	0.3404	7	28.099 47 s	0.3444

表5 MCS求解的95%置信区间(算例2)

Table 5 The 95% confidence intervals of MCS solutions (example 2)

MCS value	mean value	deviation	lower bound	upper bound
0.3465	0.3469	0.0029	0.3463	0.3475
0.3509	0.3506	0.0029	0.3500	0.3511
0.3513	0.3511	0.0030	0.3505	0.3517
0.3490	0.3491	0.0030	0.3485	0.3497
0.3444	0.3448	0.0031	0.3442	0.3454

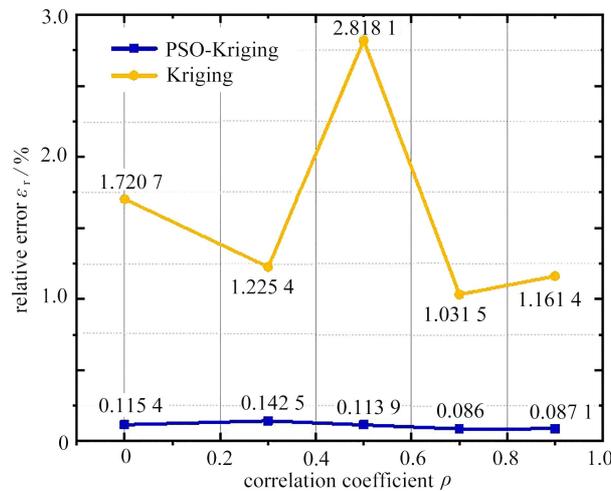


图5 相对误差对比图(算例2)

Fig. 5 Comparison of relative errors (example 2)

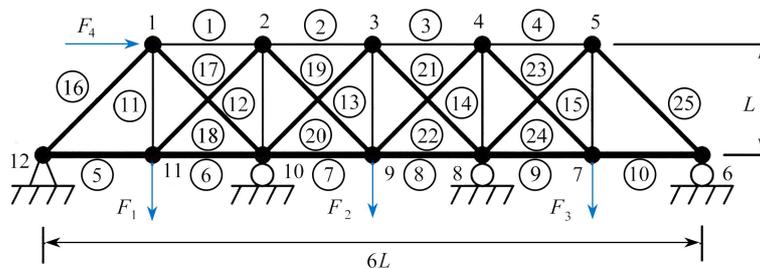


图6 25杆桁架

Fig. 6 A 25-bar truss structure

该桁架极限状态函数为

$$g(A_1, A_2, A_3, A_4, L) = d_{\max} - d(A_1, A_2, A_3, A_4, L). \tag{14}$$

本算例中样本 $M = 30$, 参数 c_1, c_2 均设置为 0.2, 惯性权重 ω 均设为 0.75, 最大迭代次数为 10 次, 速度限制为 $V \in [-1, 1]$, 迭代收敛标准为 $|\eta_i - \eta_{i-1}| \leq 0.01$.

表 6 不确定变量的分布参数
Table 6 The distribution parameters of uncertain variables

uncertain variable	mean value	radius
A_1/mm^2	700	70
A_2/mm^2	6200	620
A_3/mm^2	5300	530
A_4/mm^2	8800	880
L/mm	15000	1500

表 7 给出了相关系数为 0 时本文方法的迭代过程; 表 8 列出了不同相关系数下, 本文方法、Kriging 方法和参考值 (MCS 法) 的对比结果; 表 9 给出了 MCS 求解的 95% 置信区间, 表明参考值是有效的; 图 7 给出了不同相关系数下两种方法的相对误差.

表 7 相关系数为 0 的迭代过程
Table 7 The iterative process for a correlation coefficient of 0

iteration step	design point	reliability index
0	(-0.0083, -0.4266, -0.3646, -0.0519, 0.8256)	0.9997
1	(-0.0109, -0.5652, -0.4831, -0.0587, 0.9338)	1.1952
2	(-0.0100, -0.5201, -0.4446, -0.0540, 0.8593)	1.0997
3	(-0.0089, -0.4827, -0.4126, -0.0478, 0.7875)	1.0870
4	(-0.0084, -0.5107, -0.4222, -0.0509, 0.8504)	1.0793
5	(-0.0105, -0.5065, -0.4289, -0.0465, 0.8372)	1.0694
6	(-0.0094, 0.5032, -0.4301, -0.0431, 0.8356)	1.0669
reference value	(-0.0092, -0.5043, -0.4280, -0.0484, 0.8340)	1.0656

表 8 不同相关系数的可靠性指标 (算例 3)
Table 8 Reliability indexes for different correlation coefficients (example 3)

correlation coefficient	PSO-Kriging	iterations	CPU time	Kriging	iterations	CPU time	reference value
0	1.0669	6	27.02193 s	0.9944	9	37.73403 s	1.0656
0.3	1.2683	7	31.52558 s	1.1793	10	41.92578 s	1.2679
0.5	1.4906	6	28.02193 s	1.3997	10	40.44356 s	1.4917
0.7	1.9043	6	26.02193 s	1.8253	9	38.37882 s	1.9023
0.9	3.1439	7	31.52558 s	2.9934	11	46.11937 s	3.1431

表 9 MCS 求解的 95% 置信区间 (算例 3)
Table 9 The 95% confidence intervals of MCS solutions (example 3)

MCS value	mean value	deviation	lower bound	upper bound
1.0656	1.0659	0.0029	1.0653	1.0665
1.2679	1.2672	0.0028	1.2667	1.2679
1.4917	1.4919	0.0025	1.4914	1.4924
1.9023	1.9023	0.0028	1.9017	1.9029
3.1431	3.1430	0.0029	3.1424	3.1435

由表 1、3、7 可以看出, 本文所提的 PSO-Kriging 方法均能逐渐收敛于参考值附近, 且与参考值误差较小. 由表 2、4、8 可知, 不同相关系数下, 相比 Kriging 方法, PSO-Kriging 方法的计算时间较短, 且给出的可靠性指标更接近参考解, 表明本文方法具备更高的计算效率与精度.

由图 3、5、7 可以看出, PSO-Kriging 方法的相对误差对相关系数的变化不敏感, 具有较强的鲁棒性, 而 Kriging 方法则对相对系数的变化较敏感.

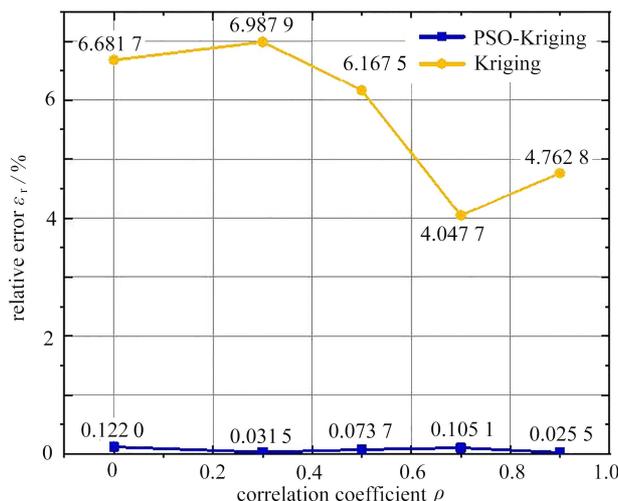


图7 相对误差对比图(算例3)

Fig. 7 Comparison of relative errors (example 3)

4 结 论

本文提出了一种 PSO 与 Kriging 模型相结合的非概率可靠性分析方法,该方法采用 PSO 方法得到最优相关参数,避免了 Kriging 模型的单向搜索及对初始值敏感的缺点.三个算例分析结果表明,本文方法有效可行,且精度和效率均高于 Kriging 模型非概率可靠性分析方法.

参考文献(References):

- [1] BEN-HAIM Y. A non-probabilistic concept of reliability[J]. *Structural Safety*, 1994, **14**(4): 227-245.
- [2] ELISHAKOFF I, BEN-HAIM Y. Discussion on: a non-probabilistic concept of reliability[J]. *Structural Safety*, 1995, **17**(3): 195-199.
- [3] 郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报, 2001, **18**(1): 56-60. (GUO Shuxiang, LÜ Zhengzhou, FENG Yuansheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2001, **18**(1): 56-60.(in Chinese))
- [4] JIANG T, CHEN J J, XU Y L. A semi-analytic method for calculating non-probabilistic reliability index based on interval models[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2007, **31**(7): 1362-1370.
- [5] 曹鸿钧, 段宝岩. 基于凸集合模型的非概率可靠性研究[J]. 计算力学学报, 2005, **22**(5): 546-549, 578. (CAO Hongjun, DUAN Baoyan. An approach on the non-probabilistic reliability of structures based on uncertainty convex models[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2005, **22**(5): 546-549, 578.(in Chinese))
- [6] JIANG C, LU G Y, HAN X, et al. Some important issues on first-order reliability analysis with non-probabilistic convex models[J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2014, **136**(3): 034501.
- [7] MENG Z, HU H, ZHOU H L. Super parametric convex model and its application for non-probabilistic reliability-based design optimization[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, **55**: 354-370.
- [8] MENG Z, ZHANG Z, ZHOU H L. A novel experimental data-driven exponential convex model for reliability assessment with uncertain-but-bounded parameters[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2020, **77**(1): 773-787.
- [9] WANG X, QIU Z P, ELISHAKOFF I. Non-probabilistic set-theoretic model for structural safety measure[J]. *Acta Mechanica*, 2008, **198**: 51-64.
- [10] JIANG C, BI R G, LU G Y, et al. Structural reliability analysis using non-probabilistic convex model[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2013, **254**: 83-98.
- [11] 陈江义, 文尉超, 王迎佳. 基于响应面方法的结构非概率可靠性分析[J]. 郑州大学学报(工学版), 2015, **36**(5): 121-124. (CHEN Jiangyi, WEN Weichao, WANG Yingjia. Analysis of structural non-probabilistic reliability based on response surface method[J]. *Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)*, 2015, **36**(5): 121-124.(in

- Chinese))
- [12] BAI Y C, HAN X, JIANG C, et al. A response-surface-based structural reliability analysis method by using non-probability convex model[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2014, **38**(15/16): 3834-3847.
- [13] 马超, 吕震宙. 隐式极限状态方程的非概率可靠性分析[J]. *机械强度*, 2009, **31**(1): 45-50. (MA Chao, LÜ Zhengzhou. Non-probabilistic reliability analysis method for implicit limit state function[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2009, **31**(1): 45-50.(in Chinese))
- [14] 潘林锋, 周昌玉, 陈士诚. 基于Kriging模型的非概率可靠度计算[J]. *应用力学学报*, 2010, **27**(4): 791-794. (PAN Linfeng, ZHOU Changyu, CHEN Shicheng. Non-probability reliability calculation based on Kriging model[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2010, **27**(4): 791-794.(in Chinese))
- [15] 郑严. 基于智能算法的结构可靠性分析及优化设计研究[D]. 博士学位论文. 成都: 西南交通大学, 2012. (ZHEN Yan. Research on structural reliability analysis and optimization based on intelligence algorithm[D]. PhD Thesis. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.(in Chinese))
- [16] JIANG C, HAN X, LU G Y, et al. Correlation analysis of non-probabilistic convex model and corresponding structural reliability technique[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 2011, **200**(33/36): 2528-2546.
- [17] 屈力刚, 刘洪侠, 李铭, 等. 基于Sobol序列采样点分布策略的研究与应用[J]. *锻压装备与制造技术*, 2019, **54**(6): 101-105. (QU Ligang, LIU Hongxia, LI Ming, et al. Research and application of sampling point distribution strategy based on Sobol sequence[J]. *China Metalforming Equipment & Manufacturing Technology*, 2019, **54**(6): 101-105.(in Chinese))