

# 识别含热源瞬态热传导问题的热扩散系数\*

周焕林<sup>1</sup>, 严俊<sup>1,2</sup>, 余波<sup>1</sup>, 陈豪龙<sup>1</sup>

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 合肥 230009;  
2. 中铁四局集团钢结构建筑有限公司, 合肥 230088)

(本刊编委周焕林来稿)

**摘要:** 针对含有热源的瞬态热传导反问题,引入一个变换将含热源热传导问题转换为无热源热传导问题,采用改进布谷鸟算法反演热扩散系数.正问题由边界元法求解.将热扩散系数作为优化变量,以计算温度和测量温度之间的接近程度为目标函数,通过改进布谷鸟算法极小化目标函数来优化估计热扩散系数.比较共轭梯度法、布谷鸟算法和改进布谷鸟算法的反演结果,与共轭梯度法相比,改进布谷鸟算法对迭代初值不敏感;与布谷鸟算法相比,改进布谷鸟算法收敛速度更快.算例讨论了测点数量、鸟巢数量、测量误差对计算结果的影响.增加测点数量,反演结果精度降低;增加鸟巢数量,迭代次数减少;随着测量误差的增大,结果精度降低.数值算例验证了改进布谷鸟算法反演热扩散系数的准确性和有效性.

**关键词:** 热传导; 反问题; 热扩散系数; 改进布谷鸟算法; 边界元法

**中图分类号:** TK124

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.21656/1000-0887.380199

## 引言

热传导反问题具有重要的理论意义和工程应用价值.根据环境的温度和湿度,以及衣物的舒适指数可以反演服装的导热系数<sup>[1]</sup>;研究樱桃果渣在热处理过程中导热系数的变化规律能为樱桃果渣的加工提供指导<sup>[2]</sup>;反演高温下高强混凝土的导热系数,可以分析混凝土的防火性能<sup>[3]</sup>;测定电石随温度变化的热物性参数是研究其内部温度变化的先决条件<sup>[4]</sup>.

对于热传导反问题,许多国内外研究者作了深入的研究.Saad等<sup>[5]</sup>基于有限元法和 Gauss-Newton-Levenberg-Marquardt 法反演了纤维增强复合材料的有效导热系数;Ramsaroop等<sup>[6]</sup>采用 Legendre(勒让德)函数和最小二乘法反演了椰子肉的热传递系数和导热系数;Rodríguez等<sup>[7]</sup>基于有限体积法和共轭梯度法反演了陶瓷材料的导热系数;Mierzwiczak等<sup>[8]</sup>基于无网格法和黄金分割法反演了二维稳态热传导问题中随温度变化的导热系数;Chen等<sup>[9]</sup>基于共轭梯度法和偏差原理反演了空心圆筒中随空间变化的导热系数;Cannon等<sup>[10]</sup>采用边界上的测量数据反演了非线性扩散问题的扩散系数;唐中华等<sup>[11]</sup>基于有限体积法和遗传算法建立了一种反演材料导热系数的方法;周焕林等<sup>[12]</sup>基于边界元法和梯度正则化法反演了二维瞬态热传导问题中随温度变化的导热系数;Zhou等<sup>[13]</sup>使用一种边界元模型来估计出一个二维填充床的

\* 收稿日期: 2017-07-19; 修订日期: 2017-12-18

基金项目: 国家自然科学基金(11672098;11502063)

作者简介: 周焕林(1973—),男,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: zhouhl@hfut.edu.cn).

有效导热系数; Hematiyan 等<sup>[14]</sup> 基于边界元法和阻尼 Newton 法反演了三维热传导问题的导热系数; Dashti 等<sup>[15]</sup> 采用边界元法和粒子群算法反演了二维稳态热传导问题的导热系数; Mera 等<sup>[16]</sup> 基于边界元法和最小二乘法反演了二维各向异性材料的热物性参数。

本文研究的热扩散系数反演问题是热传导反问题的一个分支, 可以通过迭代方法或优化算法来数值求解。优化算法主要集中于梯度类算法和启发式算法。共轭梯度法因其储存空间和计算量小等优点被广泛使用, 共轭梯度法为局部搜索算法, 其对迭代初值敏感。启发式算法中的布谷鸟算法由 Yang 和 Deb 于 2009 年提出<sup>[17]</sup>, 布谷鸟算法为全局搜索算法, 搜索方向具有随机性, 收敛速度较梯度类算法慢。为平衡算法的收敛速度和搜索范围, 本文将共轭梯度法引入到布谷鸟算法中形成改进的布谷鸟算法。采用边界元法求解热传导正问题, 引入一个变换将含热源的二维瞬态热传导问题转换为无热源的二维瞬态热传导问题, 通过改进布谷鸟算法极小化目标函数来求解热扩散系数。

## 1 正问题

二维瞬态热传导问题的控制方程可表示为

$$\frac{\partial T^2(\mathbf{x}, t)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial T^2(\mathbf{x}, t)}{\partial x_2^2} + \frac{f(t)}{k} = \frac{1}{a} \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t}, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x}$  表示空间坐标,  $f(t)$  表示时间相关的热源,  $k$  为导热系数,  $a = k/(\rho c)$  代表材料热扩散系数,  $\rho$  和  $c$  分别代表材料密度和比热容,  $t$  为时间,  $\Omega$  是求解域。

边界条件和初始条件分别为

$$T|_{\Gamma_1} = \bar{T}(t), \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma_2} = \bar{q}(t), \quad (3)$$

$$T|_{t=0} = \bar{T}_0, \quad (4)$$

其中  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  表示边界,  $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$ ,  $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$ ,  $\mathbf{n}$  为边界  $\Gamma$  的外法向。

引入一个变换, 定义一个新的变量  $U$ , 使其满足

$$U = T - R(t), \quad (5)$$

其中  $R(t) = \int_0^t \frac{a}{k} f(\zeta) d\zeta$ 。这样方程(1)~(4)可改写为

$$\frac{\partial U^2(\mathbf{x}, t)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial U^2(\mathbf{x}, t)}{\partial x_2^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial U(\mathbf{x}, t)}{\partial t}, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad (6)$$

$$U|_{\Gamma_1} = \bar{T}(t) - R(t), \quad (7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma_2} = \bar{q}(t), \quad (8)$$

$$U|_{t=0} = \bar{T}_0. \quad (9)$$

由加权余量法可推导出边界积分方程:

$$C_i U_i + a \int_0^\tau \int_{\Gamma} U q^* d\Gamma dt = a \int_0^\tau \int_{\Gamma} q U^* d\Gamma dt + \left[ \int_{\Omega} U U^* d\Omega \right]_{t=0}, \quad (10)$$

其中

$$U^* = \frac{1}{4\pi a(\tau - t)} \exp\left(-\frac{r^2}{4a(\tau - t)}\right). \quad (11)$$

在一个时间段内,将边界和求解域分别离散为  $N$  个线性单元和  $M$  个四边形单元,则方程(10)离散为

$$C_i U_i^{t_2} + a \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} U_j^{t_2} q_i^* d\Gamma = a \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} q_j^{t_2} U_i^* d\Gamma + \sum_{k=1}^M \int_{\Omega_k} U_i^{t_1} U^* d\Omega_k, \quad (12)$$

其中  $t_1$  和  $t_2$  分别代表一个时间段内的初始时刻和末时刻,  $t_2 = t_1 + \Delta t$ .  $q_i^*$  和  $U_i^*$  分别为

$$\begin{cases} q_i^* = \int_{t_1}^{t_2} q^* dt = -\frac{D}{2\pi ar^2} e^{-b}, \\ U_i^* = \int_{t_1}^{t_2} U^* dt = \frac{1}{4\pi a} \int_b^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx, \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} b = \frac{r^2}{4a(t_2 - t_1)}, \\ \int_b^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx = -E - \ln b + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{b^k}{k \cdot k!}, \end{cases} \quad (14)$$

上式中  $E$  为 Euler 常数.

采用前后端点法对角点进行处理,对于边界上的  $N$  个节点可得到  $N$  个方程,写成矩阵形式如下:

$$CU^{t_2} + HU^{t_2} = GQ^{t_2} + P^{t_1}, \quad (15)$$

其中  $U^{t_2}$  和  $Q^{t_2}$  分别为  $t_2$  时刻边界上节点温度和热流,  $H$  为  $N \times N$  阶矩阵,  $G$  为  $N \times 2N$  阶矩阵,  $C$  为对角阵.这样边界上未知的  $U$  和  $Q$  可计算得出,未知的  $T$  可由方程  $T = U + R(t)$  求得.

## 2 反问题

在反问题中,热扩散系数是未知的.已知域内测点温度反演热扩散系数.

### 2.1 目标函数

目标函数取为

$$J(a) = \sum_{j=1}^{n_m} \|F_j(a) - F_j^*\|^2, \quad (16)$$

其中  $F_j$  是测点计算温度,  $F_j^*$  代表测点测量温度,  $n_m$  表示温度测点的个数.考虑测点温度的测量误差

$$F_j^* = F_j^* (1 + \langle -1, 1 \rangle \cdot \sigma), \quad (17)$$

其中  $\langle -1, 1 \rangle$  为  $-1$  到  $1$  上均匀分布的随机数,  $\sigma$  为从  $0\%$  变化到  $5\%$  的系数.

目标函数  $J(a)$  满足

$$J(a) < \varepsilon \quad (18)$$

时,迭代终止.

### 2.2 布谷鸟算法

布谷鸟算法理想化的 3 条准则如下:

1) 每只布谷鸟在一次迭代中只下一个蛋(产生一个系数  $a$ ), 并且随机选择鸟巢位置;

2) 最好鸟巢位置保留到下一次迭代中;

3) 每次迭代中鸟巢数量不变,宿主发现鸟巢中蛋的概率为  $p_a \in [0,1]$ 。

布谷鸟算法中,鸟巢位置对应热传导反问题中热扩散系数的近似解.鸟巢位置更新过程如下:

$$\mathbf{X}_{g+1,i} = \mathbf{X}_{g,i} + \alpha \oplus L(\beta) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (19)$$

其中  $\mathbf{X}_{g,i}$  表示第  $g$  次迭代中的第  $i$  个鸟巢位置,  $n$  为鸟巢数量,  $\alpha$  为步长,可表示为

$$\alpha = \alpha_0 (\mathbf{X}_{g,i} - \mathbf{X}_{\text{Best}}), \quad (20)$$

其中  $\alpha_0$  为一常数,  $\mathbf{X}_{\text{Best}}$  为第  $g$  次迭代中最好的鸟巢位置.  $\oplus$  为元素乘积,  $L(\beta)$  是随机步长,服从分布

$$L(\beta) \sim \frac{\phi u}{|v|^{1/\beta}}, \quad (21)$$

其中  $u$  和  $v$  服从正态分布,  $\beta = 1.5$ ,  $\phi$  由下式求得:

$$\phi = \left( \frac{\Gamma(1 + \beta) \sin(0.5\pi\beta)}{\Gamma(0.5\beta(1 + \beta) 2^{(\beta-1)/2})} \right)^{1/\beta}. \quad (22)$$

最终鸟巢位置更新表达式为

$$\mathbf{X}_{g+1,i} = \mathbf{X}_{g,i} + \alpha_0 \frac{\phi u}{|v|^{1/\beta}} (\mathbf{X}_{g,i} - \mathbf{X}_{\text{Best}}). \quad (23)$$

寄宿在宿主鸟巢中的蛋按一定概率被宿主发现,按下式重新选择鸟巢位置:

$$\mathbf{X}_{g+1,i} = \mathbf{X}_{g,i} + r(\mathbf{X}_{g,j} - \mathbf{X}_{g,k}), \quad (24)$$

$r$  服从 0 到 1 的均匀分布,  $\mathbf{X}_{g,j}$  和  $\mathbf{X}_{g,k}$  分别为第  $g$  次迭代中的鸟巢  $j$  和鸟巢  $k$  的位置.

### 2.3 改进布谷鸟算法

改进布谷鸟算法融合了布谷鸟算法和共轭梯度法的优势.在每一次的迭代过程中更新的反演变量不直接进入下一次迭代,而是在规定迭代次数内沿一组共轭方向充分下降待得到新的变量值后再进入下一次迭代.将梯度类算法引入到布谷鸟优化算法中,能将两者的优点合二为一,使算法不仅有强劲的局部搜索能力,还有较好的全局搜索能力,极大地加快算法的收敛速度.

改进布谷鸟算法求解热传导反问题的步骤如下:

- ① 给定所需参数值;
- ② 通过式(16),计算出每一个鸟巢的适应度,选出位置最好的鸟巢;
- ③ 验算迭代终止准则式(18),如果不满足继续;
- ④ 通过式(23)生成新的鸟巢,找出其中最好的鸟巢;
- ⑤ 按概率遗弃部分鸟巢,生成相应数量的新鸟巢,找出最好的鸟巢;
- ⑥ 通过共轭梯度法更新鸟巢;
- ⑦ 找出最好的鸟巢,回到第③步.

## 3 数值算例

### 3.1 圆形区域中的热传导问题

考虑圆形区域中的热传导问题.圆形半径为 0.5 m,热源项  $f(t) = 0.25e^t$ ,  $k = 1 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ .

如图 1 所示,边界温度  $T = 0.25(x_1 + 0.5)^2 + 2t + e^t$ , 初始温度  $\bar{T}_0 = 0.25(x_1 + 0.5)^2 + 1$ , “×”表示测点,边界和域内分别被离散为 24 个线性单元和 108 个四边形单元。 $\Delta t = 0.1$  s,取 2 s 时刻的温度为测点温度,反演热扩散系数  $a$ ,精确解  $a = 4$  m<sup>2</sup>/s。

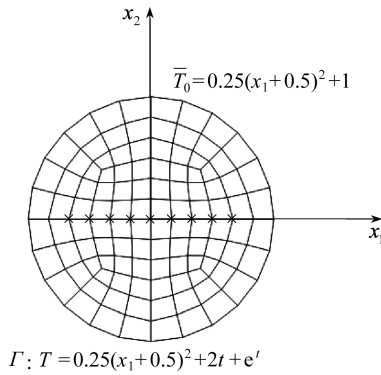


图 1 边界和初始条件

Fig. 1 Boundary and initial conditions

### 3.1.1 共轭梯度法、布谷鸟算法和改进布谷鸟算法结果比较

对共轭梯度法、布谷鸟算法和改进布谷鸟算法反演结果进行比较,测点数量为 3 个,鸟巢数量为 2 个,  $\sigma = 0\%$ . 最终结果分别列在表 1~3 中.在表 1 中,“-”表示结果不收敛.从表 1~3 可以看出,当迭代初值离精确解较近时,共轭梯度法能快速收敛并输出高精度的解,当迭代初值离精确解较远时,共轭梯度法的计算结果不收敛,准确的结果可通过布谷鸟算法得到.但布谷鸟算法的迭代次数较多,故将共轭梯度法引入到布谷鸟算法中来改进布谷鸟算法,改进之后迭代次数大大减少,改进布谷鸟算法不仅对迭代初值不敏感而且收敛速度快.

表 1 共轭梯度法的计算结果

Table 1 The calculation results of CGM

iterative initialization $a / (\text{m}^2/\text{s})$	$a / (\text{m}^2/\text{s})$	iteration number $m$
5	4.011 894	133
10	-	-

表 2 布谷鸟算法的计算结果

Table 2 The calculation results of CS

initial interval value $a / (\text{m}^2/\text{s})$	$a / (\text{m}^2/\text{s})$	iteration number $m$
[0, 10]	4.011 894	948
[0, 20]	4.011 893	1 217

表 3 改进布谷鸟算法的计算结果

Table 3 The calculation results of ICS

initial interval value $a / (\text{m}^2/\text{s})$	$a / (\text{m}^2/\text{s})$	iteration number $m$
[0, 10]	4.011 893	26
[0, 20]	4.011 894	40

注 后文的结果都通过改进布谷鸟算法求得,迭代区间选为  $a \in [0, 20]$  m<sup>2</sup>/s,讨论测点数量、鸟巢数量和测量误差对结果的影响。

### 3.1.2 测点数量的影响

鸟巢数量选取为 2 个,  $\sigma = 0\%$ . 分别求出 3, 5, 7, 9 个测点的反演结果. 最终计算结果如图 2 所示.

$a$  的计算结果分别为 4.011 894, 4.012 164, 4.012 852, 4.013 501  $\text{m}^2/\text{s}$ , 计算误差分别为 0.297%, 0.304%, 0.321%, 0.338%. 迭代次数分别为 40, 40, 39, 40. 因此增加测点数量, 反演结果精度降低, 而迭代次数基本不变.

### 3.1.3 鸟巢数量的影响

测点数量选取为 3 个,  $\sigma = 0\%$ . 分别求出 2, 4, 6, 8 个鸟巢的反演结果. 最终计算结果如图 3 所示.

$a$  的计算结果分别为 4.011 894, 4.011 893, 4.011 893, 4.011 893  $\text{m}^2/\text{s}$ , 计算误差分别为 0.297%, 0.297%, 0.297%, 0.297%. 迭代次数分别为 40, 34, 29, 24. 实际上 2 个鸟巢就足以获得准确解. 增加鸟巢数量, 迭代次数相应减少.

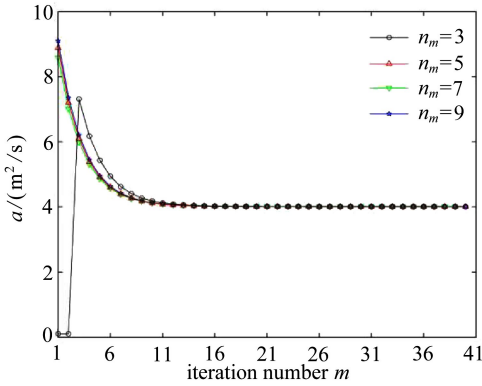


图 2 测点数量的影响

Fig. 2 The influence of the measured point number

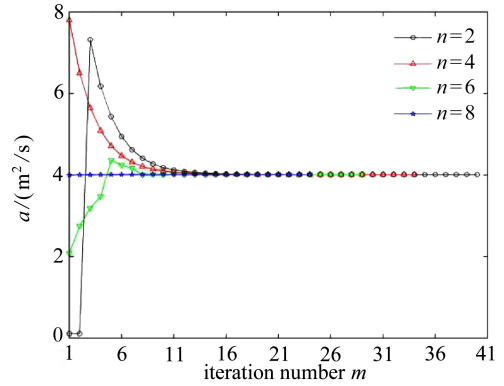


图 3 鸟巢数量的影响

Fig. 3 The influence of the nest number

### 3.1.4 测量误差的影响

测点数量选为 3, 鸟巢数量为 2, 考虑测量误差对结果的影响. 计算结果如表 4 所示.

$a$  的计算结果分别为 4.011 894, 4.022 928, 4.044 994, 4.067 059  $\text{m}^2/\text{s}$ , 计算误差分别为 0.297%, 0.573%, 1.125%, 1.676%. 迭代次数分别为 40, 41, 39, 39. 可以看出误差越大, 结果精度越低, 迭代次数基本不变.

表 4 测量误差的影响

Table 4 The influence of the measured noise

$\sigma/\%$	$a / (\text{m}^2/\text{s})$	iteration number $m$
0	4.011 894	40
1	4.022 928	41
3	4.044 994	39
5	4.067 059	39

## 3.2 方形区域中的热传导问题

方形边长为 1 m, 热源项  $f(t) = 2t$ ,  $k = 1 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ . 如图 4 所示, 边界和域内分别被离散为 40 个线性单元和 100 个四边形单元.  $\Delta t = 0.1 \text{ s}$ , 取 2 s 时刻的温度为测点温度, 反演热扩散系数

$a$ , 精确解  $a = 4 \text{ m}^2/\text{s}$ . 解析解  $T = 0.25(x_1 + 0.5)^2 + 0.25(x_2 + 0.5)^2 + 4t + 4t^2$ .

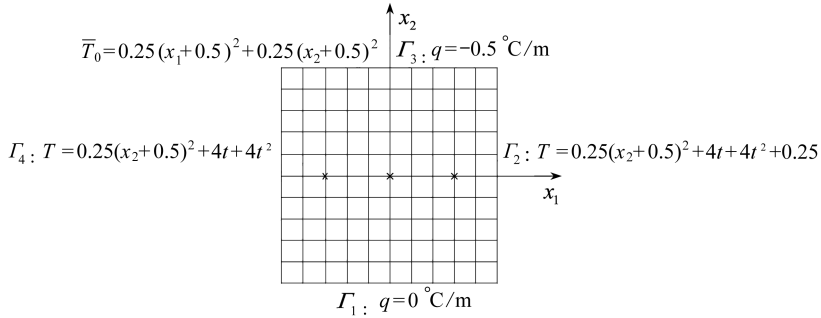


图4 边界和初始条件

Fig. 4 Boundary and initial conditions

### 3.2.1 测点数量的影响

鸟巢数量选取为2个,  $\sigma = 0\%$ . 分别求出3, 5, 7, 9个测点的反演结果. 最终计算结果如图5所示.

$a$ 的计算结果分别为4.008 934, 4.010 310, 4.011 274, 4.011 723  $\text{m}^2/\text{s}$ ,  $a$ 的计算误差分别为0.223%, 0.257%, 0.282%, 0.293%. 迭代次数分别为36, 36, 35, 35. 随着测点数量的增加, 计算结果精度降低, 迭代次数基本不变.

### 3.2.2 鸟巢数量的影响

测点数量选取为3个,  $\sigma = 0\%$ . 分别求出2, 4, 6, 8个鸟巢的反演结果. 最终计算结果如图6所示.

$a$ 的计算结果为4.008 934, 4.008 934, 4.008 931, 4.008 931  $\text{m}^2/\text{s}$ , 计算误差分别为0.223%, 0.223%, 0.223%, 0.223%. 迭代次数分别为36, 28, 22, 19. 实际上2个鸟巢就足以获得准确解. 增加鸟巢数量, 迭代次数相应减少.

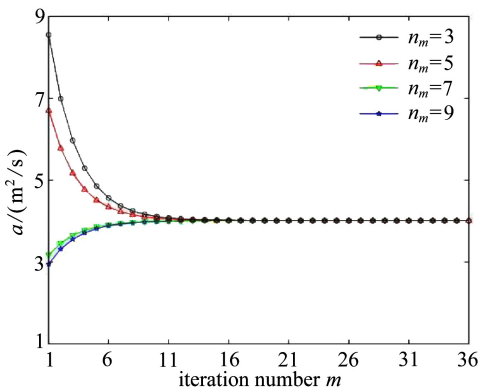


图5 测点数量的影响

Fig. 5 The influence of the measured point number

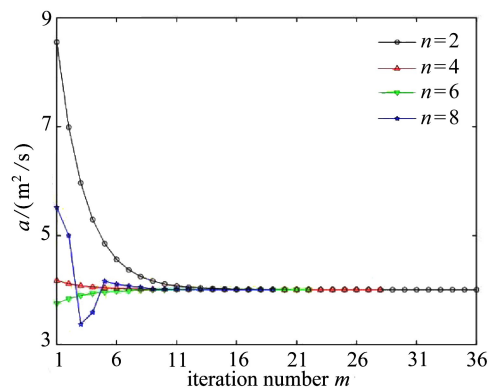


图6 鸟巢数量的影响

Fig. 6 The influence of the nest number

### 3.2.3 测量误差的影响

测点数量选取为3, 鸟巢数量为2, 考虑测量误差对结果的影响. 计算结果如表5所示.

$a$ 的计算结果分别为4.008 934, 4.019 045, 4.039 267, 4.059 488  $\text{m}^2/\text{s}$ , 计算误差分别为0.223%, 0.476%, 0.982%, 1.487%. 迭代次数分别为36, 37, 36, 36. 可得结论: 误差越大, 结果精

度越低,迭代次数基本不变。

表 5 测量误差的影响

Table 5 The influence of the measured noise

$\sigma/\%$	$a/(m^2/s)$	iteration number $m$
0	4.008 934	36
1	4.019 045	37
3	4.039 267	36
5	4.059 488	36

## 4 结 论

考虑二维瞬态带热源热传导反问题,对热扩散系数进行识别.引入一个变换将热源项消掉以减少一项域积分.将共轭梯度法引入到布谷鸟算法中来改进布谷鸟算法,以计算温度和测点温度之间的接近程度为目标函数,通过改进布谷鸟算法极小化目标函数反演热扩散系数.相比共轭梯度法,布谷鸟算法或改进布谷鸟算法对迭代初值选取不敏感;与布谷鸟算法相比,改进布谷鸟算法迭代次数大大减少.对改进布谷鸟算法,增加测点数量,反演结果精度降低;增加鸟巢数量,迭代次数减少;随着测量误差的增大,结果精度降低.算例验证了改进布谷鸟算法反演热扩散系数的准确性和有效性.

## 参考文献 (References):

- [1] YU Yue, XU Dinghua. On the inverse problem of thermal conductivity determination in nonlinear heat and moisture transfer model within textiles[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2015, **264**(C): 284-299.
- [2] GREIBY I, MISHRA D K, DOLAN K D. Inverse method to sequentially estimate temperature-dependent thermal conductivity of cherry pomace during nonisothermal heating[J]. *Journal of Food Engineering*, 2014, **127**(4): 16-23.
- [3] 肖建庄, 李志卫. 高温下高强混凝土导热系数反演及其变异性[J]. 建筑科学与工程学报, 2014, **31**(1): 44-49.(XIAO Jianzhuang, LI Zhiwei. Back-analysis and variability of thermal conductivity of high-strength concrete under high temperatures[J]. *Journal of Architecture and Civil Engineering*, 2014, **31**(1): 44-49.(in Chinese))
- [4] 王彦龙, 屈福政. 基于 ANSYS 和 MATLAB 智能算法的电石热物性参数反演[J]. 冶金设备, 2014, **4**(2): 23-28.(WANG Yanlong, QU Fuzheng. Thermal parameter inversion calcium carbide based on ANSYS and MATLAB intelligent algorithm[J]. *Metallurgical Equipment*, 2014, **4**(2): 23-28.(in Chinese))
- [5] SAAD A, ECHCHELH A, HATTABI M, et al. The identification of effective thermal conductivity for fibrous reinforcement composite by inverse method[J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2014, **33**(23): 2183-2191.
- [6] RAMSAROOP R, PERSAD P. Determination of the heat transfer coefficient and thermal conductivity for coconut kernels using an inverse method with a developed hemispherical shell model[J]. *Journal of Food Engineering*, 2012, **110**(1): 141-157.
- [7] RODRÍGUEZ F L, NICOLAU V D P. Inverse heat transfer approach for IR image reconstruction: application to thermal non-destructive evaluation[J]. *Applied Thermal Engineering*,



- 2012, **33/34**: 109-118.
- [8] MIERZWICZAK M, KOŁODZIEJ J A. The determination temperature-dependent thermal conductivity as inverse steady heat conduction problem[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2011, **54**(4): 790-796.
- [9] CHEN W L, CHOU H M, YANG Y C. An inverse problem in estimating the space-dependent thermal conductivity of a functionally graded hollow cylinder[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2013, **50**(7): 112-119.
- [10] CANNON J R, DUCHATEAU P. An inverse problem for a nonlinear diffusion equation[J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1980, **39**(2): 272-289.
- [11] 唐中华, 钱国红, 钱炜祺. 材料热传导系数随温度变化函数的反演方法[J]. 计算力学学报, 2011, **28**(3): 377-382.(TANG Zhonghua, QIAN Guohong, QIAN Weiqi. Estimation of temperature-dependent function of thermal conductivity for a material[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011, **28**(3): 377-382.(in Chinese))
- [12] 周焕林, 徐兴盛, 李秀丽, 等. 反演二维瞬态热传导问题随温度变化的导热系数[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(12): 1341-1351.(ZHOU Huanlin, XU Xingsheng, LI Xiuli, et al. Identification of temperature-dependent thermal conductivity for 2-D transient heat conduction problems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(12): 1341-1351.(in Chinese))
- [13] ZHOU J, YU A, ZHANG Y. A boundary element method for evaluation of the effective thermal conductivity of packed beds[J]. *Journal of Heat Transfer*, 2007, **129**(3): 363-371.
- [14] HEMATIYAN M R, KHOSRAVIFARD A, SHIAH Y C. A novel inverse method for identification of 3D thermal conductivity coefficients of anisotropic media by the boundary element analysis [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, **89**(11): 685-693.
- [15] DASHTI ARDAKANI M, KHODADAD M. Identification of thermal conductivity and the shape of an inclusion using the boundary elements method and the particle swarm optimization algorithm[J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2009, **17**(7): 855-870.
- [16] MERA N S, ELLIOTT L, INGHAM D B, et al. Use of the boundary element method to determine the thermal conductivity tensor of an anisotropic medium[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2001, **44**(21): 4157-4167.
- [17] YANG X S, DEB S. *Cuckoo Search via Lévy Flights*[M]. New York: IEEE Publications, 2009.

# Identification of Thermal Diffusion Coefficients for Transient Heat Conduction Problems With Heat Sources

ZHOU Huanlin<sup>1</sup>, YAN Jun<sup>1,2</sup>, YU Bo<sup>1</sup>, CHEN Haolong<sup>1</sup>

(1. *School of Civil Engineering, Hefei University of Technology,  
Hefei 230009, P.R.China;*

2. *Steel Structure Construction Co. Ltd., China Tiesiju Civil Engineering Group,  
Hefei 230088, P.R.China)*

(Contributed by ZHOU Huanlin, M. AMM Editorial Board)

**Abstract:** An improved cuckoo search (ICS) algorithm was developed to identify the thermal diffusion coefficients for inverse transient heat conduction problems with heat sources. The heat conduction problem with heat source was transformed into one without heat source. The direct problem was solved with the boundary element method. The thermal diffusion coefficient was treated as the optimization variable, and the difference between the calculated temperature and the measured temperature was taken as the objective function. The thermal diffusion coefficient was optimized through minimization of the objective function with the ICS algorithm. Comparison between the results of the conjugate gradient method (CGM), the cuckoo search (CS) algorithm and the ICS algorithm indicates that the ICS algorithm is less sensitive to iterative initialization than the CGM, and the ICS algorithm has higher efficient convergence than the CS algorithm. The numerical examples were devoted to the influences of the measured point number, the nest number and the measured noise. The result accuracy decreases with the measured point number, and the iteration number decreases with the nest number. Moreover, the higher the measured noise goes, the lower the result accuracy will be. The results show that the ICS algorithm is accurate and efficient for the identification of thermal diffusion coefficients.

**Key words:** heat conduction; inverse problem; thermal diffusion coefficient; improved cuckoo search algorithm; boundary element method

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China(11672098;11502063)

---

引用本文/Cite this paper:

周焕林, 严俊, 余波, 陈豪龙. 识别含热源瞬态热传导问题的热扩散系数[J]. 应用数学和力学, 2018, 39(2): 160-169.

ZHOU Huanlin, YAN Jun, YU Bo, CHEN Haolong. Identification of thermal diffusion coefficients for transient heat conduction problems with heat sources [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, 39(2): 160-169.