

# 空间一维结构分布动载荷时域识别方法\*

万 成<sup>1,2</sup>, 严 波<sup>1</sup>

(1. 重庆大学 航空航天学院, 重庆 400044;  
2. 重庆交通大学 土木工程学院, 重庆 400074)

(本刊编委严波来稿)

**摘要:** 提出一种适用于空间一维结构分布动载荷的时域识别方法. 基于空间分段和时间分段的思想, 推导了载荷时程识别的公式和过程. 用 MATLAB 编写了载荷识别程序, 以受分布动载荷简支梁和受随机风载荷输电导线的载荷识别对方法和程序进行验证, 并通过仿真试验研究了噪声对载荷识别的影响. 结果表明, 该方法对于线性问题有很高的识别精度, 对于弱非线性问题能够满足工程应用要求, 为分布动载荷时域识别提供了有效的途径.

**关键词:** 分布动载荷; 载荷识别; 时域方法

**中图分类号:** TH113; TB123; O32      **文献标志码:** A      doi: 10.21656/1000-0887.380006

## 引 言

确定载荷的方法分为直接测量和间接测量两类. 前者直接测量出载荷的大小或测量与载荷相关的参数来换算出载荷的大小. 然而, 对诸如输电线路随机风载荷、海洋平台海浪载荷以及建筑结构地震力等复杂载荷, 很难采用直接测量方法. 间接测量是通过结构动响应(位移、速度、加速度或应变等)的测量, 反演作用在结构上的动载荷<sup>[1]</sup>. 动载荷识别对结构安全评定和健康诊断等具有极其重要的意义.

载荷识别方法可以分为频域识别方法<sup>[2]</sup>和时域识别方法<sup>[3]</sup>. 时域识别技术因结果直观便于理解, 且克服了频域识别常出现的矩阵病态和噪声干扰问题, 在工程界广受欢迎. 载荷按分布形式可以分为集中载荷、分布载荷及移动载荷等, 按变化规律又可以分为周期载荷、瞬态载荷和随机载荷. 对于周期分布动载荷这类有确定分布的稳态振动载荷, 已有较好的识别方法<sup>[2-3]</sup>. 而随机分布动载荷, 由于空间分布和时间变化上的随机性对识别造成了困难, 目前国内外已有的方法通常仅对测点处的载荷进行识别<sup>[4-5]</sup>, 而不能对连续分布载荷进行识别.

为此, 本文针对空间一维结构, 提出一种基于 B 样条函数的分布动载荷时域识别方法. 基于空间分段和时间分段的思想, 该方法适用于长时程和分布动载荷识别, 对工程结构的安全评判和健康诊断具有十分重要的作用.

\* 收稿日期: 2017-01-06; 修订日期: 2017-06-13

基金项目: 国家自然科学基金(51277186)

作者简介: 万成(1978—), 男, 博士生(E-mail: 782864569@qq.com);

严波(1965—), 男, 教授, 博士(通讯作者. E-mail: boyan@cqu.edu.cn).

# 1 载荷识别基本原理

本文提出的载荷识别方法基于 B 样条函数. B 样条函数<sup>[6-7]</sup>定义在区间  $[u_1, u_2, \dots, u_m]$  上, 区间由  $m + 1$  个结点组成. 若 B 样条函数的阶为  $h$ , 第  $i$  个  $h$  阶 B 样条函数写为  $B_{i,h}(u)$ , 递归定义为

$$\begin{cases} B_{i,1}(u) = \begin{cases} 1, & u \in [u_i, u_{i+1}), \\ 0, & u \notin [u_i, u_{i+1}), \end{cases} \\ B_{i,h}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+h} - u_i} B_{i,h-1}(u) + \frac{u_{i+h+1} - u}{u_{i+h+1} - u_{i+1}} B_{i+1,h-1}(u). \end{cases} \quad (1)$$

从定义可以看出 B 样条函数的特征: 定义域被结点细分, 函数不是在整个区间非零. 实际上, 每个 B 样条函数在附近一个子区间非零, 因此, B 样条函数相当“局部”. 此外, 由 B 样条函数的定义还可以看出  $B_{i,p}(u) \in [0, 1]$ .

如图 1 所示为一空间一维构件, 其上作用一随空间和时间变化的分布动载荷  $q(x, t)$ ,  $x$  为一维坐标,  $t$  为时间, 该分布载荷为需要识别的未知载荷. 如果结构上的复杂分布载荷作用区间很长, 可能需要很多 B 样条函数来逼近载荷. 对分布载荷作用区间进行分段, 可以降低每一识别段子结构上载荷的复杂程度, 提高识别精度. 类似地, 通过时间分段, 可以对长时程载荷进行识别.

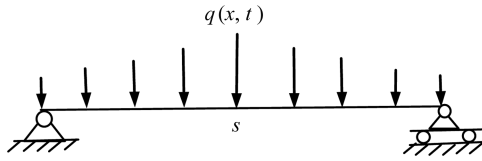


图 1 受分布载荷作用的一维结构

Fig. 1 A beam subjected to distributed dynamic load

将一维结构  $s$  空间分段为  $s_1, s_2, \dots, s_n$ , 共  $n$  段; 将载荷识别时程  $t$  等分为  $t_1, t_2, \dots, t_m$ , 共  $m$  段. 对于任一时间段  $t_j$ , 其对应的  $q(x, t)$  可表示为

$$q(x, t) = \begin{cases} q^{s_1}(x, t) & (x \in s_1, t \in t_j), \\ q^{s_2}(x, t) & (x \in s_2, t \in t_j), \\ \vdots & \vdots \\ q^{s_n}(x, t) & (x \in s_n, t \in t_j). \end{cases} \quad (2)$$

类似于空间曲面的构造和逼近方法<sup>[8]</sup>, 将载荷  $q^{s_i}(x, t)$  ( $x \in s_i, t \in t_j$ ) 在空间域和时间域展开, 有

$$q^{s_i}(x, t) = \sum_{k=1}^{K_i} \sum_{l=1}^L a_{kl}^{s_i} B_{k,4}^{s_i}(x) B_{l,4}(t) \quad (x \in s_i, t \in t_j), \quad (3)$$

其中,  $B_{k,4}^{s_i}(x)$  和  $B_{l,4}(t)$  是 4 阶 B 样条函数,  $s_i$  的长度不同, 则  $B_{k,4}^{s_i}(x)$  不同. 因时间等分, 各时间段的  $B_{l,4}(t)$  相同. 如果需要, 各时间段的长度也可以不同.  $a_{kl}^{s_i}$  为待识别的系数,  $K_i$  为空间域  $s_i$  采用的 B 样条函数的个数,  $L$  为时间域  $t_j$  采用的 B 样条函数的个数. 式 (3) 可以表达为矩阵形式:

$$q^{s_i}(x, t) = [B_{11}^{s_i} \quad B_{12}^{s_i} \quad \cdots \quad B_{K_i L}^{s_i}] \begin{bmatrix} a_{11}^{s_i} \\ a_{12}^{s_i} \\ \vdots \\ a_{K_i L}^{s_i} \end{bmatrix} \quad (x \in s_i, t \in t_j), \quad (4)$$

其中  $B_{kl}^{s_i} = B_{k,4}^{s_i}(x)B_{l,4}(t)$  .

时间段  $t_j$  对应的模态力为<sup>[9]</sup>

$$Q_r(t) = \int_s W_r(x) q(x, t) dx = \int_{s_1} W_r(x) q^{s_1}(x, t) dx + \int_{s_2} W_r(x) q^{s_2}(x, t) dx + \cdots + \int_{s_n} W_r(x) q^{s_n}(x, t) dx \quad (t \in t_j), \quad (5)$$

其中,  $Q_r(t)$  为第  $r$  阶模态力, 且  $Q_r(t)$  只与时间  $t$  有关, 与空间坐标  $x$  无关.  $W_r(x)$  为结构的固有振型. 将式(4)代入式(5)可得

$$Q_r(t) = \begin{bmatrix} \int_{s_1} W_r(x) B_{11}^{s_1} dx \\ \int_{s_1} W_r(x) B_{12}^{s_1} dx \\ \vdots \\ \int_{s_1} W_r(x) B_{K_1 L}^{s_1} dx \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_1} \\ a_{12}^{s_1} \\ \vdots \\ a_{K_1 L}^{s_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \int_{s_2} W_r(x) B_{11}^{s_2} dx \\ \int_{s_2} W_r(x) B_{12}^{s_2} dx \\ \vdots \\ \int_{s_2} W_r(x) B_{K_2 L}^{s_2} dx \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_2} \\ a_{12}^{s_2} \\ \vdots \\ a_{K_2 L}^{s_2} \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} \int_{s_n} W_r(x) B_{11}^{s_n} dx \\ \int_{s_n} W_r(x) B_{12}^{s_n} dx \\ \vdots \\ \int_{s_n} W_r(x) B_{K_n L}^{s_n} dx \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_n} \\ a_{12}^{s_n} \\ \vdots \\ a_{K_n L}^{s_n} \end{bmatrix} \quad (t \in t_j). \quad (6)$$

假设时间段  $t_j$  的起始时刻为  $t_j^0$ , 初始条件为  $v(t_j^0), \dot{v}(t_j^0)$ , 由模态解耦和 Duhamel(杜哈梅尔)积分, 时间段  $t_j$  相应的位移响应  $v(x, t)$  可表示为

$$v(x, t) = \sum_{r=1}^R W_r(x) \left[ v_0^r(x, t - t_j^0) + \int_0^{t-t_j^0} h_r(t - t_j^0 - \tau) Q_r(\tau) d\tau \right] \quad (x \in s, t \in t_j), \quad (7)$$

其中,  $r$  为结构固有模态的阶次,  $R$  为模态的个数,  $v_0^r(x, t - t_j^0)$  为附加结构自由振动的第  $r$  阶位移响应<sup>[9]</sup>,  $h_r(t - t_j^0 - \tau)$  为第  $r$  阶单位脉冲反应函数, 且  $h_r(t - t_j^0 - \tau) Q_r(\tau)$  只与时间  $t$  有关, 与空间坐标  $x$  无关.

将式(6)代入式(7)有

$$v(x, t) = \sum_{r=1}^R W_r(x) v_0^r(x, t - t_j^0) + \sum_{r=1}^R W_r(x) \begin{bmatrix} H_{r,11}^{s_1}(t) \\ H_{r,12}^{s_1}(t) \\ \vdots \\ H_{r,K_1 L}^{s_1}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_1} \\ a_{12}^{s_1} \\ \vdots \\ a_{K_1 L}^{s_1} \end{bmatrix} +$$

$$\sum_{r=1}^R W_r(x) \begin{bmatrix} H_{r11}^{s_2}(t) \\ H_{r12}^{s_2}(t) \\ \vdots \\ H_{rK_2L}^{s_2}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_2} \\ a_{12}^{s_2} \\ \vdots \\ a_{K_2L}^{s_2} \end{bmatrix} + \cdots + \sum_{r=1}^R W_r(x) \begin{bmatrix} H_{r11}^{s_n}(t) \\ H_{r12}^{s_n}(t) \\ \vdots \\ H_{rK_nL}^{s_n}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_n} \\ a_{12}^{s_n} \\ \vdots \\ a_{K_nL}^{s_n} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$(x \in s, t \in t_j),$

其中

$$H_{rkl}^{s_i}(t) = \int_0^{t-t_j^0} h_r(t-t_j^0-\tau) \left[ \int_{s_i} W_r(x) B_{kl}^{s_i} dx \right] d\tau.$$

假设结构上响应测点的个数为  $M$ , 且每个测点的采样时间点数为  $N$ . 测点  $p$  的空间坐标为  $x^p$ , 其在时刻  $t^q$  的响应表示为  $v_{pq}$ . 由于  $H_{rkl}^{s_i}$  只与时间  $t$  有关, 与空间坐标  $x$  无关, 由式(8)有

$$v_{pq} = \sum_{r=1}^R W_r(x^p) v_0^r(x^p, t^q - t_j^0) + \sum_{r=1}^R W_r(x^p) \begin{bmatrix} H_{r11}^{s_1}(t^q) \\ H_{r12}^{s_1}(t^q) \\ \vdots \\ H_{rK_1L}^{s_1}(t^q) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_1} \\ a_{12}^{s_1} \\ \vdots \\ a_{K_1L}^{s_1} \end{bmatrix} +$$

$$\sum_{r=1}^R W_r(x^p) \begin{bmatrix} H_{r11}^{s_2}(t^q) \\ H_{r12}^{s_2}(t^q) \\ \vdots \\ H_{rK_2L}^{s_2}(t^q) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_2} \\ a_{12}^{s_2} \\ \vdots \\ a_{K_2L}^{s_2} \end{bmatrix} + \cdots + \sum_{r=1}^R W_r(x^p) \begin{bmatrix} H_{r11}^{s_n}(t^q) \\ H_{r12}^{s_n}(t^q) \\ \vdots \\ H_{rK_nL}^{s_n}(t^q) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{s_n} \\ a_{12}^{s_n} \\ \vdots \\ a_{K_nL}^{s_n} \end{bmatrix}$$

$(x^p \in s_i, t^q \in t_j). \quad (9)$

时间段  $t_j$  对应的所有测点的位移时程响应可用矩阵表示为

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{GA} \quad (x \in s, t \in t_j), \quad (10)$$

其中  $\mathbf{V} = [v_{11} \ v_{12} \ \cdots \ v_{1N} \ v_{21} \ \cdots \ v_{MN}]^T$ .

由式(8)右端第一项可得

$$\mathbf{V}_0 = \sum_{r=1}^R \left\{ \begin{array}{l} W_r(x^1) v_0^r(x^1, t^1 - t_j^0) \\ W_r(x^1) v_0^r(x^1, t^2 - t_j^0) \\ \vdots \\ W_r(x^1) v_0^r(x^1, t^N - t_j^0) \\ W_r(x^2) v_0^r(x^2, t^1 - t_j^0) \\ \vdots \\ W_r(x^M) v_0^r(x^M, t^N - t_j^0) \end{array} \right\}.$$

由除右端第一项以外的其他求和项可得

$$\mathbf{GA} = \mathbf{G}^{s_1} \mathbf{A}^{s_1} + \mathbf{G}^{s_2} \mathbf{A}^{s_2} + \cdots + \mathbf{G}^{s_n} \mathbf{A}^{s_n} =$$

$$[\mathbf{G}^{s_1} \ \mathbf{G}^{s_2} \ \cdots \ \mathbf{G}^{s_n}] \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{s_1} \\ \mathbf{A}^{s_2} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{s_n} \end{bmatrix},$$

其中

$$\mathbf{G}^{s_i} = \sum_{r=1}^R \begin{bmatrix} W_r(x^1) [H_{r11}^{s_i}(t^1) & H_{r12}^{s_i}(t^1) & \cdots & H_{r1L}^{s_i}(t^1) & \cdots & H_{rK_iL}^{s_i}(t^1)] \\ W_r(x^1) [H_{r11}^{s_i}(t^2) & H_{r12}^{s_i}(t^2) & \cdots & H_{r1L}^{s_i}(t^2) & \cdots & H_{rK_iL}^{s_i}(t^2)] \\ \vdots \\ W_r(x^1) [H_{r11}^{s_i}(t^N) & H_{r12}^{s_i}(t^N) & \cdots & H_{r1L}^{s_i}(t^N) & \cdots & H_{rK_iL}^{s_i}(t^N)] \\ W_r(x^2) [H_{r11}^{s_i}(t^1) & H_{r12}^{s_i}(t^1) & \cdots & H_{r1L}^{s_i}(t^1) & \cdots & H_{rK_iL}^{s_i}(t^1)] \\ \vdots \\ W_r(x^M) [H_{r11}^{s_i}(t^N) & H_{r12}^{s_i}(t^N) & \cdots & H_{r1L}^{s_i}(t^N) & \cdots & H_{rK_iL}^{s_i}(t^N)] \end{bmatrix}_{(M \cdot N \times K_i \cdot L)},$$

$$\mathbf{A}^{s_i} = [a_{11}^{s_i} \quad a_{12}^{s_i} \quad \cdots \quad a_{K_iL}^{s_i}]_{(K_i \cdot L \times 1)}^T,$$

矩阵  $\mathbf{G}$  为  $(M \cdot N) \times (\sum_{i=1}^n K_i \cdot L)$  阶矩阵,  $\mathbf{A}$  为  $(\sum_{i=1}^n K_i \cdot L) \times 1$  的列阵。

对于分布动载荷的识别,测点的个数  $M$  必然大于 1,通过控制采样时间点个数  $N$ ,容易满足  $M \cdot N > \sum_{i=1}^n K_i \cdot L$ 。根据式(10),并且对  $\mathbf{G}$  求最小二乘广义逆,得到识别系数  $\mathbf{A}$  为

$$\mathbf{A} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{V} - \mathbf{V}_0). \quad (11)$$

在得到识别系数  $\mathbf{A}$  后,代入式(3)和式(2)即可得到时间段  $t_j$  的待识别载荷。

对所有时间段进行上述重复过程,即可识别出载荷的整个时间历程。

## 2 载荷识别方法

基于前述理论,在进行载荷识别时,首先由式(11)得到识别参数  $\mathbf{A}$ ,然后代入式(3)和式(2)即可得到识别载荷。式(11)中的  $\mathbf{G}$  和  $\mathbf{V}_0$  需事先确定。 $\mathbf{G}$  的确定即为标定过程。

### 2.1 矩阵 $\mathbf{G}$ 的标定

矩阵  $\mathbf{G}$  是联系结构位移响应和外力的桥梁,矩阵  $\mathbf{G}$  的标定是载荷识别的关键。由式(10)可知,  $\mathbf{G}^{s_i}(x \in s_i, t \in t_j)$  的第 1 行第 1 列元素的表达式为

$$G_{11}^{s_i} = \sum_{r=1}^R W_r(x^1) H_{r11}^{s_i}(t^1) \quad (x^1 \in s_i, t^1 \in t_j). \quad (12)$$

根据模态叠加原理,矩阵中元素  $G_{11}^{s_i}$  的物理意义是:当作用的载荷  $q(x, t)$  为  $B_{1,4}^{s_i}(x) B_{1,4}(t)$  ( $x \in s_i, t \in t_j$ ) 时,载荷作用区域为结构的第  $s_i$  段,作用时长为  $t_j$ ,通过模态叠加法计算得到结构位于坐标点  $x^1$  处,时刻  $t^1$  的位移响应值。这里的  $B_{1,4}^{s_i}(x) B_{1,4}(t)$  ( $x \in s_i, t \in t_j$ ) 称为标定力。

在对  $G_{11}^{s_i}$  进行标定时,将载荷  $B_{1,4}^{s_i}(x) B_{1,4}(t)$  ( $x \in s_i, t \in t_j$ ) 作用在结构的第  $s_i$  段,作用时长为  $t_j$ ,利用有限元模型计算结构的位移时域响应。位移时域响应结果中,坐标点  $x^1$  处时刻  $t^1$  的位移响应值即为  $G_{11}^{s_i}$ 。 $\mathbf{G}^{s_i}(x \in s_i, t \in t_j)$  矩阵的其余元素可用相同的方法计算得到。

由式(9)可知,将载荷  $B_{1,4}^{s_i}(x) B_{1,4}(t)$  ( $x \in s_i, t \in t_j$ ) 作用在结构的第  $s_i$  段,作用时长为  $t_j$ ,需采样结构全部  $M$  个测点而不仅是第  $s_i$  段上的测点的位移响应值,且每个测点的采样时间点数为  $N$ 。由此,  $M \times N$  个采样位移值即构成了  $\mathbf{G}^{s_i}(x \in s_i, t \in t_j)$  的第 1 列。共有  $K_i \times L$  个标定力,故  $\mathbf{G}^{s_i}(x \in s_i, t \in t_j)$  为  $M \cdot N \times K_i \cdot L$  矩阵。

### 2.2 矩阵 $\mathbf{V}_0$ 的构造

式(10)中的向量  $\mathbf{V}_0(t \in t_j)$  的第 1 个元素为

$$V_0^1 = \sum_{r=1}^R W_r(x^1) v_0^r(x^1, t^1) \quad (t^1 \in t_j). \quad (13)$$

根据模态叠加原理,向量中元素  $V_0^1(t^1 \in t_j)$  的物理意义是:时间段  $t_j$  的起始时刻为  $t_j^0$ , 初始位移和速度为  $v(t_j^0)$  和  $\dot{v}(t_j^0)$ , 结构自由振动,由模态叠加法计算得到结构位于坐标点  $x^1$  处  $t^1$  时刻的位移响应值.计算  $V_0^1(t^1 \in t_j)$  时,将初始位移和初始速度作为有限元模型的初始条件,计算结构自由振动的位移时域响应,点  $x^1$  时刻  $t^1$  的位移响应值即为  $V_0^1(t^1 \in t_j)$ .  $V_0(t \in t_j)$  其余的向量元素可用相同的方法计算得到.

## 3 算例

### 3.1 梁弯曲问题分布动荷载识别

参见图 1,一简支梁长 2 m,横截面为 0.02 m×0.02 m 的正方形,弹性模量为 200 GPa, Poisson(泊松)比为 0.25,材料密度为  $7.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ . 作用于梁上的分布载荷为

$$q(x, t) = 30 \cos(\pi x) \sin(\pi t).$$

分布动载荷  $q(x, t)$  的单位为 N/m. 本算例首先利用有限元方法计算该梁在已知动载荷作用下的响应,然后根据梁上测点的位移响应,利用本文载荷识别方法识别分布载荷的时程,并将其与施加的载荷进行比较,以验证方法的正确性.

利用 ABAQUS 有限元软件建立该简支梁的有限元模型,将梁均匀划分为 20 个空间梁单元.为简化起见,将作用于每个单元上的载荷简化为均布载荷,其大小为作用于该单元上分布载荷的平均值.取每个单元中点为测点,简支梁上响应测点的个数为 20 个,采样频率为 100 Hz.

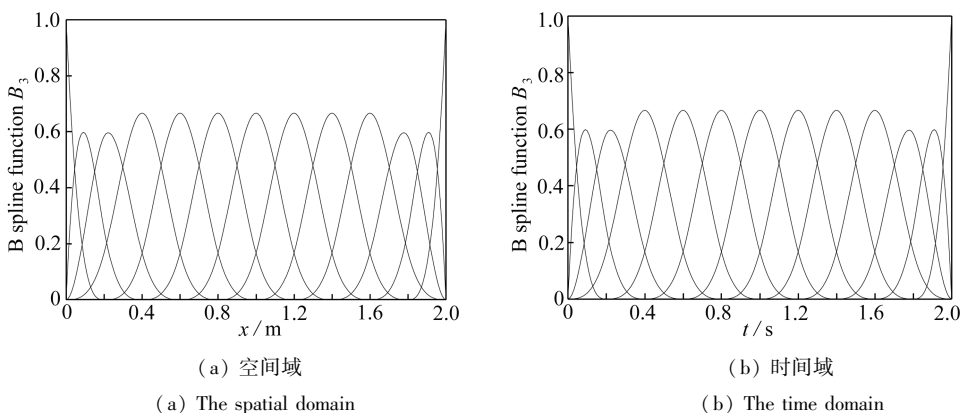
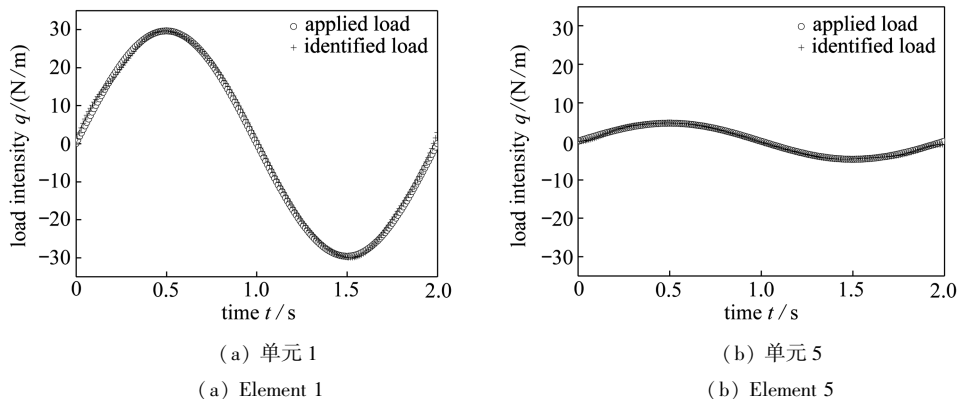


图 2 用于简支梁载荷识别的 B 样条函数

Fig. 2 B spline functions for load identification of the beam



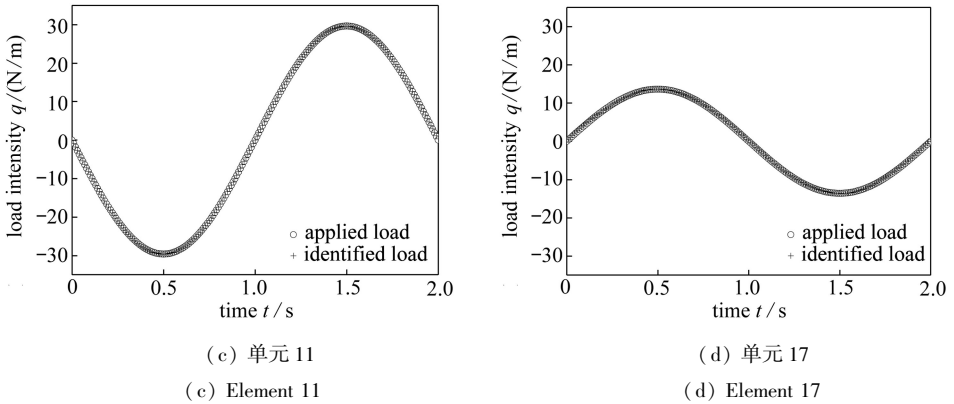


图 3 简支梁典型单元识别载荷和施加载荷的比较

Fig. 3 Identified and applied loads at typical elements of the beam

由于梁的长度较小,本算例不对梁进行分段,识别的载荷时程时间长度为 2 s,也不对时间进行分段,空间和时间域均采用 3 次准均匀 B 样条基函数,如图 2 所示。

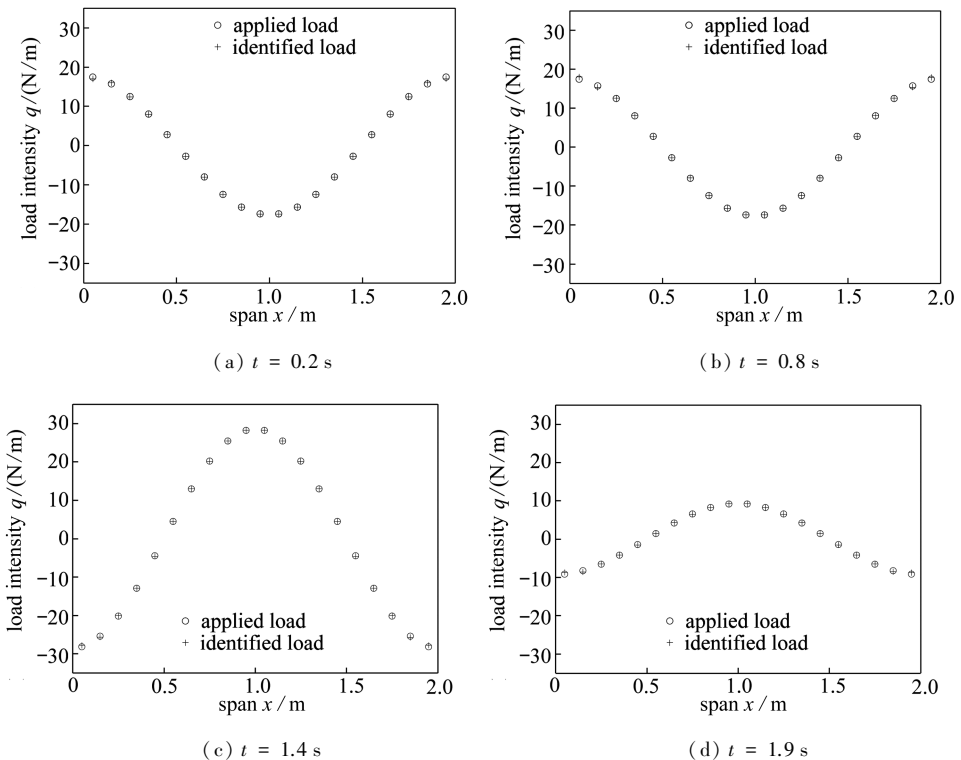


图 4 典型时刻简支梁识别载荷与施加载荷的比较

Fig. 4 Identified and applied loads on the beam at typical moments

图 3 所示为简支梁典型单元 0~2 s 的识别载荷和模型施加载荷的比较,图 4 为典型时刻简支梁上识别载荷分布与施加载荷的比较,其中的点代表各单元上的分布载荷。从图中可见,识别载荷与模型计算时施加的载荷一致,说明本文提出的载荷识别方法正确有效。

### 3.2 噪声对载荷识别结果的影响

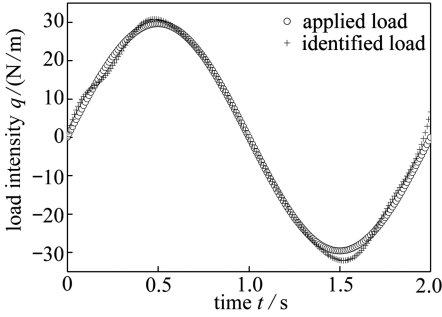
现场测量过程中受诸多因素的影响,实测信号中混有噪声是难以避免的,因此,分析噪声

对识别结果的影响是研究载荷识别方法的重要环节.为此,通过数值仿真,在有限元数值模拟得到的梁位移响应中加入一定水平的随机噪声,以模拟现场测量的位移响应.带噪声的位移响应可以表示为<sup>[10]</sup>

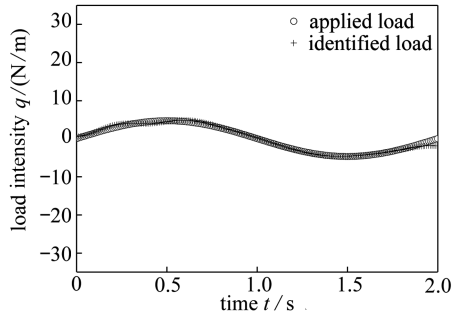
$$y_n = y_s + l_n \cdot y_{s\_std} \cdot R_{ran}, \tag{14}$$

其中,  $y_s$  是仿真计算得到的位移响应,  $y_{s\_std}$  是仿真位移响应的标准差,  $l_n$  是代表噪声水平的百分数,  $R_{ran}$  是均值为 0, 方差为 1 的一组随机数.

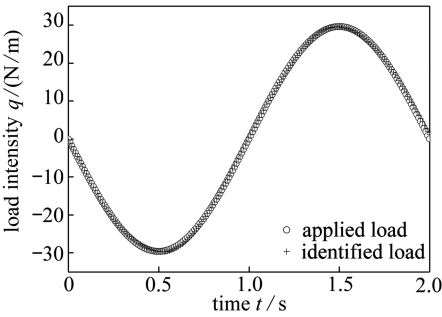
采用与上述算例相同的模型和载荷,在仿真计算得到的位移响应中加入 5% 的噪声,将加入噪声的位移信号作为输入信号,进行载荷识别.



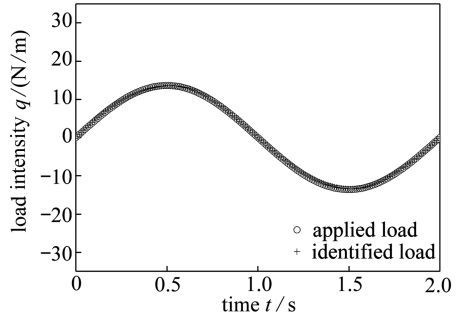
(a) 单元 1  
(a) Element 1



(b) 单元 5  
(b) Element 5



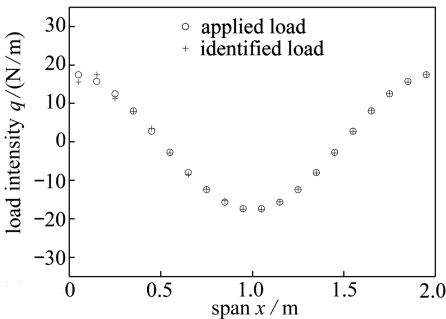
(c) 单元 11  
(c) Element 11



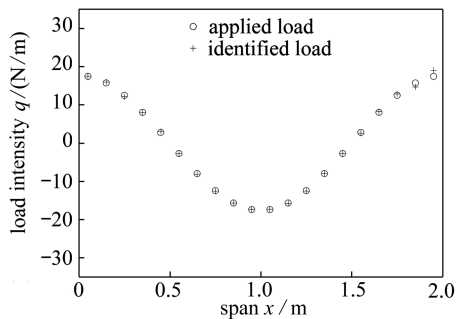
(d) 单元 17  
(d) Element 17

图 5 噪声对典型梁单元的认识载荷时程的影响

Fig. 5 The effect of noise on identified load histories at typical beam elements



(a)  $t = 0.2$  s



(b)  $t = 0.8$  s



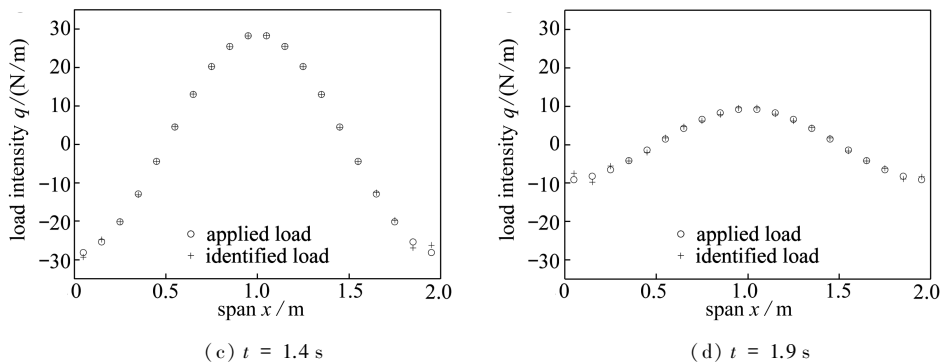


图6 噪声对典型梁单元的认识载荷分布的影响

Fig. 6 The effect of noise on identified load distributions at typical beam elements

典型梁单元的认识载荷与施加载荷的比较如图5所示.典型时刻梁认识载荷与施加载荷的比较如图6所示.可以发现,加入5%的噪声后,对靠近梁端部的单元有较明显的影响,远离梁端部的识别精度仍然较高,总体上讲,识别的结果仍具有较好的精度,能够满足工程实际要求.

### 3.3 作用于输电导线上的随机风荷载识别

本小节利用受随机风荷载作用输电线路的风偏问题为例,首先采用数值方法模拟随机风场,用有限元方法计算导线在该风场作用下的风偏,进而利用测点的位移响应识别沿线路的随机风荷载,最后将识别载荷与施加载荷进行比较,以验证载荷识别方法的有效性.

如图7所示为一作用有随机风荷载的耐张段导线.导线最低点离地面高10 m,假设线路地貌为B类,最低点平均风速为5 m/s.采用数值方法模拟随机风场,采用工程中常用的Kaimal风速谱和Davenport相关函数描述<sup>[11]</sup>,根据Shinozuka理论,结合FFT算法,可快速有效地模拟得到脉动风速时程样本<sup>[12]</sup>.在模拟风速时程时,沿线路方向每隔10 m模拟一个风速样本,共生成20个风速时程.得到风速时程后可根据我国电力行业标准计算作用于导线上的风荷载<sup>[13]</sup>.

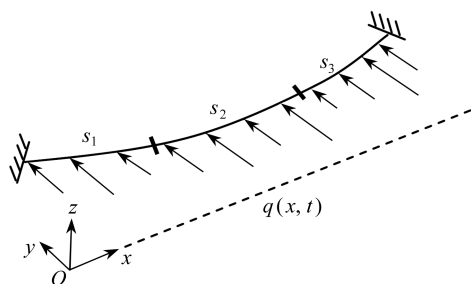
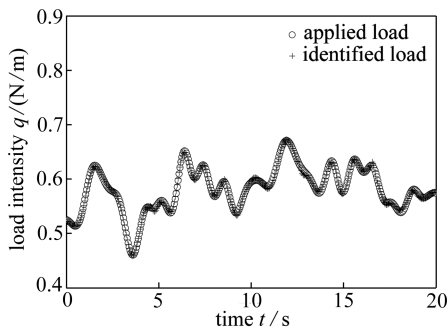
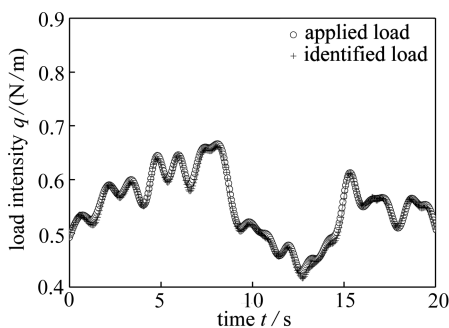
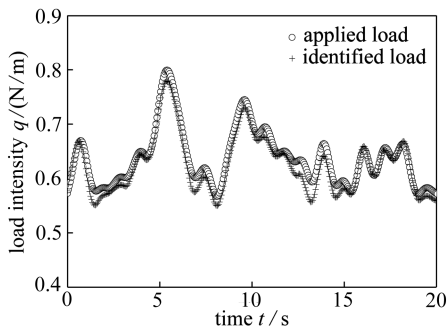


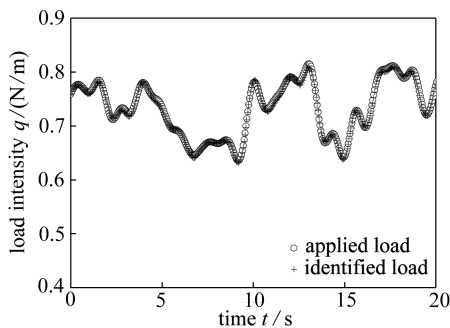
图7 随机风场中的导线

Fig. 7 A power line in a stochastic wind field

(a) 第3段  
(a) Segment 3(b) 第7段  
(b) Segment 7



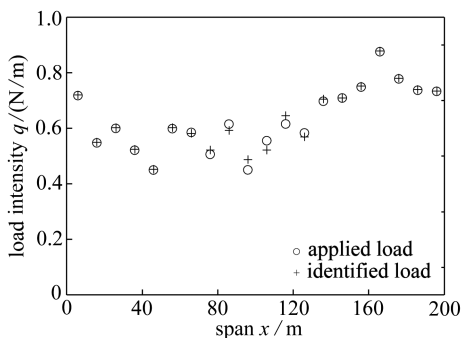
(c) 第13段  
(c) Segment 13



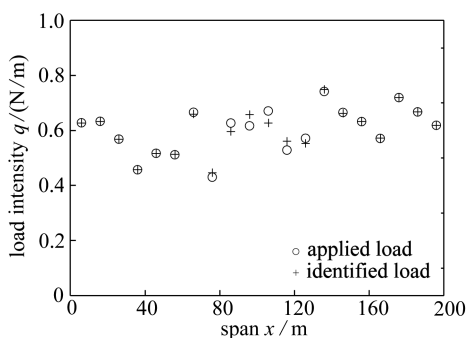
(d) 第19段  
(d) Segment 19

图8 输电导线上典型加载段识别载荷与施加载荷的比较

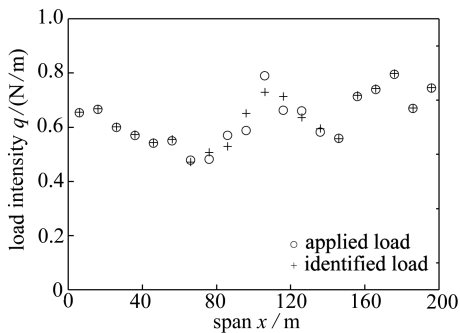
Fig. 8 Identified and applied loads at typical segments of the power line



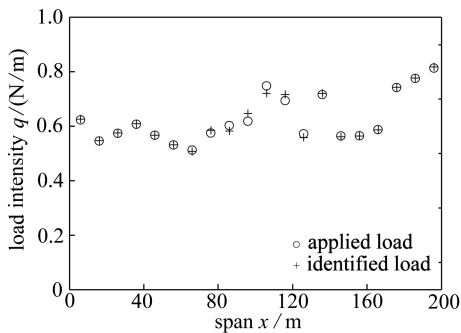
(a)  $t = 2$  s



(b)  $t = 8$  s



(c)  $t = 14$  s



(d)  $t = 20$  s

图9 典型时刻输电导线上识别随机分布载荷与施加载荷的比较

Fig. 9 Identified and applied loads on the power line at typical moments

该导线档距为 200 m,采用 LGJ-300/40 单导线,弹性模量  $7.3 \times 10^4$  MPa, Poisson 比 0.3,质量 1 133 kg/km.采用 ABAQUS 软件模拟该导线在上述模拟随机风场中的风偏响应.用三维杆单元离散化导线,定义其材料为不可压缩即可模拟导线的索单元.有限元模型共划分 200 个单元,每个单元长度为 1 m.将整档导线划分为 20 个加载段,每个加载段由 10 个单元组成,施加相同的风载荷.为识别风荷载,取每个加载段的中点为测点,共 20 个测点,采样频率为 20 Hz.

将导线分为 3 段,时间时程 20 s 等分为 4 段.空间和时间均采用 3 次准均匀 B 样条基函数.空间段  $s_1$  和  $s_3$  的基函数取 6 个,  $s_2$  的基函数取 7 个;每个时间段取 23 个基函数.按前述方法

对矩阵  $\mathbf{G}$  进行标定, 并进行载荷识别。

图 8 为作用于输电导线典型加载段识别载荷与施加载荷比较, 图 9 为典型时刻输电导线上识别随机分布载荷与施加载荷的比较, 其中的点代表各加载段的分布载荷。从图中结果可见, 识别得到的载荷与施加的载荷数值上存在一定的差异, 但载荷沿线路的分布规律以及随时间的变化规律与施加的载荷一致。产生数值上差别的原因主要有以下两个方面: 一方面, 输电导线在风荷载作用下的风偏属于几何非线性问题, 但本文方法利用了线性系统模态叠加思想, 因此是一近似处理; 另一方面, 有限元模拟的数值误差也会导致载荷识别的误差。

## 4 结 论

本文提出了一种识别作用于结构上分布动载荷的方法, 得到如下结论: 1) 基于空间分段和时间分段思想, 推导了分布动载荷时程识别的公式, 并编写了载荷识别软件。2) 对典型梁弯曲和导线上的随机风荷载进行了识别, 结果表明, 对于线性问题, 该方法具有很高的精度; 对于弱非线性问题, 可以获得与实际载荷变化规律一致的结果。3) 利用数值仿真方法, 通过算例讨论了噪声对载荷识别精度的影响, 结果表明, 在噪声为 5% 时, 本文提出的载荷识别方法仍具有较高的识别精度, 能够满足工程实际要求。4) 本文提出的方法简单实用, 具有十分重要的理论意义和应用前景。该方法可以扩展到二维和三维复杂分布动载荷的识别。

## 参考文献 (References):

- [1] 张方, 秦远田. 工程结构动载荷识别方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011. (ZHANG Fang, QIN Yuan-tian. *Dynamic Load Identification Method for Engineering Structures*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011. (in Chinese))
- [2] 张方, 秦远田, 邓吉宏. 复杂分布动载荷识别技术研究[J]. 振动工程学报, 2006, 19(1): 81-85. (ZHANG Fang, QIN Yuan-tian, DENG Ji-hong. Research of identification technology of dynamic load distributed on the structure[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2006, 19(1): 81-85. (in Chinese))
- [3] 姜金辉, 张方, 陈寅. 基于固有振型的复杂结构分布动载荷时域识别[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(4): 581-586. (JIANG Jin-hui, ZHANG Fang, CHEN Yin. Distribution load identification in time domain with the mode shape polynomial for complex structures[J]. *Journal of Vibration Measurement & Diagnosis*, 2012, 32(4): 581-586. (in Chinese))
- [4] Hwang J-S, Kareem A, KIM Hong-jin. Wind load identification using wind tunnel test data by inverse analysis[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2011, 99(1): 18-26.
- [5] Kazemi A A, Bucher C. Derivation of a new parametric impulse response matrix utilized for nodal wind load identification by response measurement[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 344: 101-113.
- [6] De B C. On calculation with B-splines[J]. *Journal of Approximation Theory*, 1972 (6): 50-62.
- [7] Les P, Wayne T. *The NURBS Book*[M]. Springer, 1996: 32-84.
- [8] 黄友谦. 曲线曲面的数值表示和逼近[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1984: 137-147. (HUANG You-qian. *Numerical Representation and Approximation of Curves and Surfaces* [M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1984: 137-147. (in Chinese))
- [9] Clough R, Penzien J. *Dynamics of Structures*[M]. Computers and Structures Inc, 2003.

- [10] 毛玉明. 动载荷反演问题时域分析理论方法和实验研究[D]. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2010. (MAO Yu-ming. The theoretical approach and experimental study on the inverse problem of dynamic force identification in time domain[D]. PhD Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2010. (in Chinese))
- [11] Claes D, Svend O H. *Wind Loads on Structures*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1997.
- [12] YAN Bo, LIN Xue-song, LUO Wei, et al. Numerical study on dynamic swing of suspension insulator string in overhead transmission line under wind load[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2010, **25**(1): 248-259.
- [13] 国家电力公司东北电力设计院. 电力工程高压送电线路设计手册[M]. 第2版. 北京: 中国电力出版社, 2003: 103-327. (Northeast Electric Power Design Institute of National Electric Power Corporation. *Design Manual of High Voltage Transmission Lines for Electric Engineering* [M]. 2nd ed. Beijing: China Electric Power Press, 2003: 103-327. (in Chinese))

## A Time Domain Identification Method for Distributed Dynamic Loads on 1D Spatial Structures

WAN Cheng<sup>1,2</sup>, YAN Bo<sup>1</sup>

(1. College of Aerospace Engineering, Chongqing University,  
Chongqing 400044, P.R.China;

2. College of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University,  
Chongqing 400074, P.R.China)

(Contributed by YAN Bo, M. AMM Editorial Board)

**Abstract:** A time domain identification method for distributed dynamic loads on 1D spatial structures was proposed. Based on the idea of spatial and temporal divisions, the formula and process for load time history identification were derived. The load identification program was compiled by means of MATLAB, and the identification method was verified through 2 examples: a simply supported beam subjected to distributed dynamic loads and a power line subjected to stochastic wind loads. Moreover, the effect of noise on the load identification was investigated through numerical simulation. It is shown that the distributed loads can be accurately identified for linear problems and approximately identified for weakly nonlinear problems with the presented method, which provides an efficient way to identify distributed loads on engineering structures.

**Key words:** distributed dynamic load; load identification; time domain method

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China(51277186)

---

引用本文/Cite this paper:

万成, 严波. 空间一维结构分布动载荷时域识别方法[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(9): 967-978.  
WAN Cheng, YAN Bo. A time domain identification method for distributed dynamic loads on 1D spatial structures[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(9): 967-978.