

六参数实用黏弹性阻尼结构基于Davenport风谱风振响应的复模态法

李创第, 李宇翔, 杨雪峰, 葛新广

A Complex Mode Method for Wind-Induced Responses of 6-Parameter Practical Viscoelastic Damping Energy Dissipation Structures Based on the Davenport Wind Speed Spectrum

LI Chuangdi, LI Yuxiang, YANG Xuefeng, and GE Xinguang

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420211>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于Clough-Penzien谱激励的指数型非黏滞阻尼结构随机地震动响应简明封闭解

A Simple Closed Response Solution to Random Ground Motion for Exponential Non-Viscous-Damping Structures Based on the Clough-Penzien Spectrum Excitation

应用数学和力学. 2021, 42(3): 282-291 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410151>

设置黏滞阻尼器的纵飘斜拉桥地震响应简化分析方法

A Simplified Analysis Method for Seismic Responses of Floating-System Cable-stayed Bridges With Viscous Dampers

应用数学和力学. 2019, 40(12): 1335-1344 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400045>

峡谷、垭口地貌下导线流固耦合风偏振动分析

Fluid-Structure Coupling Wind-Induced Vibration Analysis of Transmission Lines Across 2 Close Hills

应用数学和力学. 2020, 41(7): 747-759 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400241>

跨海特大型桥梁风-浪耦合作用的随机振动分析

An Analysis Method for Wind-Wave Coupling Induced Random Vibration of Sea-Crossing Super-Large Bridges

应用数学和力学. 2017, 38(1): 75-89 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370553>

基于Hurst指数的风速时间序列研究

Research of Wind Speed Time Series Based on the Hurst Exponent

应用数学和力学. 2018, 39(7): 798-810 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380154>

功率谱法在隔震桥梁抗震分析中的应用研究

Application of the Power Spectrum Method in Seismic Analysis of Seismic Isolation Bridges

应用数学和力学. 2017, 38(1): 90-98 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370551>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

六参数实用黏弹性阻尼结构基于 Davenport 风谱 风振响应的复模态法*

李创第¹, 李宇翔¹, 杨雪峰¹, 葛新广²

(1. 广西科技大学 土木建筑工程学院, 广西 柳州 545006;
2. 柳州工学院 土木建筑工程学院, 广西 柳州 545616)

摘要: 针对六参数实用黏弹性阻尼耗能结构, 基于 Davenport 风速谱系列响应问题进行了系统的研究. 首先, 利用六参数黏弹性阻尼器的微分型本构关系, 建立了耗能结构基于 Davenport 风速谱激励下的运动方程; 然后, 运用复模态法将耗能结构的运动方程由二阶微分方程转化为一阶方程, 获得了耗能结构系统对风振激励响应的频域解和功率谱密度函数表达式; 最后, 利用数学恒等式, 基于随机振动理论获得了耗能结构系统在 Davenport 风速谱激励下的响应和阻尼器受力的解析解. 该文方法不仅考虑了结构系统在风振激励作用下全振型展开的结果, 表达式较现有结果更为简便, 效率及精度更高, 且适用于非经典阻尼结构.

关键词: 六参数实用黏弹性阻尼耗能结构; 复模态法; Davenport 风速谱; 方差; 阻尼器受力
中图分类号: TU318 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.420211

A Complex Mode Method for Wind-Induced Responses of 6-Parameter Practical Viscoelastic Damping Energy Dissipation Structures Based on the Davenport Wind Speed Spectrum

LI Chuangdi¹, LI Yuxiang¹, YANG Xuefeng¹, GE Xinguang²

(1. School of Civil and Architectural Engineering, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou, Guangxi 545006, P.R.China;
2. College of Civil and Architectural Engineering, Liuzhou Institute of Technology, Liuzhou, Guangxi 545616, P.R.China)

Abstract: Based on the Davenport wind speed spectrum, the responses of 6-parameter practical viscoelastic damping energy dissipation structures were studied systematically. Firstly, the differential constitutive relation of the 6-parameter viscoelastic damper was used to establish the motion equation of the energy dissipation structure under the Davenport wind spectrum excitation. Then, the motion equation was transformed from the 2nd-order differential equation to the 1st-order one by means of the complex mode method, and the frequency-domain solution and the power spectral density function expression of the energy dissipation structure system under wind excitation were obtained. Finally, based on the random

* 收稿日期: 2021-07-06; 修订日期: 2021-12-22

基金项目: 广西重点研发计划(桂科 AB19259011)

作者简介: 李创第(1964—), 男, 教授, 博士(E-mail: lichuangdi1964@163.com);

葛新广(1977—), 男, 讲师, 博士(通讯作者. E-mail: gxyzlr.2008@163.com).

引用格式: 李创第, 李宇翔, 杨雪峰, 葛新广. 六参数实用黏弹性阻尼结构基于 Davenport 风谱风振响应的复模态法[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(3): 248-259.

vibration theory, the analytical solutions of the response of the energy dissipation structure system under the Davenport wind spectrum excitation and the force response of the damper, were obtained with the mathematical identity. This method not only contains the results of the all-vibration-mode expansion of the structure system under wind excitation, but also has more simple and efficient expressions than existing methods, and applies to nonclassical structures.

Key words: 6-parameter practical viscoelastic damping energy dissipation structure; complex mode method; Davenport wind speed spectrum; variance; damper force

0 引 言

近年来,随着建筑水平的不断提高,各类建筑结构向着高柔、大跨度的方向发展.各类建筑结构对于风振的敏感性更加明显,风灾对人们经济财产造成的损失也越来越大.在工程上,风一般被分为脉动风^[1]和平均风^[2].平均风对于建筑物的作用力的方向、速度等物理量看作不随时间改变的量,而风的周期要远大于结构的自振周期,故平均风对于建筑物的作用性质与静力相同.脉动风是由风的随机性引起的,其强度会随着时间的变化而变化,且脉动风的周期较短,它的作用性质是动力的,对建筑结构在风振作用下的影响更大.在风振理论中,一般采用功率谱来描述风的随机作用,其中 Davenport 风速谱^[3]是建筑结构工程中应用较为广泛的脉动风随机模型.

在建筑结构的风振控制^[4]中,黏弹性阻尼器^[5]被广泛应用,是一种有效措施^[6],且较主动控制^[7]与半主动控制减震装置^[8-9],具有性能稳定和成本更低的特点.黏弹性阻尼器应用时,不需要改变结构的原始型式,不需要外部能源的输入来提供控制力,针对高层建筑结构,乃至大跨度、高柔等形式的结构也有显著的耗能减震效果.为了更好地便于黏弹性阻尼器的工程应用, Mazza 和 Vulcano^[10]提出了一种六参数黏弹性阻尼器模型并应用于实际工程当中.该模型由一个 Kelvin 单元^[11]和两个 Maxwell 单元^[12]并联构成,其本构方程易于扩阶,最具有—般性,因此研究六参数黏弹性阻尼器模型分析设置黏弹性阻尼器耗能结构的动力响应特性,具有较好的工程应用价值.

在以往的风振研究中,对于风振研究的分析方法主要是频域法^[13]和时域法^[14].在时域法中, Davenport 风速谱并没有协方差的表达式,故在分析风振作用下的结构响应时需要转化为频域法来进行求解.而频域法的主要分析方法有传递函数法^[15]与虚拟激励法^[16].李创第等^[17]运用传递函数法对于在 Baskin 谱风振激励作用下设置广义 Maxwell 阻尼器的高层建筑耗能结构响应进行了分析,所得结果精度与计算量较前人均有很大提升.周云等^[18]对高层建筑楼顶钢塔的风振效应进行了研究,分析了不同参数对结构在风振作用下力学性能的影响,为实际工程的设计提供了参考.周岱等^[19]对大跨空间结构的风振形式和机理进行了分析,说明了风振响应的计算方法,并指出了随机振动理论是结构风振响应计算的有效理论工具.李桂青等^[20]获得了二阶标准阵子基于 Davenport 谱随机风荷载作用下响应的非正交振型叠加解,但所得解析式极为复杂.基于以上理论基础,本文运用复模态法,对于六参数阻尼耗能结构在 Davenport 风荷载下的结构响应进行了分析,通过算例对比证明了所得结果十分精确,并提出了结构保护系统即阻尼器响应的表达式,其表达式精确且更为简洁,为实际工程的应用提供了一定的参考价值.

1 运动方程

六参数实用黏弹性阻尼器模型如图 1 所示,其由一个 Kelvin 单元和两个 Maxwell 单元并联构成.首层设置黏弹性阻尼器微分型,其本构关系可表示为

$$P_{Q1}(t) = k_{d0}x_1(t) + c_{d0}\dot{x}_1(t) + P_{11}(t) + P_{12}(t), \quad (1)$$

$$\dot{P}_{11}(t) + \frac{k_{d1}}{c_{d1}}P_{11}(t) = k_{d1}\dot{x}_1(t), \quad (2)$$

$$\dot{P}_{12}(t) + \frac{k_{d2}}{c_{d2}}P_{12}(t) = k_{d2}\dot{x}_1(t); \quad (3)$$

载激励.

由式(8)可知, 式(9)可展开, 考虑结构的全振型, 可将结构的运动方程转化为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{C} + \mathbf{T}_p\mathbf{C}_0)\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K} + \mathbf{T}_p\mathbf{K}_0)\mathbf{x} + \mathbf{T}_p\mathbf{D}\mathbf{P} = \mathbf{P}_f(t), \quad (10)$$

式(10)即为六参数实用黏弹性阻尼耗能结构在风振激励作用下的运动方程.

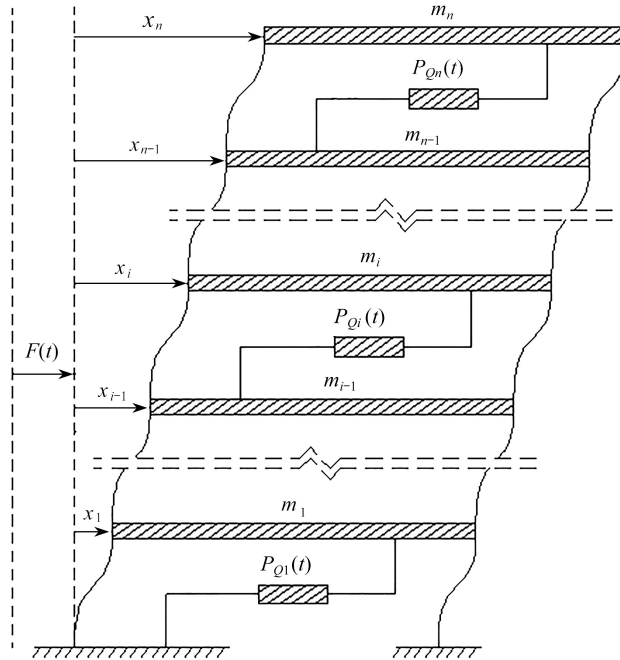


图 2 六参数黏弹性阻尼耗能结构模型

Fig. 2 The 6-parameter viscoelastic damping energy dissipation structure model

2 方程解耦的复模态法

引入状态变量:

$$\mathbf{y} = [\mathbf{x} \quad \dot{\mathbf{x}} \quad \mathbf{P}]^T, \quad (11)$$

则式(10)可改为一阶微分方程组:

$$\bar{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{y} = \bar{\mathbf{F}}(t), \quad (12)$$

式中

$$\bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} + \mathbf{T}_p\mathbf{C}_0 & \mathbf{M} & \mathbf{O}_1 \\ -\mathbf{B} & \mathbf{O}_2 & \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_1 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathbf{T}_p\mathbf{K}_0 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{T}_p\mathbf{D} \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \lambda \\ \mathbf{O}_3 & -\mathbf{E}_2 & \mathbf{O}_1 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{F}}(t) = [\mathbf{F}(t) \quad \mathbf{O}_4 \quad \mathbf{O}_5]^T,$$

\mathbf{O}_1 为 $n \times 2n$ 的零矩阵, \mathbf{O}_2 为 $2n \times n$ 的零矩阵, \mathbf{O}_3 为 $n \times n$ 的零矩阵, \mathbf{O}_4 为 $2n \times 1$ 的列向量, \mathbf{O}_5 为 $n \times 1$ 的列向量, \mathbf{E}_1 为 $2n \times 2n$ 的单位对角阵, \mathbf{E}_2 为 $n \times n$ 的单位对角阵.

由复模态理论^[21-22]可知, 式(12)存在特征值矩阵 \mathbf{q} 和左右特征向量矩阵 \mathbf{U}, \mathbf{V} , 它们满足以下关系:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{V}^T \bar{\mathbf{K}}\mathbf{U} / \mathbf{V}^T \bar{\mathbf{M}}\mathbf{U}, \quad (13)$$

式中, \mathbf{q} 为对角阵, 且其元素实部为负.

由复模态变换:

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{Z}, \quad (14)$$

式中, \mathbf{Z} 为广义复模态参数. 则方程(12)可解耦为

$$\dot{\mathbf{Z}} - \mathbf{q}\mathbf{Z} = \eta\bar{\mathbf{F}}(t), \quad (15)$$

式中, η 为 $4n \times 4n$ 的矩阵, $\eta = \mathbf{V}^T / \mathbf{V}^T \bar{\mathbf{M}}\mathbf{U}$.

3 六参数实用黏弹性阻尼耗能结构基于 Davenport 风压谱风振响应分析

3.1 基于 Davenport 风速谱的脉动风荷载激励模型

考虑空间相关性,六参数实用黏弹性阻尼耗能结构在高度为 H_i 的各楼层所受到的脉动风压力 $p_f(H_i, t)$ (即式(9)中的 $P_f(t)$) 可表示为^[21]

$$p_f(H_i, t) = I_0(H_i)B(H_i)f(t), \quad (16)$$

$$B(H_i) = \sqrt{\frac{24K_r}{\mu_z(H_i)}} \bar{p}(H_i), \quad (17)$$

式中, K_r 为地面粗糙度系数; $\mu_z(H_i)$ 为离地高度为 H_i 的风压高度变化系数; $I_0(H_i)$ 是方差为 1 的随机变量; $\bar{p}(H_i)$ 为离地高度 H_i 处的平均风压力:

$$\bar{p}(H_i) = A_i \mu_s(H_i) \mu_z(H_i) w_0, \quad (18)$$

其中, $\mu_s(H)$, w_0 分别为离地高度 H 处的风荷载体型系数和基本风压; A_i 为结构风压力计算迎风面积.

式(16)中 $f(t)$ 为 Davenport 风速谱, 其是均值为零的平稳随机过程, 且具有单边规格化的风速功率谱 $S_u(\omega)$ ^[23]:

$$S_u(\omega) = \frac{4}{3} \pi \frac{a^2 \omega}{(1 + a^2 \omega^2)^{\frac{4}{3}}}, \quad (19)$$

式中, $\omega \geq 0$; $a = \frac{600}{\pi \bar{V}_{10}}$; \bar{V}_{10} 表示离地高度 10 m 的标准风速.

则考虑空间相关性的风压功率谱与 Davenport 风速谱存在如下关系^[14]:

$$S_{p_i}(H_i, H_j, \omega) = \rho_{ij} S_u(\omega), \quad (20)$$

$$\rho_{ij} = \exp\left[-\frac{1}{60} |H_i - H_j|\right] B(H_i) B(H_j), \quad (21)$$

式中, ρ_{ij} 为风压空间性及强度综合参数.

3.2 耗能结构响应频域解分析

由式(10)和式(16)可得式(15)的分量形式:

$$\dot{Z}_k - q_k Z_k = \sum_{i=1}^{4n} \eta_{k,i} I_0(H_i) B(H_i) f(t), \quad (22)$$

式中, $\eta_{k,i}$ 表示矩阵 $\boldsymbol{\eta}$ 第 k 行第 i 列的元素; $k = 1, 2, \dots, 4n$; $i = 1, 2, \dots, 4n$.

则由虚拟激励法^[24]可得式(22)的频域解:

$$Z_k(\omega) = \frac{1}{p_k + j\omega} \sqrt{S_u(\omega)} e^{j\omega t} \sum_{i=1}^{4n} \eta_{k,i} I_0(H_i) B(H_i). \quad (23)$$

由式(11)和式(14), 结构响应的频域解可表示为

$$x_l = \sum_{k=1}^{4n} U_{l,k} Z_k(\omega), \quad (24)$$

$$\dot{x}_l = \sum_{k=1}^{4n} U_{n+l,k} Z_k(\omega), \quad (25)$$

$$\Delta x_l = \sum_{k=1}^{4n} (U_{l,k} - U_{l-1,k}) Z_k(\omega), \quad (26)$$

$$\Delta \dot{x}_l = \sum_{k=1}^{4n} (U_{n+l,k} - U_{n+l-1,k}) Z_k(\omega), \quad (27)$$

式中, $x_l, \dot{x}_l, \Delta x_l, \Delta \dot{x}_l$ 分别为结构位移、结构速度、层间位移和层间速度; $U_{l,k}$ 表示右特征向量 U 第 l 行第 k 列的元素。

由式(24)—(27)可知, 结构响应的位移与速度可用以下形式表示:

$$D_l = \sum_{k=1}^{4n} \bar{U}_{l,k} Z_k(\omega), \tag{28}$$

式中, 当 D_l 表示第 l 层位移或层间位移时, $\bar{U}_{l,k} = U_{l,k}$; 当 D_l 表示第 l 层速度或层间速度时, $\bar{U}_{l,k} = U_{n+l,k}$ 。

由式(4)及式(23)可知, 结构阻尼器受力响应可表示为

$$P_{Qi} = k_{d0} \sum_{k=1}^{4n} (U_{l,k} - U_{l-1,k}) Z_k(\omega) + c_{d0} \sum_{k=1}^{4n} (U_{n+l,k} - U_{n+l-1,k}) Z_k(\omega) + \sum_{k=1}^{4n} (U_{2n+2l,k} + U_{2n+2l-1,k}) Z_k(\omega). \tag{29}$$

3.3 耗能结构基于 Davenport 风压谱响应功率谱分析

由虚拟激励法^[21]可知, 结构响应功率谱可表示为

$$S_{D_l}(\omega) = \sum_{k=1}^{4n} \sum_{i=1}^{4n} \bar{U}_{l_1,k} \bar{U}_{l_2,i} Z_k(\omega) Z_i^*(\omega), \tag{30}$$

式中, $Z_k^*(\omega)$ 是 $Z_k(\omega)$ 的共轭项, 即 $Z_k^*(\omega) = Z_k(-\omega)$ 。

由式(23)可知, D 的响应功率谱表达式为

$$S_{D_l}(\omega) = \sum_{k=1}^{4n} \sum_{i=1}^{4n} \bar{U}_{l_1,k} \bar{U}_{l_2,i} \frac{1}{p_k + j\omega} \sqrt{S_u(\omega)} e^{j\omega t} \sum_{i_1=1}^{4n} \eta_{k,i_1} I_0(H_{i_1}) B(H_{i_1}) \times \frac{1}{p_k - j\omega} \sqrt{S_u(\omega)} e^{-j\omega t} \sum_{i_2=1}^{4n} \eta_{k,i_2} I_0(H_{i_2}) B(H_{i_2}). \tag{31}$$

由数学恒等式, 可将式(31)化为如下形式:

$$S_{D_l}(\omega) = \sum_{k=1}^{4n} \mu_k A_k + \sum_{k=1}^{4n-1} \sum_{i=k+1}^{4n} \mu_{i,k} B_{i,k}, \tag{32}$$

式中

$$\mu_k = \bar{U}_{l_1,k}^2, \mu_{i,k} = \bar{U}_{l_1,k} \bar{U}_{l_2,i}, A_k = Z_k(\omega) Z_k^*(\omega), B_{i,k} = Z_i(\omega) Z_k^*(\omega) + Z_k(\omega) Z_i^*(\omega). \tag{33}$$

将式(23)代入式(33)可得

$$A_k = \frac{1}{p_k + j\omega} \sqrt{S_u(\omega)} e^{j\omega t} \sum_{i_1=1}^{4n} \eta_{k,i_1} I_0(H_{i_1}) B(H_{i_1}) \times \frac{1}{p_k - j\omega} \sqrt{S_u(\omega)} e^{-j\omega t} \sum_{i_2=1}^{4n} \eta_{k,i_2} I_0(H_{i_2}) B(H_{i_2}). \tag{34}$$

由式(21), 则式(34)可简化为

$$A_k = \frac{\lambda_k}{p_k^2 + \omega^2} S_u(\omega), \lambda_k = \sum_{i_1=1}^{2n} \sum_{i_2=1}^{2n} \eta_{k,i_1} \eta_{k,i_2} \rho_{i_1 i_2}. \tag{35}$$

再将式(23)代入式(33)可得

$$B_{i,k} = Z_k(\omega) Z_i^*(\omega) + Z_k^*(\omega) Z_i(\omega) = \frac{1}{p_k + j\omega} \frac{1}{p_i - j\omega} \times S_u(\omega) \sum_{i_1=1}^{4n} \sum_{i_2=1}^{4n} \eta_{i,i_1} \eta_{k,i_2} I_0(H_{i_1}) I_0(H_{i_2}) B(H_{i_1}) B(H_{i_2}) + \frac{1}{p_k - j\omega} \frac{1}{p_i + j\omega} S_u(\omega) \sum_{i_1=1}^{4n} \sum_{i_2=1}^{4n} \eta_{i,i_1} \eta_{k,i_2} I_0(H_{i_1}) I_0(H_{i_2}) B(H_{i_1}) B(H_{i_2}). \tag{36}$$

由式(21), 则式(36)改写为

$$B_{ik} = S_u(\omega)\lambda_{ik}\left(\frac{1}{p_i+j\omega}\frac{1}{p_k-j\omega} + \frac{1}{p_i-j\omega}\frac{1}{p_k+j\omega}\right), \lambda_{ik} = \sum_{i_1=1}^{4n} \sum_{i_2=1}^{4n} \eta_{i_1, i_2} \eta_{k, i_2} \rho_{i_1, i_2}. \quad (37)$$

针对式(37)中的以下部分进行简化:

$$\frac{1}{p_i+j\omega}\frac{1}{p_k-j\omega} + \frac{1}{p_i-j\omega}\frac{1}{p_k+j\omega} = \frac{1}{p_i+p_k}\left(\frac{2p_i}{p_i^2+\omega^2} + \frac{2p_k}{p_k^2+\omega^2}\right). \quad (38)$$

将式(38)代入式(37)可得

$$B_{ik} = \frac{\lambda_{ik}S_u(\omega)}{p_i+p_k}\left(\frac{2p_i}{p_i^2+\omega^2} + \frac{2p_k}{p_k^2+\omega^2}\right). \quad (39)$$

将式(34)、(39)代入式(32), 则结构脉动风压力的响应功率谱可化为

$$S_{D_i}(\omega) = \left[\sum_{k=1}^{4n} \frac{\mu_k \lambda_k}{p_k^2 + \omega^2} + \sum_{k=1}^{4n-1} \sum_{i=k+1}^{4n} \frac{\mu_{ik} \lambda_{ik}}{p_i + p_k} \left(\frac{2p_i}{p_i^2 + \omega^2} + \frac{2p_k}{p_k^2 + \omega^2} \right) \right] S_u(\omega). \quad (40)$$

3.4 六参数实用黏弹性阻尼耗能结构基于Davenport风压谱的响应分析

由随机振动理论^[22, 24]可知, 结构位移响应方差的表达式可写为

$$\alpha_{D_i, 0} = \int_0^{\infty} S_{D_i}(\omega) d\omega. \quad (41)$$

将式(40)代入式(41)可得结构位移响应方差的表达式为

$$\alpha_{D_i} = \sum_{k=1}^{4n} \lambda_k \mu_k X_{k, 0} + 2 \sum_{k=1}^{4n-1} \sum_{i=k+1}^{4n} \frac{\lambda_{ik} \mu_{ik}}{p_i + p_k} (p_i X_{i, 0} + p_k X_{k, 0}), \quad (42)$$

式中, $X_{k, 0}$ 的表达式见附录中式(A8).

结构速度响应方差的表达式可写为

$$\alpha_{D_i, 2} = \int_0^{\infty} S_{D_i}(\omega) \omega^2 d\omega. \quad (43)$$

将式(40)代入式(43)中可得结构速度响应方差的表达式为

$$\alpha_{D_i, 2} = \sum_{k=1}^{4n} \lambda_k \mu_k X_{k, 2} + 2 \sum_{k=1}^{4n-1} \sum_{i=k+1}^{4n} \frac{\lambda_{ik} \mu_{ik}}{p_i + p_k} (p_i X_{i, 2} + p_k X_{k, 2}), \quad (44)$$

式中, $X_{k, 2}$ 的表达式见附录中式(A12).

4 算 例

取5层六参数实用黏弹性阻尼耗能结构基于Davenport风速谱的风振响应进行分析, 结构的基本参数为: 结构各层质量均为 4×10^5 kg; 各层层间刚度均为 3.32×10^7 N/m; 地面粗糙度系数为 $K_r = 0.00129$; 离地高度10 m的标准平均风速 $\bar{V}_{10} = 33.5$ m/s; 迎风面积 200 m², 各层高度均为4 m. 结构采用Rayleigh阻尼, 阻尼比 $\xi = 0.05$. 六参数实用黏弹性阻尼参数: $k_{d0} = 6.64 \times 10^4$ N/m, $c_{d0} = 6.64 \times 10^3$ N/m, $k_{d1} = 33.2$ N/m, $c_{d1} = 4.98$ N·s/m, $k_{d2} = 9.96$ N/m, $c_{d2} = 1.99$ N·s/m.

4.1 结构响应功率谱验证

图3为本文方法得到的位移功率谱密度函数与传统虚拟激励法得到的谱密度函数结果对比验证, 图4为本文方法得到的层间位移功率谱与传统虚拟激励法得到的谱密度函数结果对比验证. 由图中所得结果可知, 本文方法与虚拟激励法所得响应功率谱的结果基本吻合, 说明了本文方法对于功率谱转化结果的正确性. 由图3、4可知, 结构位移及层间位移的功率谱密度函数是凸凹曲线, 其凸对应着结构的振动特征值, 凹是介于2个卓越振动特征值之间. 虚拟激励法所得结果如式(31), 其表达式十分复杂, 且难以进行积分得出响应方差的解析解, 不利于响应方差的计算, 而本文所得结果式(40)表达式更为清晰简便, 且可以直接采用数学公式进行积分转化, 得出结构及阻尼器保护系统的解析解.

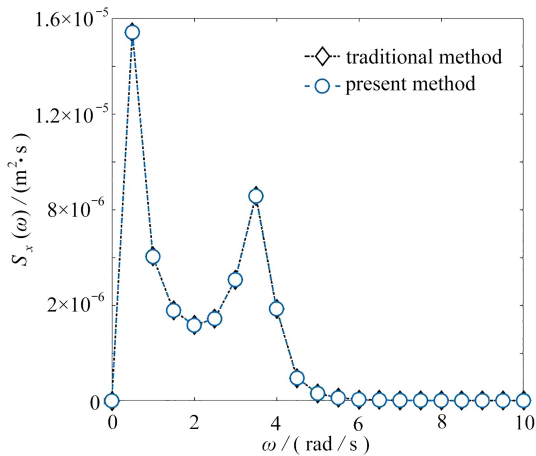


图 3 位移功率谱对比图

Fig. 3 The comparison diagram of the displacement power spectrum

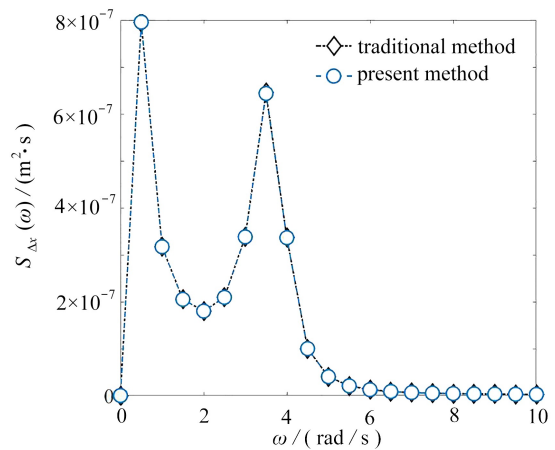


图 4 层间位移功率谱对比图

Fig. 4 The comparison diagram of the interlayer displacement power spectrum

4.2 结构响应方差验证

由随机振动理论中响应方差的定义, 虚拟激励法是将式(31)代入式(41)中直接采用梯形积分获得响应方差的结果, 但由于梯形积分会受到积分步长的影响, 间距只有取到很小的时候, 结果才能保证绝对精确; 而本文将功率谱简化后可以得到无需积分的解析解结果如式(42), 结果的精度不会受到积分步长的影响. 本文采取 4 种积分步长 5 rad/s, 2 rad/s, 0.5 rad/s, 0.01 rad/s 来对本文所提方法进行验证.

图 5 与图 6 为六参数实用黏弹性阻尼耗能结构在 Davenport 风速谱作用下由本文方法运算得到的结构位移响应方差和层间位移响应方差与运用虚拟激励法直接进行梯形积分所得结果的对比验证. 由图中对比可知, 本文所得结果与虚拟激励法步长取至 0.01 rad/s 时的结果重合, 验证了本文方法的正确性.

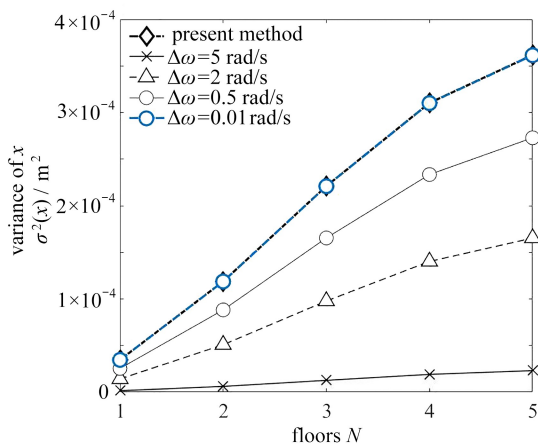


图 5 位移响应方差对比图

Fig. 5 The comparison diagram of the displacement response variance

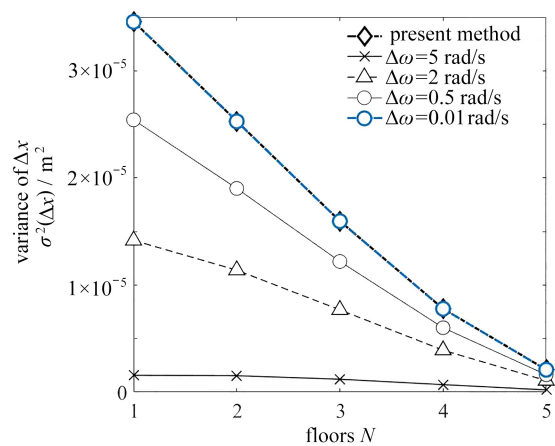


图 6 层间位移响应方差对比图

Fig. 6 The comparison diagram of the interlayer displacement response variance

图 7 与图 8 为六参数实用黏弹性阻尼耗能结构在 Davenport 风速谱作用下, 本文方法运算得到的结构速度响应方差和层间速度响应方差与运用虚拟激励法直接进行梯形积分所得结果的对比验证. 由图中结果对比可知, 积分步长取至 0.5 rad/s 时的结果与积分步长取至 0.01 rad/s 时的结果相同, 说明了此时梯形积分的结果已经趋于稳定, 而本文所得的解析解与该结果一致, 进一步说明了本文方法精度很高.

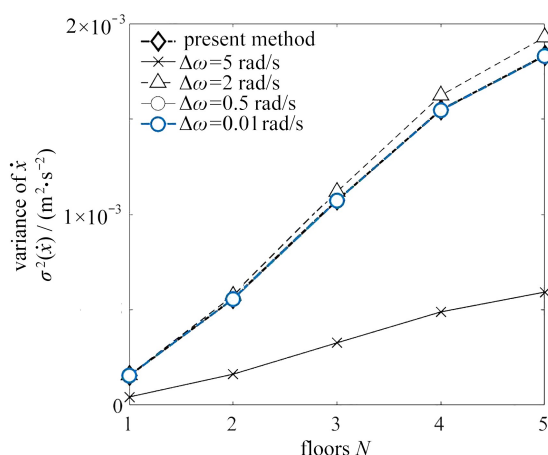


图7 速度响应方差对比图

Fig. 7 The comparison of the speed response variance

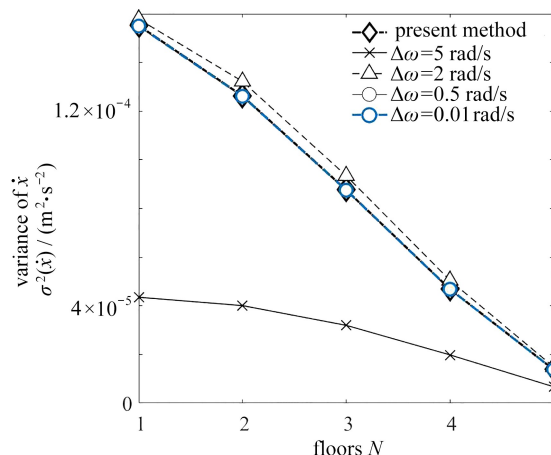


图8 层间速度响应方差对比图

Fig. 8 The comparison of the interlayer speed response variance

5 结 论

本文对于六参数实用黏弹性阻尼耗能结构在 Davenport 风速谱作用下的响应进行研究, 获得了以下结论:

- 1) 将六参数黏弹性阻尼器的本构关系由积分形式转化为微分形式, 使其能与结构方程联合求解, 易于利用复模态方法获得结构响应的解析解。
- 2) 本文方法考虑了结构系统在风振激励作用下全振型展开的结果, 表达式较李桂青等^[20] 所得结果更为简便, 效率更高, 且适用于非经典阻尼结构。
- 3) 通过算例与传统的直接积分法所得出的结果进行了对比, 验证了本文所提解析解的正确性。

致谢 本文作者衷心感谢广西科技大学研究生教育创新计划项目(GKYC202133)和广西科技大学创新团队项目(校发[2016]31号)对本文的资助。

附 录

$X_{k,0}$ 的推导过程如下:

$$X_{k,0} = \frac{4}{3}\pi \int_0^\infty \frac{a^2 \omega}{(1+a^2\omega^2)^{\frac{4}{3}} p_k^2 + \omega^2} d\omega = \frac{2}{3}\pi \int_0^\infty \frac{a^2}{(1+a^2\omega^2)^{\frac{4}{3}} p_k^2 + \omega^2} d\omega^2. \quad (\text{A1})$$

令

$$t = (1+a^2\omega^2)^{1/3}, \quad (\text{A2})$$

由式(A2)得

$$\omega^2 = \frac{t^3 - 1}{a^2}, \quad d\omega^2 = \frac{3t^2}{a^2} dt. \quad (\text{A3})$$

将式(A2)、(A3)代入式(A1), 可得

$$X_{k,0} = \frac{2}{3}\pi \int_1^\infty \frac{a^2 3t^2}{t^4} \frac{1}{a^2 p_k^2 - 1 + t^3} dt = 2\pi a^2 \int_1^\infty \frac{1}{t^2} \frac{1}{c^3 + t^3} dt, \quad (\text{A4})$$

式中 $c^3 = a^2 p_k^2 - 1$.

对式(A4)中的积分部分进行如下变换:

$$\frac{1}{t^2} \frac{1}{c^3 + t^3} = \frac{1}{c^3} \left(\frac{1}{t^2} - \frac{t}{c^3 + t^3} \right). \quad (\text{A5})$$

将式(A5)进一步简化为

$$\frac{1}{t^2} \frac{1}{c^3 + t^3} = \frac{1}{c^3} \left(\frac{1}{t^2} - \frac{t}{c^3 + t^3} \right) = \frac{1}{c^3} \left(\frac{1}{t^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{b_i}{t-t_i} \right), \quad (\text{A6})$$

式中, $t_1 = -c, t_2 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}c, t_3 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}c, b_i = \frac{t_i}{(t_i-t_j)(t_i-t_k)} (i \neq j \neq k)$, 且 $\sum_{i=1}^3 b_i = 0$.

将式(A6)代入式(A4)并积分, 可得

$$X_{k,0} = \frac{2\pi a^2}{c^3} \left(1 + \sum_{i=1}^3 b_i \ln(1-t_i) - \sum_{i=1}^3 b_i \lg(\infty) \right). \quad (\text{A7})$$

由于 $\sum_{i=1}^3 b_i = 0$, 则式(A7)简化为

$$X_{k,0} = \frac{2\pi a^2}{c^3} \left(1 + \sum_{i=1}^3 b_i \ln(1-t_i) \right). \quad (\text{A8})$$

$X_{k,2}$ 的推导过程如下:

$$\begin{aligned} X_{k,2} &= \frac{4}{3}\pi \int_0^\infty \frac{a^2 \omega^3}{(1+a^2 \omega^2)^{\frac{4}{3}}} \frac{1}{p_k^2 + \omega^2} d\omega = \\ &= \frac{4}{3}\pi \int_0^\infty \frac{a^2 \omega}{(1+a^2 \omega^2)^{\frac{4}{3}}} \omega d\omega - \frac{4}{3}\pi p_k^2 \int_0^\infty \frac{a^2 \omega}{(1+a^2 \omega^2)^{\frac{4}{3}}} \frac{1}{p_k^2 + \omega^2} d\omega = \\ &= \frac{4}{3}\pi \int_0^\infty \frac{a^2 \omega}{(1+a^2 \omega^2)^{\frac{4}{3}}} d\omega - p_k^2 X_{k,0}. \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

令 $t = (1+a^2 \omega^2)^{1/3}$, 则

$$\omega^2 = \frac{t^3 - 1}{a^2}, \quad d\omega^2 = \frac{3t^2}{a^2} dt, \quad (\text{A10})$$

$$\frac{4}{3}\pi \int_0^\infty \frac{a^2 \omega}{(1+a^2 \omega^2)^{\frac{4}{3}}} d\omega = \frac{2}{3}\pi \int_1^\infty \frac{3t^2}{t^4} dt = 2\pi \int_1^\infty \frac{1}{t^2} dt = 2\pi. \quad (\text{A11})$$

将式(A11)代入式(A9), 可得

$$X_{k,2} = \frac{2}{3}\pi \int_1^\infty \frac{3t^2}{t^4} dt = 2\pi \int_1^\infty \frac{1}{t^2} dt = 2\pi - p_k^2 X_{k,0}. \quad (\text{A12})$$

参考文献(References):

- [1] 李英民, 赖明, 赵青, 等. 脉动风特性及其仿真研究[J]. 工程力学, 1993, 10(4): 117-124. (LI Yingmin, LAI Ming, ZHAO Qing, et al. Characteristics and simulation of fluctuating wind[J]. *Engineering Mechanics*, 1993, 10(4): 117-124.(in Chinese))
- [2] 许俊. 高层建筑顺风向等效静力风荷载研究[J]. 工程建设, 2020, 52(6): 20-25. (XU Jun. Research on equivalent static wind load along the wind direction of high-rise buildings[J]. *Engineering Construction*, 2020, 52(6): 20-25.(in Chinese))
- [3] DAVENPORT A G. The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds[J]. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 1961, 87(372): 54-102.
- [4] 唐意, 顾明. 某超高层建筑TMD风振控制分析[J]. 振动与冲击, 2006, 25(2): 16-19. (TANG Yi, GU Ming. Analysis of TMD wind induced vibration control of a super high rise building[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2006, 25(2): 16-19.(in Chinese))
- [5] 李创第, 刘鹏, 葛新广, 等. 六参数实用粘弹性阻尼器单自由度减震系统非平稳响应分析[J]. 广西科技大学学报, 2018, 29(2): 110-118. (LI chuangdi, LIU Peng, GE Xinguang, et al. Non stationary response analysis of single degree of freedom damping system with six-parameter practical viscoelastic damper[J]. *Journal of Guangxi University of Science and Technology*, 2018, 29(2): 110-118.(in Chinese))
- [6] 魏春彤, 裴星洙. 附加黏弹性阻尼器的钢框架结构减震性能研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(20): 209-219. (WEI Chun tong, PEI Xingzhu. Study on seismic performance of steel frame structures with viscoelastic dampers[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(20): 209-219.(in Chinese))

- [7] 李宏男. 结构振动控制实践的新进展[J]. 世界地震工程, 1995(2): 34-39. (LI Hongnan. New progress of structural vibration control practice[J]. *World Seismological Engineering*, 1995(2): 34-39.(in Chinese))
- [8] 钱华, 戴仁德, 郝洪伟. 半主动减振器控制算法仿真及实现[J]. 振动与冲击, 2013, **32**(17): 104-108. (QIAN Hua, DAI Rende, HAO Hongwei. Simulation and implementation of semi-active damper control algorithm[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, **32**(17): 104-108.(in Chinese))
- [9] 顾明, 陈更人, 伍杰明, 等. 用于斜拉桥抖振控制的多重调质阻尼器性能研究[J]. 振动与冲击, 1997, **16**(1): 1-5. (GU Ming, CHEN Gengren, WU Jieming, et al. Study on performance of multiple tuned mass dampers for buffeting control of cable stayed bridges[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 1997, **16**(1): 1-5.(in Chinese))
- [10] MAZZA F, VULCANO A. Control of the earthquake and wind dynamic response of steel-framed buildings by using additional braces and/or viscoelastic dampers[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2011, **40**(2): 155-174.
- [11] 吴巧云, 肖诗焯, 朱宏平. 连接Kelvin阻尼器的对称双塔楼结构被动控制研究[J]. 土木工程学报, 2018, **51**(S1): 109-115. (WU Qiaoyun, XIAO Shiye, ZHU Hongping. Research on passive control of symmetrical double tower structure with Kelvin damper[J]. *Chinese Journal of Civil Engineering*, 2018, **51**(S1): 109-115.(in Chinese))
- [12] 李创第, 陶欣欣, 尉霄腾. Maxwell阻尼耗能隔震结构平稳响应分析[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2015, **40**(4): 815-820. (LI Chuangdi, TAO Xinxin, WEI Xiaoteng. Stationary response analysis of Maxwell damping energy dissipation isolation structure[J]. *Journal of Guangxi University (Natural Science Edition)*, 2015, **40**(4): 815-820.(in Chinese))
- [13] 李创第, 杜传知, 葛新广. 高层Maxwell耗能结构随机风振响应解析分析[J]. 广西科技大学学报, 2017, **28**(2): 79-84. (LI Chuangdi, DU Chuanzhi, GE Xinguang. Analytical analysis of random wind-induced response of high-rise Maxwell energy dissipation structure[J]. *Journal of Guangxi University of Science and Technology*, 2017, **28**(2): 79-84.(in Chinese))
- [14] 李创第, 葛新广, 朱倍权. 带五种被动减振器的高层建筑基于Davenport谱随机风振响应解析解法[J]. 工程力学, 2009, **26**(4): 144-152. (LI Chuangdi, GE Xinguang, ZHU Beiquan. Analytical method for random wind-induced response of high-rise buildings with five kinds of passive dampers based on Davenport spectrum[J]. *Engineering Mechanics*, 2009, **26**(4): 144-152.(in Chinese))
- [15] 李创第, 丁昊, 葛新广. 基于传递函数法的单自由粘弹性减震整体系统随机响应分析[J]. 广西科技大学学报, 2017, **28**(3): 16-25. (LI Chuangdi, DING Hao, GE Xinguang. Random response analysis of single free viscoelastic damping system based on transfer function method[J]. *Journal of Guangxi University of Science and Technology*, 2017, **28**(3): 16-25.(in Chinese))
- [16] 李永华, 李思明. 绝对位移直接求解的虚拟激励法[J]. 振动与冲击, 2009, **28**(10): 185-190. (LI Yonghua, LI Siming. Virtual excitation method for direct solution of absolute displacement[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, **28**(10): 185-190.(in Chinese))
- [17] 李创第, 王磊石, 邹万杰, 等. 广义Maxwell阻尼器高层结构随机风振响应解析法[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2016, **41**(4): 953-963. (LI Chuangdi, WANG Leishi, ZOU Wanjie, et al. Analytical method for random wind-induced response of high-rise structures with generalized Maxwell dampers[J]. *Journal of Guangxi University (Natural Science Edition)*, 2016, **41**(4): 953-963.(in Chinese))
- [18] 周云, 刘纯, 汪大洋. 高层建筑楼顶钢塔风振效应的参数研究[J]. 振动与冲击, 2011, **30**(2): 48-54. (ZHOU Yun, LIU Chun, WANG Dayang. Parametric study on wind-induced vibration effect of steel tower on top of high-rise building[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, **30**(2): 48-54.(in Chinese))
- [19] 周岱, 马骏, 李华峰, 等. 大跨柔性空间结构风压和耦合风效应分析[J]. 振动与冲击, 2009, **28**(6): 17-22. (ZHOU Dai, MA Jun, LI Huafeng, et al. Analysis of wind pressure and coupling wind effect on long span flexible space structures[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, **28**(6): 17-22.(in Chinese))

- [20] 李桂青, 曹宏, 李秋胜, 等. 结构动力可靠性理论及其应用[M]. 北京: 地震出版社, 1993. (LI Guiqing, CAO Hong, LI Qiusheng, et al. *Structural Dynamic Reliability Theory and Its Application*[M]. Beijing: Seismological Press, 1993. (in Chinese))
- [21] 葛新广, 张梦丹, 龚景海, 等. 频响函数二次正交法在Davenport风速谱下结构系列响应简明封闭解的应用研究[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(21): 207-214. (GE Xinguang, ZHANG Mengdan, GONG Jinghai, et al. Application of quadratic orthogonal method of frequency response function to concise closed solutions of structural series response under Davenport wind speed spectrum[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(21): 207-214.(in Chinese))
- [22] 方同. 工程随机振动[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995. (FANG Tong. *Engineering Random Vibration*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1995. (in Chinese))
- [23] DAVENPORT A G. The relationship of wind structure to wind loading[C]//*Symposium on Wind Effect on Building and Structures*. London, 1965: 54-102.
- [24] 林家浩, 张亚辉, 赵岩. 虚拟激励法在国内外工程界的应用回顾与展望[J]. *应用数学和力学*, 2017, 38(1): 1-32. (LIN Jiahao, ZHANG Yahui, ZHAO Yan. Review and prospect of application of virtual excitation method in engineering field at home and abroad[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(1): 1-32.(in Chinese))