

Hamilton力学下框筒结构剪滞翘曲位移模式研究

胡启平, 陈哲, 周娟

Research on Shear Lag Warping Displacement Modes of Frame-Tube Structures Based on the Hamiltonian Mechanics

HU Qiping, CHEN Zhe, and ZHOU Juan

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420088>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于抽象翘曲位移函数的箱形梁剪力滞效应分析

Analysis of Shear Lag Effects in Box Girders Based on Abstract Warping Displacement Functions

应用数学和力学. 2018, 39(12): 1351-1363

求解病态线性方程组的预处理精细积分法

A Preconditioned Precise Integration Method for Solving Ill-Conditioned Linear Equations

应用数学和力学. 2018, 39(4): 462-469

箱形梁剪力滞效应的分离求解方法及参数影响分析

A Separate Solution Method for Shear Lag Effects in Box Girders and Parameter Analysis

应用数学和力学. 2018, 39(11): 1282-1291

分数阶常微分方程的改进精细积分法

An Improved Precise Integration Method for Fractional Ordinary Differential Equations

应用数学和力学. 2019, 40(12): 1309-1320

求解周期性分段线性系统动态响应的高效数值方法

An Efficient Numerical Method for Computing Dynamic Responses of Periodic Piecewise Linear Systems

应用数学和力学. 2018, 39(7): 737-749

翼板变厚度箱形梁的剪力滞效应分析

Analysis of Shear Lag Effects in Box Girders With Variable-Thickness Flanges

应用数学和力学. 2019, 40(6): 609-619



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

Hamilton 力学下框筒结构剪滞翘曲位移模式研究*

胡启平¹, 陈哲¹, 周娟²

(1. 河北工程大学 土木工程学院, 河北 邯郸 056038;
2. 邯郸职业技术学院 建筑工程系, 河北 邯郸 056001)

摘要: 以等效连续化方法为基础, 在 Hamilton 力学体系下进行框筒结构剪滞翘曲位移函数精度研究. 选用不同类型的函数描述翼缘板的剪滞翘曲位移, 考虑等效板的剪切变形以及纵向翘曲, 得到不同位移函数下结构的总势能及对应的 Lagrange 函数. 区别于传统变分法, 该文在 Hamilton 力学体系下进行问题研究, 导出框筒结构弯曲问题的 Hamilton 正则方程并利用精细积分法求解, 进而计算出柱轴力并进行精度分析. 算例验证结果表明: 使用该方法分析框筒结构的剪力滞后效应是简单可行的; 不同翘曲位移函数的选择对侧移计算结果影响不大, 对轴力求解结果影响较大, 二次抛物线最能反映等效翼缘板的实际翘曲位移; 对比不同形式荷载作用下等效翼缘板中应力分布可知, 随着外荷载合力作用点位置的升高, 结构顶部负剪力滞后效应逐渐减弱至消失.

关键词: 框筒结构; 剪力滞后效应; 翘曲位移函数; Hamilton 对偶求解体系; 精细积分法
中图分类号: O39; TU311.4 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.420088

Research on Shear Lag Warping Displacement Modes of Frame-Tube Structures Based on the Hamiltonian Mechanics

HU Qiping¹, CHEN Zhe¹, ZHOU Juan²

(1. School of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Handan, Hebei 056038, P.R.China;
2. Department of Architectural Engineering, Handan Polytechnic College, Handan, Hebei 056001, P.R.China)

Abstract: Based on the equivalent continuity method, the accuracy of the shear lag warping displacement functions for frame-tube structures was studied under the Hamiltonian mechanics. Different types of functions were selected to describe the shear lag warping displacement of the flange plate, and the shear deformation and longitudinal warping of the equivalent plate were considered. The total potential energy of the structure and the corresponding Lagrangian function under different displacement modes were obtained. Not with the traditional variational methods, the problem was studied under the Hamiltonian mechanics system. The Hamiltonian canonical equation for the frame-tube structure was derived and solved with the precise integration method, then the column axial force was calculated and the accuracy was analyzed. The verification results of the calculation examples show that, this method is simple and feasible to analyze the shear lag effects of the frame-tube structures. The choice of different warping displacement functions has little effect on the lateral displacement calculation results, but has great influence on the axial force solution, and the quadratic parabola can best reflect the actual warping displacement distribution of the flange. Comparison of the stress distributions in the equivalent flange under different types of loads indicate that, with the increase of the position of the external load resultant force, the

* 收稿日期: 2021-04-06; 修订日期: 2021-06-17

基金项目: 河北省自然科学基金(E2016402110)

作者简介: 胡启平(1963—), 男, 教授, 硕士, 硕士生导师(E-mail: huqiping@hebeu.edu.cn);
周娟(1982—), 女, 讲师, 硕士(通讯作者. E-mail: 41249061@qq.com).

引用格式: 胡启平, 陈哲, 周娟. Hamilton 力学下框筒结构剪滞翘曲位移模式研究[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(4): 374-381.

negative shear-lag effect on the top gradually weakens to disappear.

Key words: frame-tube structure; shear-lag effect; warping displacement function; Hamiltonian duality solution system; precise integration method

引 言

框筒结构是现代高层建筑结构体系最重大的发展之一, 主要由沿建筑物周边布置的密柱深梁框架形成的筒体提供抗侧力. 水平荷载作用下, 结构中柱的轴力主要依靠深梁进行传递, 由于深梁剪切变形的影响, 导致同一榀框架柱中, 轴力不均匀分布^[1], 此即剪力滞后效应. 此时, 翼缘和腹板内的正应力呈曲线分布, 若计算仍采用平截面假定则误差较大. 采用等效连续体法分析剪力滞后效应影响下框筒结构内力时, 翼缘和腹板不同翘曲位移函数的选择将直接影响求解精度, 因此选择一种精度较高的位移函数显得尤为重要. 学者们常选用抛物线来模拟框筒结构翼缘和腹板的翘曲位移. 曾新等^[2-3]分别用线性函数和抛物线模拟腹板和翼缘的翘曲位移; 龚胡广等^[4-6]对翼缘和腹板分别采用二次和三次曲线; 金仁和等^[7]介绍了三次和五次曲线; 相比于框筒结构, 箱梁的假设翘曲位移模式就比较丰富, 如抛物线^[8-9]、悬链线^[10]、余弦函数^[10]、指数函数和椭圆曲线^[11]等.

目前, 学者们对箱梁结构剪滞翘曲位移模式的对比研究较多, 很少有学者进行框筒结构剪滞翘曲位移模式的对比研究. 因此, 将其他形式的位移模式引入框筒结构并进行精度分析是很有意义的. 两者虽然有许多相似之处, 但又有较大差别: 横向荷载作用下框筒的腹板框架同翼缘框架一样, 同样承受较大轴力, 剪力滞后现象严重, 箱梁则不然.

本文基于连续化方法^[12], 假设翼缘翘曲位移分别按四种函数形式分布, 同时对应的腹板翘曲位移用三次曲线描述, 区别于常规方法, 在 Hamilton 力学体系中进行考虑剪力滞后效应影响的框筒结构内力求解. 相比于能量变分法, 本文在不同形式荷载和边界条件下, 无需进行复杂的代数运算推导. 借助软件编程采用精细积分法^[13-16]进行求解, 解出所设广义位移的高精度数值解, 得到了不同位移模式下的结构侧移及柱轴力值. 以此为基础, 对比分析各个位移函数的精度, 得出了一些有益结论, 为框筒结构剪滞翘曲位移模式的选择提供参考.

1 计算模型及位移函数选择

1.1 计算模型

如图 1 所示, 采用轴向刚度和剪切刚度等效的原则^[1], 将四榀框架等效为正交异性平板, 通过和等效角柱相连, 围成四角处加强的悬臂薄壁筒. 以形心为原点, 建立图示空间直角坐标系, 筒体截面关于 x 轴和 y 轴对称. 腹板和翼缘的宽度分别为 $2a$ 和 $2b$, H 为结构高度. t_f 和 t_w , E_f 和 E_w , G_f 和 G_w 分别为翼缘和腹板的等效厚度、等效弹性模量和等效剪切模量, 其具体计算方法可参阅文献 [6-7].

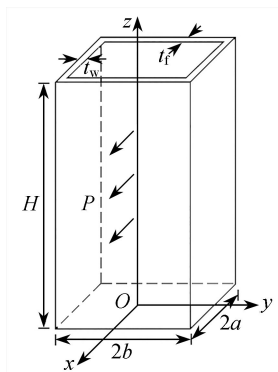


图 1 等效筒模型

Fig. 1 The equivalent tube model

为了忽略次要因素的影响, 可对计算模型做出如下基本假定: 1) 各层楼板的平面内刚度无穷大, 不考虑楼板的平面外刚度; 2) 地基为刚性地基; 3) 不考虑等效板纵向纤维之间的横向及纵向挤压变形且不考虑其平面外的剪应变.

1.2 翼缘翘曲位移函数及Lagrange 函数的推导

假设等效筒体翼缘、腹板和角柱的纵向翘曲位移沿板宽方向分布形式分别为^[5]

$$w_f = \pm a[\theta(z) - \omega(y)W(z)], \quad -b \leq y \leq b, \quad (1)$$

$$w_w = -x \left[\theta(z) - \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \frac{a}{2b} W(z) \right], \quad -a \leq x \leq a, \quad (2)$$

$$w_c = \pm a\theta(z), \quad (3)$$

式中, $\theta(z)$ 为筒体截面的转角, $\omega(y)$ 为翘曲函数, $W(z)$ 为最大纵向位移差函数, 翼缘和腹板相同. 选取结构侧移 $u(z)$ 、截面转角 $\theta(z)$ 和最大纵向位移差函数 $W(z)$ 作为广义位移, 表述结构应变.

当翘曲函数为二次抛物线时,

$$\omega(y) = 1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2; \quad (4)$$

当翘曲函数为余弦函数时,

$$\omega(y) = \cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right); \quad (5)$$

当翘曲函数为悬链线函数时,

$$\begin{cases} \omega(y) = 2 - \cosh(\eta y), \\ \eta = \ln(2 + \sqrt{3})/b; \end{cases} \quad (6)$$

当翘曲函数为指数函数时,

$$\omega(y) = \frac{e - e^{y/b}}{e - 1}. \quad (7)$$

根据弹性理论以及基本假定写出结构体系各部分的应变能为

$$\begin{cases} \Pi_f = 2t_f \int_0^H \int_{-b}^b \left[\frac{1}{2} E_f \left(\frac{\partial w_f}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} G_f \left(\frac{\partial w_f}{\partial y} \right)^2 \right] dy dz, & \text{flanges,} \\ \Pi_w = 2t_w \int_0^H \int_{-a}^a \left[\frac{1}{2} E_w \left(\frac{\partial w_w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} G_w \left(\frac{\partial w_w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] dx dz, & \text{webs,} \\ \Pi_c = 4A_c \int_0^H \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial w_c}{\partial z} \right)^2 dz, & \text{corner columns,} \end{cases} \quad (8)$$

式中, E 为等效连续化前材料的弹性模量; A_c 为角柱的截面面积, 由于等效时角柱中一部分已经计入与之相邻的翼缘和腹板内, 所以计算时应当扣除相邻两中柱截面面积之和的一半.

当受到沿结构高度变化的分布荷载和顶部集中力时, 结构体系的外力势能可分别表示为

$$\begin{cases} \Pi_p = - \int_0^H q(z) u(z) dz, \\ \Pi_p = -Pu(H). \end{cases} \quad (9)$$

故框筒结构体系在横向荷载下的总势能为

$$\Pi = \Pi_f + \Pi_w + \Pi_c + \Pi_p. \quad (10)$$

将式(4)~(7)代入式(1)即可得到翼缘板不同形式的翘曲位移函数, 分别将其与式(2)、(3)共同代入式(8)、(9)进行积分并求和, 即可得到结构体系用选定各广义位移表示的总势能的积分表达式. 框筒结构弯曲问题的 Lagrange 函数即为结构的总势能密度, 也就是总势能积分表达式中的被积函数, 如下式所示:

$$\begin{aligned} L = & \int_{-b}^b t_f \left[E_f \left(\frac{\partial w_f}{\partial z} \right)^2 + G_f \left(\frac{\partial w_f}{\partial y} \right)^2 \right] dy + \int_{-a}^a t_w \left[E_w \left(\frac{\partial w_w}{\partial z} \right)^2 + G_w \left(\frac{\partial w_w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] dx + \\ & 2EA_c \left(\frac{\partial w_c}{\partial z} \right)^2 - qu. \end{aligned} \quad (11)$$

限于篇幅, 下面以翼缘板的翘曲函数为悬链线函数为例, 推导出结构的 Lagrange 函数:

$$L = \frac{1}{2} E_f (2J_f) \left(\dot{\theta}^2 + A \dot{\theta} \dot{W} + B \dot{W}^2 + \frac{G_f \eta}{4bE_f} C W^2 \right) + \frac{1}{2} E_w (2J_w) \left(\dot{\theta}^2 - \frac{2a}{5b} \dot{\theta} \dot{W} + \frac{2a^2}{35b^2} \dot{W}^2 \right) + \frac{1}{2} G_w (2A_w) \left[(\dot{u} - \dot{\theta})^2 + \frac{a^2}{5b^2} W^2 \right] + \frac{1}{2} E (4J_c) \dot{\theta}^2 - qu, \tag{12}$$

其中, $A = \frac{2 \sinh(b\eta)}{b\eta} - 4$, $B = \frac{9}{2} + \frac{\sinh(2b\eta) - 16 \sinh(b\eta)}{4b\eta}$, $C = \sinh(2b\eta) - 2b\eta$; (\cdot) 表示对 z 的导数, t 为正交异性板的等效厚度; 等效翼缘板对 y 轴的惯性矩 $J_f = 2bta^2$, 等效腹板对 y 轴的惯性矩 $J_w = \frac{2}{3} a^3 t$, 角柱对 y 轴的惯性矩 $J_c = A_c a^2$, $A_w = 2at$. 将上述 Lagrange 函数写成矩阵形式:

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T K_{22} \dot{q} + \dot{q}^T K_{21} q + \frac{1}{2} q^T K_{11} q - g^T q, \tag{13}$$

式中

$$q = [u, \theta, W]^T, \quad \dot{q} = [\dot{u}, \dot{\theta}, \dot{W}]^T, \quad g = [q, 0, 0]^T,$$

$$K_{22} = \begin{pmatrix} 2G_w A_w & 0 & 0 \\ 0 & 2E_f J_f + 2E_w J_w + 4E J_c & AE_f J_f - \frac{2a}{5b} E_w J_w \\ 0 & AE_f J_f - \frac{2a}{5b} E_w J_w & 2BE_f J_f + \frac{4a^2}{35b^2} E_w J_w \end{pmatrix},$$

$$K_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2G_w A_w & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\eta}{2b} C G_f J_f + \frac{2a^2}{5b^2} G_w A_w \end{pmatrix}, \quad K_{21} = \begin{pmatrix} 0 & -2G_w A_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2 框筒结构弯曲问题的 Hamilton 对偶体系

2.1 Hamilton 正则方程的导出

通过 Legendre 变换, 引入广义位移 q 的对偶变量 p , p 的物理意义即各选定广义位移所对应的广义力. 其表达式为

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = K_{22} \dot{q} + K_{21} q, \tag{14}$$

由式 (14) 可解出

$$\dot{q} = -K_{22}^{-1} K_{21} q + K_{22}^{-1} p. \tag{15}$$

现在导入 Hamilton 函数 $H = H(q, p) = p^T \dot{q} - L(q, \dot{q})$, 将式 (15) 代入 Hamilton 函数消去 \dot{q} , 得到矩阵形式的 Hamilton 函数表达式:

$$H = H(q, p) = p^T \dot{q} - L(q, \dot{q}) = p^T A q - \frac{1}{2} q^T B q + \frac{1}{2} p^T D p + h_q^T p - h_p^T q, \tag{16}$$

式中 $h_q = 0$, $h_p = -g$, 且 $A = -K_{22}^{-1} K_{21}$, $B = K_{11} - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21}$, $D = K_{22}^{-1}$; 当翼缘选择不同分布形式的翘曲函数时, 由 1.2 小节分析可得相应的各 K_{ij} 矩阵. 其中悬链线分布形式下的各 K_{ij} 矩阵, 如 1.2 小节所述.

由矩阵形式的 Hamilton 函数导出框筒结构弯曲问题的 Hamilton 正则方程:

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} = A q + D p + h_q, \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} = B q - A^T p + h_p. \end{cases} \tag{17}$$

记

$$v = \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} A & D \\ B & -A^T \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} h_q \\ h_p \end{bmatrix},$$

上述方程可进一步简化为如下形式:

$$\dot{v} = Hv + h. \quad (18)$$

2.2 边界条件以及Hamilton 正则方程求解

式(18)即为框筒结构弯曲问题分析的 Hamilton 正则方程,该方程是关于 u, θ, W 这3个广义位移以及各自对应的广义力这6个基本变量的一阶常微分方程组.本文计算模型相当于一根承受横向荷载的箱型悬臂梁,边界条件可取为 $q_0=0, p_L=0$.取区段长度为 η ,将结构沿高度离散为 $n = H/\eta$ 段,再将每一区段细分为 2^N 微段,一般取 $N = 20$.利用幂函数展开法计算微段的区段混合能矩阵^[13-14],由于微段足够小,取前四项即可将误差排除在计算机字长外.微段两两合并 N 次,整合出 η 长区段的混合能矩阵,计算时只考虑增量,可免除舍入误差的干扰.考虑外荷载作用,合并区段计算整个结构的混合能矩阵.以此为基础,考虑边界条件,根据两端状态向量,进一步得到各分段节点处的状态向量^[15-16].将其代入式(17)中第一式,可求得广义位移的一阶导数.

将沿层高分布的结点处的广义位移导数代入下式,即可得到高度 z 处翼缘和腹板的应力分布:

$$\begin{cases} \sigma_f(y, z) = E_f a [\dot{\theta}(z) - \omega(y) \dot{W}(z)], \\ \sigma_w(x, z) = -E_w x \left[\dot{\theta}(z) - \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \frac{a}{2b} \dot{W}(z) \right]. \end{cases} \quad (19)$$

为得到所求柱轴力值,将应力在柱对应面域内积分.假设柱距为 d ,则 y_i 处的翼缘框架柱轴力 N_f 、 x_i 处的腹板框架柱轴力 N_w 和角柱轴力 N_c 分别为

$$N_f = \int_{y_i - \frac{d}{2}}^{y_i + \frac{d}{2}} t_f \sigma_f(y, z) dy, \quad N_w = \int_{x_i - \frac{d}{2}}^{x_i + \frac{d}{2}} t_w \sigma_w(x, z) dx, \quad (20)$$

$$N_c = \int_{b - \frac{d}{2}}^b t_f \sigma_f(y, z) dy + \int_{a - \frac{d}{2}}^a t_w \sigma_w(x, z) dx + A_c E a \theta'(z). \quad (21)$$

3 算例分析

3.1 计算实例

采用文献[1]中算例,1/4平面图如图2所示.结构层高3 m,共20层.梁截面尺寸为0.35 m×0.8 m,中柱截面尺寸为0.5 m×0.9 m,角柱截面尺寸为0.9 m×0.9 m,柱间距均为3 m.钢筋混凝土材料,弹性模量 $E = 3 \times 10^4$ MPa,剪切模量 $G = 1.2 \times 10^4$ MPa,等效剪切模量 $G_f = G_w = 2.395 \times 10^3$ MPa.结构工况:①顶部 $P = 2000$ kN水平集中力;②水平倒三角形分布荷载 $q_{\max} = 66.67$ kN/m;③水平均布荷载 $q = 33.33$ kN/m.本文方法的计算结果见表1和表2.

表1 工况①下结构底层柱轴力计算值及相对误差

Table 1 The axial force values and relative errors of the bottom floor column under working condition ①

column number	ref. [1] N/kN	function type N/kN				relative error $\delta_1/\%$			
		quadratic function	cosine function	catenary function	exponential function	quadratic function	cosine function	catenary function	exponential function
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	48.90	51.32	50.08	52.01	47.97	4.95	2.42	6.36	-1.90
3	105.80	108.53	106.07	109.85	102.20	2.58	0.26	3.83	-3.40
4	178.80	177.51	173.87	179.36	168.94	-0.72	-2.76	0.31	-5.52
5	275.90	264.15	259.38	266.35	254.44	-4.26	-6.00	-3.46	-7.78
6	698.00	644.80	636.71	647.67	629.60	-7.62	-8.78	-7.21	-9.80
7	304.50	283.86	291.09	278.81	288.19	-6.78	-4.41	-8.44	-5.36
8	223.00	210.29	220.09	204.51	223.82	-5.70	-1.30	-8.30	0.37
9	159.60	153.06	159.13	150.16	169.32	-4.10	-0.29	-5.92	6.09
10	114.40	112.19	112.36	113.11	123.20	-1.94	-1.79	-1.13	7.69
11	87.20	87.66	82.95	91.57	84.15	0.53	-4.87	5.01	-3.50
12	78.10	79.49	72.92	84.50	58.69	1.77	-6.63	8.20	-24.85

表 2 工况①下结构最大侧移值及相对误差
Table 2 Maximum side shift values and relative errors of the structure under working condition ①

ref. [1] u/cm	function type u/cm				relative error $\delta_2/\%$			
	quadratic function	cosine function	catenary function	exponential function	quadratic function	cosine function	catenary function	exponential function
0.75	0.7685	0.7663	0.7691	0.7638	2.47	2.17	2.55	1.84

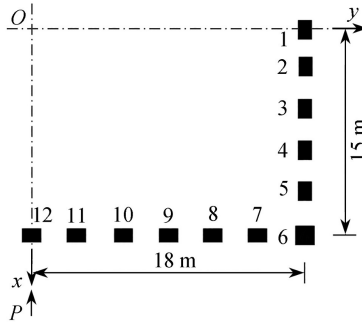


图 2 算例平面图
Fig. 2 The plan of the example

3.2 计算精度对比

文献 [1] 采用假设应力函数分布的方法求解, 该算例被广泛对比引用. 为便于比较, 将文献 [1] 中结果于表 1 中一并列出, 此外图 3 还给出了等效筒在集中荷载下翼缘底部应力与有限元结果的对比. 可以看出本文结果与有限元结果分布趋势一致, 吻合良好, 从平均误差来看, 二次抛物线吻合最好. 表 1 和图 4 分别给出了工况 1 下结构底层柱轴力计算值和结构的侧移曲线. 从表 1 可以看出, 本文方法的计算结果与文献结果吻合良好, 大部分误差在 5% 以内. 采用指数函数时最大误差出现在翼缘中柱位置处, 这是由于指数函数为非对称函数, 仅选取了其函数值在 0~1 之间的部分模拟翼缘的翘曲位移, 故选取的对称轴处误差较大, 其余函数形式的最大误差出现在角柱位置. 由图 4 的侧移曲线可见, 选取不同函数时的侧移计算结果差别非常小, 侧移值的计算对函数类型的选取并不敏感, 顶部侧移的具体数值及相对误差见表 2, 其中指数函数的误差最小.

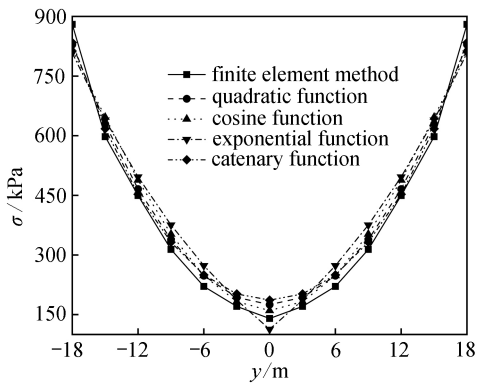


图 3 等效筒底部应力对比
Fig. 3 Stress comparison at the bottom of the equivalent tube

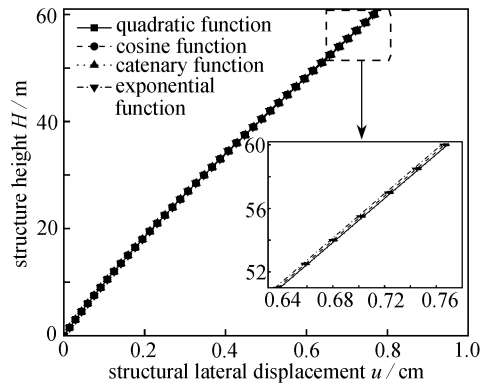


图 4 不同翘曲函数下结构侧移曲线
Fig. 4 Curves of structural lateral displacements with different warping functions

综合对比柱轴力和结构侧移的计算结果, 可以看出翘曲函数为二次抛物线时的吻合度最高, 其次为余弦函数. 因此, 在此类问题分析时建议优先选用二次抛物线模拟结构的纵向翘曲位移.

3.3 荷载形式对剪力滞后效应的影响分析

采用精度较高的二次抛物线模拟结构的纵向翘曲位移, 分析工况①~③下结构翼缘板的应力分布. 图 5~7 给出了工况①~③下结构底部、18 m 处、36 m 处以及 54 m 处等效翼缘板的应力分布情况.

可以看出, 从结构底部到结构顶部, 三种工况下截面的应力分布均更趋均匀, 剪力滞后程度明显减小. 对比三种工况下结构 54 m 处的应力分布情况, 能看出在均布荷载和倒三角形分布荷载作用下结构上部均出现

了负剪力滞后现象,而顶部集中力作用时则无此现象.

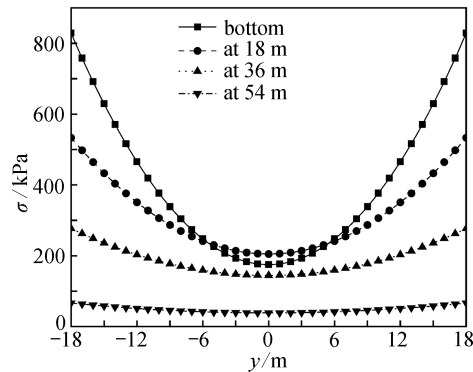


图5 工况①下不同高度处翼缘应力分布

Fig. 5 Flange stress distributions at different heights under working condition ①

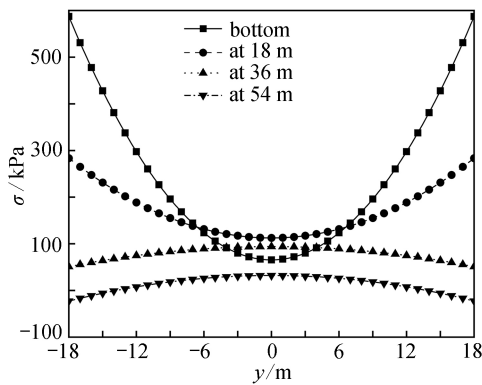


图6 工况②下不同高度处翼缘应力分布

Fig. 6 Flange stress distributions at different heights under working condition ②

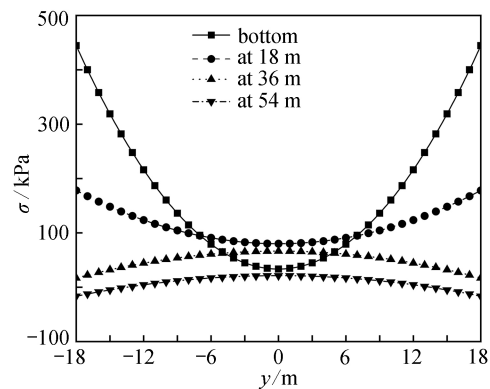


图7 工况③下不同高度处翼缘应力分布

Fig. 7 Flange stress distributions at different heights under working condition ③

4 结 论

1) 使用本文 Hamilton 力学的方法进行框筒结构的弯曲分析,避免了传统方法繁杂的力学推导,且相应的精细积分算法有较高精确度.除了能得到柱轴力以外,还可以直观地得出截面应力、广义位移和对应广义力沿结构高度的分布情况.借助于软件编程,可在初步设计阶段对结构方案进行快速分析.

2) 不同翘曲位移函数的选择对结构侧移的计算结果影响不大,但对轴力的求解精度影响较大.相比于其他形式的函数,二次抛物线对剪滞翘曲位移的描述更准确,相应的柱轴力求解精度亦最高.建议框筒结构内力分析时,优先选用二次抛物线来模拟结构的纵向翘曲位移.

3) 荷载形式对框筒剪力滞后效应的影响,本质上是荷载合力作用点位置的影响.荷载合力作用点的位置距离结构的自由端越近,结构顶部的负剪力滞后程度就越小,从均布荷载到顶部集中力,合力作用点的位置越来越高,以至于在顶部集中力作用下,结构顶部无负剪力滞后现象产生.

参考文献(References):

- [1] 包世华,张铜生.高层建筑结构设计和计算[M].北京:高等教育出版社,2013.(BAO Shihua, ZHANG Tongsheng. *Design and Analysis of Tall-Building Structure*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2013. (in Chinese))
- [2] 曾新,马乐,谢华.框筒结构剪力滞后效应分析[J].广西大学学报(自然科学版),2007,32(S2): 453-456.(ZENG Xin, MA Le, XIE Hua. Analysis of shear-lag effect in framed tube structure[J]. *Journal of Guangxi University (Natural Science)*, 2007, 32(S2): 453-456. (in Chinese))
- [3] 刘中辉,王全凤.框筒结构长宽比对剪力滞后的影响及其分析[J].华侨大学学报(自然科学版),2005,26(3): 331-332.

- (LIU Zhonghui, WANG Quanfeng. Influence of length-width ratio of framed tube structure on shear lag and its analysis[J]. *Journal of Huaqiao University (Natural Science)*, 2005, **26**(3): 331-332.(in Chinese))
- [4] 龚胡广, 方辉, 沈蒲生. 框筒结构的简化分析方法[J]. *建筑结构*, 2006, **36**(7): 79-82. (GONG Huguang, FANG Hui, SHEN Pusheng. Simplified method for calculating frame-tube structure[J]. *Building Structure*, 2006, **36**(7): 79-82.(in Chinese))
- [5] 李耀庄, 翟治鹏, 项正良. 基于翘曲位移函数的框筒结构剪力滞后效应研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2017, **14**(7): 1505-1511. (LI Yaozhuang, ZHAI Zhipeng, XIANG Zhengliang. Research on shear lag effect of frame tube structure based on warping displacement function[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2017, **14**(7): 1505-1511.(in Chinese))
- [6] 张玉芳. 高层建筑框筒结构简化分析方法研究[D]. 硕士学位论文. 长沙: 湖南大学, 2005. (ZHANG Yufang. Study on simplified methods to analyze framed-tube structures of high-rise buildings[D]. Master Thesis. Changsha: Human University, 2005. (in Chinese))
- [7] 金仁和, 魏德敏. 框筒结构剪力滞后研究现状与思考[J]. *建筑钢结构进展*, 2008, **10**(2): 23-27. (JIN Renhe, WEI Demin. Current investigation and expectation on the shear lag of framed-tube structures[J]. *Progress in Steel Building Structures*, 2008, **10**(2): 23-27.(in Chinese))
- [8] 张玉平, 胡火全, 李传习, 等. 薄壁箱梁剪力滞翘曲位移函数的改进与对比分析[J]. *应用力学学报*, 2016, **33**(6): 1099-1105. (ZHANG Yuping, HU Huoquan, LI Chuanxi, et al. An improvement and comparative analysis of shear lag warping displacement function in thin-walled box girder[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2016, **33**(6): 1099-1105.(in Chinese))
- [9] 赵庆友, 张元海, 邵江艳. 翼板变厚度箱形梁的剪力滞效应分析[J]. *应用数学和力学*, 2019, **40**(6): 609-619. (ZHAO Qingyou, ZHANG Yuanhai, SHAO Jiangyan. Analysis of shear lag effects in box girders with variable-thickness flanges[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, **40**(6): 609-619.(in Chinese))
- [10] 蔡恒, 卢海林, 汤正. 考虑剪力滞效应的曲线箱梁自振特性研究[J]. *世界地震工程*, 2016, **32**(4): 239-244. (CAI Heng, LU Hailin, TANG Zheng. Vibration properties research on curved box girder considering shear lag effects[J]. *World Earthquake Engineering*, 2016, **32**(4): 239-244.(in Chinese))
- [11] 甘亚南, 周广春. 薄壁箱梁纵向剪滞翘曲函数精度选择的研究[J]. *工程力学*, 2008, **25**(6): 100-106. (GAN Yanan, ZHOU Guangchun. An approach for precision selection of longitudinal shear lag warping displacement function of thin-walled box girders[J]. *Engineering Mechanics*, 2008, **25**(6): 100-106.(in Chinese))
- [12] 胡启平, 卢明. 筒中筒结构协同分析新方法[J]. *工程力学*, 2007, **24**(S1): 150-153. (HU Qiping, LU Ming. New method for coordination analysis of tube-in-tube structures[J]. *Engineering Mechanics*, 2007, **24**(S1): 150-153.(in Chinese))
- [13] 钟万勰. 应用力学对偶体系[M]. 北京: 科学出版社, 2002. (ZHONG Wanxie. *Dual System of Applied Mechanics*[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese))
- [14] 钟万勰. 应用力学的辛数学方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006. (ZHONG Wanxie. *Symplectic Solution Methodology in Applied Mechanics*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese))
- [15] 胡启平, 王丽娟. 基础隔震框架结构动力时程分析的精细积分法[J]. *广西大学学报(自然科学版)*, 2016, **41**(4): 939-944. (HU Qiping, WANG Lijuan. Precise integration method for dynamic time history analysis of base-isolation frame structures[J]. *Journal of Guangxi University (Natural Science)*, 2016, **41**(4): 939-944.(in Chinese))
- [16] 汪梦甫, 周锡元. 结构动力方程的高斯精细时程积分法[J]. *工程力学*, 2004, **21**(4): 13-16. (WANG Mengfu, ZHOU Xiyuan. Gauss precise time-integration of structural dynamic analysis[J]. *Engineering Mechanics*, 2004, **21**(4): 13-16.(in Chinese))