

考虑替代模型不确定性的结构动力特性 全局敏感性分析*

万华平, 钟 剑, 任伟新

(合肥工业大学 土木与水利工程学院, 合肥 230009)

(本刊编委任伟新来稿)

摘要: 结构参数的不确定性必然导致其动力特性具有不确定性,全局敏感性分析是定量各不确定参数动力特性影响大小的有效手段.但是全局敏感性分析具有计算花费高的问题,为此采用快速 Gauss(高斯)过程模型来降低计算成本.此外,该文采用的是全局 Gauss 过程模型而不是它的均值函数来进行全局敏感性分析,考虑了替代模型不确定性,给出了敏感性指标的分布,该方法的可靠性通过具有解析敏感性指标值的测试函数得到验证.最后,将该方法用于安庆铁路长江大桥动力特性的敏感性分析.

关键词: 替代模型不确定性; 动力特性; Gauss 过程模型; 全局敏感性分析;
桥梁结构

中图分类号: U443.6

文献标志码: A

DOI: 10.21656/1000-0887.380018

引 言

桥梁结构的动力特性与结构的组成体系、刚度、质量分布以及支撑条件等密切相关,对于桥梁结构的抗震抗风设计、人致振动分析等均有重要意义.导致桥梁结构参数不确定性的因素很多,比如构件制造容差、老化损伤、自身固有的随机性等,参数变异必然导致动力特性的变化.揭示参数不确定性影响桥梁结构动力特性的机理,可为桥梁结构动力特性设计等工作提供科学依据.

敏感性分析是刻画输入参数对输出量相对重要性的手段.敏感性分析根据是否考虑了参数整个变化范围的作用可分为局部敏感性分析和全局敏感性分析.局部敏感性分析采用直接求导法或有限差分法来得到参数在某点处的梯度信息,反映的是单个参数的局部重要性,不能够度量参数在整个取值范围的作用和参数间的共同作用.与局部灵敏度分析不同,全局敏感性分析考虑参数在整个取值范围的作用以及参数间的相互作用.全局敏感性分析克服了局部敏感性分析的不足,且该方法具有适用性强、能考虑多个参数的综合作用等优点.基于此,本

* 收稿日期: 2017-01-15; 修订日期: 2017-01-22

基金项目: 国家自然科学基金(51508144; 51608161); 中国博士后科学基金(2015M581981; 2016M602007); 香江学者计划项目(XJ2016039); 安徽省自然科学基金(1608085QE118)

作者简介: 万华平(1986—),男,副教授(E-mail: huaping.wan@hfut.edu.cn;
huaping.wan@gmail.com);

任伟新(1960—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: renwx@hfut.edu.cn).

文采用全局敏感性分析方法用于安庆铁路长江大桥动力特性的敏感性分析。

但是全局敏感性分析具有计算耗时的不足,因为它涉及到大量的模型运算,当计算模型十分复杂时,计算花费尤为昂贵。桥梁结构通常尺寸大和结构形式复杂,建立的有限元模型常包含成千上万个单元,有限元分析耗时高已经是不争的事实。因此,有必要寻求一种高效的全局敏感性分析方法来解决复杂结构敏感性分析的高计算成本问题。Gauss 过程模型作为一种快速且高精度的替代模型技术,在全局敏感性分析中得到较为广泛的应用^[1-8]。本文采用全局 Gauss 过程模型而不是它的均值函数作为有限元模型的替代模型,考虑了 Gauss 过程模型的不确定性,即预报方差。传统的方法是把 Gauss 过程模型的均值函数用作替代模型,忽略了模型不确定性对敏感性指标的影响。本文方法的优势是考虑替代模型不确定性,给出了敏感性指标的分布。

1 Gauss 过程模型与模型不确定性

Gauss 过程模型的建立是基于 Bayes(贝叶斯)框架的:假设模型输出服从 Gauss 先验分布,然后根据训练样本的边缘似然函数最大化求得预报值亦服从 Gauss 分布。均值函数采用零均值函数;协方差函数采用平方指数协方差函数,其表达形式如下:

$$C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}'_j) = \eta^2 \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^d \left(\frac{x_i^k - x_j^k}{\ell_k} \right)^2 \right], \quad (1)$$

其中, x_k 为 \mathbf{x} 的第 k 个元素;协方差函数的参数 $\boldsymbol{\theta} = \{\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_d, \eta\}$ 称为超参数。

假设有 n 个观测值的训练样本集 $\mathcal{D} = (\mathbf{X}, \mathbf{Y})$, 其中 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_n^T]^T$, $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ 。根据模型输出服从 Gauss 分布的先验假设,则有

$$p(\mathbf{Y}) \sim \mathcal{GP}(\mathbf{0}, C(\mathbf{X}, \mathbf{X})), \quad (2)$$

同时在 \mathbf{x}_* 的预报值 y_* 与 \mathbf{Y} 也服从 Gauss 分布:

$$p(\mathbf{Y}, y_*) \sim \mathcal{GP} \left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} C(\mathbf{X}, \mathbf{X}) & C(\mathbf{X}, \mathbf{x}_*) \\ C(\mathbf{x}_*, \mathbf{X}) & C(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_*) \end{bmatrix} \right). \quad (3)$$

然后根据 Bayes 原理,则有

$$p(y_*) = \frac{p(\mathbf{Y}, y_*)}{p(\mathbf{Y})} \sim \mathcal{GP}(\hat{y}_*, \nu_{y_*}), \quad (4)$$

其中

$$\hat{y}_* = \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{C}_*, \quad (5)$$

$$\nu_{y_*} = \eta^2 - \mathbf{C}_*^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_*, \quad (6)$$

式中 $\mathbf{C}_* = [C(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_1), C(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_2), \dots, C(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_n)]^T$, $\mathbf{C} = C(\mathbf{X}, \mathbf{X})$, $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}$ 。

决定 Gauss 过程模型的超参数 $\boldsymbol{\theta}$ 可通过边缘似然函数最大化求得,具体细节请参考文献 [9-10], 此处不再赘述。

从式(4)可以看出模型预报值是一个 Gauss 分布,而不是一个确定的值,这与传统的替代模型(比如多项式模型和径向基函数)有着本质的不同。Gauss 过程模型预报方差(或者标准差)被称为模型不确定性^[9],它反映了 Gauss 过程模型模拟物理系统的精度。接下来,用一个数学函数来进行解释说明。

假设待模拟的真实物理系统如下:

$$f(x) = -x \sin x, \quad x \in [0, 10], \quad (7)$$

训练样本数目依次设为 4, 7 和 10, Gauss 过程模型对函数 $f(x)$ 的拟合结果如图 1 所示。从图中

可看出 Gauss 过程模型具有以下 3 个特点:

1) Gauss 过程模型在训练样本点处为精确预报,即预报值为训练样本点的值,预报不确定性(即方差)为零。

2) 随着训练样本点的增加,模型预报的精度在提高,这可以从下降的预报方差这一现象得到体现。

3) 预报模型随着训练样本的变化而变化,体现了它的数据驱动(data-driven)特点,表明 Gauss 过程模型非常灵活。

对于物理实验,参数值往往不能任意取得,且一次试验的成本通常很高,导致用来构建 Gauss 过程模型的训练样本数量有限。从图 1 可以看出,当训练样本数目有限时,Gauss 过程模型预报不确定性不可忽略。因此基于 Gauss 过程模型的全局敏感性分析中考虑模型不确定性非常必要,否则会导致计算结果不可靠。

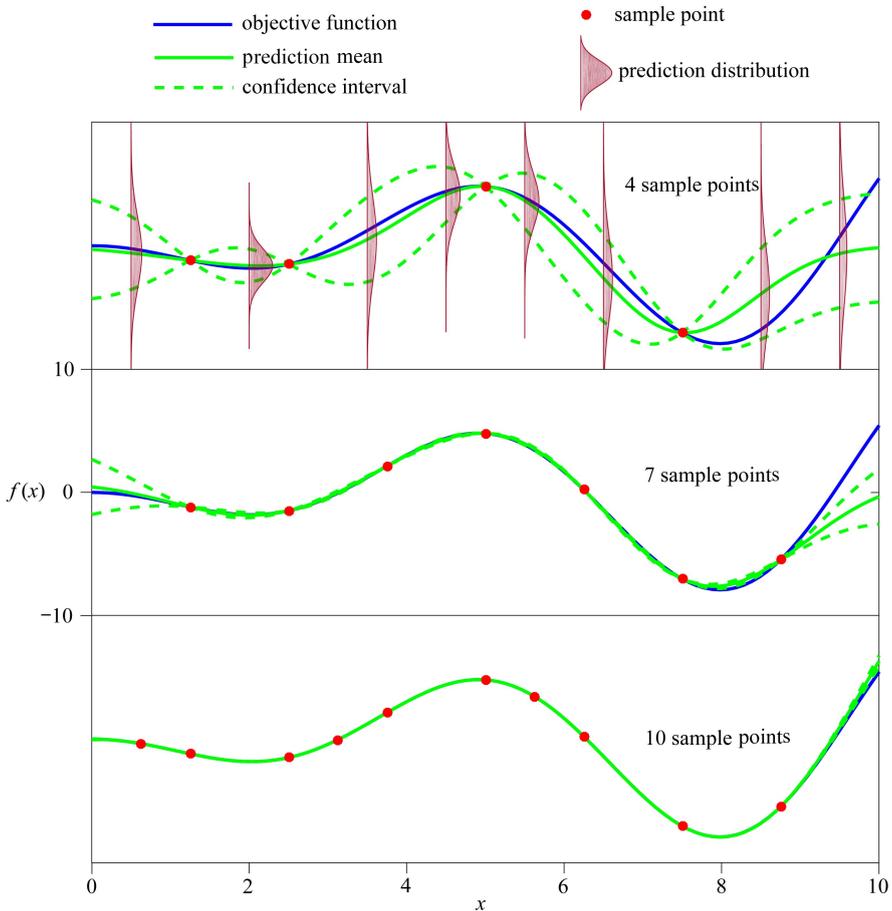


图 1 不同训练样本点数目下的 Gauss 过程模型预报

Fig. 1 Prediction with the Gaussian process model for different numbers of sample points

2 考虑替代模型不确定性的全局敏感性分析方法

2.1 全局敏感性分析理论

假设模型 $y(\mathbf{x})$ 具有 d 个独立随机参数 $\{x_i\}_{i=1}^d$, 根据方差分解原理可将模型输出的总方

差表示为由各参数及其相互作用贡献的子方差之和^[11-12],如下:

$$V = \sum_{1 \leq i \leq d} V_i + \sum_{1 \leq i < j \leq d} V_{i,j} + \sum_{1 \leq i < j < k \leq d} V_{i,j,k} + \cdots + V_{1,2,\dots,d}, \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} V = V(y(\mathbf{x})), \\ V_i = V(E(y(\mathbf{x}) | x_i)), \\ V_{i,j} = V(E(y(\mathbf{x}) | \mathbf{x}_{i,j})) - V_i - V_j, \\ V_{i,j,k} = V(E(y(\mathbf{x}) | \mathbf{x}_{i,j,k})) - V_{i,j} - V_{i,k} - V_{j,k} - V_i - V_j - V_k, \end{cases} \quad (9)$$

式中, $E(\cdot)$ 和 $V(\cdot)$ 分别表示求期望运算和求方差运算.

敏感性指标定义为子方差与总方差的比值.实际应用中,通常采用一阶敏感性指标和总敏感性指标来判断单个参数的敏感性.一阶敏感性指标仅定量单个参数对模型输出的影响,而总敏感性指标还包含了该参数与其他参数的相互作用对模型输出的影响.若一阶敏感性指标和总敏感性指标很接近,表明该参数与其他参数间相互作用可以忽略.对于第 i 个参数,对应的一阶敏感性指标和总敏感性指标的表达式如下:

$$\begin{cases} S_i = \frac{V_i}{V}, \\ S_{Ti} = 1 - \frac{V_{-i}}{V}, \end{cases} \quad (10)$$

式中, $V_{-i} = V(E(y(\mathbf{x}) | \mathbf{x}_{-i}))$ 表示与参数 x_i 无关的总方差.

2.2 考虑替代模型不确定性的 Gauss 过程模型方法

由式(10)可知,计算方差项 V_i, V_{-i}, V 是求解敏感性指标 S_i 和 S_{Ti} 的关键.根据概率理论,对方差项 V_i, V_{-i}, V 展开如下:

$$\begin{aligned} V_i &= V(E(y(\mathbf{x}) | x_i)) = E(E^2(y(\mathbf{x}) | x_i)) - E^2(y(\mathbf{x})) = \\ &= \int_{x_i} E^2(y(\mathbf{x}) | x_i) p(x_i) dx_i - \left(\int_{\mathbf{x}} y(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}) dx \right)^2 = \\ &= \int_{x_i} \left(\int_{\mathbf{x}_{-i}} y(\mathbf{x}) y(\mathbf{x}') p(\mathbf{x}_{-i}) p(\mathbf{x}'_{-i}) dx_{-i} dx'_{-i} \right) p(x_i) dx_i - \left(\int_{\mathbf{x}} y(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}) dx \right)^2 = \\ &= D_i - \hat{y}_0^2, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_{-i} &= V(E(y(\mathbf{x}) | \mathbf{x}_{-i})) = E(E^2(y(\mathbf{x}) | \mathbf{x}_{-i})) - E^2(y(\mathbf{x})) = \\ &= \int_{\mathbf{x}_{-i}} \left(\int_{x_i} y(\mathbf{x}) y(\mathbf{x}') p(x_i) p(x'_i) dx_i dx'_i \right) p(\mathbf{x}_{-i}) dx_{-i} - \hat{y}_0^2 = D_{-i} - \hat{y}_0^2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} V &= V(y(\mathbf{x})) = E(y^2(\mathbf{x})) - E^2(y(\mathbf{x})) = \\ &= \int_{\mathbf{x}} y^2(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}) dx - \hat{y}_0^2 = D - \hat{y}_0^2, \end{aligned} \quad (13)$$

式中的高维积分项 $D_i, D_{-i}, D, \hat{y}_0$ 可通过 Monte-Carlo(蒙特-卡洛)模拟方法求得.首先根据参数分布得到两个独立的输入样本矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{X}' ,然后基于样本矩阵构造新的样本矩阵 \mathbf{X}'' 和 \mathbf{X}''' ; \mathbf{X}'' 的所有列取自于 \mathbf{X} (除第 i 列取自于 \mathbf{X}'); 同样地 \mathbf{X}''' 的所有列取自于 \mathbf{X}' (除第 i 列取自于 \mathbf{X}). Monte-Carlo 模拟方法计算高维积分项的表达式如下^[13]:

$$D_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y(\mathbf{X}_j) y(\mathbf{X}'''_j), \quad (14)$$

$$D_{-i} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y(\mathbf{X}_j) y(\mathbf{X}'_j), \quad (15)$$

$$D = \frac{1}{2N} \left[\sum_{j=1}^N y^2(\mathbf{X}_j) + \sum_{j=1}^N y^2(\mathbf{X}'_j) \right], \quad (16)$$

$$\hat{y}_0 = \frac{1}{2N} \left[\sum_{j=1}^N y(\mathbf{X}_j) + \sum_{j=1}^N y(\mathbf{X}'_j) \right]. \quad (17)$$

最后把式(14)~(17)代入式(11)~(13),根据式(10)计算敏感性指标如下:

$$S_i = \frac{D_i - \hat{y}_0^2}{D - \hat{y}_0^2}, \quad S_{Ti} = 1 - \frac{D_{-i} - \hat{y}_0^2}{D - \hat{y}_0^2}. \quad (18)$$

虽然 Monte-Carlo 模拟方法计算敏感性指标非常直观,但是其存在计算花费高的不足.为此本文采用全局 Gauss 过程模型取代耗时高的物理模型,然后在替代模型的基础上采用 Monte-Carlo 模拟方法计算敏感性指标.本文给出的方法考虑了替代模型不确定性的影响,给了敏感性指标的分布.全局 Gauss 过程模型方法计算敏感性指标的具体过程如下:

- 1) 生成训练样本集,建立 Gauss 过程模型.
- 2) 根据参数的概率分布生成 2 个独立的样本矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{X}' , 然后基于 \mathbf{X} 和 \mathbf{X}' 构成矩阵 \mathbf{X}'' 和 \mathbf{X}''' .
- 3) 计算 $\mathbf{X}, \mathbf{X}', \mathbf{X}'', \mathbf{X}'''$ 对应的预报后验均值和方差 $\{\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_1\}, \{\boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{\Sigma}_2\}, \{\boldsymbol{\mu}_3, \boldsymbol{\Sigma}_3\}, \{\boldsymbol{\mu}_4, \boldsymbol{\Sigma}_4\}$.
- 4) 对 $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_1), \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{\Sigma}_2), \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_3, \boldsymbol{\Sigma}_3), \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_4, \boldsymbol{\Sigma}_4)$ 各采样一次得到响应样本矩阵 $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3, \mathbf{Y}_4$.
- 5) 计算高维积分项

$$\begin{cases} D_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{Y}_{1j} \mathbf{Y}_{4j}, \\ D_{-i} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{Y}_{1j} \mathbf{Y}_{3j}, \\ D = \frac{1}{2N} \left(\sum_{j=1}^N \mathbf{Y}_{1j}^2 + \sum_{j=1}^N \mathbf{Y}_{2j}^2 \right), \\ \hat{y}_0 = \frac{1}{2N} \left(\sum_{j=1}^N \mathbf{Y}_{1j} + \sum_{j=1}^N \mathbf{Y}_{2j} \right). \end{cases}$$

- 6) 计算敏感性指标

$$\begin{cases} S_i = \frac{D_i - \hat{y}_0^2}{D - \hat{y}_0^2}, \\ S_{Ti} = 1 - \frac{D_{-i} - \hat{y}_0^2}{D - \hat{y}_0^2}. \end{cases}$$

- 7) 重复步骤 3)~6), 得到敏感性指标 S_i 和 S_{Ti} 的样本.

3 方法验证

采用一个三参数的测试函数来验证本文方法的可行性,函数形式如下:

$$y(\mathbf{x}) = x_1 + x_2 + 3x_1x_3, \quad \mathbf{x} \in [0, 1]^3, \quad (19)$$

对于该函数,各参数的一阶敏感性指标和总敏感性指标均可以解析地求得.首先计算模型输出的均值 \hat{y}_0 和总方差 V :

$$\hat{y}_0 = E(y(\mathbf{x})) = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 y(\mathbf{x}) dx_1 dx_2 dx_3 = \frac{7}{4}, \quad (20)$$

$$V = V(y(\mathbf{x})) = E(y^2(\mathbf{x})) - E^2(y(\mathbf{x})) = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 y^2(\mathbf{x}) dx_1 dx_2 dx_3 - \hat{y}_0^2 = \frac{41}{48}. \quad (21)$$

参数 x_1 的子方差项 V_1 和 V_{-1} 由下式计算得到:

$$V_1 = V(E(y | x_1)) = V(E^2(y | x_1)) - \hat{y}_0^2 = \int_0^1 \left(\int_0^1 \int_0^1 y(\mathbf{x}) dx_2 dx_3 \right)^2 dx_1 - \hat{y}_0^2 = \frac{25}{48}, \quad (22)$$

$$V_{-1} = V(E(y | \mathbf{x}_{-1})) = V(E^2(y | \mathbf{x}_{-1})) - \hat{y}_0^2 = \int_0^1 \int_0^1 \left(\int_0^1 y(\mathbf{x}) dx_1 \right)^2 dx_2 dx_3 - \hat{y}_0^2 = \frac{13}{48}, \quad (23)$$

最后,得到参数 x_1 的一阶敏感性指标和总敏感性指标 $S_1 = V_1/V = 25/41$ 和 $S_{T1} = 1 - V_{-1}/V = 28/41$.其他参数的灵敏度指标可以类似求得,结果为 $S_2 = 4/41, S_{T2} = 4/41, S_3 = 9/41, S_{T3} = 12/41$.

由图 1 可知模型不确定性大小与样本数目有关系,为此敏感性分析时设置不同样本数目的工况,共设置 5 种样本数目:4, 6, 8, 10, 12.在不同样本数目工况下的计算结果,如图 2 所示.由图 2 可以得到以下结论:

1) 当样本数量较少时对应的敏感性指标分布范围较大,表明敏感性指标的不确定性大,这是由模型不确定性引起的.2) 当样本数量增加时,模型不确定性在减小,此时得到敏感性指标值的不确定性在减小,且越来越接近真值.3) 在样本点数目较少的情况,仍然可以看到本文方法得到的敏感性指标的少部分样本是等于或接近敏感性指标真值的,表明本文方法更为鲁棒和可靠.

综上所述,本文提出的全局 Gauss 过程模型方法用于全局敏感性分析,因考虑了替代模型不确定性而更加鲁棒和可靠.

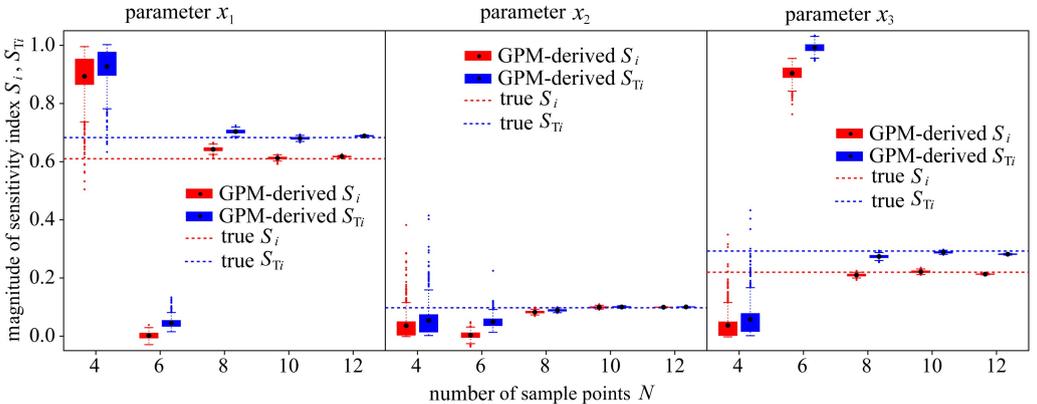


图 2 测试函数的敏感性分析结果对比

Fig. 2 Comparison of global sensitivity analysis results of the test function

4 实例应用：安庆铁路长江大桥

4.1 桥梁简介与有限元模拟

安庆铁路长江大桥位于安庆前江口汇合口处下游官山咀附近,是南京至安庆城际铁路和阜阳至景德镇铁路的重要组成部分.该桥为双塔三索面斜拉桥,全长 1 363 m,跨径布置为 (101.5+188.5+580+217.5+159.5+116) m,如图 3 所示.主梁为三片主桁钢桁梁,桁间距 2×14 m,节间长 14.5 m,桁高 15 m.主塔为倒“Y”字形钢筋混凝土结构,斜拉索为空间三索面,呈扇形布置,全桥共有拉索 216 根.

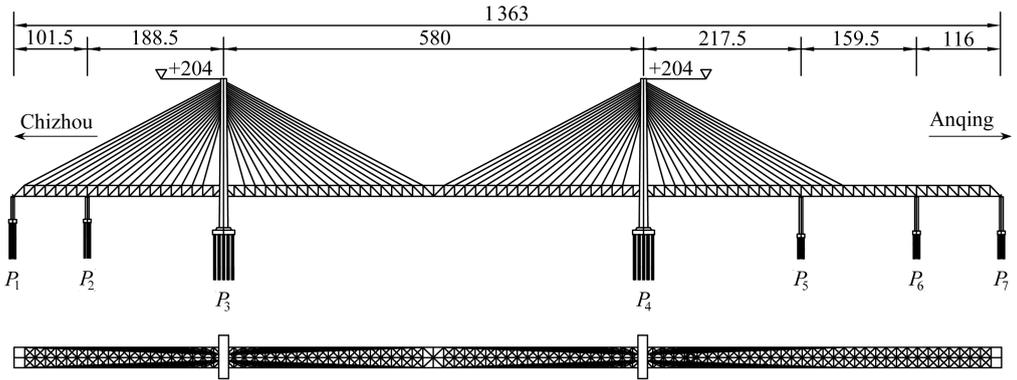


图 3 安庆铁路长江大桥总体布置(单位: m)

Fig. 3 Configuration of the Anqing Yangtze River Railway Bridge (unit: m)

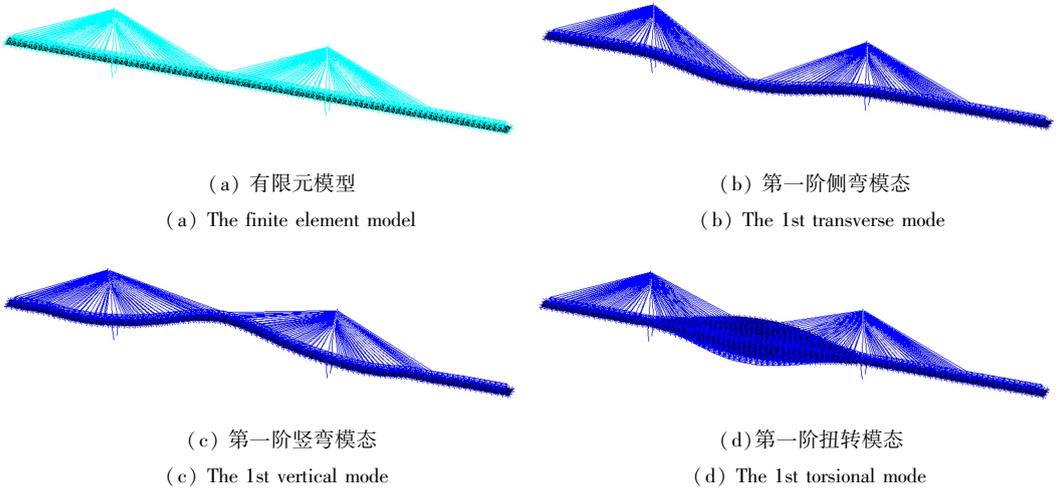


图 4 安庆铁路长江大桥有限元模型与模态

Fig. 4 Finite element model and mode shapes of the Anqing Yangtze River Railway Bridge

采用商用有限元软件 ANSYS 建立该斜拉桥的有限元模型.模型细节为:钢桁架上弦杆、下弦杆、竖直腹杆、斜腹杆、横向和竖向连接构件、U 肋和倒 T 型纵梁均采用等截面梁单元 (Beam4) 模拟;主塔采用变截面梁单元 (Beam188) 模拟;斜拉索采用只受拉不受压的杆单元 (Link10) 模拟;顶板和横梁采用壳单元 (Shell63) 模拟;道砟、道砟槽混凝土板、压重质量、护栏、锚头等非结构构件均采用集中质量单元 (Mass21) 模拟.有限元模型和三阶模态如图 4 所示.

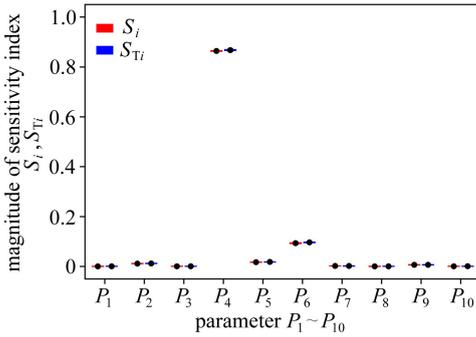
4.2 动力特性的全局敏感性分析

在结构构件制作和施工过程中,制造容差、装配磨损等因素会引起参数不确定性;同时在运营过程中,老化损伤、环境侵蚀、温度波动等因素也会导致参数变化.因此,应考虑参数不确定性对固有频率的影响.考虑到结构参数具有非负特性,为此假定不确定参数服从 Weibull(威布尔)分布、对数正态分布和均匀分布,列于表 1.

表 1 结构参数的概率分布

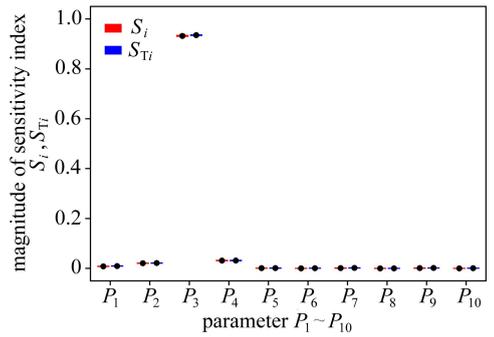
Table 1 Probability distribution of structural parameters

parameter	distribution	mean	COV
density of bridge pylon P_1 / (kg/m^3)	Weibull	2 500	0.10
elastic modulus of bridge pylon P_2 / Pa	log-normal	3.45E+10	0.15
elastic modulus of stay cable P_3 / Pa	log-normal	2.05E+11	0.15
elastic modulus of main truss P_4 / Pa	log-normal	2.10E+11	0.15
thickness of bridge deck P_5 / mm	uniform	16	0.10
elastic modulus of bridge deck P_6 / Pa	log-normal	2.10E+11	0.15
elastic modulus of longitudinal bracing P_7 / Pa	log-normal	2.10E+11	0.15
elastic modulus of lateral bracing P_8 / Pa	log-normal	2.10E+11	0.15
thickness of cross girder P_9 / mm	uniform	16	0.10
elastic modulus of cross girder P_{10} / Pa	log-normal	2.10E+11	0.15



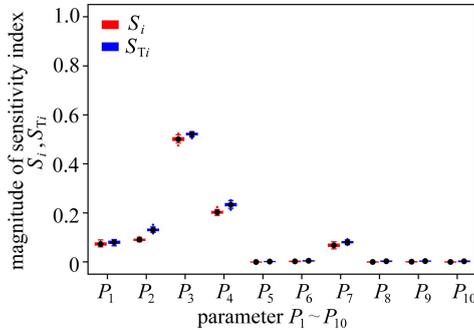
(a) 第一阶侧弯频率

(a) The 1st transverse natural frequency



(b) 第一阶竖弯频率

(b) The 1st vertical natural frequency



(c) 第一阶扭转频率

(c) The 1st torsional natural frequency

图 5 安庆铁路长江大桥动力特性的全局敏感性分析

Fig. 5 Global sensitivity analysis of the Anqing Yangtze River Railway Bridge

然后根据 2.2 小节的计算步骤,得到参数对各阶频率的敏感性指标,结果如图 5 所示.根据敏感性分析结果,得到各不确定参数对各阶频率的重要性(敏感性)如下:

1) 对于第一阶侧弯频率,参数 P_4 最为敏感;其次是参数 P_6 ;余下的参数不敏感.参数的一阶敏感性指标值和总敏感性指标值非常接近,表明参数间的相互作用不明显.

2) 对于第一阶竖弯频率,参数 P_3 最重要;余下的参数不重要.与第一阶侧弯频率一样,参数间的相互作用不明显.

3) 对于第一阶扭转频率,参数 P_3 的作用最大;然后是参数 P_4 ;接着是参数 P_2 和 P_7 ;余下参数的作用非常微弱.与前两阶频率不同的是,敏感参数间的共同作用存在.

全局敏感性分析定量了各参数对桥梁结构动力特性的作用大小,借此可判断各参数的相对重要性,有助于洞悉不确定参数影响桥梁结构动力特性的机理.

5 结 论

全局敏感性分析是定量参数不确定性对桥梁结构动力特性影响大小的有效工具.本文采用 Gauss 过程模型替代耗时的有限元模型,用于解决全局敏感性分析的高计算花费问题.此外,本文提出采用全局 Gauss 过程模型用于全局敏感性分析,考虑了替代模型不确定性的影响.传统的做法是采用 Gauss 过程模型的均值函数作为替代模型,忽略了预报方差,即模型不确定性,得出的敏感性指标值是确定的而不是一定分布范围的.本文方法的有效性,通过具有解析敏感性指标值的测试函数得到了验证.最后,基于全局 Gauss 过程模型的全局敏感性分析方法用于安庆铁路长江大桥动力特性的敏感性分析,分析结果有助于揭示结构参数不确定性对桥梁结构动力特性的影响机制.

参考文献(References):

- [1] OAKLEY J E, O' HAGAN A. Probabilistic sensitivity analysis of complex models: a Bayesian approach[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 2004, **66**(3): 751-769.
- [2] CHEN Wei, JIN Ruichen, SUDJANTO A. Analytical variance-based global sensitivity analysis in simulation-based design under uncertainty[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2005, **127**(5): 875-886.
- [3] ROHMER J, FOERSTER E. Global sensitivity analysis of large-scale numerical landslide models based on Gaussian-process meta-modeling[J]. *Computers & Geosciences*, 2011, **37**(7): 917-927.
- [4] WAN Huaping, REN Weixin. Parameter selection in finite-element-model updating by global sensitivity analysis using Gaussian process meta model[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2015, **141**(6): 04014164.
- [5] WAN Huaping, REN Weixin. A residual-based Gaussian process model framework for finite element model updating[J]. *Computers & Structures*, 2015, **156**: 149-159.
- [6] WAN Huaping, REN Weixin. Stochastic model updating utilizing Bayesian approach and Gaussian process model[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, **70/71**: 245-268.
- [7] WAN Huaping, TODD M D, REN Weixin. Statistical framework for sensitivity analysis of structural dynamic characteristics[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2017, **143**(9): 04017093.
- [8] YAN Wangji, WAN Huaping, REN Weixin. Analytical local and global sensitivity of power spectrum density functions for structures subject to stochastic excitation[J]. *Computers & Struc-*

- tures*, 2017, **182**: 325-336.
- [9] RASMUSSEN C E, WILLIAMS C K I. *Gaussian Processes for Machine Learning*[M]. The MIT Press, 2006.
- [10] SANTNER T J, WILLIAMS B J, NOTZ W I. *The Design and Analysis of Computer Experiments*[M]. Berlin: Springer, 2003.
- [11] EFRON B, STEIN C. The jackknife estimate of variance[J]. *The Annals of Statistics*, 1981, **9** (3): 586-596.
- [12] SOBOL I M. Sensitivity estimates for non-linear mathematical models[J]. *MMCE*, 1993, **1** (4): 407-414.
- [13] TARANTOLA S, BECKER W, ZEITZ D. A comparison of two sampling methods for global sensitivity analysis[J]. *Computer Physics Communications*, 2012, **183**(5): 1061-1072.

Global Sensitivity Analysis of Structural Dynamic Characteristics Considering Metamodel Uncertainty

WAN Huaping, ZHONG Jian, REN Weixin

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology,
Hefei 230009, P.R.China)

(Contributed by REN Weixin, M. AMM Editorial Board)

Abstract: Uncertainty of structural parameters will unavoidably lead to uncertainty of structural natural frequencies. The global sensitivity analysis (GSA) is an effective approach to quantify the contributions of individual parameters to the induced uncertainty of dynamic characteristics. However, the GSA has the issue of high computational cost that needs to be addressed. The fast-running Gaussian process model (GPM) was used as a surrogate for the costly computer models, to reduce the computational burden of the GSA. Moreover, the influence of the metamodel uncertainty associated with the GPM was taken into account. The effectiveness of the presented GPM-based method for the GSA was verified with a test function. Finally the GPM-based approach was applied to the GSA of structural dynamic characteristics of the Anqing Yangtze River Railway Bridge.

Key words: metamodel uncertainty; dynamic characteristic; Gaussian process model; global sensitivity analysis; bridge structure

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51508144; 51608161); China Postdoctoral Science Foundation(2015M581981; 2016M602007)

引用本文/Cite this paper:

万华平, 钟剑, 任伟新. 考虑替代模型不确定性的结构动力特性全局敏感性分析[J]. 应用数学和力学, 2018, **39**(1): 1-10.

WAN Huaping, ZHONG Jian, REN Weixin. Global sensitivity analysis of structural dynamic characteristics considering metamodel uncertainty[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, **39**(1): 1-10.