

刚性挡墙绕底转动时的非极限主动土压力数值解

马明, 李明东, 郎钞棚, 张京伍, 万愉快

Numerical Solutions of the Nonlimit-State Active Earth Pressure Under Backfill Wall Rotation Around the Bottom

MA Ming, LI Mingdong, LANG Chaopeng, ZHANG Jingwu, and WAN Yukuai

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420178>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于MQ拟插值函数逼近的非线性动力系统数值求解

A Numerical Approximation Method for Solutions to Nonlinear Dynamic Systems Based on Multiquadric Quasi-Interpolation Functions

应用数学和力学. 2017, 38(8): 943-955

地震作用下管道-土耦合结构非平稳随机振动分析

Non-Stationary Radom Vibration Analysis of Coupled Pipeline-Soil Systems Under Earthquake

应用数学和力学. 2018, 39(5): 493-505

定荷载和双面排水条件下非饱和土一维固结的解析解

Analytical Solution for 1D Consolidation of Unsaturated Soil Under Constant Load and DoubleSide Drainage

应用数学和力学. 2019, 40(9): 1035-1047

基于期望函数的土遗址锚固参数组合优化方法

A Composite Optimization Method for Anchorage Parameters of Rammed Earth Sites Based on Desirability Functions

应用数学和力学. 2019, 40(6): 650-662

基于自适应小波神经网络的第二类Fredholm积分方程数值解法

Numerical Solution to the Second Kind of Fredholm Integral Equation Based on the Adaptive Wavelet Neural Network

应用数学和力学. 2019, 40(12): 1399-1408

针对壁面旋转变径管内螺旋流的压力应变项研究

Research on Pressure Strain Correlation Terms in the Reynolds Stress Model for Spiral Flow in Reducing Pipes With Rotating Wall

应用数学和力学. 2019, 40(5): 574-582



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

刚性挡墙绕底转动时的非极限主动土压力数值解*

马 明¹, 李明东¹, 郎钞棚^{1,2}, 张京伍¹, 万愉快³

(1. 东华理工大学 土木与建筑工程学院, 南昌 330013;

2. 重庆市万州区房屋管理中心, 重庆 400074;

3. 宁夏大学 土木与水利工程学院, 银川 750021)

摘要: 刚性挡土墙在下部受限时往往呈现绕墙底转动的位移模式, 该模式下不同深度土体所处非极限状态不同, 给土压力计算带来了困难. 在已有研究基础上, 推导了适用于绕墙底转动模式下土体强度参数与墙体位移的函数关系; 假定墙后土体形成圆弧形土拱, 滑裂面为不确定的曲面, 将墙后土体按小步长水平分层, 构建了绕墙底转动模式下非极限主动土压力的数值迭代格式, 给出了该模式下非极限主动土压力的数值计算方法. 该数值解既能确定墙后滑裂面的形状, 又能计算非极限主动土压力的强度、合力及作用点. 将数值解与模型试验结果、现有解析解进行了对比, 发现墙后滑裂面为一曲面, 该解计算结果与模型试验结果的契合度比现有解析解更高. 这提供了刚性挡土墙绕底转动时非极限主动土压力的更精确解答, 对这类挡土墙设计具有现实指导价值.

关键词: 土压力; 非极限; 数值解; 滑裂面; 土拱

中图分类号: O39 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.420178

Numerical Solutions of the Nonlimit-State Active Earth Pressure Under Backfill Wall Rotation Around the Bottom

MA Ming¹, LI Mingdong¹, LANG Chaopeng^{1,2}, ZHANG Jingwu¹, WAN Yukuai³

(1. School of Civil & Architecture Engineering, East China University of Technology, Nanchang 330013, P.R.China;

2. District Housing Management Center of Chongqing Wanzhou, Chongqing 400074, P.R.China;

3. School of Civil and Hydraulic Engineering, Ningxia University, Yinchuan 750021, P.R.China)

Abstract: The displacement pattern of wall footing rotation occurs for the backfill wall constrained at the bottom. The non-limit states of the soil layers at different depths are different in this pattern, and present difficulties for soil stress calculation. Based on the existing research, the functional relationship between soil strength parameters of the wall footing rotation pattern and wall displacements were deduced. Under the assumption that the backfill forms a circular arch and the slip surface is uncertain, the backfill was divided into long horizontal slices, the numerical iteration scheme for the nonlimit-state active earth pressure in the wall footing rotation pattern was constructed, and the numerical calculation method for the active earth pressure was given. The numerical method not only determines the slip surface shape, but calculates the intensity, the resultant force and the action point of the nonlimit-state active earth pressure. The backfill slip surface is a curved one and the new numerical solution is more consistent with the existing full-scale test results than the existing analytical results. This work provides more accurate numerical solutions of the nonlimit-state active earth pressure on the rigid retaining wall in the footing rotation pattern, and makes a practical guide to design of such retaining walls.

* 收稿日期: 2021-06-29; 修订日期: 2021-10-07

基金项目: 国家自然科学基金 (51869001)

作者简介: 马明(1997—), 男, 硕士生 (E-mail: maming@ecut.edu.cn);

李明东(1981—), 男, 教授, 博士(通讯作者. E-mail: lmd@ecit.edu.cn).

引用格式: 马明, 李明东, 郎钞棚, 张京伍, 万愉快. 刚性挡墙绕底转动时的非极限主动土压力数值解[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(3): 312-321.

Key words: earth pressure; non-limit; numerical solution; slip surface; soil arch

刚性挡土墙是一种工程中广泛应用的支挡结构, 墙后土压力的计算是设计挡土墙的关键环节. 挡土墙后的土体从静止到极限位移状态是一个渐变过程, 且土体一般处于初始状态和极限主动状态之间的中间主动状态, 计算此状态下的主动土压力需要考虑墙体的位移模式及大小^[1]. 为此, 建立考虑墙体位移模式的非极限主动土压力理论很有必要.

目前非极限主动土压力的计算方法主要分为两类: 第一类方法基于模型试验得到的主动土压力分布曲线, 利用函数拟合方法获得主动土压力随挡墙位移的变化规律^[2]; 第二类方法认为土体强度参数随墙体位移渐进发挥, 通过建立土体强度参数与墙体位移的函数关系, 构建主动土压力与墙体位移的关系^[3]. 其中, 后者具有清晰的物理力学模型, 结果具有普适性, 成为非极限土压力计算的主流方法. 除墙体位移外, 土拱效应^[4]、层间剪应力^[5-6]、滑裂面形状^[7]等因素也会对墙后主动土压力造成一定影响: 土拱效应会造成土体内主应力偏转; 层间剪应力会影响主动土压力的整体分布; 滑裂面形状会影响主动土压力的大小及分布. 诸多学者基于薄层单元法, 考虑上述影响因素, 建立了挡墙平移模式(T 模式)下的土压力理论, 与模型试验结果吻合很好^[8-12]. 现有绕墙底转动模式(RB 模式)的土压力理论, 依据 T 模式的土体强度参数计算方法及理论模型为基础, 仅增大了层间剪应力^[13-15], 这一方法得到的主动土压力分布曲线与模型试验结果相似, 但与模型试验的契合度不高, 原因在于: 1) RB 模式下土体的非极限状态与 T 模式有异, T 模式下土体的非极限状态与土体深度无关, 但 RB 模式下土体的水平位移随深度有异, 导致不同深度处土体的非极限状态不同(图 1), 仅在 T 模式力学模型的基础上增大层间剪应力并不能体现 RB 模式的基本特点; 2) 层间剪应力已被证明是一种内力, 仅影响土压力分布不影响土压力大小, 此法得到的主动土压力合力与 T 模式的主动土压力合力相等, 而模型试验表明 RB 模式下的主动土压力要大于 T 模式^[16]. 可见, 现有 RB 模式的土压力计算理论仍需进一步完善.

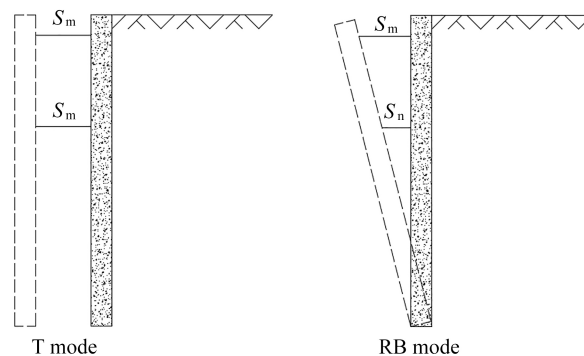


图 1 RB 位移模式下土体非极限状态与 T 模式的不同

Fig. 1 The difference of soil non-limit state between the RB model and the T model

为了得到刚性挡墙在 RB 模式下的非极限主动土压力的更精确解答, 本文假定墙背直立、填土面水平、墙后填土为无黏性土, 利用非极限土体参数来考虑不同深度土体非极限状态的不同, 推导了非极限主动土压力的强度、合力、作用点位置的数值迭代计算方法; 从而得到了符合 RB 模式特性的非极限主动土压力数值解, 经与模型试验结果及其他解析解对比研究, 验证了本文数值解的优越性.

1 土体内摩擦角与墙体位移的关系

卢坤林等基于卸荷应力路径的三轴试验结果, 假定径向应力与径向应变呈双曲线关系, 基于土体的非极限应力状态, 导出了符合 T 模式特性的土体内摩擦角与墙体位移的函数关系^[3]. 一方面, 由于 RB 模式下土体的非极限状态随土体深度有异, 将其直接应用于 RB 模式并不恰当; 另一方面, 上述推导过程引入了一个关键参数, 即土体的静止土压力系数 K_0 , 该文直接引入 Jaky 公式求解有待商榷. 研究表明对于摩擦角较大的土体, Jaky 公式计算值将明显低估 K_0 ^[17]; 颗粒粒径和密实度同样会对 K_0 值产生影响, 对于相同粒径的砂土, K_0 值随着砂土相对密实度的增加而逐渐增加, 对于相同密实度的砂土, K_0 值随着砂土粒径的增大而减小^[18]. 鉴于此,

土体的 K_0 值不应采用经验公式估算, 而应当采用三轴仪对原状土进行 K_0 固结试验确定^[19]. 本文考虑到 RB 模式下土体强度发挥的特性, 推导了相应非极限土体强度参数的计算公式, 具体推导过程如下.

无黏性土的应力 Mohr 圆如图 2 所示, 记大主应力为 σ_1 , 静止状态的小主应力为 σ_{30} , 中间状态的小主应力为 σ_{3m} , 极限主动状态的小主应力为 σ_{3f} .

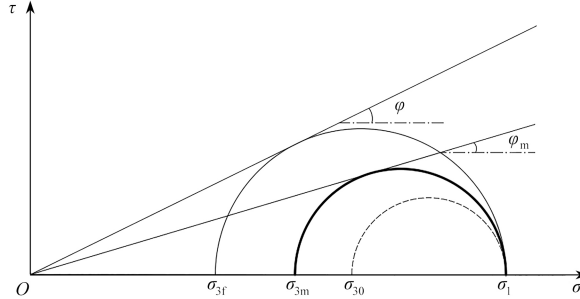


图 2 应力 Mohr 圆

Fig. 2 Mohr's circle for states of stress

根据图 2 中的几何关系, 可以将非极限主动状态下的内摩擦角 φ_m 与极限主动状态下的内摩擦角 φ 表示为

$$\begin{cases} \sin \varphi_m = \frac{(\sigma_1 - \sigma_{3m})/2}{(\sigma_1 - \sigma_{3m})/2 + \sigma_{3m}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_{30}) + (\sigma_{30} - \sigma_{3m})}{(\sigma_1 + \sigma_{30}) - (\sigma_{30} - \sigma_{3m})}, \\ \sin \varphi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_{3f})/2}{(\sigma_1 - \sigma_{3f})/2 + \sigma_{3f}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_{30}) + (\sigma_{30} - \sigma_{3f})}{(\sigma_1 + \sigma_{30}) - (\sigma_{30} - \sigma_{3f})}. \end{cases} \quad (1)$$

假定径向应力与径向应变具有双曲线关系^[20]:

$$\sigma_{30} - \sigma_{3m} = \frac{\varepsilon_m}{a + b\varepsilon_m}, \quad (2)$$

式中 ε_m 为非极限状态下的径向应变, a, b 为与土性有关的参数.

分析式 (2), 当 ε_m 趋向于无穷时, 可得到 $\sigma_{30} - \sigma_{3m}$ 的渐近值 $(\sigma_{30} - \sigma_{3m})_{ult}$, 其值为

$$\lim_{\varepsilon_m \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon_m}{a + b\varepsilon_m} = \frac{1}{b} = (\sigma_{30} - \sigma_{3m})_{\varepsilon_m \rightarrow \infty} = (\sigma_{30} - \sigma_{3m})_{ult}. \quad (3)$$

引入破坏比 R_f , 将其定义为土体极限主动状态时 $\sigma_{30} - \sigma_{3m}$ 与其渐进值 $(\sigma_{30} - \sigma_{3m})_{ult}$ 的比值, 即

$$R_f = \frac{(\sigma_{30} - \sigma_{3m})_f}{(\sigma_{30} - \sigma_{3m})_{ult}} = \frac{\sigma_{30} - \sigma_{3af}}{(\sigma_{30} - \sigma_{3m})_{ult}} = b(\sigma_{30} - \sigma_{3f}). \quad (4)$$

R_f 可通过三轴试验测得, 对土体进行 K_0 固结试验后, 继续进行卸荷试验, 待径向应力稳定后, 可将试验数据代入式 (5) 求得 R_f :

$$R_f = \frac{\left(\left(\frac{\varepsilon_f}{(\sigma_{30} - \sigma_{3f})_{95\%}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_f}{(\sigma_{30} - \sigma_{3f})_{70\%}} \right) \right) (\sigma_{30} - \sigma_{3f})}{(\varepsilon_f)_{95\%} - (\varepsilon_f)_{70\%}}, \quad (5)$$

式中 R_f 的取值一般为 0.75~1, 若无试验资料可取中间值 0.85 进行估算; 下标 90% 和 75% 分别代表 $\sigma_{30} - \sigma_{3m}$ 等于 $\sigma_{30} - \sigma_{3f}$ 的 95% 和 70% 时相关的试验数据.

当土体处于极限主动状态时, 式 (2) 可演变为

$$\sigma_{30} - \sigma_{3f} = \frac{\varepsilon_f}{a + b\varepsilon_f}. \quad (6)$$

联立式 (4) 和式 (6), 可以得到 ε_f 与 R_f 的关系式为

$$\varepsilon_f = \frac{aR_f}{b(1 - R_f)}. \quad (7)$$

静止状态下的小主应力 σ_{30} 与大主应力 σ_1 应当满足

$$\sigma_{30} = K_0 \sigma_1. \quad (8)$$

考虑到 RB 模式下内摩擦角的深度特性, 定义中间主动状态下墙顶位移与极限主动状态下墙顶位移的比

值为 η , 实际工程设计中可用容许位移值除以墙体的极限位移来确定, 对于无黏性土达到主动极限状态所需的位移一般为 $0.3\%H \sim 0.5\%H$. 将任意深度处的土体位移对应于径向应变, 有 $\eta(1-y/H) = \varepsilon_{my} / \varepsilon_{fy}$, 相应的可以得到 ε_{my} 的表达式为

$$\varepsilon_{my} = \frac{\eta(H-y)aR_f}{bH(1-R_f)}, \tag{9}$$

式中 H 为挡土墙高度, y 为土体的深度.

联立式 (2) 和式 (9) 可消去土性参数 a , 将 $\sigma_{30} - \sigma_{3m}$ 转化为

$$\sigma_{30} - \sigma_{3m} = \frac{\frac{\eta(H-y)aR_f}{bH(1-R_f)}}{a + \frac{\eta(H-y)aR_f}{H(1-R_f)}} = \frac{\eta(H-y)R_f}{bH\left((1-R_f) + \eta\frac{(H-y)}{H}R_f\right)}. \tag{10}$$

进一步联立式 (1) 中的第 2 式和式 (4) 消去土性参数 b , 可将 $\sigma_{30} - \sigma_{3m}$ 转化为

$$\sigma_{30} - \sigma_{3m} = \frac{\eta(H-y)\left((1+K)\sin\varphi - (1-K)\sigma_1\right)}{H(1+\sin\varphi)\left(1-R_f + \eta\frac{(H-y)}{H}R_f\right)}. \tag{11}$$

联立式 (1) 中的第 1 式、式 (8) 和式 (11) 可以得到 RB 模式下非极限内摩擦角的计算公式:

$$\sin\varphi_{my} = \frac{[(1-R_f)H + \eta R_f(H-y)](1+\sin\varphi)(1-K_0) + \eta(H-y)(1+K_0)\sin\varphi - \eta(H-y)(1-K_0)}{[(1-R_f)H + \eta R_f(H-y)](1+\sin\varphi)(1+K_0) - \eta(H-y)(1+K_0)\sin\varphi + \eta(H-y)(1-K_0)}. \tag{12}$$

本文假定墙土摩擦角随墙体位移的发挥程度与内摩擦角类似, 记深度范围内墙土内摩擦角的均值为 δ_m , 由于挡墙是刚性的, 令式 (12) 中的 $\varphi_{my} = \delta_m, y = H/2$, 即可得到 δ_m 的计算公式:

$$\sin\delta_m = \frac{[2(1-R_f) + \eta R_f](1+\sin\delta)(1-K_0) + \eta(1+K_0)\sin\delta - \eta(1-K_0)}{[2(1-R_f) + \eta R_f](1+\sin\delta)(1+K_0) - \eta(1+K_0)\sin\delta + \eta(1-K_0)}, \tag{13}$$

式中 δ 为极限状态下的墙土摩擦角, 实际计算过程中可取 $2\varphi/3$.

基于式 (12) 绘制了不同墙体位移比下内摩擦角的发挥曲线, 如图 3 所示. 可以看出, 仅当墙体位移比为 0 时, 内摩擦角不随深度改变; 当墙体发生位移后, 内摩擦角发挥值会随深度改变, 这是由于不同深度处土体的非极限状态不同, 内摩擦角的发挥程度也不同, 这展现了 RB 模式下土体内摩擦角的发挥特性.

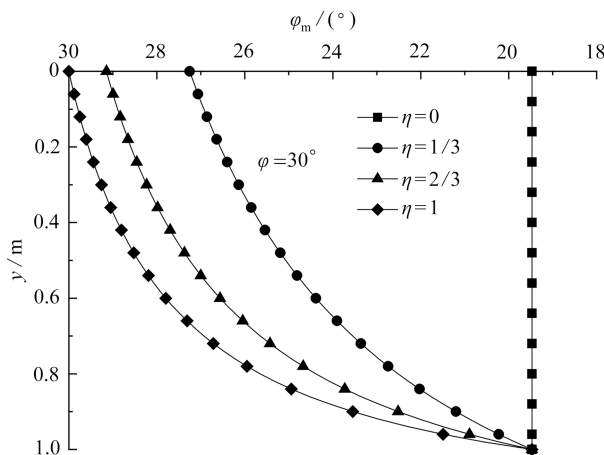


图 3 内摩擦角随墙体位移比的变化情况
Fig. 3 The variation law for the internal friction angle with the wall displacement ratio

2 非极限主动土压力数值解

2.1 土拱效应及土体应力分析

土拱效应会引起土体内应力重分布, 是土压力呈非线性分布的主要原因^[21], 为将土拱效应对主动土压力的影响量化, 通常假定一定形状的拱迹线近似表达土体应力的实际分布情况^[22-23]. 研究表明拱迹线的形状对最

终计算结果的影响较小^[24]. 本文为简化计算, 假定小主应力拱迹线为圆弧线(图4), 圆心在 O 点, 其中土拱半径为 R , 极坐标方程可表示为 $\rho(\theta)=R$, θ 为任意值. 对于假定的拱迹线, 其起点在墙土接触面, 终点在圆心 O 与滑裂面连线的延长线上, 大小则由两部分组成: 一是大主应力与滑裂面间的夹角, 大小为 $\pi/4-\varphi/2$, 二是滑裂面与水平线间的夹角, 也即滑裂面倾角 β_m . 故滑裂面处的大主应力转角 θ_{2m} 可由下式确定:

$$\theta_{2m} = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_m}{2} + \beta_m. \tag{14}$$

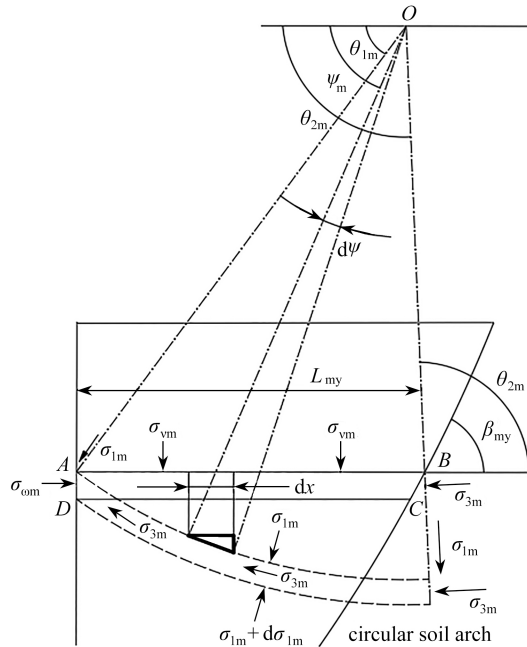


图4 土拱及土体应力分析
Fig. 4 The soil arch and its stress analysis

此时, 微滑裂体宽度 L_{my} 的计算公式应作如下讨论:

- 1) 若采用 Rankine 滑裂面 ($\pi/4+\varphi/2$), $\theta_{2m}=\pi/2$, $L_{my}=R\cos \theta_{1m}$;
- 2) 若采用 Coulomb 滑裂面, $\theta_{2m}<\pi/2$, 对应的 $L_{my}=R\cos \theta_{1m}-R\cos \theta_{2m}$;
- 3) 模型试验结果表明, 土体滑裂面倾角大于 Coulomb 滑裂面, 且大于 Rankine 滑裂面^[25], 对应的 $\theta_{2m}>\pi/2$,

$$L_{my}=R\cos \theta_{1m}+R\sin(\theta_{2m}-\pi/2).$$

综合上述三种情况, 微滑裂体的宽度 L_{my} 可用通式计算:

$$L_{my} = R(\cos \theta_{1m} - \cos \theta_{2m}). \tag{15}$$

微滑裂体水平面上任意点的非极限水平向应力 σ_{om} 、非极限竖直向应力 σ_{vm} 可由下式求得^[26]:

$$\begin{cases} \sigma_{om} = (\cos^2 \theta_m + K_{am} \sin^2 \theta_m) \sigma_{1m}, \\ \sigma_{vm} = (\sin^2 \psi_m + K_{am} \cos^2 \psi_m) \sigma_{1m}, \end{cases} \tag{16}$$

式中 θ_m 为墙面与该处非极限小主应力之间的夹角, 即 θ_{1m} , 由式 (17) 确定^[27]; ψ_m 为墙后土拱任意一点的切线与垂直方向的夹角, 即土拱任意一点的非极限大主应力与水平方向的夹角, 取值范围为 $[\theta_{1m}, \theta_{2m}]$; K_{am} 为非极限主动土压力系数, 大小为 $1 - \sin \varphi_m / (1 + \sin \varphi_m)$;

$$\theta_m = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \frac{\sin \delta_m}{\sin \varphi_m} + \frac{\delta_m}{2}. \tag{17}$$

2.2 主动侧土压力系数的计算

土拱效应会使土体内主应力偏转, 导致微滑裂体水平面上各点的竖向应力并不相等. 对非极限状态下的非平均竖向应力 σ_{vm} 积分, 然后除以微滑裂体的宽度 L_{my} , 便可以得到微滑裂体水平面上的非极限平均竖向应力 $\bar{\sigma}_{vm}$. 为简化计算, 将直角坐标系下的积分转换为极坐标下的积分, 此时微圆弧长度为 $\rho(\psi)d\psi$, 由图4中的几

何关系可以得到相应微滑裂体的微元宽度 $dx = R d\psi \sin \psi$, 求解过程为

$$\bar{\sigma}_{vm} = \frac{\int_{x_A}^{x_B} \sigma_{vm} dx}{L_{my}} = \frac{\int_{\theta_{1m}}^{\theta_{2m}} \sigma_{vm} R \sin \psi d\psi}{R(\cos \theta_{1m} - \cos \theta_{2m})} = \left(\frac{(K_{am} - 1)(\cos^3 \theta_{1m} - \cos^3 \theta_{2m})}{3(\cos \theta_{1m} - \cos \theta_{2m})} + 1 \right) \sigma_{1m}. \quad (18)$$

定义 $\sigma_{\omega m}$ 与 $\bar{\sigma}_{vm}$ 的比值为非极限主动侧土压力系数, 即

$$K_{1m} = \frac{3(\cos \theta_{1m} - \cos \theta_{2m})(\cos^2 \theta_m + K_{am} \sin^2 \theta_m)}{(K_{am} - 1)(\cos^3 \theta_{1m} - \cos^3 \theta_{2m}) + 3(\cos \theta_{1m} - \cos \theta_{2m})}. \quad (19)$$

2.3 层间剪应力摩擦系数的计算

由于 RB 模式下土体的非极限状态随深度变化, 对应的微滑裂体存在错动势, 水平土层间存在较大的剪应力, 但若直接采用滑动摩擦系数 $\tan \varphi_m$ 计算土层间剪应力, 则表明土体发生了水平剪切破坏, 这显然与实际情况不符. 故本文采用陈奕柏等^[15] 提出的系数折减法计算层间剪应力系数, 即

$$K_{2m} = \tan(0.9\varphi_{my}). \quad (20)$$

2.4 主动土压力分层迭代解

由于 RB 模式下不同深度土体的非极限状态不同, 对应的土体参数及滑裂面倾角会随深度改变, 此时若依旧采用先微分再积分的解析方法求解将非常困难. 故本文采用数值计算方法, 即将土体按某一小步长分层 (图 5), 并假定小步长范围内的土体非极限状态一致, 通过构建深度范围内主动土压力的数值迭代格式, 进而求解主动土压力问题. 定义第 i 层土体的非极限内摩擦角为 φ_{mi} 、非极限墙土摩擦角为 δ_{mi} 、非极限滑裂面倾角为 β_{mi} , 第 i 层土体所受非极限状态下的竖向平均应力 σ_{vmi} 、墙面处的法向作用力 $\sigma_{\omega mi}$ 、墙面处的切向作用力 $\tau_{\omega mi}$ 、滑动面上的切向作用力 τ_{smi} 及土层间剪应力 $\tau_{\omega vmi}$ 为

$$\begin{cases} \sigma_{\omega mi} = K_{1mi} \sigma_{vmi}, \\ \tau_{\omega mi} = \sigma_{\omega mi} \tan \delta_{mi}, \\ \tau_{smi} = \sigma_{smi} \tan \varphi_{mi}, \\ \tau_{\omega vmi} = K_{2mi} \sigma_{vmi}, \end{cases} \quad (21)$$

式中 K_{1mi} 为第 i 层土体的非极限主动侧土压力系数, 按式 (19) 计算; K_{2mi} 为第 i 层土体的层间剪应力系数, 按式 (20) 计算.

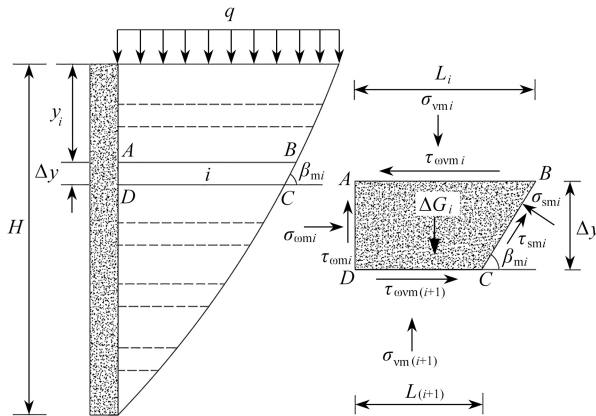


图 5 土体水平条分及受力分析

Fig. 5 The division and stress analysis of horizontal slices in this method

对图 5 所示的第 i 层水平条分体 ABCD 做静力平衡分析, 由水平方向合力为 0 可得

$$\sigma_{\omega mi} \Delta y + \tau_{\omega vmi} L_{i+1} + \tau_{smi} \Delta y \cot \beta_{mi} - \tau_{\omega vmi} L_i - \sigma_{smi} \Delta y = 0. \quad (22)$$

由竖向合力为零可得

$$\sigma_{vmi} L_i + \Delta G_i - \sigma_{vm(i+1)} L_{i+1} - \tau_{\omega mi} \Delta y - \tau_{smi} \Delta y - \sigma_{smi} \Delta y \cot \beta_{mi} = 0, \quad (23)$$

式中 ΔG_i 为第 i 层微滑裂体的自重, L_i 为第 i 层微滑裂体的上界面宽度, 其值为

$$\Delta G_i = \frac{\gamma(L_i + L_{i+1})\Delta y}{2}, \quad (24)$$

$$L_i = (H - i\Delta y) \cot \beta_{mi}. \quad (25)$$

联立式 (8)~(14) 可建立竖向应力 σ_{vmi} 的迭代格式:

$$\sigma_{vm(i+1)} = \frac{\sigma_{vmi}(L_i \lambda_{1mi} - \Delta y \lambda_{2mi}) + \Delta G_i}{L_{i+1} \lambda_{1m(i+1)}}, \quad (26)$$

式中 λ_{1mi} , λ_{2mi} 为迭代过程中的组合系数, 其值为

$$\begin{cases} \lambda_{1mi} = 1 + K_{2mi} \cot(\beta_{mi} - \varphi_{mi}), \\ \lambda_{2mi} = K_{1mi} (\tan \delta_{mi} + \cot(\beta_{mi} - \varphi_{mi})). \end{cases} \quad (27)$$

非极限主动土压力合力依据式 (28) 计算:

$$E_{am} = \sum_{i=1}^n \frac{K_{1mi} \sigma_{vmi} \Delta y}{\cos \delta_m}. \quad (28)$$

非极限主动土压力对墙踵产生的倾覆力矩由式 (29) 计算:

$$M_{am} = \sum_{i=1}^n K_{1mi} \sigma_{vmi} \Delta y \left(H - \frac{(2i-1)\Delta y}{2} \right). \quad (29)$$

非极限主动土压力合力作用点至墙踵的竖向距离由式 (30) 计算:

$$h_{am} = \frac{\sum_{i=1}^n K_{1mi} \sigma_{vmi} \Delta y \left(H - \frac{(2i-1)\Delta y}{2} \right)}{\sum_{i=1}^n K_{1mi} \sigma_{vmi} \Delta y}. \quad (30)$$

至此, 式 (25)~(30) 构成了 RB 模式下非极限主动土压力的数值迭代格式. 迭代过程如下: 1) 选取步长 Δy , 将土体分割为等厚度的 n 层 ($n = H/\Delta y$), 依据本文第 2 节给出的计算方法, 计算每层土体的强度参数. 2) 假设滑裂面为一未知的曲面并赋予每层土体滑裂面倾角, 通过式 (26) 计算该层土体所受的竖向力, 然后代入式 (22) 和式 (23) 验算是否符合静力平衡条件, 若不符合, 则调整滑裂面倾角直至满足稳定性要求. 3) 待各层竖向应力计算完成后, 可依据迭代完成的滑裂面倾角绘制滑裂面曲线, 并进一步计算主动土压力强度、合力、倾覆力矩及作用点. 为保证数值解的计算精度, 同时尽可能地减小计算量, 建议步长 Δy 取 $0.1\%H \sim 0.5\%H$, 初始滑裂面倾角取 $\pi/4 + \varphi_m$.

3 模型试验验证

Fang 等^[28] 通过模型试验, 研究了 RB 位移模式下, 墙背直立且填土面水平的刚性挡墙后土压力强度、合力及作用点位置随挡墙位移的变化规律. 本文将模型试验数据、其他学者的解析结果与本文数值解对比, 进而验证本文解的合理性及适用性.

模型箱尺寸为 2.4 m(长)×1.8 m(宽)×1.2 m(高); 填土容重 $\gamma = 15.34 \text{ kN/m}^3$; 土体高度 $H = 1 \text{ m}$; 极限填土内摩擦角 $\varphi = 33.4^\circ$; 极限墙土摩擦角 $\delta = 2\varphi/3$; 破坏比 $R_f = 0.85$; 填土表面荷载 $q = 0 \text{ kN/m}$; 依据图 6(a) 中静止土压力试验数据反演得到 $K_0 = 0.645$. 图 6~8 为步长 0.002 m 时本文数值解法的计算结果, 由图 6(a) 可知, 本文数值解给出的主动土压力分布曲线与模型试验结果相符, 呈非线性分布, 随位移增加, 非线性逐渐增强. 图 6(b) 给出 $\eta = 2/15$ 时, 本文数值解与基于水平层析法解析解^[15, 29] 的对比结果, 可以看出本文计算方法更为合理, 考虑 RB 模式的基本特性及 K_0 值影响的结果可以有效提高理论解的计算精度.

与 Fang 等一样, 本文定义主动土压力合力系数为 K_h , 大小等于 $2E_a/(\gamma H^2)$, 图 7 为本文数值解与模型试验实测值对 K_h 与作用点位置 (h/H) 的对比结果. 可以看出, 本文解较为准确地估算了主动土压力合力, 对于作用点而言, 本文解与试验值还有一定差距, 这可能是本文解对层间剪应力估算不准造成的.

现有解析解求解之前均事先假定滑裂面为 Rankine 滑裂面或 Coulomb 滑裂面, 但 Rankine 滑裂面在 δ 不等于零时是不成立的, Coulomb 破裂面的求解过程也存在争议^[30-31]. 本文数值解的优越性在于, 不需事先假定滑裂面, 滑裂面可在数值迭代过程中求得. 图 8 为本文求解过程得到的滑裂面曲线, 可以看出 RB 模式下土体

的滑裂面为一近似平面的曲面, 在墙体下部小范围内滑裂面宽度大于经典土压力理论假定的滑裂面, 墙体上部较大范围内小于经典土压力理论假定的滑裂面。

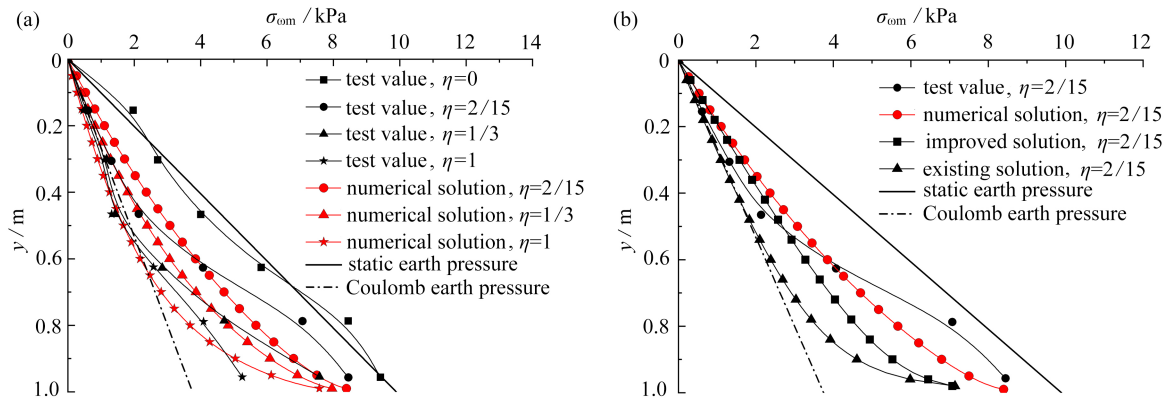


图 6 土压力分布对比结果: (a) 与模型试验对比结果; (b) 与其他解析解对比结果

Fig. 6 Comparison results of earth pressure distributions: (a) comparison results with model tests; (b) comparison results with other analytical solutions

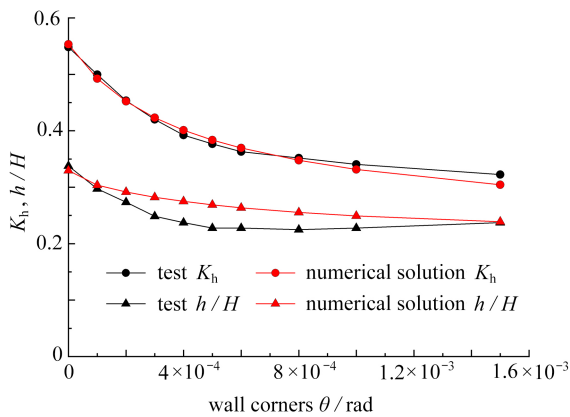


图 7 土压力合力及作用点对比结果

Fig. 7 The resultant forces of earth pressure and the comparison results of action points

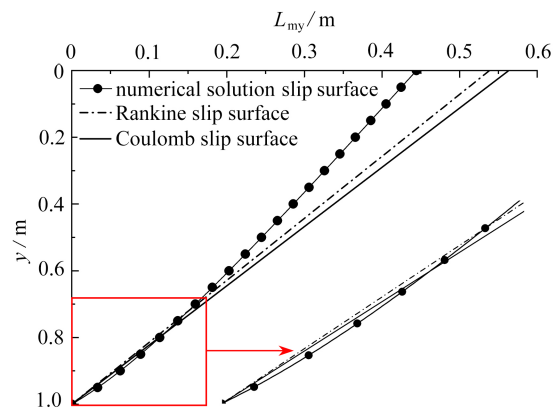


图 8 滑裂面对比结果

Fig. 8 Comparison of sliding surfaces

4 结论与展望

1) 本文基于现有的理论基础, 推导了 RB 模式下土体强度参数与墙体位移的函数关系, 之后将墙后土体按小步长分层, 并不事先假定滑裂面, 构建了 RB 模式下非极限主动土压力的数值计算方法。

2) 本文数值解与模型试验结果及现有解析解的对比发现: RB 模式下墙后滑裂面为一曲面; 本文数值解更为精准, 可以较为准确地预测主动土压力的分布及大小, 仅在预测合力作用点时稍显不足。

3) 本文数值解的求解思路同样可以应用于其他转动变形模式下非极限土压力的求解, 不足之处在于目前层间剪应力的估算并无确切方法, 这会导致合力作用点的估算不准确, 还需要进一步研究。

参考文献 (References):

[1] BANG S. Active earth pressure behind retaining walls[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1985, 111(3): 407-412.

[2] 张常光, 单冶鹏, 高本贤, 等. 刚性挡墙位移土压力的数学拟合公式研究综述[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42(6): 19-30. (ZHANG Changguang, SHAN Yepeng, GAO Benxian, et al. State-of-the-art review on displacement-dependent earth pressure formulations of rigid retaining walls via mathematical fitting functions[J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2020, 42(6): 19-30. (in Chinese))

[3] 卢坤林, 杨扬. 非极限主动土压力计算方法初探[J]. 岩土力学, 2010, 31(2): 615-619. (LU Kunlin, YANG Yang.

- Preliminary study of active earth pressure under nonlimit state[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, **31**(2): 615-619.(in Chinese))
- [4] ZHOU Y T, CHEN Q S, CHEN F Q, et al. Active earth pressure on translating rigid retaining structures considering soil arching effect[J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2018, **22**(8): 910-926.
- [5] 王元战, 唐照评, 郑斌. 墙体绕墙顶转动情况下挡土墙主动土压力分布[J]. *应用数学和力学*, 2004, **25**(7): 695-700. (WANG Yuanzhan, TANG Zhaoping, ZHENG Bin. Distribution of active earth pressure of retaining wall with wall movement of rotation about top[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2004, **25**(7): 695-700.(in Chinese))
- [6] 刘忠玉, 陈捷. 平动模式下考虑剪应力作用的刚性挡土墙主动土压力计算[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(12): 2254-2261. (LIU Zhongyu, CHEN Jie. Active earth pressure against rigid retaining wall considering shear stress under translation mode[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(12): 2254-2261.(in Chinese))
- [7] XIE Y, LESHCHINSKY B. Active earth pressures from a log-spiral slip surface with arching effects[J]. *Géotechnique Letters*, 2016, **6**(2): 149-155.
- [8] LIU M L, CHEN X S, HU Z Z, et al. Active earth pressure of limited $c-\varphi$ soil based on improved soil arching effect[J]. *Applied Sciences*, 2020, **2020**(10): 3243.
- [9] WANG Z H, WU A X, WANG Y M. Calculation of active earth pressure for narrow backfill with a curved slip surface[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2019, **2019**: 3025401.
- [10] XU S Y, KANNANGARA K K P M, TACIROGLU E. Analysis of the stress distribution across a retaining wall backfill[J]. *Computers and Geotechnics*, 2018, **103**: 13-25.
- [11] 陈建旭, 宋文武. 平动模式下挡土墙非极限主动土压力[J]. *岩土力学*, 2019, **40**(6): 2284-2292. (CHEN Jianxu, SONG Wenwu. Non-limit active earth pressure for retaining wall under translational motion[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(6): 2284-2292.(in Chinese))
- [12] 陈建旭, 郭宁, 虞佳颖, 等. 刚性挡墙非极限被动土压力计算方法[J]. *长江科学院院报*, 2020, **37**(11): 107-113, 135. (CHEN Jianxu, GUO Ning, YU Jiaying, et al. Method of calculating non-limit passive earth pressure of rigid retaining wall[J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2020, **37**(11): 107-113, 135.(in Chinese))
- [13] LI D, WANG W, ZHANG Q C. Lateral earth pressure behind walls rotating about base considering arching effects[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, **2014**: 715891.
- [14] 陈建旭, 宋文武, 罗旭, 等. 绕墙底转动挡土墙非极限主动土压力[J]. *中国科技论文*, 2018, **13**(17): 2045-2049. (CHEN Jianxu, SONG Wenwu, LUO Xu, et al. Non-limit state active earth pressure behind retaining wall rotating about the base[J]. *Chinese Science and Technology Paper*, 2018, **13**(17): 2045-2049.(in Chinese))
- [15] 陈奕柏, 柯才桐, 高洪波, 等. 考虑变位影响的刚性挡墙非极限土压力研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2015, **34**(5): 1060-1070. (CHEN Yibai, KE Caitong, GAO Hongbo, et al. Nonlimit state earth pressure against retaining wall considering influence of deformation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015, **34**(5): 1060-1070.(in Chinese))
- [16] 周应英, 任美龙. 刚性挡土墙主动土压力的试验研究[J]. *岩土工程学报*, 1990, **12**(2): 19-26. (ZHOU Yingying, REN Meilong. An experimental study on active earth pressure behind rigid retaining wall[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1990, **12**(2): 19-26.(in Chinese))
- [17] 沈靠山. 覆盖层砂卵石料静止侧压力系数研究[D]. 硕士学位论文. 南京: 河海大学, 2009. (SHEN Kaoshan. Study of coefficient of earth pressure at rest on gravel soil[D]. Master Thesis. Nanjing: Hohai University, 2009. (in Chinese))
- [18] 蔡正银, 代志宇, 徐光明, 等. 颗粒粒径和密实度对砂土 K_0 值影响的离心模型试验研究[J]. *岩土力学*, 2020, **41**(12): 3882-3888. (CAI Zhengyin, DAI Zhiyu, XU Guangming, et al. Effect of particle size and compaction on K_0 value of sand by centrifugal model test[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, **41**(12): 3882-3888.(in Chinese))
- [19] 宋飞, 张建民, 刘超. 各向异性砂土 K_0 试验研究[J]. *岩土力学*, 2010, **31**(12): 3727-3732, 3740. (SONG Fei, ZHANG Jianmin, LIU Chao. Experimental study of K_0 of anisotropic sand[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, **31**(12): 3727-3732, 3740.(in Chinese))
- [20] 施建勇, 雷国辉, 艾英钵, 等. 土压力变化规律的应力路径三轴试验研究[J]. *岩土力学*, 2005, **26**(11): 1700-1704.

- (SHI Jianyong, LEI Guohui, AI Yingbo, et al. Stress path controlled triaxial experimental study of lateral earth pressure behaviour[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, **26**(11): 1700-1704.(in Chinese))
- [21] HANDY R L. The arch in soil arching[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1985, **111**(3).
- [22] 王杰, 夏唐代, 贺鹏飞, 等. 考虑土拱效应的刚性挡墙主动土压力分析[J]. 岩土力学, 2014, **35**(7): 1914-1920. (WANG Jie, XIA Tangdai, HE Pengfei, et al. Analysis of active earth pressure on rigid retaining walls considering soil arching[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, **35**(7): 1914-1920.(in Chinese))
- [23] 徐日庆, 徐叶斌, 程康, 等. 有限土体下考虑土拱效应的非极限主动土压力解[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(2): 362-371. (XU Riqing, XU Yebin, CHENG Kang, et al. Method to calculate active earth pressure considering soil arching effect under nonlimit state of clay[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, **42**(2): 362-371.(in Chinese))
- [24] 刘洋, 于鹏强. 刚性挡土墙平移模式的土拱形状与主动土压力分析[J]. 岩土力学, 2019, **40**(2): 506-516, 528. (LIU Yang, YU Pengqiang. Analysis of soil arch and active earth pressure on translating rigid retaining walls[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(2): 506-516, 528.(in Chinese))
- [25] 杨明辉, 戴夏斌, 赵明华, 等. 墙后有限宽度无黏性土主动土压力试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(1): 131-137. (YANG Minghui, DAI Xiabin, ZHAO Minghua, et al. Experimental study on active earth pressure of cohesionless soil with limited width behind retaining wall[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(1): 131-137.(in Chinese))
- [26] IRDMOOSA G, SHAHIR H. Analytical solution for active earth pressure of $c-\varphi$ soil considering arching effect[J]. *Geomechanics and Geoengineering*, 2019, **14**(2): 71-84.
- [27] HU W, LIU K, ZHU X, et al. Active earth pressure against rigid retaining walls for finite soils in sloping condition considering shear stress and soil arching effect[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2020, **2020**: 6791301.
- [28] FANG Y S, ISHIBASHI I. Static earth pressures with various wall movements[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1986, **112**(3): 317-333.
- [29] 王海, 周亦涛, 江文放. RB模式下考虑土拱效应的非极限主动土压力[J]. 公路, 2016, **61**(10): 29-35. (WANG Hai, ZHOU Yitao, JIANG Wenfang. Non-limit active earth pressure with wall movement of rotation considering soil arching effect[J]. *Highway*, 2016, **61**(10): 29-35.(in Chinese))
- [30] 章瑞文, 徐日庆. 土拱效应原理求解挡土墙土压力方法的改进[J]. 岩土力学, 2008, **29**(4): 1057-1060, 1066. (ZHANG Ruiwen, XU Riqing. Solution of problem of earth pressure on retaining wall calculated by method of soil arching effect[J]. *Rock and soil Mechanics*, 2008, **29**(4): 1057-1060, 1066.(in Chinese))
- [31] 茅以升. 挡土墙土压力的两个经典理论中的基本问题[J]. 土木工程学报, 1954, **1**(3): 249-281. (MAO Yisheng. Some apparent discrepancies in Coulomb's theory and unjustifiable questions about Rankine's theory for earth pressure on retaining walls[J]. *China Civil Engineering Journal*, 1954, **1**(3): 249-281.(in Chinese))