

侧向加热腔体中的多圈型对流斑图*

宁利中¹, 张珂¹, 宁碧波², 吴昊¹, 田伟利³

- (1. 西安理工大学 水利水电学院, 西安 710048;
2. 嘉兴学院 建筑工程学院, 浙江 嘉兴 314001;
3. 上海大学 建筑系, 上海 200444)

摘要: 基于流体力学方程组的数值模拟,研究了倾角 $\theta = 90^\circ$ 时侧向加热的大高宽比腔体中的对流斑图.对于 Prandtl 数 $Pr = 6.99$ 的流体,在相对 Rayleigh 数 $2 \leq Ra_r \leq 25$ 的范围内,腔体中发生的是单圈型对流斑图.对于 $Pr = 0.0272$ 的流体,取 $Ra_r = 13.9$,随着计算时间的发展,腔体中由最初单圈型对流斑图过渡到多圈型对流斑图,这是出现在侧向加热大高宽比腔体中的新型对流斑图.对不同 Ra_r 情况的计算结果表明, Ra_r 对对流斑图的形成存在明显的影响.当 $Ra_r \leq 4.4$ 时是单圈型对流滚动;当 $Ra_r = 8.9 \sim 11.1$ 时是过渡状态;当 $Ra_r \geq 13.9$ 时是多圈型对流滚动.对流最大振幅和 Nusselt 数 Nu 随着相对 Rayleigh 数的增加而增加.该对流斑图与 $Pr = 6.99$ 时对流斑图的比较说明,对流斑图的形成依赖于 Prandtl 数.

关键词: 单圈型; 多圈型; 对流斑图; 侧向加热腔体

中图分类号: O357

文献标志码: A

DOI: 10.21656/1000-0887.400165

引言

对加热引起的自然对流的研究源于一百多年前 Bénard 对于底部加热流体的实验.此后,实验研究和理论分析相继展开,获得了一系列的成果^[1-2].近几十年来,关于底部加热流体的 Rayleigh-Bénard 对流,引出了大量的研究活动:文献[3-7]运用不同的数值模拟方法研究了对流运动、行波对流及其结构、局部行波等.文献[8-12]利用有限容积法离散了流体力学控制方程组,数值研究了对流行波的缺陷、对流解及其影响因素、对流的分区与斑图等.如果底部加热的腔体倾斜放置,腔体中的对流将出现许多新的特点^[13-18].腔体中的对流斑图随着倾斜角度 θ 的变化而变化:当 $\theta = 0^\circ$ 时,系统变为底部加热腔体的对流问题,即 Rayleigh-Bénard 对流问题;当 $\theta = 90^\circ$ 时,系统变成侧向加热腔体的对流问题.关于侧向加热腔体的对流问题已经有了一些研究成果:文献[19-21]研究了小高宽比侧向加热腔体中的对流问题;文献[22]较早开展了大高宽比侧向加热腔体中的对流问题研究;文献[23-24]研究了加热方式对大高宽比侧向加热腔体中的对流的影响;文献[25-26]讨论了扰动的发展,并揭示了一种新型对流结构.由于对侧

* 收稿日期: 2019-05-09; 修订日期: 2019-05-24

基金项目: 国家自然科学基金(10872164)

作者简介: 宁利中(1961—),男,教授,博士(通讯作者. E-mail: ninglz@xaut.edu.cn).

引用格式: 宁利中,张珂,宁碧波,吴昊,田伟利.侧向加热腔体中的多圈型对流斑图[J].应用数学和力学,2020,41(3):250-259.

向加热腔体中的对流问题的研究主要集中在小高宽比的情况下,因此,到目前为止,对大高宽比侧向加热腔体中对流问题的研究仍然是初步的,有必要对大高宽比侧向加热腔体中的对流问题进行进一步的研究。

本文建立了具有倾斜角度 θ 的底部加热腔体的一般模型.对于侧向加热腔体的对流问题,在计算中考虑模型中的倾斜角度为 $\theta = 90^\circ$.基于流体力学方程组的数值模拟,研究了倾角 $\theta = 90^\circ$ 时侧向加热的大高宽比腔体中的对流斑图.研究发现,对于 Prandtl 数 $Pr = 6.99$ 的流体,在相对 Rayleigh 数 $2 \leq Ra_r \leq 25$ 的范围内,腔体中仅出现单圈型对流斑图.对于 $Pr = 0.0272$ 的流体, Ra_r 对对流斑图的形成存在明显的影响.当 $Ra_r \leq 4.4$ 时是单圈型对流滚动;当 $Ra_r = 8.9 \sim 11.1$ 时是过渡状态;当 $Ra_r \geq 13.9$ 时是多圈型对流滚动.多圈型对流滚动是出现在侧向加热的大高宽比腔体中的新型对流斑图.与 $Pr = 6.99$ 时对流斑图的比较说明,对流斑图的形成依赖于 Prandtl 数.

1 数学物理模型

倾角为 θ , 坐标系为 xOy 的底部加热矩形二维腔体如图 1 所示.当 $\theta = 0^\circ$ 时为底部加热腔体的对流问题,即 Rayleigh-Bénard 对流问题;当 $\theta = 90^\circ$ 时为侧向加热腔体的对流问题.当 Rayleigh 数超过某个临界值时,腔体内发生对流.采用 Boussinesq 近似,这时描述流体对流的流体力学基本方程组可表示为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial y} = -\frac{\partial p_{\text{eff}}}{\rho_0 \partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g\alpha(T - T_0) \sin \theta, \tag{2}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(w^2)}{\partial y} = -\frac{\partial p_{\text{eff}}}{\rho_0 \partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + g\alpha(T - T_0) \cos \theta, \tag{3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(wT)}{\partial y} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \tag{4}$$

式中, $p_{\text{eff}} = p + \rho_0 g y \cos \theta + \rho_0 g x \sin \theta$; p 是压强; u 表示沿 x 方向的速度; w 表示沿 y 方向的速度; t 为时间; g 为重力加速度; ρ 为密度; α 为热引起的体积膨胀系数, $\alpha = -(1/\rho_0)(\partial \rho(T, p)/\partial T)$; T 表示温度; ν 是运动黏性系数; κ 为热扩散系数, $\kappa = \lambda/(\rho_0 c_p)$, λ 为热传导系数, c_p 为定压比热容; 下标 0 表示相应物理量的参考值。

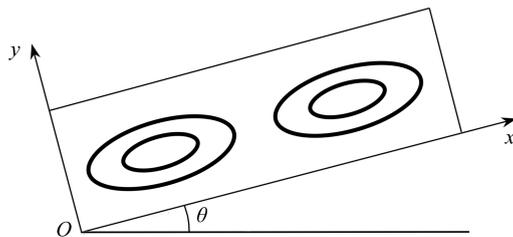


图 1 腔体中的对流

Fig. 1 Convection in a cavity

计算中采用的边界条件如下:

当 $x = 0, L_x$ 时, $u = w = 0, \partial T / \partial x = 0$;

当 $y = 0$ 时, $u = w = 0, T = T_0 + 0.5\Delta T$;

当 $y = d$ 时, $u = w = 0, T = T_0 - 0.5\Delta T$,

式中, d 是腔体高度, L_x 为计算腔体的长度.

初始流速为 $u = w = 0$, 初始温度为平均温度 T_0 .

在数值模拟中, 根据有限容积法对控制方程组进行了离散, Simple 算法用于求解速度-压力耦合方程. 采用均匀交错网格系统. 对流项采用二阶精度的乘方差分格式, 扩散项采用中心差分格式. 文献[25]对 $d/20$ 与 $d/30$ 两种不同网格的比较发现, 控制物理量基本相同. 因此, 本文采用 $d/20$ 的网格, 时间步长采用 $\Delta t = 0.02 \text{ s}$.

本文讨论中采用无因次参数. 对流可用 Rayleigh 数 $Ra = g\alpha\Delta T d^3 / (\kappa\nu)$, 为了方便, 使用相对 Rayleigh 数 $Ra_r = Ra / Ra_c$ 表示, 其中, $Ra_c = 1708$; Prandtl 数 $Pr = \nu / \kappa$ 及倾角 θ 来控制. 无因次坐标为 $X = x/d, Y = y/d$, 长高比为 $\Gamma = L_x/d$. 计算中采用 $T_0 = 293.15 \text{ K}$, $Pr = 6.99, 0.0272$ 的流体. 当 $\theta = 90^\circ$ 时, 腔体高宽比 $\Gamma = 20$.

2 侧向加热腔体中的多圈型对流滚动

2.1 Prandtl 数 $Pr = 6.99$ 时的对流斑图

对于 $Pr = 6.99$ 的流体, 腔体倾斜角 $\theta = 90^\circ$ 的腔体, 实际上变成了侧向加热. 当 Ra_r 给定时, 经过长时间的模拟计算, 反映对流场特性的最大振幅和反映热通量特性的 Nu 达到稳定. 这时获得的对流斑图为相应 Ra_r 的稳定斑图. 根据这个原则, 对不同 Ra_r 情况进行了模拟. 当 $Ra_r = 2, 6, 15, 25$ 时, 腔体内流线构成的对流斑图如图 2 所示. 可以看出, 随着 Ra_r 的增加, 腔体内的流线圈向二分之一腔体高度处集中. 但在计算的 Ra_r 变化范围内, 腔体内的流线保持为单圈型. 这和小高宽比腔体中观察到的现象类似.

2.2 Prandtl 数 $Pr = 0.0272$ 时的对流斑图

2.2.1 多圈型对流滚动的形成

对于 $Pr = 0.0272$ 的流体, 腔体倾斜角 $\theta = 90^\circ$ 的腔体, 取 $Ra_r = 4.4$ 进行模拟计算. 图 3 给出了不同时刻流线构成的对流斑图的演化. 图 4 给出了 Nu 随着时间的变化. 由图 4 可以看出, 当 $t < 15 \text{ s}$ 时, Nu 随着时间急剧减小; 然后, 在 $15 \text{ s} < t < 40 \text{ s}$ 之间, Nu 随着时间缓慢减小; 在 $40 \text{ s} < t < 120 \text{ s}$ 之间, Nu 随着时间又迅速增加; $t > 120 \text{ s}$ 后, Nu 随着时间不再变化, 基本稳定在一个常数值, 说明对流场达到稳定状态. 图 3 说明在随着时间的变化过程中, 腔体内始终保持单圈型. 因此, 对流稳定下来的对流斑图(图 3($t = 200 \text{ s}$))是单圈型.

对于 $Pr = 0.0272$ 的流体, 腔体倾斜角 $\theta = 90^\circ$ 的腔体, 取 $Ra_r = 13.9$ 进行模拟计算. 图 5 给出了不同时刻流线构成的对流斑图的演化. 图 6 给出了 Nu 随着时间的变化. 由图 6 可以看出, 当 $t < 40 \text{ s}$ 时, Nu 随着时间迅速减小后急剧增加; 当 $40 \text{ s} < t < 120 \text{ s}$ 时, 系统进入调整区, Nu 随着时间缓慢变化; 当 $t > 120 \text{ s}$ 后, Nu 随着时间基本不变化, 说明 $t > 120 \text{ s}$ 后对流稳定下来. 如图 5 所示, 在 $t \leq 50 \text{ s}$ 时, 腔体中是封闭的单圈型对流滚动; 当 $60 \text{ s} \leq t \leq 100 \text{ s}$ 时, 腔体中是封闭的单圈型对流滚动, 但在对流滚动的上下两端部内各存在一个小的滚动; 当 $t = 150 \text{ s}$ 时, 腔体中出现稳定的多圈型对流滚动; 随着时间的发展, 当 $t = 200 \text{ s}$ 时, 腔体中是基本与 $t = 150 \text{ s}$ 时相似的多圈型对流滚动. 与图 6 比较, 当 $t > 120 \text{ s}$ 后, 系统就稳定下来, 因此, 图 5 中 $t \geq 150 \text{ s}$ 后的对流斑图即为对应参数下的稳定对流斑图. 也就是说, 对于 $Pr = 0.0272$ 的流体, 腔体倾斜角

$\theta = 90^\circ$ 的腔体,取 $Ra_r = 13.9$ 进行模拟计算,结果发现腔体中是多圈型对流滚动.这与小高宽比腔体中观察的单圈型对流现象不同.也与相同高宽比腔体中 $Pr = 6.99$ 时观察的单圈型对流现象不一样.它是发生在小 Prandtl 数大高宽比腔体中的新型结构.

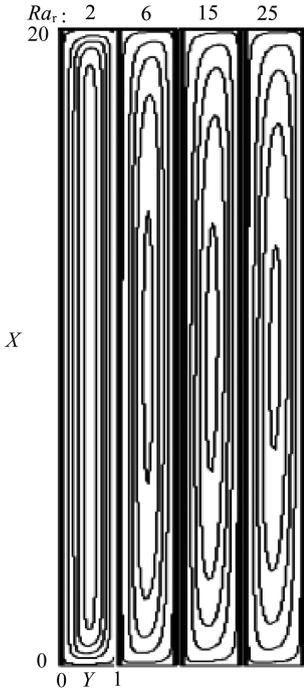


图2 $Pr = 6.99$ 时对流斑图随着 Ra_r 的变化

Fig. 2 Variation of convection patterns with Ra_r for $Pr = 6.99$

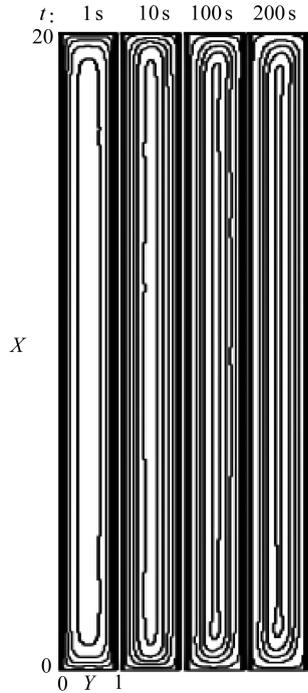


图3 $Pr = 0.0272, Ra_r = 4.4$ 情况下对流斑图随着时间的变化

Fig. 3 Variation of convection patterns with time for $Pr = 0.0272$ and $Ra_r = 4.4$

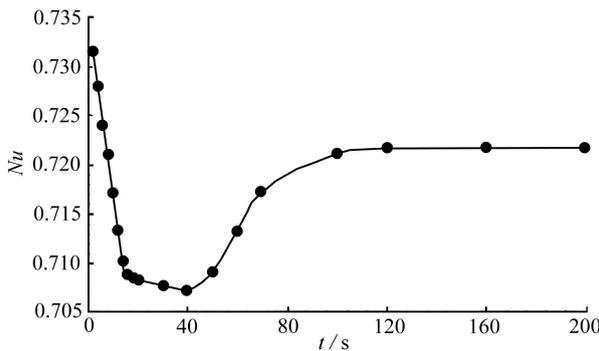


图4 $Pr = 0.0272, Ra_r = 4.4$ 情况下 Nu 随着时间的变化

Fig. 4 Variation of Nu with time for $Pr = 0.0272$ and $Ra_r = 4.4$

2.2.2 对流斑图随着 Ra_r 的变化

为了探讨 Ra_r 对对流斑图形成的影响,本文对 $Pr = 0.0272$ 时不同相对 Rayleigh 数的情况进行了数值模拟计算.不同 Ra_r 时对流稳定下来的流线如 7 所示.可以看出,当 $Ra_r = 2.2, 4.4$ 时,腔体中的对流斑图类似,腔体中的稳定对流斑图是封闭的单圈型;当 $Ra_r = 8.9$ 时,腔体中

是封闭的单圈型对流滚动,但在对流滚动的上下两端部内各存在一个小的滚动;当 $Ra_r = 11.1$ 时,腔体中是单圈型对流滚动,在对流滚动的上下两端部内各存在两个小的滚动,显示了从单圈型对流滚动到多圈型对流滚动的过渡;当 $Ra_r = 13.9$ 时,腔体中形成多圈型对流滚动,在高宽比为 20 的腔体中有 7 个对流圈,对流滚动的波数 $k = 7\pi/20 = 1.10$; 当 Ra_r 增加到 23.9 时,腔体中仍是多圈型对流滚动,在高宽比为 20 的腔体中增加到 9 个对流圈,对流滚动的波数增加到 $k = 9\pi/20 = 1.41$. 可见,随着 Ra_r 的增加,对流滚动的波数也增加. 总之,对于 $Pr = 0.0272$ 的情况与 $Pr = 6.99$ 的情况是不同的,对流斑图是随着 Ra_r 变化的. 当 $Ra_r \leq 4.4$ 时是单圈型对流滚动;当 $Ra_r = 8.9 \sim 11.1$ 时是过渡状态;当 $Ra_r \geq 13.9$ 时是多圈型对流滚动. Ra_r 明显地影响了对流斑图的形式.

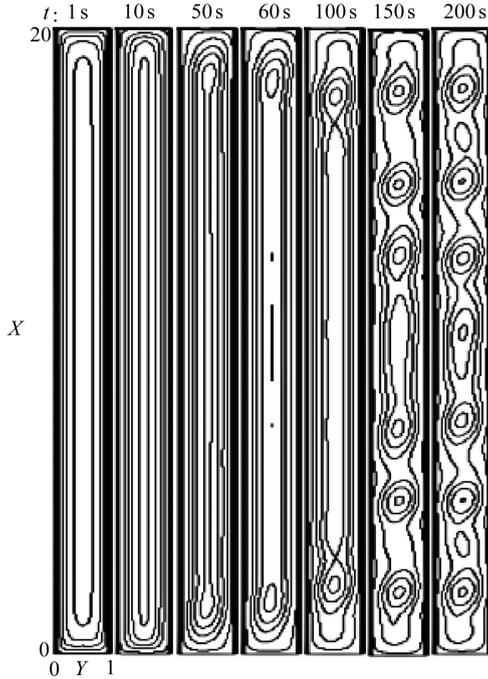


图 5 $Pr = 0.0272$, $Ra_r = 13.9$ 情况下对流斑图随着时间的变化

Fig. 5 Variation of convection patterns with time for $Pr = 0.0272$ and $Ra_r = 13.9$

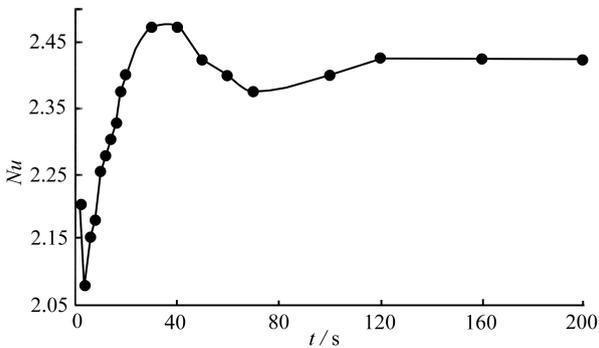


图 6 $Pr = 0.0272$, $Ra_r = 13.9$ 情况下 Nu 随着时间的变化

Fig. 6 Variation of Nu with time for $Pr = 0.0272$ and $Ra_r = 13.9$

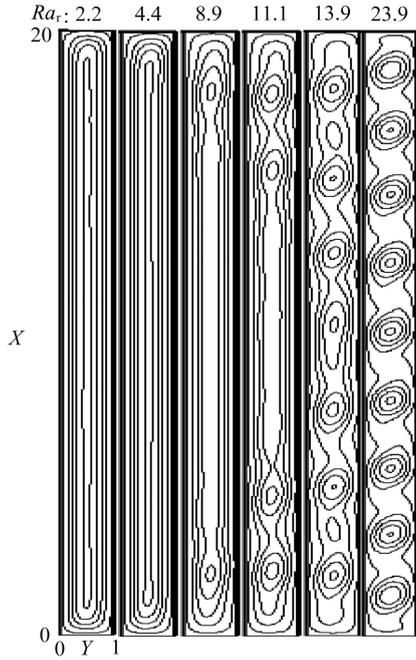


图7 $Pr = 0.0272$ 时对流斑图随着 Ra_r 的变化

Fig. 7 Variation of convection patterns with Ra_r for $Pr = 0.0272$

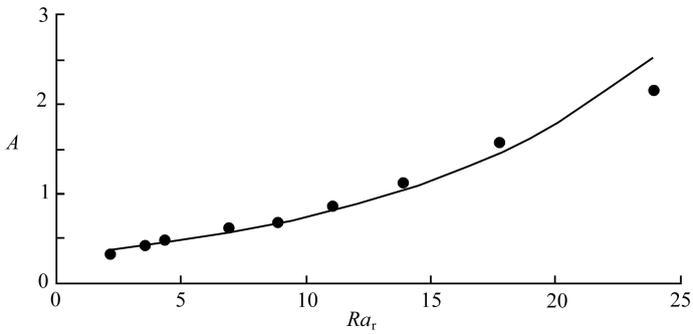


图8 最大振幅 A 随着 Ra_r 的变化

Fig. 8 Variation of maximum amplitude A with Ra_r

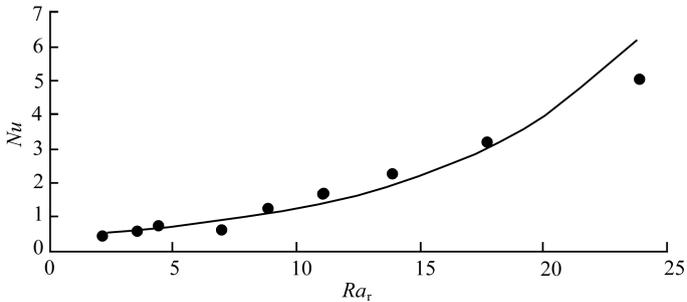


图9 Nu 随着 Ra_r 的变化

Fig. 9 Variation of Nu with Ra_r

下面分析对流参数的特性.将 y 轴方向最大流速无量纲化处理,得到无量纲最大振幅 $A = w_{\max}/(\kappa/d)$, 将最大振幅 A 和 Nu 列于表 1.最大振幅 A 随着 Ra_r 的变化如图 8 所示. Nu 随着 Ra_r 的变化如图 9 所示.可以看出,最大振幅 A 和 Nu 随着 Ra_r 的增加而增加.最大振幅 A 随着 Ra_r 的变化关系式为

$$A = 0.2948e^{0.0895Ra_r}, \quad R^2 = 0.974;$$

Nu 随着 Ra_r 的变化关系式为

$$Nu = 0.374e^{0.1171Ra_r}, \quad R^2 = 0.9418,$$

其中 R^2 为可决系数.

表 1 $Pr = 0.0272$ 时对流参数随 Ra_r 的变化

Table 1 Variation of convection parameters with Ra_r for $Pr = 0.0272$

Ra_r	A	Nu
2.2	0.29429	0.41512
3.6	0.39972	0.58559
4.4	0.45928	0.70716
7.0	0.59976	0.56768
8.9	0.66540	1.22843
11.1	0.83930	1.70294
13.9	1.11194	2.30780
17.8	1.56515	3.18823
23.9	2.15005	5.01733

3 结 论

本文基于流体力学方程组的数值模拟,研究了倾角 $\theta = 90^\circ$ 时侧向加热的大高宽比腔体中的对流斑图.可以得出以下结论:

1) 对于 $Pr = 6.99$ 的流体,在 $2 \leq Ra_r \leq 25$ 的范围内,腔体中发生的是单圈型对流斑图.这和小高宽比腔体中观察的现象类似.

2) 对于 $Pr = 0.0272$ 的流体,取 $Ra_r = 13.9$,模拟结果说明,随着计算时间的发展,腔体中由最初的单圈型对流斑图过渡到多圈型对流斑图.多圈型对流斑图是一种稳定结构,是出现在侧向加热的大高宽比腔体中的新型对流斑图.与以往的结果不同.

3) 计算结果表明,对于 $Pr = 0.0272$ 的流体, Ra_r 对对流斑图的形成存在明显的影响.当 $Ra_r \leq 4.4$ 时腔体中形成的是单圈型对流滚动;当 $Ra_r = 8.9 \sim 11.1$ 时系统处于过渡状态;当 $Ra_r \geq 13.9$ 时腔体中发生的是多圈型对流滚动.在整个相对 Rayleigh 数变化范围内,对流最大振幅和 Nu 随着 Ra_r 的增加而增加.

4) 比较 $Pr = 6.99, Pr = 0.0272$ 时的对流斑图,说明不同对流斑图的出现取决于 Pr 的大小.

致谢 本文作者衷心感谢西北旱区生态水利国家重点实验室基金(2017ZZKT-2)对本文的资助.

参考文献(References):

- [1] CROSS M C, HOHENBERG P C. Pattern formation outside of equilibrium[J]. *Reviews of Modern Physics*, 1993, **65**(3): 998-1011.

- [2] BODENSCHATZ E, PESCH W, AHLERS G. Recent developments in Rayleigh-Bénard convection[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2000, **32**: 709-778.
- [3] KNOBLOCH E, MERCADER I, BATISTE O, et al. Convectons in periodic and bounded domains[J]. *Fluid Dynamics Research*, 2010, **42**: 025505.
- [4] WATANABE T, IIMA M, NISHIURA Y. Spontaneous formation of travelling localized structures and their asymptotic behaviour in binary fluid convection[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, **712**: 219-243.
- [5] MERCADER I, BATISTE O, ALONSO A, et al. Convectons, anticonvectons and multiconvectons in binary fluid convection[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, **667**: 586-606.
- [6] TARAUT A V, SMORODIN B L, LUCKE M. Collisions of localized convection structures in binary fluid mixtures[J]. *New Journal of Physics*, 2012, **14**(9): 093055.
- [7] MERCADER I, BATISTE O, ALONSO A, et al. Traveling convectons in binary fluid convection[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, **722**: 240-265.
- [8] 宁利中, 齐昕, 周洋, 等. 混合流体 Rayleigh-Bénard 行波对流中的缺陷结构[J]. 物理学报, 2009, **58**(4): 2528-2534. (NING Lizhong, QI Xin, ZHOU Yang, et al. Defect structures of Rayleigh-Bénard travelling wave convection in binary fluid mixtures[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(4): 2528-2534. (in Chinese))
- [9] 宁利中, 余荔, 袁喆, 等. 沿混合流体对流分叉曲线上部分支波斑图的演化[J]. 中国科学: 物理 力学 天文学, 2009, **39**(5): 746-751. (NING Lizhong, YU Li, YUAN Zhe, et al. Evolution of traveling wave patterns along upper branch of bifurcation diagram in binary fluid convection [J]. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2009, **39**(5): 746-751. (in Chinese))
- [10] 宁利中, 王娜, 袁喆, 等. 分离比对混合流体 Rayleigh-Bénard 对流解的影响[J]. 物理学报, 2014, **63**(10): 104401. (NING Lizhong, WANG Na, YUAN Zhe, et al. Influence of separation ratio on Rayleigh-Bénard convection solutions in a binary fluid mixture[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(10): 104401. (in Chinese))
- [11] 宁利中, 王永起, 袁喆, 等. 两种不同结构的混合流体局部行波对流斑图[J]. 科学通报, 2016, **61**(8): 872-880. (NING Lizhong, WANG Yongqi, YUAN Zhe, et al. Two types of patterns of localized traveling wave convection in binary fluid mixtures with different structures[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2016, **61**(8): 872-880. (in Chinese))
- [12] 宁利中, 胡彪, 宁碧波, 等. Poiseuille-Rayleigh-Bénard 流动中对流斑图的分区和成长[J]. 物理学报, 2016, **65**(21): 214401. (NING Lizhong, HU Biao, NING Bibo, et al. Partition and growth of convection patterns in Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, **65**(21): 214401. (in Chinese))
- [13] DANIELS K E, BODENSCHATZ E. Defect turbulence in inclined layer convection[J]. *Physical Review Letters*, 2002, **88**: 034501.
- [14] DANIELS K E, PLAPP B B, BODENSCHATZ E. Pattern formation in inclined layer convection [J]. *Physical Review Letters*, 2000, **84**: 5320-5323.
- [15] DANIELS K E, BRAUSCH O, PESCH W, et al. Competition and bistability of ordered undulations and undulation chaos in inclined layer convection[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, **597**: 261-282.
- [16] BUSSE F H, CLEVER R M. Three-dimensional convection in an inclined layer heated from below[J]. *Journal of Engineering Mathematics*, 1992, **26**(1): 1-19.
- [17] RUTH D W, RAITHYBY G D, HOLLANDS K D T. On the secondary instability in inclined air

- layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1980, **96**: 481-492.
- [18] RUTH D W, RAITHYBY G D, HOLLANDS K D T. On free convection experiments in inclined air layers heated from below[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1980, **96**: 461-469.
- [19] XU F. Convective instability of the vertical thermal boundary layer in a differentially heated cavity[J]. *International Communications in Heat & Mass Transfer*, 2014, **52**(3): 8-14.
- [20] XU F, PATTERSON J C, LEI C. On the double-layer structure of the thermal boundary layer in a differentially heated cavity[J]. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 2008, **51**(15): 3803-3815.
- [21] 徐丰, 崔会敏. 侧加热腔内的自然对流[J]. 力学进展, 2014, **44**: 1-40.(XU Feng, CUI Huimin. Natural convection in a differentially heated cavity[J]. *Advances in Mechanics*, 2014, **44**: 1-40.(in Chinese))
- [22] YAHATA H. Thermal convection in a vertical slot with lateral heating[J]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 1997, **66**(11): 3434-3443.
- [23] 李开继, 宁利中, 宁碧波, 等. 格拉晓夫数 Gr 对侧向局部加热腔体内对流结构的研究[J]. 力学季刊, 2016, **37**(1): 131-138.(LI Kaiji, NING Lizhong, NING Bibo, et al. Effect of Grashof number Gr on convection structure of rectangular cavity heated locally from side[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2016, **37**(1): 131-138.(in Chinese))
- [24] 李开继, 宁利中, 宁碧波, 等. 侧壁面正弦加热条件下自然对流研究[J]. 应用力学学报, 2017, **34**(4): 641-646.(LI Kaiji, NING Lizhong, NING Bibo, et al. Study on natural convection sinusoidal heating from side[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2017, **34**(4): 641-646.(in Chinese))
- [25] 胡彪, 宁利中, 宁碧波, 等. 水平来流对扰动成长和对流周期性的影响[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(10): 1103-1111.(HU Biao, NING Lizhong, NING Bibo, et al. Effects of horizontal flow on perturbation growth and convection periodicity[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(10): 1103-1111.(in Chinese))
- [26] 宁利中, 渠亚伟, 宁碧波, 等. 一种新的混合流体对流竖向镜面对称对传波斑图[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(11): 1230-1239.(NING Lizhong, QU Yawei, NING Bibo, et al. A new type of counterpropagating wave pattern of vertical mirror symmetry in binary fluid convection[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(11): 1230-1239.(in Chinese))

Multi-Roll Type Convection Patterns in Cavities Heated Laterally

NING Lizhong¹, ZHANG Ke¹, NING Bibo², WU Hao¹, TIAN Weili³

(1. *Faculty of Water Resources and Hydroelectric Engineering,
Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, P.R.China;*

2. *College of Civil Engineering and Architecture, Jiaxing University,
Jiaxing, Zhejiang 314001, P.R.China;*

3. *Department of Architecture, Shanghai University,
Shanghai 200444, P.R.China)*

Abstract: The numerical simulation was carried out based on the hydrodynamic equations, and the convection patterns in cavities with large aspect ratios heated laterally at inclined angle $\theta = 90^\circ$ were studied. For the fluid with Prandtl number $Pr = 6.99$ in the range of reduced Rayleigh number $2 \leq Ra_r \leq 25$, a single-roll type convection pattern occurs in the cavity. For the fluid with $Pr = 0.0272$ and $Ra_r = 13.9$, with the development of calculation time, the convection pattern in the cavity transforms from the original single-roll type to the multi-roll type, which is a new type of convection pattern pertinent to large-aspect-ratio cavities heated laterally. The calculation results for different Ra_r values show that, Ra_r has a significant effect on the formation of convection patterns. A single-roll type convection pattern occurs for $Ra_r \leq 4.4$; for $Ra_r = 8.9 \sim 11.1$, the system is in a transitional state; and a multi-roll type convection pattern appears for $Ra_r \geq 13.9$. The maximum convection amplitude and Nusselt number Nu increase with Ra_r . The comparison with the convection pattern for $Pr = 6.99$ shows that the formation of the convection pattern depends on Pr .

Key words: single-roll type; multi-roll type; convection pattern; cavity heated laterally

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(10872164)