

虚拟激励法在国内外工程界的应用回顾与展望*

林家浩, 张亚辉, 赵岩

(大连理工大学 运载工程与力学学部 工程力学系;
工业装备结构分析国家重点实验室(大连理工大学), 辽宁 大连 116024)

(我刊编委林家浩、张亚辉来稿)

摘要: 《随机振动的虚拟激励法》自 1985 年正式发表以来,逐渐得到许多工程领域的认可和采用,解决了很多重要而困难的工程问题.该方法不但被国内某些工程规范所推荐,而且被 3 种国际工程手册成章刊载,在国际上亦占有了一席之地.该文是笔者参考了数百篇国内外论文,依据其中一部分在 11 个工程领域对虚拟激励法的应用和一些学者的评论所撰写的综述.借以让更多工程技术人员和研究者对虚拟激励法有较为全面的了解,以结合各自工程领域更有效地开展对随机振动理论和方法研究成果的应用和发展.

关键词: 随机振动; 虚拟激励法; 工程应用

中图分类号: O324

文献标志码: A

doi: 10.21656/1000-0887.370578

引言

以 1905 年 Einstein(爱因斯坦)研究 Brown(布朗)运动为标志,随机振动进入了学术研究的范围.而随机振动作为一门有广泛工程背景的技术学科,一般认为始于 1958 年在麻省理工学院召开的一次探讨随机振动应用的学术会议,至今已逾半个世纪.其重要性也日益受到学术界和工程界的肯定.但是由于传统的计算分析方法过于繁琐,其在工程界的应用受到了很大的限制.最近三十多年在我国建立和发展的虚拟激励法,从计算力学的角度对随机振动传统算法进行了系统更新,其高效、精确、实施简单的特性使得这一系列算法在我国工程界得到了日益广泛的传播和应用.近年来也逐渐得到国际同行的重视,应用虚拟激励法于不同工程领域者也日渐增多.

线性结构受单点平稳 Gauss(高斯)随机激励的计算,是工程界应用最多,也相对最为成熟的领域.不过对于这样的问题,当结构的自由度比较多时,即使采用振型叠加法解耦降阶,计算量也会随采用的参振振型数而按平方规律急剧增加.在虚拟激励法出现以前,为了减小计算

* 收稿日期: 2016-09-29

基金项目: 国家自然科学基金(18972017;19342003;19332030;19772009;10072015;10472023;10972048;90815023); 国家科技支撑计划(2009BAG12A04)

作者简介: 林家浩(1941—),男,教授(E-mail: jhlin@dlut.edu.cn);

张亚辉(1972—),男,教授,博士生导师(E-mail: zhangyh@dlut.edu.cn);

赵岩(1974—),男,副教授(通讯作者. E-mail: yzhao@dlut.edu.cn).

量,大部分教科书或相关文献都给出一个近似计算方法,即将不同振型之间的相关项予以忽略^[1-3]。这使得计算量随参振振型数仅按线性规律而增加,工程师较易接受。但是由此可能造成很大的误差,除非所有参振振型所对应的自振频率都相差1到2倍或以上,而这对于二维或三维结构模型而言,是很难实现的。林家浩^[4]于1985年对单点平稳随机激励问题提出了虚拟激励的概念,并由此构成一个“确定性算法”,使得上述随机振动的计算量完全不依赖于参振振型的数量,不但计算量进一步大大减少,而且得到了原问题的精确解。且其计算步骤又特别简单,在我国工程界逐渐得到了广泛应用。但是,当存在多个互相有一定相干性的平稳随机激励时,尽管仍然是线性平稳随机振动问题,其计算量之浩大仍然是国内外诸多学者长期未能逾越的屏障^[5-8]。林家浩于1992年在大连理工大学内部交流资料发表了处理上述多点平稳随机激励的随机振动虚拟激励算法,很快就在国内一些重要的工程单位被传播和应用,并发表了多篇应用论文。而该方法则于1994年在国际刊物发表^[9]。其首先将多点随机激励的功率谱矩阵通过 Hermite (厄米特) 矩阵分解的手段,转化为若干个单点虚拟激励的功率谱矩阵之和。然后用每一个虚拟激励计算出虚拟响应,并由它们自乘得到功率谱矩阵。将所有这些功率谱矩阵相加,就得到了实际结构随机响应功率谱矩阵。这就用非常简单的步骤解决了国内外学术界长期努力探索且争论不休的一个重要问题。这个方法不但被工程界大量应用到桥梁、水坝、大跨度建筑等的抗震设计中,还被应用到风工程、车辆工程、海洋工程等诸多领域。本文所列举的近200篇文献就反映了一部分国内外工程界应用虚拟激励法的情况。

以上是虚拟激励法在平稳随机振动领域的发展,相对来说还是比较简单的。许多实际随机振动问题是不具有平稳性的,例如短暂发生的地震、车辆或阵风通过桥梁等。非平稳随机振动的传统算法,比平稳随机振动的计算更加复杂困难。以往对于非平稳随机激励问题,常常简化成平稳随机激励来计算。或采用很简化的非平稳模型,按“均匀调制演变随机激励”模型 $f(t) = g(t)x(t)$ 来处理^[10]。这里 $g(t)$ 是一慢变的确定性调制函数,而 $x(t)$ 是一平稳随机过程。即使这样,其计算量比相应的平稳随机振动还是成数量级增长,计算过程也复杂得多,很难在实际工程中被应用。如果采用更加符合工程实际的“非均匀调制演变随机激励”模型^[11],则涉及到对 Riemann-Stieltjes 积分的处理,问题就更为复杂。虚拟激励法处理上述均匀调制或非均匀调制问题都是非常方便的^[12-13],并可证明只要对确定性虚拟激励作用下的线性运动方程进行逐步积分计算即可,还可以用 Newmark 法计算。不过运用由我国学者创建的精细积分法计算可以使分析效率进一步大大提高^[14]。因此,有上万自由度工程规模的三维有限元非平稳随机振动分析现在已经可以在普通微机上轻松地完成。虚拟激励法和精细积分法的创建者曾在1998—2000年间3次赴美在20多所世界知名大学和工程单位介绍上述方法,表明其相对于传统随机振动算法的极大优越性,引起了很大反响,并被美国 CRC 出版社出版的《Vibration and Shock Handbook》^[15]用专门一章予以介绍。

根据平稳随机响应的功率谱矩阵 $S_{yy}(\omega)$ 来反演平稳随机激励的功率谱矩阵 $S_{xx}(\omega)$,是随机振动的反问题,具有广泛的工程价值。但它的求解比上述随机振动正问题更加困难,也是长期以来工程界未能突破的一个问题。林家浩、智浩、郭杏林等^[16-17]提出了求解此问题的逆虚拟激励法,它将已知的或实际测量到的随机响应功率谱矩阵(是一 Hermite 矩阵)分解为若干个互不相干的虚拟简谐响应,然后反演出每一虚拟简谐激励,从而组合出真实的随机激励功率谱矩阵。于是,随机振动的反问题被转化为简谐振动的反问题,使得原来很困难的问题变得很简单了。在最近10年中,这一随机荷载识别方法已经在国防、交通、工民建等多个工程领域得到大量考核验证和工程应用,被认为精确可靠,是一种很有发展前途的方法。

非线性体系的随机振动精确计算是非常困难的,很难为实际工程所采用。一般是借助于等

效线性化的手段,通过求解一系列线性化结构的随机响应,逐渐逼近原非线性体系的随机响应精确解.而在求解这些线性化结构的随机响应时,如果采用虚拟激励法,则可以在确保精度不降低的前提下,大大加快计算速度.而且虚拟激励法在建立线性化迭代方程时,往往也使得推导过程更加简便,得到的线性化方程更为简单,容易求解.一个广为人知的例子是对多层结构考虑滞变阻尼机制的非线性抗震计算,通过广泛采用的 Bouc-Wen 模型而建立的线性化方程归结为求解高阶 Lyapunov 线性方程组,但是用虚拟激励法则产生低阶窄带线性代数方程组^[18].后者不但求解方法简单,且对典型算例的计算量比较表明,后者的计算量不到前者的 1/100,但是计算结果是完全一样的.导管架海洋平台波浪响应计算,悬索桥受阵风作用时的耦合颤振-抖振分析也都是采用等效线性化手段求解非线性随机振动的典型问题.所以说,虽然虚拟激励法本身是一个线性方法,但是它仍然被工程界大量应用于求解各种类型的非线性随机振动问题.

1 虚拟激励法简介

1.1 单点平稳随机激励引起随机振动的传统计算方法

工程结构所承受的许多环境载荷有鲜明的概率特征,例如地震、风、海浪、路面或轨道的不平等.这些工程结构在设计和运行时都应该考虑随机外载的作用.半个世纪以来,国内外科学技术人员为解决这类工程问题的计算作出了不懈的努力,并取得了丰富的理论成果.但是,在实际应用这些理论成果时,却遭遇计算量太大的瓶颈,以致于这些理论成果长期以来难于被工程界广泛接受并加以应用.对于最为简单常见的线弹性结构受到单点平稳随机激励的情形,其运动方程为

$$M\ddot{\mathbf{y}} + C\dot{\mathbf{y}} + K\mathbf{y} = \mathbf{p}x(t), \quad (1)$$

其中 $x(t)$ 是平稳随机激励,其自谱密度 $S_{xx}(\omega)$ 已知, \mathbf{p} 是给定的常向量.

按传统的随机振动方法结合振型叠加法可以推导出其响应 \mathbf{y} 的功率谱密度的 CQC 算式^[1]:

$$S_{yy}(\omega) = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^q \gamma_j \gamma_k H_j^* H_k \boldsymbol{\phi}_j \boldsymbol{\phi}_k^T S_{xx}(\omega), \quad (2)$$

其中对应于第 j 阶振型的频率响应函数 $H_j(\omega)$ 和振型参与系数分别为

$$H_j = (\omega_j^2 - \omega^2 + 2i\zeta_j)^{-1}, \quad \gamma_j = \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{p}, \quad (3)$$

式中 $\omega_j, \boldsymbol{\phi}_j, \zeta_j, \gamma_j$ 是第 j 阶自振圆频率、振型、临界阻尼比和振型参与系数.

在实际工程问题中,参振振型的总数 q 往往不是一个小数,按式(2)进行计算的工作量往往是非常大的.因此在 20 世纪 90 年代之前出版的文献或教科书中几乎都建议了式(2)的简化算法,即略掉其耦合项,而简化成下列 SRSS 形式:

$$S_{yy}(\omega) = \sum_{j=1}^q \gamma_j^2 |H_j|^2 \boldsymbol{\phi}_j \boldsymbol{\phi}_j^T S_{xx}(\omega). \quad (4)$$

式(4)虽然所需要的计算量仅仅是式(2)的 $1/q$,但是对于多数问题精度很差,而且计算量仍然比虚拟激励法大 q 倍.自从笔者在国内外多篇论文和学术会议中剖析了这一事实之后,近十几年来仍然推荐式(4)的论著已经显著减少.

1.2 单点平稳随机激励引起随机振动的虚拟激励算法

对于上述单点零均值平稳随机激励 $x(t)$ 问题,虚拟激励法的关键是构造以下虚拟简谐激励^[15]:

$$\tilde{x}(t) = \sqrt{S_{xx}(\omega)} e^{i\omega t}, \quad (5)$$

($\tilde{\cdot}$)代表相应的虚拟量.于是产生与方程(1)相应的虚拟简谐运动方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{y}}} + \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{y}}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{p}\sqrt{S_{xx}(\omega)}e^{i\omega t}. \quad (6)$$

其平稳解为

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{Y}(\omega)e^{i\omega t}. \quad (7)$$

用前 q 阶振型进行振型叠加,易得

$$\mathbf{Y}(\omega) = \sum_{j=1}^q \gamma_j \mathbf{H}_j \boldsymbol{\phi}_j \sqrt{S_{xx}(\omega)}. \quad (8)$$

按虚拟激励法, \mathbf{y} 的自谱密度算法应为

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \tilde{\mathbf{y}}^* \tilde{\mathbf{y}}^T = \mathbf{Y}^*(\omega) \mathbf{Y}^T(\omega). \quad (9)$$

如果将式(8)代入式(9)并展开,就得到式(2).可见式(9)与式(2)精度完全相同,但是式(2)需要的计算量是式(9)的 q^2 倍.应用三维有限元模型进行桥梁结构的抗震计算时,为了保证精度, q 往往要取 300 到 500.因此虚拟激励法需要的计算量非常少,从而克服了传统随机振动计算效率低下的工程应用瓶颈.

传统的随机振动互功率谱密度矩阵计算也是比较繁琐的问题,而虚拟激励法的计算则简单得多.对于上述问题而言,只要计算出相关的两个虚拟简谐响应 $\tilde{\mathbf{y}}$ 和 $\tilde{\mathbf{z}}$,则响应向量 \mathbf{y} 和 \mathbf{z} 的互功率谱密度矩阵 $\mathbf{S}_{yz}(\omega)$ 可用下式计算:

$$\mathbf{S}_{yz}(\omega) = \tilde{\mathbf{y}}^* \tilde{\mathbf{z}}^T. \quad (10)$$

1.3 多个平稳随机激励引起随机振动的虚拟激励算法

如果结构受 m 个平稳随机激励,其运动方程可表示为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{x}(t), \quad (11)$$

其中 \mathbf{R} 是表示作用力位置的常矩阵, $\mathbf{x}(t)$ 是一 m 维零均值平稳随机过程向量,其 $m \times m$ 功率谱密度矩阵 $\mathbf{S}_{xx}(\omega)$ 已知,是一 Hermite 矩阵,它有 m 个特征对 d_j 和 $\boldsymbol{\phi}_j$.则 $\mathbf{S}_{xx}(\omega)$ 可表达为下列形式^[8,15]:

$$\mathbf{S}_{xx}(\omega) = \sum_{j=1}^m d_j \boldsymbol{\phi}_j^* \boldsymbol{\phi}_j^T. \quad (12)$$

若 $r (r \leq m)$ 是矩阵 $\mathbf{S}_{xx}(\omega)$ 的秩(rank),则 $\mathbf{S}_{xx}(\omega)$ 有 r 个非零特征值.可用它们构造出下列虚拟简谐激励:

$$\tilde{\mathbf{x}}_j(t) = \sqrt{d_j} \boldsymbol{\phi}_j e^{i\omega t} \quad (j = 1, 2, \dots, r). \quad (13)$$

用式(13)替换式(11)右端的 $\mathbf{x}(t)$, 得下列虚拟响应方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{y}}_j} + \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{y}}_j} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{y}}_j = \mathbf{R}\sqrt{d_j} \boldsymbol{\phi}_j e^{i\omega t}. \quad (14)$$

不难解得虚拟简谐响应 $\tilde{\mathbf{y}}_j(t)$, 形式上可表示为

$$\tilde{\mathbf{y}}_j(t) = \mathbf{Y}_j(\omega)e^{i\omega t}. \quad (15)$$

同理求得另一虚拟简谐响应 $\tilde{\mathbf{z}}_j(t)$, 表示为

$$\tilde{\mathbf{z}}_j(t) = \mathbf{Z}_j(\omega)e^{i\omega t}. \quad (16)$$

则与随机响应 $\mathbf{y}(t)$ 和 $\mathbf{z}(t)$ 相应的功率谱密度矩阵可通过下式计算:

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \sum_{j=1}^r \mathbf{Y}_j^*(\omega) \mathbf{Y}_j^T(\omega), \quad (17)$$

$$\mathbf{S}_{yz}(\omega) = \sum_{j=1}^r \mathbf{Y}_j^*(\omega) \mathbf{Z}_j^T(\omega). \quad (18)$$

$r = 1$ 代表了一些工程上常见的现象,例如海洋平台不同支腿受到的波浪力彼此有一定的时间差;地震波通过大跨度桥梁时,各支座所受的地震作用也存在依赖于波速的时间差(行波效

应);钢轨对火车前后轮的随机激励也存在时间差.这些多点激励问题对应 $r = 1$, 属于广义单激励问题.在按虚拟激励法进行计算时,只需产生一个虚拟激励,计算是非常简单快捷的.

功率谱矩阵 $S_{xx}(\omega)$ 的 Hermite 分解也可以用 $S_{xx}(\omega)$ 的 Cholesky (LDLT) 分解来代替. d_j 代表分解出的对角阵 D 的第 j 个非零对角元,而 ϕ_j 是下三角矩阵 L 中与该非零对角元相应的一列.当 $S_{xx}(\omega)$ 的阶数很高时,用 LDLT 分解计算效率可以高很多.

1.4 单点非平稳随机激励问题的虚拟激励法

许多随机振动问题是不具有平稳性的,例如短暂发生的地震,车辆通过有限长度的桥梁等.非平稳随机振动的传统算法,比平稳随机振动的计算更加复杂困难,计算量也要增加 1 到 2 个数量级.所以以往对于非平稳随机激励问题,也常常简化成平稳随机激励来计算.如果必须按非平稳模型来计算,则通常将零均值非平稳激励 $f(t)$ 简化为下列“均匀调制演变随机激励”来处理:

$$f(t) = g(t)x(t), \quad (19)$$

其中 $g(t)$ 是给定的慢变调制函数(非随机性),而 $x(t)$ 是零均值平稳随机过程,其功率谱密度 $S_{xx}(\omega)$ 已知.文献[12,19]证明了,只要用下列虚拟激励

$$\tilde{f}(t) = g(t) \sqrt{S_{xx}(\omega)} \exp(i\omega t) \quad (20)$$

代替 $f(t)$ 作为运动方程的右端项,计算出某一虚拟响应向量 $\tilde{y}(t)$, 则实际的随机响应的功率谱矩阵可按式计算:

$$S_{yy}(\omega) = \tilde{y}^*(t, \omega) \tilde{y}^T(t, \omega), \quad (21)$$

式中的上标 * 和 T 分别代表向量的复共轭和转置.

以上的计算步骤十分简单.只要事先选定一系列的频点 ω , 对每一频点做一次时间历程积分,就可以得到完整的 $S_{yy}(\omega)$ 离散解.需要注意的是,对于高频分量而言,用常规的时间历程方法,例如 Newmark 方法进行时间积分时,时间步长必须取得非常小,才能适当地描绘时间激励的高速变化,从而保证一定的计算精度,但这需要耗费大量的计算时间.为了避免这一缺点,可以采用精细积分法来进行时间历程积分^[14],因为精细积分法不需要很大的时间步长,总是在给定的离散时间点给出精确的积分值.

将非平稳随机地震激励表达为式(19)所示的形式,认为地震波中所有的频率分量都按相同的速度而随时间衰减,这与实际情况并不符合.实际上高频分量衰减得快得多,因此这种“均匀调制演变随机激励”假定并不被很认真的地震工程专家所认可.而 Priestley^[11] 在 1967 年提出的非均匀调制演变随机激励却受到他们的高度评价,他用 Riemann-Stieltjes 积分表达非平稳随机激励^[5-6]:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega, t) e^{i\omega t} d\alpha(\omega), \quad (22)$$

其中 $A(\omega, t)$ 是已知的非均匀调制函数,而 α 满足下列方程:

$$E[d\alpha^*(\omega_1) d\alpha(\omega_2)] = S_{xx}(\omega_1) \delta(\omega_2 - \omega_1) d\omega_1 d\omega_2, \quad (23)$$

这里 $S_{xx}(\omega_1)$ 是平稳随机过程 $x(t)$ 的自谱.以上的随机激励模型计算非常困难,林家浩等^[9,13,19] 在 1997 年构造虚拟激励:

$$\tilde{f}(t) = A(\omega, t) \sqrt{S_{xx}(\omega)} e^{i\omega t}, \quad (24)$$

在这一确定性荷载 $\tilde{f}(t)$ 作用下,方程(6)成为

$$M\ddot{\tilde{y}} + C\dot{\tilde{y}} + K\tilde{y} = pA(\omega, t) \sqrt{S_{xx}(\omega)} e^{i\omega t}. \quad (25)$$

考虑结构初始静止,则 $t = 0$ 时 $\tilde{y}_0 = \dot{\tilde{y}}_0 = \mathbf{0}$.由此,可对一系列离散频点进行时程积分而得到虚拟响应 $\tilde{y}(\omega, t)$ 与 $\tilde{z}(\omega, t)$ 的时域离散解.在每一时刻处 $\mathbf{y}(t)$ 与 $\mathbf{z}(t)$ 的功率谱矩阵可由下式

计算:

$$S_{yy}(\omega, t) = \tilde{\mathbf{y}}^*(\omega, t) \tilde{\mathbf{y}}^T(\omega, t), S_{yz}(\omega, t) = \tilde{\mathbf{y}}^*(\omega, t) \tilde{\mathbf{z}}^T(\omega, t). \quad (26)$$

式(25)虽可用 Newmark 或 Wilson- θ 之类常规方法来求解,但用精细积分法计算更为精确快速^[14, 19-20].对多点非平稳随机激励作用的情况,仍可仿照多点平稳随机激励问题,通过对激励谱矩阵 LDLT 分解而实现快速精确的虚拟激励计算.

1.5 多个任意相干平稳随机激励作用下的逆虚拟激励法

对于受任意相干多点平稳随机激励的结构,如果已经测量出其某种响应功率谱矩阵 S_{yy} , 阶数为 n , 可以借助于 Cholesky 分解,将它表达为

$$S_{yy} = \sum_{j=1}^r \mathbf{b}_j^* \mathbf{b}_j^T, \quad (27)$$

其中 r 是 S_{yy} 的秩, $r \leq n$. 对于每一分量 \mathbf{b}_j 构造下列虚拟响应:

$$\tilde{\mathbf{y}}_j = \mathbf{b}_j e^{i\omega t}. \quad (28)$$

反演得到相应的虚拟激励:

$$\tilde{\mathbf{F}}_j = \mathbf{H}^+ \tilde{\mathbf{y}}_j = \mathbf{H}^+ \mathbf{b}_j e^{i\omega t} = \mathbf{a}_j e^{i\omega t}. \quad (29)$$

于是可求得激励谱矩阵:

$$S_{FF} = \sum_{j=1}^r \mathbf{a}_j^* \mathbf{a}_j^T, \quad (30)$$

其中

$$\mathbf{a}_j = \mathbf{H}^+ \mathbf{b}_j, \quad (31)$$

\mathbf{H}^+ 是系统频率响应矩阵 \mathbf{H} 的广义逆矩阵.对于中小规模的问题,可以直接用上述方法反演激励功率谱矩阵.而对于自由度更多的结构,则宜采用振型叠加法以达到进一步提高计算效率的目的^[17].

2 虚拟激励法在 11 个工程领域的应用

2.1 虚拟激励法在大跨度结构抗震计算中的应用

大跨度桥梁和水坝的抗震分析必须考虑地面随机激励的不一致性.欧美多国都投入精锐的科技力量试图在理论上最为先进的随机振动计算方法上取得突破.其中最著名的是在美国科学基金会支持下,加州大学伯克利分校抗震中心主任 der Kiureghian 教授和普林斯顿大学抗震界权威 Vanmarcke 教授的研究工作.他们花了多年时间研究大跨度结构在平稳随机地震作用下偏微分方程的求解,最后结果并不十分满意. Der Kiureghian 得到的结论是“虽然随机振动方法以其统计特性而很吸引人,它却还不能被执业工程师接受为其分析方法”^[5]. Vanmarcke 则宣称“将随机振动方法应用于地震工程界还是不现实的,除非是对于只有少量自由度和支承的简单结构”^[6].他们分别建议了近似的反应谱算法,却因为精度和算法的缺陷而在 1995 年公开辩论^[7-8]. Lin(林家浩)等^[9]在 1994 年发表的论文则为上述问题的求解给出了精确快速的虚拟激励算法,见式(11)~(18).虚拟激励法简单明了地解决了 der Kiureghian 和 Vanmarcke 等探索多年而未能解决好的问题,近十几年来已在很多工程领域得到了广泛应用.尤其是当地震波通过大跨度桥梁时,各支座所受的地震作用存在依赖于波速的时间差(行波效应);海洋平台不同支腿受到的波浪力彼此有一定的时间差;钢轨对火车前后轮的随机激励也存在确定性时间差.这些多点激励问题,属于广义单激励问题.在按虚拟激励法进行计算时,只需产生一个虚拟激励即可,计算尤为简单快捷,且仍能得到精确解.

在大跨度结构抗震领域,虚拟激励法大致被应用于以下 3 个领域:

2.1.1 大跨度桥梁抗震计算

交通部 1989 年发布的《公路工程抗震设计规范》^[21] 不能应用于主跨大于 150 m 的公路桥梁。在西方的桥梁抗震规范中,也存在类似的限制,难以解决。由于多点随机激励虚拟激励法被成功应用,我国在 2008 年发布的交通部《公路桥梁抗震设计细则》^[22] 已经率先解除了这一限制。美国 CRC 出版社 2014 年出版的《桥梁工程手册》^[23] 以全章篇幅介绍我国规范工作中的上述成果。

湖南大学程纬^[24] 在 2000 年用虚拟激励法对洞庭湖岳阳斜拉桥进行了多点激励抗震研究。同济大学范立础等^[25] 应用虚拟激励法完成了南京长江二桥的行波效应抗震分析。该文应用三维有限元模型,300 阶参振模型,表明若不考虑行波效应可导致斜拉桥产生 40% 的误差。

西南交通大学武芳文、赵雷等^[26] 用虚拟激励法研究了地震行波效应对苏通长江大桥的影响。而胥润东^[27] 应用虚拟激励法对海南琼州海峡公铁两用悬索桥进行了设计方案研究。

东南大学焦常科和李爱群^[28] 用虚拟激励法研究了目前跨度最大的双层公路斜拉桥——上海闵浦大桥多点激励随机地震响应的特点。大连理工大学刘春城、张哲等^[29] 则对由自己设计的广东金马大桥混凝土斜拉桥-T 构体系作了详尽的抗震分析。

北京工业大学陈彦江等^[30] 以一座 4 跨混凝土连续梁桥为例,考虑了不同视波速、不同相干性以及不同场地条件对结构地震响应的影响,用虚拟激励法对曲线梁桥在多维多点地震作用下的抗震性能进行分析,表明地震动的空间变化性会对曲线梁桥的地震响应产生显著影响;与一致激励相比较,结构在空间变化地震作用下的地震响应增大了 2%~55%;其中场地效应对结构响应的影响最大。

西南交通大学 Jia 和加拿大 Waterloo 大学 Pandey 等^[31] 将虚拟激励法应用于由三向空间地面运动引起的大跨度高墩桥梁的平稳/非平稳抗震计算。清华大学江洋、石永久等^[32] 发表论文介绍直接基于绝对位移的虚拟激励法实施方法,以及在 ANSYS 这类大型程序系统上对大跨度结构实施虚拟激励法的要点。

大连理工大学 Zhang 和香港城市大学 Li 等^[33] 应用虚拟激励法对香港青马大桥进行了细致的三维抗震分析。重庆交通大学赵灿晖和周志祥^[34]、西南交通大学向天宇和赵人达^[35]、天津大学李忠献和史志利^[36] 结合实际工程的研究工作也都有力地推进了虚拟激励法在桥梁抗震设计中的应用。

2.1.2 大型水坝抗震分析

大连理工大学陈健云、林皋^[37] 最早应用虚拟激励法分析了贵州天生桥水坝(堆石坝)的抗震性能。刘天云^[38] 也在 1997 年用虚拟激励法计算多点地震激励结构的平稳/非平稳随机响应。

中国水利水电科学研究院陈厚群等^[39] 应用虚拟激励法详细分析了世界上最高的小湾拱坝的抗震性能,指出这些分析是对混凝土坝抗震可靠度分析的基础性系统研究,为规范修编提供了依据,也深化和推动了学科发展。

清华大学吴健等^[40] 基于虚拟激励法对溪洛渡水坝(世界第三大水电站)进行抗震分析。刘天云和刘光廷^[41] 基于虚拟激励法完成新疆石门子拱坝多点抗震分析。河海大学刘汉龙等^[42] 将虚拟激励法应用于瀑布沟大型水利水电工程非线性抗震分析。

2.1.3 各种不同类型的大跨度工程结构抗震分析

曹资和薛素铎^[43] 出版专著对虚拟激励法在三维结构中的推广做了许多创新性工作,并实际应用于常州体育会展中心体育馆索承单层网壳屋盖抗震设计。李宏男^[44] 将虚拟激励法推广于大跨度结构多点多维随机地震响应分析。浙江大学和中国建筑科学研究院王奇、楼文娟、王亚勇等^[45] 运用多维虚拟激励随机振动分析方法,对济南奥林匹克中心体育场看台的体育场挑

篷结构给出了均值响应和峰值响应的评估方法。计算结果表明,多维地震动会明显加大结构的响应,并将虚拟激励法的计算结果与时程法进行比较,两者的计算结果吻合较好。

孙建梅等^[46]将虚拟激励法应用于多点地震输入下大跨度空间网格结构,例如哈尔滨工业大学体育场罩篷、北京四机位维修机库等。宋飞达等^[47]对大跨度超长结构(北京 T3 航站楼、北京 A380 机库等)应用虚拟激励法进行了抗震分析。徐汉勇等^[48]针对高速铁路客站跨度大、节点多、单元多、构件阻尼比差异大等特点,提出多维虚拟激励法应用于天津西站 II 区。

何庆祥和沈祖炎^[49]2009 年发表的综述性论文《结构地震行波效应分析综述》指出:“随机振动方法的统计特性很具有吸引力,但由于其计算过程复杂,计算量过大,难以应用到实际工程中。虚拟激励法克服了传统随机振动方法计算量庞大的问题,可以得到精确有效的结果。”

2.2 虚拟激励法在各种特殊结构抗震分析中的应用

东南大学王春林、吕志涛等^[50]将虚拟激励法有效地应用于核筒悬挂结构随机动力响应参数优化设计。哈尔滨工业大学和工程力学研究所陈国兴、谢君斐等^[51]对复杂结构离散传递函数进行了研究。

香港科技大学 Cheung 等^[52]对于多跨连续箱型梁桥考虑桥面与支座的耦合作用,采用样条函数法和虚拟激励法计算了其三维随机地震响应。香港城市大学 Li 等^[53]对深圳 69 层双塔地王大厦用虚拟激励法进行抗震分析时,采用有 4 万多自由度的模型,在微机上仅用时 40 分钟,为国际学术界所瞩目。

浙江大学祝长生等^[54]应用虚拟激励法对转子-轴承系统进行非平稳抗震研究。对称的阻尼矩阵和反对称的陀螺矩阵的叠加,产生不对称矩阵,可方便地采用虚拟激励法计算随机响应。西安建筑科技大学马辉等^[55]以西安鼓楼为例,用虚拟激励法研究了高台基本结构古建筑的随机地震响应。计算结果表明高台基的存在改变了结构位移和加速度功率谱的大小及分布规律,对整体结构的抗震是不利的。西安交通大学白长青、许庆余等^[56]针对工程中常见的链式结构的特点,将频响函数和迁移矩阵引入动态子结构方法中,提出了简单高效的直接迁移子结构方法。并用此方法结合虚拟激励法高效地计算了三相叠积电抗器的固有频率和随机地震响应。

澳大利亚 Monash 大学 Caprani^[57]用虚拟激励法计算人行天桥非平稳随机振动,比其他方法更具有优越性。新加坡南洋理工大学 Zhou 等^[58]应用虚拟激励法研究了 6 腿导管架海洋平台模型的地震随机响应。

2.3 虚拟激励法在结构风工程领域的应用

大跨度悬索桥和斜拉桥等非常柔,必须考虑抖振(随机振动)与颤振的耦合作用。近 40 年来 Lin 等^[59],Jain, Jones 和 Scanlan^[60],Kiviluoma^[61]提出了多种算法,因效率低而只能对计算模型作许多简化,以至于一些重要现象无法得到解释。真正完全从三维有限元角度,按精确的 CQC 方法(亦即多模态方法)进行全桥颤振-抖振耦合气动弹性分析的,则是我们中国学术团体的成果。林家浩、孙东科与香港理工大学 Ko, Xu 等合作,基于虚拟激励法建立了大跨度悬索桥三维耦合气动弹性分析的基本方程,包括三维气动刚度矩阵和气动阻尼矩阵等,并首先在一系列重要国际学术刊物发表;通过全桥三维分析,解释了一些长期解释不清的实测现象^[62-66]。在基于虚拟激励法对香港青马大桥进行的计算中,风力作用的功率谱矩阵有 2 400 阶,采用 Cholesky 分解方法代替 Hermite 矩阵谱分解进行解耦取得良好的效果。项海帆、朱乐东等进一步与香港理工大学合作就斜向入射风问题、内力响应和非平稳风振响应等问题进行了深入探讨,取得一系列研究成果^[67-70]。刘高等^[71]将虚拟激励法应用于世界第二长悬索桥浙江舟山西堠门大桥索塔风致结构内力响应计算。舟山大陆连岛工程西堠门大桥跨越西堠门水道,主跨 1 650 m,居国内第一,世界第二,是连岛工程的第四座跨海大桥,也是其中技术难度

最大的特大跨海大桥,风荷载作用下结构的内力响应是控制西堍门大桥索塔设计的一项关键因素。上述一系列基础研究和工程应用工作,使得我国桥梁工程的抗风设计能力获得很大的进步,在国内外都取得了很大影响,并屡获国内外重要奖项。

黄国庆等^[72]以云南普立大桥为工程背景,基于该桥址处实测风速样本,采用虚拟激励法分别针对实测风谱与规范风谱对该桥进行了抖振响应研究。计算结果表明,该大桥的抖振以竖向振动为主,并且其位移响应比静风突出;10 min 常值平均风会低估该桥的静风响应;由规范风谱得到的主梁抖振响应偏于不安全。肖正直^[73]将虚拟激励法应用于输电塔耦合抖振分析,初步解决了格构式输电塔因结构质量轻、刚度大,难以采用传统的气动弹性模型设计方法的困难。晏致涛^[74]用虚拟激励法对重庆菜园坝长江大桥(大跨度中承式拱桥)进行了抖振分析。

风对大跨度体育场馆、机场剧院、高层建筑等的作用也是工程界的关切问题。黄明开和倪振华^[75]应用虚拟激励法对圆拱屋盖结构进行了风致响应分析。陈贤川^[76]针对当前结构风振计算过于粗糙的问题,基于虚拟激励法和振型叠加法对大跨度屋盖建立了一套完整的风振理论,对我国风工程规范的修订将具有指导意义。卜国雄等^[77]以在建的深圳京基大厦为算例进行抖振分析,验证了虚拟激励法的有效性和准确性。当考虑 80 阶振型时,虚拟激励法只需 80 秒左右计算时间,而常规 CQC 法耗时 2 个多小时。

大型冷却塔作为一种空间薄壳的高耸结构,具有质量轻、柔性大、阻尼小、自振频率低等特点,使风荷载成为控制该类薄壳旋转结构设计的主要荷载。朱佳宁等^[78]针对某 250 m 高的超大冷却塔,通过虚拟激励法获得了风振响应的分布规律,并计算了位移风振系数,表明超大型冷却塔的位移风振系数在塔中间部分较小、底部和顶部较大。郭勇^[79]用虚拟激励法研究了大跨越输电塔线体系的风振响应。赵中伟、陈志华等^[80]基于虚拟激励法,利用风洞试验所得体形系数,对于家堡火车站单层贝壳型网壳进行风振响应分析,所得结果为实际工程等效风荷载的确定提供有效指导。

意大利拿波里大学 de Rosa, Franco 等^[81]的论文认为多点激励虚拟激励法对于工程应用而言,高效而精确。但是当激励功率谱阶数很高时,求解它的 Hermite 矩阵特征解很费时间,为此研究出一个近似的求解方法 PEDEM 进行改进。实际上,林家浩、孙东科等早在 1997 年就已经采用 LDLT 方法更为精确高效地解决了这一问题。

2.4 虚拟激励法在车辆工程领域的应用

汽车、磁浮列车、高铁等现代化交通工具在近二三十年来发展非常迅速。而随着车速的提高,由于路面或轨道表面不平度而产生的车辆随机振动会对车辆乘坐的舒适性、车辆本身的疲劳寿命等产生很大的影响。传统的车辆随机振动计算方法,常常选取一条或几条路面或轨道表面不平度的样本曲线,计算出车辆在这些样本曲线上行驶时动力响应的时间历程,并对它们进行统计计算,得出近似的车辆随机响应。这样的做法不但效率很低,精度也较差。近十几年来,虚拟激励法由于其高效、精确而又应用方便的特点,已经成为我国车辆工程界广泛应用的随机振动计算工具。

2.4.1 虚拟激励法在汽车工程领域的应用

吉林工业大学赵又群、郭孔辉等^[82-83]、华中理工大学李强和周济^[84]最早将虚拟激励法实际应用于汽车工程,起到了良好的示范作用。随后,湖南大学彭献、刘晓晖、文桂林^[85]、张亮亮、唐驾时、李立斌^[86]、吉林大学李杰、秦玉英等^[87-88],用虚拟激励法计算了汽车悬架振动、汽车运行平顺性,表明虚拟激励法对于汽车工程是非常有效的工具。张永林和侯传亮^[89]、李锦灿^[90]运用虚拟激励法和精细逐步积分法计算了车辆在路面不平度作用下对路面的动载荷,考察了车速和路面不平度对车辆动载荷变化的影响,及汽车悬架减振器阻尼和动载系数之间的关系。Xu

等^[91]提出了用虚拟激励法计算车辆运行平顺性优化设计时各阶灵敏度的高效精确算法。林敏^[92]在整理和归纳相关研究方法的基础上,结合国家自然科学基金项目“基于流形的力学过程虚拟技术力学理论及方法研究”,应用虚拟激励法对汽车行驶平顺性仿真进行了系统深入研究。王先云^[93]的研究工作表明,用虚拟激励法来构造随机路面过程简单,所构造路面的功率谱密度和给定功率谱密度符合较好。

2.4.2 虚拟激励法在高铁工程领域的应用

从2006年开始的10年间,林家浩、张亚辉、赵岩及其研究团队在国家自然科学基金和南车青岛四方机车车辆股份有限公司的多次资助下,基于虚拟激励法和辛数学方法,针对我国高铁工程中的关键技术问题在国内外学术刊物发表了60多篇学术论文,例如文献[94-100],并完成了国家科技支撑计划“中国高速列车关键技术研究及装备研制”项目中的研究课题“采用随机振动的虚拟激励法提升车体结构设计能力”。在2013年由南车集团和北车集团专家组共同对所完成项目的联合评审意见书中指出:该项研究“形成了标准的分析流程和方法,提高了车体随机振动可靠性评估的准确性”,“对高速列车形成完整自主知识产权具有重要意义”。而在此研究工作中,虚拟激励法结合精细积分法和辛数学方法得到了很好的应用。特别是,基于Lin等^[101-102]在1995年对于平稳和非平稳随机波在无穷子结构链中传播的辛数学方法,赵岩、吕峰、张志超、宋刚、徐文涛、张有为、孙维、张健、项盼、司理涛等^[95-100,103-115]将其推广应用于周期性变化轨道上匀速和变速运行的列车随机振动分析和考虑结构参数不确定性的复合随机振动分析,在车辆-轨道-桥梁随机动力学研究上取得一系列进展。

南车青岛四方机车车辆公司赵家舵^[116]应用虚拟激励法和辛数学方法建立了虚拟简谐载荷作用下车辆-轨道耦合系统的低自由度运动方程;基于ISO-2631-1—1997国际标准,提出了以平稳性为指标、以车辆悬挂装置参数为设计变量的最小-最大优化问题,并采用K-S函数对该问题的目标函数进行了拟合,实现了对车辆平稳性的优化。数值计算结果表明,该方法对峰值点的优化可达58.34%。田爱琴和孙维光^[117]针对列车运行的安全性、平顺性,利用虚拟激励法为核心算法的Sipesc-HIPEM计算百万自由度复杂三维车体弹性体的随机振动响应,并根据振动响应结果及疲劳累积损伤理论计算车体的疲劳寿命,其高效、精确的特点为高速列车动力学设计、性能预测提供了有效手段。

上述研究工作也得到了国内从事高铁工程的许多专业人士的重视,并加以发展和应用。例如西南交通大学杨新文^[118]将虚拟激励法发展和应用于高速铁路轮轨噪声预测分析系统并取得良好的效果。朱艳和李小珍^[119]应用虚拟激励法研究了车桥耦合系统在轨道高低、方向和左右轨高差不平顺激励下的空间平稳随机振动,以一列火车通过三跨33.3 m简支梁(墩高15 m)为例,研究了车桥时变耦合系统的空间随机动力特性,得到一些有应用价值的结论。华东交通大学冯青松和雷晓燕等^[120]考虑轨道随机不平顺,建立了移动车辆-有砟轨道-路基-层状地基垂向耦合振动解析模型,将虚拟激励法和解析的波数-频率域法有效结合起来,直接由轨道不平顺的功率谱密度得到准确的动态轮轨力功率谱。苏州大学李双等^[121]基于广义Ruzicka隔振系统的轨道车辆模型,结合虚拟激励法与谱分析理论快速求解垂向平稳性指标,在此基础上建立了Sperling指标与悬挂参数之间的函数关系,进行了随机悬挂参数下轨道车辆平稳性的全局灵敏度分析。中铁第四勘察设计院曾德亮^[122]基于虚拟激励法进行列车-桥梁耦合系统的非平稳随机振动分析,研究了车速以及轨道不平顺等级对系统随机振动的影响。考虑轮轨接触点处随机激励的时滞性,将轨道高低不平顺激励假设为均匀调制多点完全相干随机激励;然后根据时变系统的虚拟激励法,求得系统非平稳随机响应的时变功率谱和标准差。兰州交通大学孟建军等^[123]基于虚拟激励法对轨道车辆垂向振动进行响应分析,表明用虚拟激励法求解车辆

垂向振动模型的响应是合理和精确的,降低橡胶节点的刚度对提高车辆运行平稳性是有利的。华南理工大学徐瑞和苏成^[124]将结构动力方程写成状态方程形式,采用精细积分法对状态方程进行数值求解,导出了结构动力响应关于离散时刻处激励的显式线性表达式,在求解非平稳激励下车辆等结构随机振动方面具有很高的计算效率。

2.4.3 虚拟激励法在磁浮车辆和其他运输车辆领域的应用

同济大学周劲松等^[125]以 TR08 磁浮车辆为原型,建立了磁浮车辆的垂向动力学模型,运用虚拟激励法计算了磁浮车辆的响应功率谱,并在频域下求得了表征运行平稳性的 Sperling 指标,经过反演运算得出了车体浮沉振动的位移幅值谱和时间历程。山东理工大学刘文晓等^[126]建立了三轮机动车七自由度振动模型,给出了在恒定车速下应用实模态虚拟激励法求得的系统振动响应量的功率谱密度曲线,分析三轮机动车汽车振动性能和平顺性,为三轮机动车的平顺性和安全性设计提供理论参数计算依据。

装甲兵工程学院明波等^[127]以三维路面谱模型作为虚拟激励输入,实施了对履带车辆振动系统的动态模拟。华晨汽车工程研究院廉清泉等^[128]针对私家车和重型汽车的发展,围绕汽车行驶平顺性的模型建立与仿真分析展开了研究,提出基于虚拟激励法的频域及时域仿真建模与仿真新方法,并基于有限元思路和变分理论时域数值方法,对汽车行驶平顺性建模与仿真展开研究,将平稳随机振动虚拟激励方法应用到了汽车行驶的平顺性仿真分析中。

2.5 虚拟激励法在海洋和船舶工程中的应用

在海上采油平台的设计中,海浪的作用通常被假定为单源窄带平稳随机过程。海浪作用在平台各支腿上时,激励功率谱相同,但存在时间差。因此其激励谱矩阵是“完全相干”的,亦即该功率谱矩阵(Hermite 矩阵)只有一个非零特征值。由它产生的虚拟激励是一个线性波(Airy 波),于是波浪随机响应在虚拟激励法中,成为求解一系列线性波的流固耦合体系的响应。按照广泛应用的 Morison 公式计算的流体作用力是非线性的。进行等效线性化以后,生成的线性运动方程则具有非经典阻尼矩阵。按经典振型降阶后,阻尼矩阵是一满阵,因此方程无法解耦。这在经典随机振动理论计算中是一个困难问题。麻省理工学院 Connor^[129]提出用最小二乘法将该满阵对角化,从而实现了各阶振动方程的解耦,但这种解耦方法会导致怎样的误差实在很难说。林家浩等^[130-131]在 1985 年基于虚拟激励提出了更好的方法。尽管流固耦合的导管架海洋平台运动方程在降阶后无法解耦,但是仍然可以对虚拟简谐激励方便地得到精确解。因此避免了 Connor 引入最小二乘法抛弃阻尼阵非对角项而产生的误差,计算步骤也更为简单。该方法在 20 世纪 80 年代为渤海石油公司开发导管架采油平台结构分析系统 DASOS-J(D)时被成功地应用,也在国内外发表了多篇论文。虚拟激励法的研究也正是起源于当时我国海洋石油建设的需要,但直到近年来才逐渐被国内外工程界所了解和应用。例如自 2007 年以来,浙江大学何勇^[132]考虑深海柔性张力腿平台的几何非线性特征,引入虚拟激励法,建立结构在随机波浪荷载作用下的等效线性化系统,从而确定结构非线性随机响应。合肥工业大学董满生等^[133]采用 Morison 公式,建立地震作用下水中悬浮隧道锚索的非线性动力方程;运用等效线性化处理动力方程非线性项,采用虚拟激励模拟随机地震输入,给出锚索的位移和速度功率谱;通过位移和速度功率谱分析得到随机地震激励作用下水中悬浮隧道锚索的动力行为。澳大利亚 Curtin 大学 Azarhoushang 和 Nikraz^[134]用虚拟激励法计算了波斯湾某海洋平台,指出这是高效精确的方法。大连理工大学 Li 等^[135]将虚拟激励法应用于非常大的浮体结构(人工岛)的随机水弹性分析。上海交通大学刘勇等^[136]基于断裂力学疲劳模型,采用随机有限元法和复合随机振动理论求解等效应力范围,提出海洋平台管节点随机结构在随机波浪作用下疲劳寿命预测方法,并通过虚拟激励法求解,全面准确地预报管节点的疲劳寿命可靠度,最大限度地发挥结构潜能,

延长平台的使用寿命。薛志钢等^[137]根据船体随机荷载对托管架的影响,应用虚拟激励法和 Dirlik 方法得到对托管架进行疲劳寿命评价的方法。

英国劳埃德船级社下属劳斯莱斯船舶设计和推进系统部 Yu 和格拉斯哥大学 Das^[138]于 2008 年将虚拟激励法应用于波浪作用下船舶的疲劳设计评估。论文指出:由林家浩提出的随机振动虚拟激励法被应用于探索外部波浪压力和惯性力作用下船舶结构的疲劳分析,其同样适用于现有随机疲劳分析框架中的直接荷载法和单位荷载法。可以预见,该算法经并行化后将在疲劳设计中广为应用,占有极其重要的地位。南洋理工大学 Liu 和佛罗里达大学 Oberlies 等^[139]应用虚拟激励法研究了渤海采油平台的冰激随机振动。

2.6 虚拟激励法在航空航天工程中的应用

飞机或导弹等运载工具在飞行过程中所受到的气动荷载往往是频带非常宽的随机激励。由它们所激起的结构随机振动,按常规的随机振动计算方法是非常耗时的,但是虚拟激励法作为高速的 CQC 精确算法,却比较适合应付这类随机振动计算,并已在我国的航空航天工业中得到了一些应用。例如:

戴新进等^[140-142]对于附有 Adams 和 Maheri 型、依赖频率和温度的粘弹性阻尼层的复合材料夹层结构的飞机尾翼提出了基于虚拟激励法的平稳和非平稳随机振动算法。田永卫等^[143]对某型运输机利用飞行实测振动谱对增稳结构进行虚拟激励法分析,从而发现该型飞机增稳结构根部裂纹形成的原因。

上海航天精密机械研究所王磊等^[144]用虚拟激励法、逆虚拟激励法建立了方阵控制下的细长型飞行器双台随机振动试验的虚拟仿真程序,计算出激振位置与控制测点位置最优的组合方案,使试件各部位的振动加速度响应谱型与参考谱型更接近,实现了试验方案优化。刘晓波等^[145]基于机翼气动弹性力学和转子动力学理论,建立了翼吊发动机转子系统在大气紊流下的动力学模型,运用虚拟激励法对模型进行数值计算,为翼吊式航空发动机转子系统的抗振设计提供了依据。白瑜光等^[146-147]利用虚拟激励法结合 CFD 技术,分析复合材料机翼模型的大气紊流响应,利用 Dryden 模型得到大气紊流频谱激励下机翼的功率谱响应和方差。计算过程表明,虚拟激励法结合 CFD 技术可以准确高效地进行复合材料机翼的阵风响应分析。

王传奇^[148]研究了无人机在复杂环境下的起降问题,依据机场跑道功率谱密度,推导出无人机在不同等级跑道上滑行时起落架承受的非平稳随机激励,并采用虚拟激励法计算起落架结构的动力响应,从而为无人机起落架结构优化设计提供依据。祝俊等^[149]在对飞机结构健康监控研究中,应用自然环境激励方法采集实际工况数据,进行实时在线的监控研究。基于随机振动虚拟激励原理,利用 Fluent 软件模拟风洞试验得到飞行环境激励谱数据,进行随机振动的压力功率谱分析;利用结构随机响应的互相关函数进行有无损伤及损伤程度和位置检测,实现了飞机结构健康监控的可靠性和有效性。

2.7 虚拟激励法在国防工程中的应用

国防科技大学聂旭涛^[150]基于虚拟激励法实现了随机动力荷载下结构响应分析的并行虚拟激励法(PPEM),为伺服机构的结构强度并行分析提供了必要的计算技术,从而提高了精确制导导弹的核心技术——导引头技术。哈尔滨工程大学宋向华等^[151]针对航天器的太阳能帆板受到太阳风、航天器火箭发动机等随机因素的影响,用虚拟激励法研究了太阳能帆板非平稳随机振动,并建议加强帆板之间的铰链刚度予以抑制。

在激光工程中,环境随机振动是影响大型 ICF 固体激光驱动器光学元件结构稳定性的主要因素。美国国家点火装置(NIF)对此进行过大量研究。我国以前没有这方面的研究,近来工程物理研究院张军伟等^[152]基于神光-III 原型装置(亚洲最大的 ICF 驱动器)应用虚拟激励法对

此开展了研究。

刘明、安伟光等^[153]应用虚拟激励法解决了具有随机参数超空泡结构的动力可靠度问题。近年来,大连理工大学用虚拟激励法为我国航天工程开展了技术服务。

2.8 虚拟激励法在振动控制领域的应用

虚拟激励法使得随机振动方程的荷载以确定性荷载的方式来表达,因此在随机振动控制问题中,就可以用更为简单明了的方式来推导和求解有关的控制方程。这使得虚拟激励法在随机振动控制领域获得了很广泛的应用。这里给出在不同工程领域应用虚拟激励法于振动控制的一些实例。

香港理工大学 Xu, Zhang^[154]将虚拟激励法应用于毗邻高层建筑的避碰撞控制并带动了相关的后续研究,例如于骁等^[155]和宋刚等^[156-157]的研究工作。

加拿大 British Columbia 大学 Bigdeli 等^[158]借助虚拟激励法研究以阻尼器减轻地震产生的相邻结构碰撞问题,并用优化方法寻求最佳阻尼器参数。

杜永峰^[159]用虚拟激励法研究了弹塑性智能隔震结构控制算法。沈金^[160]应用虚拟激励法研究温州伯爵山庄宏德大厦联体结构抗震控制。Song(宋刚)等^[161]还基于线性矩阵不等式处理方法,给出一种考虑参数不确定性的鲁棒 H_{∞} 控制器设计方法,用于建筑结构的抗震控制。李春祥^[162]应用虚拟激励法对高层建筑进行顺风激励下多重调谐质量阻尼器(MTMD)进行位移和加速度控制。

朱以文和吴春秋^[163]对于频率分布密集或受频带较宽的地震激励的结构,建立了带有多个子结构系统的以模态坐标和子结构自由度为未知量的统一运动方程。针对所得方程为非对称质量、非对称刚度、非经典阻尼的情况,使用直接法求解。地震随机响应分析采用了虚拟激励法,可以考虑各振型之间的耦合项,计算量小且精度高,具有广泛的应用价值。张力等^[164]基于模态空间的平衡降阶法应用虚拟激励法对渤海海洋平台冰致振动进行 H_{∞} 控制。当参数选取合适时,可取得很好的减振效果。

谭平等^[165]针对实际高层高耸结构在设置 TMD 控制装置时空间有限,TMD 行程受限的问题,应用虚拟激励法进行了带限位 TMD 的 TMD 抗风动力可靠度研究。以广州新电视塔为例,验证了该研究在实际设计中所具有的重大工程意义。

王伟东等^[166]以虚拟激励法作为机器人移动手臂振动控制的快速计算工具。何斌等^[167]针对在强风作用下调频液柱阻尼器(TLCD)可能存在液体运动撞击容器顶部或液面低于水平段等失效问题,采用虚拟激励法计算结构-TLCD 体系在脉动风荷载下的随机风振响应;研究结构-TLCD 体系在不同风速风载下的动力可靠度、体系的风振舒适度、生命周期费用等,并对某超高层建筑结构的 TLCD 安装与否进行了投资决策。

2.9 虚拟激励法在随机荷载识别中的应用

智浩等^[168]利用海洋平台原型结构冰激振动的实测响应数据,用逆虚拟激励法(IPEM)识别了平台的冰载荷谱,结果表明逆虚拟激励法识别效果满足工程实际的需要,有较好的应用前景。廖俊和孔宪仁^[169]通过实验验证了 MIMO 逆虚拟激励法的可行性和较好识别效果。姜金辉等^[170]也发表了基于虚拟激励原理的随机荷载识别研究论文。论文指出:从实验与仿真的识别结果看,识别方法有效,识别精度理想。

张丽萍和郭立新^[171]应用逆虚拟激励法识别车辆动荷载,表明其在求解车辆随机动荷载上具有很好的求解精度,为车辆工程实践提出了新的思路和方法。王静^[172]针对目前采用 CFD 直接计算高速飞行器非定常气动力仍存在困难和不足的问题,将逆虚拟激励法引入飞行器非定常气动力载荷分析领域,进行了飞行器在多点随机激励下的非定常气动力载荷频域内识别研

究,并以工程实例验证了方法的高效正确性。

熊铁华等^[173]设计、制作了输电塔完全气弹模型,并通过大气边界层风洞试验,测试了多种风速、风向条件下输电塔的位移与加速度响应,利用虚拟激励法建立了由测点位移响应来识别结构顺风向、横风向风荷载的方法。李龙龙和吕令毅^[174]根据淮北虎山烟囱实际尺寸建立烟囱有限元等效模型,利用虚拟激励法建立了由测点响应来识别结构风荷载的方法,并通过与AR模拟所用的风压谱相比较来判别识别方法的准确性。

2.10 虚拟激励法应用于随机波在分层土壤中的传播、随机热传播、声辐射等问题

高强、林家浩等应用虚拟激励法和辛数学方法深入研究了平稳、非平稳随机波在分层土壤介质中的传播,并在一系列国内外重要学术刊物发表^[175-181]。李杰和廖松涛^[182]将随机结构正交展开理论和虚拟激励原理运用于场地波动有限元分析,形成了一种可以考虑岩土介质随机特性对工程场地地震动相干函数影响的分析方法。实例分析表明,场地介质随机特性将在场地卓越频率附近显著降低迟滞相干数值,在进行工程场地地震动随机场研究时应当考虑场地介质随机特性的影响。王淮峰等^[183]基于四川盆地及台北盆地地震害分布的差异,将虚拟激励法与有限单元法结合,将沉积盆地截面简化成等腰梯形,建立二维平面应变模型,研究了沉积盆地场地的地震反应,探讨了盆地效应的影响参数。

高忠鹏和杨海天^[184]建立了激励随机热传导问题的数值求解模型,可考虑平稳和非平稳随机激励。用虚拟激励法可有效地计算真实响应的自、互功率谱密度和响应偏差,并对激励随机热传导的逆问题做了初步探讨。

随着人们对环境舒适度要求的提高,降低声辐射水平成为人们越来越关心的问题。刘宝山、赵国忠等^[185-190]基于有限元法、边界元法和虚拟激励法,对随机激励下结构振动声辐射灵敏度分析及优化设计问题进行了多方面的研究。在JIFEX软件中实现了上述理论和算法,并通过数值算例进一步说明了该文方法能够有效地降低结构声辐射水平。

2.11 虚拟激励法在非线性随机振动领域的应用

林家浩、王军、赵岩等从2000年开始在国内外发表多篇论文^[18,191-193],对于可用Bouc-Wen滞变阻尼曲线描绘的单层或多层结构,通过等效线性化和虚拟激励法导出低阶带状线性代数方程,以替代高阶Lyapunov方程的求解。在计算精度不降低的前提下,计算效率极大提高。这一手段随后在国内受到比较广泛的发展和运用。例如杜永峰、赵国藩等^[194]研究弹塑性智能隔震结构控制算法;杜永峰、李慧等^[194-198]结合虚拟激励法发表十几篇论文,在结构抗隔震领域做了内容广泛且颇具实用价值的研究工作。李丽媛^[199]以某7层钢筋混凝土框架-剪力墙基础隔震结构为例,采用Bouc-Wen微分方程模型描述支座进入非线性的滞变特性,以虚拟激励法代替惯用的Lyapunov方程法,验证了这种强烈耗能的特性对大震的抵御,达到预期防震要求。卜国雄、谭平、周福霖等与湖南大学、广东省建筑设计研究院合作发表了一系列学术论文,例如文献^[165,200-202],结合大量的实际工程项目和自主研发的隔震装置,基于虚拟激励法做了大量关于非线性随机振动减隔震的研究,并在许多实际工程项目的抗震、抗风设计中得到应用。何勇、金伟良等^[203]考虑海底悬跨管道的几何非线性特征,把系统隐式的非线性项转化为由模态坐标高次组合表示的显式非线性项,在此基础上引入虚拟激励法,建立结构在随机流场作用下的等效线性化系统,从而确定结构非线性随机响应,并进一步分析悬跨管道的疲劳可靠性。马长飞等利用虚拟激励法和等效线性化技术,计算了基础隔震高层建筑的非平稳随机响应,研究了高阶振型对高层隔震建筑响应的影响,提出了针对基础隔震结构随机响应分析的改进算法^[204];并假定隔震系统即使在受到大震激励时,其上部结构也依然处于弹性状态,塑性变形主要集中在隔震层处,隔震支座的本构关系采用Bouc-Wen模型描述。假定同种类型支座相同

方向滞迟变量大小相等,从而显著减少参与计算的等效线性化微分方程的数量,提高了计算效率和精度^[205].中国核动力研究设计院黄茜等^[206]应用滞变支撑连接耦合结构的虚拟激励法研究了反应堆结构支撑在地震作用下的非线性滞变响应,并基于不同的控制策略,开展了最优初始屈服力的参数研究.Lei 等^[207]基于 FPDSO-TLD 的设计概念,建立了 TLD 系统升沉方向的动力学模型,以减小船体升沉引起的立管轴向动力响应.在研究这一问题时,立管被模型化为 Euler-Bernoulli 梁.通过将波浪阻尼力线性化,立管的侧向挠度可通过包含时变参数的偏微分方程获得.可通过 Galerkin 方法将其化为常微分方程,并用虚拟激励法在频域内求解,然后通过 Floquet-Lyapunov 定理来估计在参数激励空间的振动系统稳定性.

3 结 语

近二十多年来,虚拟激励法已经得到国内外许多专家学者和工程技术人员的广泛应用.本文简介了其中一部分应用和发展虚拟激励法的成果.虽然并不全面,也已经可以看到:随机振动作为一门重要的技术学科,虚拟激励法作为它的一个有力的计算工具,正日益受到工程界的重视,有巨大的应用潜力.曾经存在几十年的线性随机振动计算瓶颈已被打破,这一基于概率性的科学计算方法将更多地被不同的工程领域所采用.

参考文献 (References):

- [1] Clough R W, Penzien J. *Dynamics of Structures*[M]. New York: McGraw-Hill Inc, 1993.
- [2] Newland D E. *An Introduction to Random Vibration and Spectral Analysis*[M]. UK: Longmans, 1975.
- [3] Lin Y K. *Probabilistic Theory of Structural Dynamics*[M]. New York: McGraw-Hill, 1967.
- [4] 林家浩. 随机地震响应的确定性算法[J]. 地震工程与工程振动, 1985, 5(1): 89-93. (LIN Jia-hao. A deterministic method for the computation of stochastic earthquake response [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1985, 5(1): 89-93. (in Chinese))
- [5] der Kiureghian A, Neuenhofer A. Response spectrum method for multi-support seismic excitations[J]. *Earthq Eng Struct D*, 1992, 21: 713-740.
- [6] Ernesto H Z, Vanmarcke E H. Seismic random vibration analysis of multi-support structural systems[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1994, 120(5): 1107-1128.
- [7] der Kiureghian A, Neuenhofer A. A discussion on 'Seismic random vibration analysis of multi-support structural systems' [J]. *J Eng Mech-ASCE*, 1995, 121: 1037.
- [8] Ernesto H Z, Vanmarcke E H. Closure on the discussion[J]. *J Eng Mech-ASCE*, 1995, 121: 1038.
- [9] LIN Jia-hao, ZHANG Wen-shou, LI Jian-jun. Structural responses to arbitrarily coherent stationary random excitations[J]. *Computers & Structures*, 1994, 50(5): 629-633.
- [10] N·C·尼格姆. 随机振动概论[M]. 何成慧, 等译. 上海: 上海交通大学出版社, 1985. (Niger N C. *Introduction to Random Vibration*[M]. HE Cheng-hui, et al transl. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 1985. (Chinese version))
- [11] Priestley M B. Power spectral analysis of non-stationary random processes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1967, 6(1): 86-97.
- [12] Lin J H, Zhang W S, Williams F W. Pseudo-excitation algorithm for non-stationary random seismic response[J]. *Engineering Structures*, 1994, 16(4): 270-276.
- [13] Lin J H, Sun D K, Sun Y, et al. Structural responses to non-uniformly modulated evolutionary random seismic excitations[J]. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 1997, 13(8): 605-616.

- [14] 钟万勰. 应用力学对偶体系[M]. 北京: 科学出版社, 2002. (ZHONG Wan-xie. *The Dual System of Applied Mechanics*[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese))
- [15] Lin J H, Zhang Y H. Seismic random vibration of long-span structures[M]//*Vibration and Shock Handbook*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2005.
- [16] 林家浩, 智浩, 郭杏林. 平稳随机振动荷载识别的逆虚拟激励法(一)[J]. 计算力学学报, 1998, **15**(2): 127-136. (LIN Jia-hao, ZHI Hao, GUO Xin-lin. Inverse pseudo excitation method for loading identification of stationary random vibration (1)[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 1998, **15**(2): 127-136. (in Chinese))
- [17] Lin J H, Guo X L, Zhi H, et al. Computer simulation of structural random loading identification[J]. *Computers & Structures*, 2001, **79**(4): 375-387.
- [18] Wang J, Lin J H. Seismic random vibration analysis of hysteretic systems with pseudo excitation method[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2000, **13**(3): 246-253.
- [19] 林家浩, 张亚辉. 随机振动的虚拟激励法[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui. *Virtual Excitation Method for Random Vibration*[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese))
- [20] 林家浩, 钟万勰. 辛数学·精细积分·随机振动及应用[M]//当代科学技术基础理论与前沿问题研究丛书. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2008. (LIN Jia-hao, ZHONG Wan-xie. *Symplectic Mathematics, Precise Integration, Random Vibration and Applications*[M]//*Contemporary Science and Technology Fundamental Theory and Frontier Issues*. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2008. (in Chinese))
- [21] 公路工程抗震设计规范: JTJ 004—89[S]. 1989. (Specification of earthquake resistance design of highway engineering: JTJ 004—89[S]. 1989. (in Chinese))
- [22] 公路桥梁抗震设计细则: JTG/T B02-01—2008[S]. 2008. (Guidelines for seismic design of highway bridges: JTG/T B02-01—2008[S]. 2008. (in Chinese))
- [23] Lin J H, Zhang Y H, Zhao Y. Seismic random response analysis[M]//*Bridge Engineering Handbook*. 2nd ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2014.
- [24] 程纬. 随机地震动谱拟合模型及大跨度桥梁随机地震反应分析[D]. 博士学位论文. 长沙: 湖南大学, 2000. (CHEN Wei. Random earthquake spectra fitting model and random seismic response analysis of long-span bridges[D]. PhD Thesis. Changsha: Hunan University, 2000. (in Chinese))
- [25] 范立础, 王君杰, 陈玮. 非一致地震激励下大跨度斜拉桥响应特征[J]. 计算力学学报, 2001, **18**(3): 358-363. (FAN Li-chu, WANG Jun-jie, CHEN Wei. Response characteristics of long-span cable-stayed bridges under non-uniform seismic action[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2001, **18**(3): 358-363. (in Chinese))
- [26] 武芳文, 薛成凤, 赵雷. 超大跨度斜拉桥考虑行波效应的地震动随机响应研究[J]. 地震学报, 2010, **32**(2): 193-202. (WU Fang-wen, XUE Cheng-feng, ZHAO Lei. Stochastic seismic response of super-long-span cable-stayed bridges under excitation of traveling waves[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2010, **32**(2): 193-202. (in Chinese))
- [27] 胥润东. 琼州海峡超大多主跨公铁两用悬索桥方案设计和抗震研究[D]. 博士学位论文. 成都: 西南交通大学, 2010. (XU Run-dong. Conceptual design and aseismatic analysis of Qiongzhou strait ultra-long multi-span highway-railway suspension bridge[D]. PhD Thesis. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2010. (in Chinese))
- [28] 焦常科, 李爱群. 大跨斜拉桥多点激励随机地震响应研究[J]. 振动工程学报, 2013, **26**(5): 707-714. (JIAO Chang-ke, LI Ai-qun. Research on random seismic response of long-span cable-stayed bridge under multi-excitation[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2013, **26**(5):

- 707-714.(in Chinese))
- [29] 刘春城, 张哲, 石磊. 虚拟激励法在自锚式悬索桥竖向地震反应中的应用[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2003, **33**(4): 522-525.(LIU Chun-cheng, ZHANG Zhe, SHI Lei. Application of pseudo excitation method to vertical seismic response analysis of self-anchored suspension bridges[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2003, **33**(4): 522-525.(in Chinese))
- [30] 陈彦江, 王巾杰, 李晰. 考虑地震动空间变化的曲线梁桥随机振动分析[J]. 工程抗震与加固改造, 2014, **36**(2): 81-87.(CHEN Yan-jiang, WANG Jin-jie, LI Xi. Random vibration analysis on a curved bridge considering the seismic spatial effect[J]. *Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting*, 2014, **36**(2): 81-87.(in Chinese))
- [31] JIA Hong-yu, ZHANG De-yi, ZHENG Shi-xiong, et al. Local site effect on a high-pier railway bridge under tridirectional spatial excitations: nonstationary stochastic analysis[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, **52**: 55-69.
- [32] 江洋, 石永久, 王元清. 实用多点输入虚拟激励法在通用有限元软件中的实现[J]. 地震工程与工程振动, 2010, **30**(1): 46-52.(JIANG Yang, SHI Yong-jiu, WANG Yuan-qing. Implementation of the practical pseudo excitation method for multi-support seismic response analysis in general FEM software[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2010, **30**(1): 46-52.(in Chinese))
- [33] Zhang Y H, Li Q S, Lin J H, et al. Random vibration analysis of long-span structures subjected to spatially varying ground motions[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2009, **29**(4): 620-629.
- [34] 赵灿晖, 周志祥. 大跨度钢管混凝土拱桥在多维多点地震激励作用下的平稳随机响应[J]. 世界地震工程, 2007, **23**(4): 66-71.(ZHAO Can-hui, ZHOU Zhi-xiang. Stationary stochastic response of long-span CSFT arch bridge under the multi-component and multi-support seismic excitation[J]. *World Earthquake Engineering*, 2007, **23**(4): 66-71.(in Chinese))
- [35] 向天宇, 赵人达. 大跨度拱在空间变化的非平稳随机地震动作用下的随机响应[J]. 中国公路学报, 2001, **14**(1): 39-41.(XIANG Tian-yu, ZHAO Ren-da. Random response of long span arch under spatially variable seismic excitation[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2001, **14**(1): 39-41.(in Chinese))
- [36] 李忠献, 史志利. 行波激励下大跨度连续刚构桥的地震反应分析[J]. 地震工程与工程振动, 2003, **23**(2): 68-86.(LI Zhong-xian, SHI Zhi-li. Seismic response analysis for long-span continuous rigid-framed bridges under excitation of traveling waves[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2003, **23**(2): 68-86.(in Chinese))
- [37] 陈健云, 林皋. 拱坝-地基体系的多点输入虚拟激励法及随机响应分析[J]. 上海力学, 1999, **20**(1): 76-81.(CHEN Jian-yun, LIN Gao. Random response analysis of dam-foundation system and pseudo-excitation method[J]. *Shanghai Journal of Mechanics*, 1999, **20**(1): 76-81.(in Chinese))
- [38] 刘天云. 工程结构随机分析[D]. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 1997.(LIU Tian-yun. Stochastic analysis of engineering structure [D]. PhD Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 1997.(in Chinese))
- [39] 王光远, 程耿东, 邵卓民, 等. 抗震结构的最优设防烈度与可靠度[M]. 北京: 科学出版社, 1999.(WANG Guan-yuan, CHENG Geng-dong, SHAO Zhuo-min, et al. *Optimum Fortification Intensity and Reliability of Aseismic Structure* [M]. Beijing: Science Press, 1999.(in Chinese))
- [40] 吴健, 金峰, 徐艳杰. 拱坝随机地震行波效应分析[J]. 水利水电科技进展, 2005, **25**(4): 9-12.

- (WU Jian, JIN Feng, XU Yan-jie. Analysis of traveling wave effect of random earthquakes on arch dams[J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 2005, **25**(4): 9-12. (in Chinese))
- [41] 刘天云, 刘光廷. 拱坝地震动随机响应分析[J]. 工程力学, 2000, **17**(6): 20-25. (LIU Tian-yun, LIU Guang-ting. Random response analysis of arch dam subject to seismic excitations[J]. *Engineering Mechanics*, 2000, **17**(6): 20-25. (in Chinese))
- [42] 刘汉龙, 陆兆溱, 钱家欢. 土石坝非线性随机反应及动力可靠性分析[J]. 河海大学学报, 1996, **24**(3): 105-109. (LIU Han-long, LU Zhao-zhen, QIAN Jia-huan. Nonlinear stochastic response of rockfill dam and its dynamic reliability analysis[J]. *Journal of Hohai University*, 1996, **24**(3): 105-109. (in Chinese))
- [43] 曹资, 薛素铎. 空间结构抗震理论与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2005. (CAO Zi, XUE Su-duo. *Seismic Analysis and Design of Space Structure*[M]. Beijing: Science Press, 2005. (in Chinese))
- [44] 李宏男. 结构多维抗震理论[M]. 北京: 科学出版社, 2006. (LI Hong-nan. *Structural Multi-Dimensional Seismic Theory*[M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese))
- [45] 王奇, 楼文娟, 王亚勇, 等. 体育场挑篷结构多维地震随机响应分析[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2010, **42**(5): 256-262. (WANG Qi, LOU Wen-juan, WANG Ya-yong, et al. Random response analysis of stadium canopy roof under multiple earthquake excitations[J]. *Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition)*, 2010, **42**(5): 256-262. (in Chinese))
- [46] 孙建梅, 叶继红, 程文灏. 考虑空间相干的虚拟激励法在大跨度空间结构随机振动分析中的应用[J]. 铁道科学与工程学报, 2007, **4**(5): 11-21. (SUN Jian-mei, YE Ji-hong, CHENG Wen-rang. Application of the pseudo-excitation method with spatial coherence in random vibration analysis of long span space structures[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2007, **4**(5): 11-21. (in Chinese))
- [47] 宋飞达, 王孟鸿. 超长筒壳结构多点输入下的动力响应分析[C]//第十一届全国现代结构工程学术研讨会. 天津, 2011. (SONG Fei-da, WANG Meng-hong. Dynamic response analysis of super-long cylinder shell structure under multiple inputs[C]//*The 11th National Symposium on Modern Structural Engineering*. Tianjin, 2011. (in Chinese))
- [48] 徐汉勇, 余志武, 李玲瑶. 高速铁路客运站抗震性能分析的实用虚拟激励法[J]. 铁道学报, 2014, **36**(9): 92-98. (XU Han-yong, YU Zhi-wu, LI Ling-yao. Practical pseudo excitation method for study of behavior of high-speed railway station under multiple earthquake excitations[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2014, **36**(9): 92-98. (in Chinese))
- [49] 何庆祥, 沈祖炎. 结构地震行波效应分析综述[J]. 地震工程与工程振动, 2009, **29**(1): 50-57. (HE Qing-xiang, SHEN Zu-yan. Review of structural seismic analysis of travelling wave effects[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2009, **29**(1): 50-57. (in Chinese))
- [50] 王春林, 吕志涛, 吴京. 半柔性悬挂结构体系的减振机理及其减振效果分析[J]. 土木工程学报, 2008, **41**(1): 48-54. (WANG Chun-lin, LÜ Zhi-tao, WU Jing. Analysis of the mechanism and efficiency of vibration-absorption for semi-flexible suspension systems[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2008, **41**(1): 48-54. (in Chinese))
- [51] 陈国兴, 谢君斐, 张克绪. 土坝地震性能二维随机分析方法[J]. 地震工程与工程振动, 1994, **14**(3): 81-85. (CHEN Guo-xing, XIE Jun-fei, ZHANG Ke-xu. A method of 2-D random response analysis of earth dam earthquake performance[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1994, **14**(3): 81-85. (in Chinese))
- [52] Cheung M S, SHEN Zhen-yuan, Chan B Y B. An integrated finite element solution for box

- girder bridges and slab on girder bridges[J]. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2009, **45**(2): 155-177.
- [53] Li Q S, Zhang Y H, Wu J R, et al. Seismic random vibration analysis of tall buildings[J]. *Engineering Structures*, 2004, **26**(12): 1767-1778.
- [54] 祝长生, 陈拥军, 朱位秋. 不平衡线性转子轴承系统的非平稳地震激励响应分析[J]. 计算力学学报, 2006, **23**(3): 285-289. (ZHU Chang-sheng, CHEN Yong-jun, ZHU Wei-qiu. Response analysis on linear imbalanced rotor-bearing system under nonstationary random seismic excitation[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2006, **23**(3): 285-289. (in Chinese))
- [55] 马辉, 薛建阳, 赵鸿铁. 随机地震激励下高台基本结构古建筑的响应分析[J]. 工业建筑, 2014, **44**(2): 45-54. (MA Hui, XUE Jian-yang, ZHAO Hong-tie. Analysis of response of ancient timber buildings on the high pedestal under random earthquake excitations[J]. *Industrial Construction*, 2014, **44**(2): 45-54. (in Chinese))
- [56] 白长青, 许庆余, 许清源. 直接迁移子结构法及在叠积电抗器抗震分析中的应用[J]. 西安交通大学学报, 2004, **38**(7): 733-736. (BAI Chang-qing, XU Qing-yu, XU Qing-yuan. Application of the direct transfer substructure method to earthquake-resistant analysis of a series reactor [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2004, **38**(7): 733-736. (in Chinese))
- [57] Caprani C C. Application of the pseudo-excitation method to assessment of walking variability on footbridge vibration[J]. *Computers & Structures*, 2014, **132**: 43-54.
- [58] ZHOU Bo, GUO Wei, HAN Xiao-shuang, et al. Random seismic response analysis of jacket structure with Timoshenko's beam theory[J]. *Ships and Offshore Structures*, 2016, **11**(4): 438-444.
- [59] Lin Y K, Yang J N. Multimode bridge response to wind excitation[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1983, **109**(2): 586-603.
- [60] Jain A, Jones N P, Scanlan R H. Coupled flutter and buffeting analysis of long-span bridges [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1996, **122**(7): 716-725.
- [61] Kiviluoma R. Couple-mode buffeting and flutter analysis of bridges[J]. *Computers & Structures*, 1998, **70**(2): 219-228.
- [62] 孙东科. 长跨桥梁三维风振分析[D]. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 1999. (SUN Dong-ke. Three-dimensional wind-induced vibration analysis of long span bridge[D]. PhD Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 1999. (in Chinese))
- [63] Xu Y L, Sun D K, Ko J M, et al. Buffeting analysis of long span bridges: a new algorithm[J]. *Computers & Structures*, 1998, **68**(4): 303-313.
- [64] Sun D K, Xu Y L, Ko J M, et al. Fully coupled buffeting analysis of long-span cable-supported bridges: formulation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, **228**(3): 569-588.
- [65] Xu Y L, Zhang W S, Ko J M, et al. Pseudo-excitation method for vibration analysis of wind-excited structures[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1999, **83**(1/3): 443-454.
- [66] Zhang W S, Xu Y L. Closed form solution for alongwind response of actively controlled tall buildings with LQG controllers[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2001, **89**(9): 785-807.
- [67] Zhu L D, Xu Y L, Xiang H F. Buffeting analysis of a long suspension bridge under inclined wind[C]//*Proc Int C Advances Struct Dyn*. 2000: 1535-1542.
- [68] 刘高, 朱乐东, 项海帆. 大跨桥梁抖振内力分析与应用[C]//中国公路学会全国桥梁学术会议论文集, 2004. (LIU Gao, ZHU Le-dong, XIANG Hai-fan. Analysis and application of buffeting internal force of long-span bridge[C]//*Proceedings of China National Highway Bridge Society*

- Conference, 2004. (in Chinese))
- [69] 项海帆, 葛耀君, 朱乐东, 等. 现代桥梁抗风理论与实践[M]. 人民交通出版社, 2005. (XIANG Hai-fan, GE Yao-jun, ZHU Le-dong, et al. *Modern Theory and Practice on Bridge Wind Resistance*[M]. China Communications Press, 2005. (in Chinese))
- [70] LIU Gao, ZHU Le-dong, XIANG Hai-fan. Structural internal force prediction of a suspension bridge due to buffeting[J]. *Journal of Wind Engineering*, 2006, **31**(3): 769-772.
- [71] 刘高, 刘波, 宋辉. 西堠门大桥索塔风致结构内力响应研究[J]. 公路交通科技, 2009, **26**(6): 64-68. (LIU Gao, LIU Bo, SONG Hui. Study on wind-induced structural internal force response of Xihoumen bridge pylon[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2009, **26**(6): 64-68. (in Chinese))
- [72] 黄国庆, 苏延文, 彭留留, 等. 山区风作用下大跨悬索桥响应分析[J]. 西南交通大学学报, 2015, **50**(4): 610-616. (HUANG Guo-qing, SU Yan-wen, PENG Liu-liu, et al. Response analysis of long-span suspension bridge under mountainous winds[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2015, **50**(4): 610-616. (in Chinese))
- [73] 肖正直. 特高压输电塔风振响应及等效风荷载研究[D]. 博士学位论文. 重庆: 重庆大学, 2009. (XIAO Zheng-zhi. Wind-induced response analysis and equivalent wind loads of UHV transmission tower[D]. PhD Thesis. Chongqing: Chongqing University, 2009. (in Chinese))
- [74] 晏致涛. 大跨度中承式拱桥风致振动研究[D]. 博士学位论文. 重庆: 重庆大学, 2006. (YAN Zhi-tao. Study on wind induced vibration of long span half-through arch bridges[D]. PhD Thesis. Chongqing: Chongqing University, 2006. (in Chinese))
- [75] 黄明开, 倪振华. 虚拟激励法与圆拱屋盖结构的风致响应分析[J]. 广东土木与建筑, 2003(12): 6-8. (HUANG Ming-kai, NI Zhen-hua. Pseudo-excitation method and arch roof wind-induced response analysis of structure[J]. *Guangdong Architecture Civil Engineering*, 2003(12): 6-8. (in Chinese))
- [76] 陈贤川. 大跨度屋盖结构风致响应和等效风荷载的理论研究及应用[D]. 博士学位论文. 杭州: 浙江大学, 2005. (CHEN Xian-chuan. Wind-induced response and equivalent static wind load of long-span roofs; theoretical research and application[D]. PhD Thesis. Hangzhou: Zhejiang University, 2005. (in Chinese))
- [77] 卜国雄, 谭平, 张颖, 等. 大型超高层建筑的随机风振响应分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, **42**(2): 175-179. (BU Guo-xiong, TAN Ping, ZHANG Ying, et al. Random wind-induced response analysis of a large-scale and high-rise building[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2010, **42**(2): 175-179. (in Chinese))
- [78] 朱佳宁, 徐亚洲, 李旭. 超大型冷却塔随机风振响应分析[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2013, **45**(6): 808-812. (ZHU Jia-ning, XU Ya-zhou, LI Xu. Stochastic wind-induced dynamic response analysis of large hyperbolic cooling tower[J]. *Journal of Xi'an University of Architecture & Technology(Natural Science Edition)*, 2013, **45**(6): 808-812. (in Chinese))
- [79] 郭勇. 大跨越输电塔线体系的风振响应及振动控制研究[D]. 博士学位论文. 杭州: 浙江大学, 2006. (GUO Yong. Studies on wind-induced dynamic response and vibration control of long span transmission line system[D]. PhD Thesis. Hangzhou: Zhejiang University, 2006. (in Chinese))
- [80] 赵中伟, 陈志华, 王小盾, 等. 基于虚拟激励法的贝壳型单层网壳风振响应研究[J]. 空间结构, 2015, **21**(2): 34-39. (ZHAO Zhong-wei, CHEN Zhi-hua, WANG Xiao-dun, et al. Study of wind-induced response on shell-shaped single-layer lattice shell based on pseudo excitation method[J]. *Spatial Structures*, 2015, **21**(2): 34-39. (in Chinese))
- [81] de Rosa S, Franco F, Ciappib E. A simplified method for the analysis of the stochastic re-

- sponse in discrete coordinates[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, **339**(17): 359-375.
- [82] ZHAO You-qun, ZHANG Gui-yu, GUO Kong-hui. Handling safety simulation of driver-vehicle closed-loop system with evolutionary random road input [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2000, **33**(3): 169-181.
- [83] 赵又群, 何小明, 郭孔辉. 汽车由路面激发的演变随机响应预测[J]. *机械工程学报*, 2004, **40**(1): 179-182. (ZHAO You-qun, HE Xiao-ming, GUO Kong-hui. Prediction of vehicle evolutionary random response induced by road[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2004, **40**(1): 179-182. (in Chinese))
- [84] 李强, 周济. 基于 BP 神经网络的非平稳激励机械系统响应预估[J]. *振动工程学报*, 1998, **11**(2): 194-199. (LI Qiang, ZHOU Ji. BP networks response evaluation method for nonstationary stochastic excited mechanical system[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1998, **11**(2): 194-199. (in Chinese))
- [85] 彭献, 刘晓辉, 文桂林. 基于虚拟激励法的变速行驶车辆振动分析[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2007, **34**(11): 37-41. (PENG Xian, LIU Xiao-hui, WEN Gui-lin. Vibration analysis of vehicle at uneven speed with pseudo-excitation method[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2007, **34**(11): 37-41. (in Chinese))
- [86] 张亮亮, 唐驾时, 李立斌. 虚拟激励算法下的汽车悬架振动分析[J]. *振动与冲击*, 2006, **25**(6): 167-169. (ZHANG Liang-liang, TANG Jia-shi, LI Li-bin. Vibration analysis of suspension system of a vehicle model with pseudo-excitation method[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2006, **25**(6): 167-169. (in Chinese))
- [87] 李杰, 秦玉英, 赵旗. 多点虚拟激励法在整车随机振动分析中的应用[J]. *汽车工程*, 2010, **32**(3): 254-257, 269. (LI Jie, QIN Yu-ying, ZHAO Qi. The application of multi-point pseudo excitation method to vehicle random vibration analysis[J]. *Automotive Engineering*, 2010, **32**(3): 254-257, 269. (in Chinese))
- [88] 李杰, 王文竹, 赵旗, 等. 基于虚拟激励法的军用汽车随机振动分析[J]. *汽车工程*, 2016, **38**(3): 368-372. (LI Jie, WANG Wen-zhu, ZHAO Qi, et al. Random vibration analysis of military vehicle based on pseudo-excitation method[J]. *Automotive Engineering*, 2016, **38**(3): 368-372. (in Chinese))
- [89] 张永林, 侯传亮. 运输车辆随机振动分析的虚拟激励法[J]. *起重运输机械*, 2005, **25**(3): 30-31. (ZHANG Yong-lin, HOU Chuan-liang. The pseudo-excitation method of transport vehicle random vibration analysis[J]. *Hoisting and Conveying Machinery*, 2005, **25**(3): 30-31. (in Chinese))
- [90] 李锦灿. 路面不平度作用下汽车动载分析[J]. *机械*, 2007, **34**(2): 23-26. (LI Jin-can. Vehicle dynamic load analysis under pavement roughness[J]. *Machinery*, 2007, **34**(2): 23-26. (in Chinese))
- [91] Xu W T, Lin J H, Zhang Y H, et al. Pseudo-excitation-method-based sensitivity analysis and optimization for vehicle ride comfort[J]. *Engineering Optimization*, 2009, **41**(7): 699-711.
- [92] 林敏. 基于虚拟激励法的汽车平顺性仿真研究[D]. 博士学位论文. 广州: 广东工业大学, 2011. (LIN Min. Study on simulation of vehicle ride comfort based on pseudo excitation method [D]. PhD Thesis. Guangzhou: Guangdong University of Technology, 2011. (in Chinese))
- [93] 王先云. 用于车辆平顺性仿真的随机路面构造[J]. *科学技术与工程*, 2011, **11**(35): 8796-8799. (WANG Xian-yun. The construction method of random road for simulating vehicle's ride quality[J]. *Science Technology and Engineering*, 2011, **11**(35): 8796-8799.
- [94] 赵岩, 张亚辉, 林家浩. 车辆随机振动功率谱分析的虚拟激励法概述[J]. *应用数学和力学*, 2013, **34**(2): 107-117. (ZHAO Yan, ZHANG Ya-hui, LIN Jia-hao. Summary on the pseudo ex-

- citation method for vehicle random vibration PSD analysis[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, **34**(2): 107-117. (in Chinese))
- [95] 赵岩, 项盼, 张有为, 等. 不确定车轨耦合系统辛随机振动分析[J]. 力学学报, 2012, **44**(4): 769-778. (ZHAO Yan, XIANG Pan, ZHANG You-wei, et al. Symplectic random vibration analysis for coupled vehicle-track systems with parameter uncertainties[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, **44**(4): 769-778. (in Chinese))
- [96] LÜ Feng, GAO Qiang, Lin J H, et al. Non-stationary random ground vibration due to loads moving along a railway track[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, **298**(1/2): 30-42.
- [97] ZHANG Zhi-chao, ZHANG Ya-hui, LIN Jia-hao, et al. Random vibration of a train traversing a bridge subjected to traveling seismic waves[J]. *Engineering Structures*, 2011, **33**(12): 3546-3558.
- [98] 吕峰, 林家浩, 张亚辉. 车辆-轨道系统垂向随机振动的辛方法分析[J]. 力学学报, 2008, **40**(3): 381-387. (LÜ Feng, LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui. Random vibration analysis of vehicle-track coupling systems using symplectic method[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2008, **40**(3): 381-387. (in Chinese))
- [99] ZHANG You-wei, ZHAO Yan, ZHANG Ya-hui. Riding comfort optimization of railway trains based on pseudo-excitation method and symplectic method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, **332**(21): 5255-5270.
- [100] 项盼, 赵岩, 林家浩. 复合随机振动分析的混合 PC-PEM 方法[J]. 振动与冲击, 2015, **34**(4): 35-39. (XIANG Pan, ZHAO Yan, LIN Jia-hao. Hybrid PC-PEM for complex random vibration analysis[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, **34**(4): 35-39. (in Chinese))
- [101] Lin J H, Fan Y, Bennett P N, et al. Propagation of stationary random waves along substructural chains[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, **180**(5): 757-767.
- [102] Lin J H, Fan Y, Williams F W. Propagation of non-stationary random waves along substructural chains[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, **187**(4): 585-593.
- [103] Lu F, Lin J H, Kennedy D, et al. An algorithm to study non-stationary random vibrations of vehicle-bridge systems[J]. *Computers & Structures*, 2009, **87**(3/4): 177-185.
- [104] 张志超, 张亚辉, 赵岩, 等. 车桥系统非平稳随机振动的 PEM-PIM 算法[J]. 计算力学学报, 2009, **26**(1): 26-32. (ZHANG Zhi-chao, ZHANG Ya-hui, ZHAO Yan, et al. Combined PEM-PIM scheme for the non-stationary random vibration analysis of vehicle-bridge systems[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, **26**(1): 26-32. (in Chinese))
- [105] Zhang Z C, Lin J H, Zhang Y H, et al. Non-stationary random vibration analysis of three-dimensional train-bridge systems[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2010, **48**(4): 457-480.
- [106] ZHANG You-wei, LIN Jia-hao, ZHAO Yan, et al. Symplectic random vibration analysis of a vehicle moving on an infinitely long periodic track[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, **329**(21): 4440-4454.
- [107] Sun W, Xu W T, Lin J H, et al. Ride-comfort-oriented suspension optimization using the pseudo-excitation method[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2010, **224**(11): 1357-1367.
- [108] 宋刚, 吴志刚, 林家浩. 车辆主动悬架设计的约束 H_{∞} 控制方法[J]. 计算力学学报, 2010, **27**(2): 196-201. (SONG Gang, WU Zhi-gang, LIN Jia-hao. Constrained H_{∞} control method for active suspensions of vehicles[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2010, **27**(2): 196-201. (in Chinese))
- [109] 张志超, 张亚辉, 林家浩. 基于虚拟激励法的车桥系统车速影响分析[J]. 铁道学报, 2011, **33**(4): 93-99. (ZHANG Zhi-chao, ZHANG Ya-hui, LIN Jia-hao. Influence of train speeds on

- random vibration of train-bridge systems[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2011, **33**(4): 93-99. (in Chinese)
- [110] ZHANG You-wei, ZHAO Yan, LIN Jia-hao, et al. A general symplectic method for the response analysis of infinitely periodic structures subjected to random excitations[J]. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2012, **9**(5): 569-579.
- [111] 赵岩, 项盼, 张有为, 等. 具有不确定参数车轨耦合系统随机振动灵敏度分析[J]. 工程力学, 2013, **30**(4): 360-366. (ZHAO Yan, XIANG Pan, ZHANG You-wei, et al. Random vibration sensitivity analysis for coupled vehicle-track systems with parameter uncertainties[J]. *Engineering Mechanics*, 2013, **30**(4): 360-366. (in Chinese))
- [112] 张有为, 项盼, 赵岩, 等. 车轨系统随机响应周期性拟稳态分析[J]. 力学学报, 2012, **44**(6): 1046-1056. (ZHANG You-wei, XIANG Pan, ZHAO Yan, et al. A pseudo-steady state method for analyzing random responses coupled vehicle-track systems[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, **44**(6): 1046-1056. (in Chinese))
- [113] ZHANG Jian, ZHAO Yan, ZHANG Ya-hui, et al. Non-stationary random vibration of a coupled vehicle-slab track system using a parallel algorithm based on the pseudo excitation method[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2013, **227**(3): 203-216.
- [114] XIANG Pan, ZHAO Yan, LIN Jia-hao, et al. Random vibration analysis for coupled vehicle-track systems with uncertain parameters[J]. *Engineering Computations*, 2016, **33**(2): 443-464.
- [115] Si L T, Zhao Y, Zhang Y H, et al. Random vibration of an elastic half-space subjected to a moving stochastic load[J]. *Computers & Structures*, 2016, **168**: 92-105.
- [116] 赵家舵. 基于虚拟激励法和辛数学方法的高速列车平稳性优化[J]. 铁道车辆, 2014, **52**(2): 1-6. (ZHAO Jia-duo. Optimization of the ride comfort of high speed trains based on pseudo excitation method and the symplectic mathematical method[J]. *Rolling Stock*, 2014, **52**(2): 1-6. (in Chinese))
- [117] 田爱琴, 孙维光. 基于 SiPESC-HiPEM 的高速列车车体随机振动响应分析[J]. 铁道机车车辆, 2015, **35**(S1): 83-87. (TIAN Ai-qin, SUN Wei-guang. Random vibration response analysis of high speed EMU carbody based on SiPESC-HiPEM[J]. *Railway Locomotive & Car*, 2015, **35**(S1): 83-87. (in Chinese))
- [118] 杨新文. 高速铁路轮轨噪声理论计算与控制研究[D]. 博士学位论文. 成都: 西南交通大学, 2006. (YANG Xin-wen. Theoretical analysis and control studies in wheel/rail noises of high speed railway [D]. PhD Thesis. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2006. (in Chinese))
- [119] 朱艳, 李小珍. 车桥时变耦合系统的随机响应分析[J]. 武汉理工大学学报, 2010, **32**(9): 352-355. (ZHU Yan, LI Xiao-zhen. Stochastic dynamic responses analysis of train-bridge time-varying system[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2010, **32**(9): 352-355. (in Chinese))
- [120] 冯青松, 雷晓燕, 练松良. 轨道随机不平顺影响下高速铁路地基地动力分析模型[J]. 振动工程学报, 2013, **26**(6): 927-934. (FENG Qing-song, LEI Xiao-yan, LIAN Song-liang. A dynamic model of ground for high-speed railway with track random irregularities[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2013, **26**(6): 927-934. (in Chinese))
- [121] 李双, 余衍然, 陈玲, 等. 随机悬挂参数下轨道车辆平稳性的全局灵敏度分析[J]. 铁道学报, 2015, **37**(8): 29-35. (LI Shuang, YU Yan-ran, CHEN Ling, et al. Global sensitivity analysis on the ride quality of railway vehicle with stochastic suspension parameters[J]. *Journal of*

- the China Railway Society*, 2015, **37**(8): 29-35.(in Chinese))
- [122] 曾德亮. 基于虚拟激励法的车桥系统随机振动分析[J]. 铁道勘测与设计, 2014(2): 61-66. (ZENG De-liang. The analysis of the random vibration of train-bridge system based on the pseudo-excitation method[J]. *Railway Survey and Design*, 2014(2): 61-66.(in Chinese))
- [123] 孟建军, 杨泽青, 蒲光华, 等. 基于虚拟激励法的轨道车辆垂向振动响应分析[J]. 中国铁道科学, 2012, **33**(2): 89-94.(MENG Jian-jun, YANG Ze-qing, PU Guang-hua, et al. Vertical vibration response analysis of railway vehicle based on pseudo excitation method[J]. *China Railway Science*, 2012, **33**(2): 89-94.(in Chinese))
- [124] 徐瑞, 苏成. 结构非平稳随机响应分析的快速虚拟激励法[J]. 计算力学学报, 2010, **27**(5): 833-837.(XU Rui, SU Cheng. Fast pseudo-excitation method in structural non-stationary stochastic response analysis[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2010, **27**(5): 833-837.(in Chinese))
- [125] 周劲松, 李大光, 沈钢, 等. 磁浮车辆运行平稳性的虚拟激励分析方法[J]. 交通运输工程学报, 2008, **8**(1): 5-9.(ZHOU Jin-song, LI Da-guang, SHEN Gang, et al. Pseudo-excitation analysis method of riding quality for maglev vehicle[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2008, **8**(1): 5-9.(in Chinese))
- [126] 刘文晓, 卢玉传, 刘灿昌. 基于虚拟激励法的三轮机动车振动分析[J]. 农业装备与车辆工程, 2015, **53**(1): 19-23.(LIU Wen-xiao, LU Yu-chuan, LIU Can-chang. Vibrational analysis of three-wheel vehicle based on pseudo excitation method[J]. *Agricultural Equipment & Vehicle Engineering*, 2015, **53**(1): 19-23.(in Chinese))
- [127] 明波, 杨洁, 贾进峰. 基于三维路面谱仿真履带车辆振动系统的动态模拟[J]. 装备环境工程, 2011, **8**(2): 85-89.(MING Bo, YANG Jie, JIA Jin-feng. Dynamic simulation of tracked vehicle vibration system based on three-dimensional road surface spectrum model[J]. *Equipment Environmental Engineering*, 2011, **8**(2): 85-89.(in Chinese))
- [128] 廉清泉, 徐晶才. 汽车震动仿真分析[J]. 汽车实用技术, 2015(3): 89-92, 110.(LIAN Qing-quan, XU Jing-cai. Simulation analysis of car vibration[J]. *Automobile Applied Technology*, 2015(3): 89-92, 110.(in Chinese))
- [129] Connor J. Wave, current and wind loads[R]. Cambridge, Massachusetts: Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1979.
- [130] 林家浩, 林少培, 钟万勰. 固定式海洋平台结构分析程序 DASOS-J(D)的动力分析策略[J]. 计算结构力学及其在应用, 1985, **2**(3): 37-44.(LIN Jia-hao, LIN Shao-pei, ZHONG Wan-xie. Strategies for developing dynamic analysis program DASOS-J(D) of design and analysis system of offshore structures[J]. *Computational Structural Mechanics and Applications*, 1985, **2**(3): 37-44.(in Chinese))
- [131] Lin J H, Lu X, Zhong W X. Dynamic response of jacket platform to random waves[C]//Schrefler B A, Zienkiewicz O C, ed. *Process Computer Modelling in Ocean Engineering*. Venice, 1988: 539-545.
- [132] 何勇. 随机荷载作用下海洋柔性结构非线性振动响应分析方法[D]. 博士学位论文. 杭州: 浙江大学, 2007.(HE Yong. Study on the non-linear response of flexible offshore structures under stochastic loading[D]. PhD Thesis. Hangzhou: Zhejiang University, 2007.(in Chinese))
- [133] 董满生, 赵佳佳, 牛忠荣, 等. 随机地震激励作用下水中悬浮隧道锚索的动力响应[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2013, **36**(1): 74-78.(DONG Man-sheng, ZHAO Jia-jia, NIU Zhong-rong, et al. Dynamic response of submerged floating tunnel's anchor cable to random seismic excitation[J]. *Journal of Hefei University of Technology (Natural Science)*, 2013, **36**(1): 74-78.(in Chinese))

- [134] Azarhoushang A, Nikraz H. Nonlinear water-structure interaction of fixed offshore platform in extreme storm[C]//*Proceedings of the Twentieth International Offshore and Polar Engineering Conference*. Beijing, 2010.
- [135] LI Hai-tao, WANG Qi-bin, ZONG Zhi, et al. Stochastic hydroelastic analysis of a very large floating structure using pseudo-excitation method[J]. *Applied Ocean Research*, 2014, **48**: 202-213.
- [136] 刘勇, 陈炉云, 易宏. 基于随机结构的延寿服役海洋平台管节点疲劳寿命可靠度预测方法[J]. 上海交通大学学报, 2013, **47**(6): 950-955. (LIU Yong, CHEN Lu-yun, YI Hong. Fatigue reliability prediction method for life extension offshore platform tubular joint based on stochastic structures[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2013, **47**(6): 950-955. (in Chinese))
- [137] 薛志钢, 蔡志勤, 曹先凡, 等. 基于频域的 S-lay 托管架疲劳分析[J]. 船海工程, 2015, **44**(6): 153-157. (XUE Zhi-gang, CAI Zhi-qin, CAO Xian-fan, et al. Fatigue analysis of the S-lay stinger based on the frequency domain theory[J]. *Ship & Ocean Engineering*, 2015, **44**(6): 153-157. (in Chinese))
- [138] Yu L, Das P K. Fatigue design assessment based on pseudo-excitation method[C]//Soares C G, Kolev P, ed. *Maritime Industry, Ocean Engineering and Coastal Resources; Proceedings of the 12th International Congress of the International Maritime Association of the Mediterranean (IMAM 2007)*. Varna, Bulgaria, 2008: 315-322.
- [139] LIU Xiang, LI Gang, Oberlies R, et al. Research on short-term dynamic ice cases for dynamic analysis of ice-resistant jacket platform in the Bohai Gulf[J]. *Marine Structures*, 2009, **22**(3): 457-479.
- [140] 戴新进, 林家浩, 陈浩然. 附面阻尼随频率变化的复合材料层合结构随机振动分析[J]. 复合材料学报, 2006, **23**(1): 173-179. (DAI Xin-jin, LIN Jia-hao, CHEN Hao-ran. Random vibration analysis of the composite laminated structures attached with frequency-dependant damping layer[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2006, **23**(1): 173-179. (in Chinese))
- [141] 戴新进, 林家浩, 陈浩然. 附面阻尼随频率变化的复合材料层合结构非平稳随机振动分析[J]. 航空学报, 2007, **28**(1): 100-105. (DAI Xin-jin, LIN Jia-hao, CHEN Hao-ran. Non-stationary random vibration analysis of composite laminated structure attached with frequency-dependant damping layer[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2007, **28**(1): 100-105. (in Chinese))
- [142] DAI Xin-jin, LIN Jia-hao, CHEN Hao-ran, et al. Random vibration of composite structures with an attached frequency-dependent damping layer[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2008, **39**(2): 405-413.
- [143] 田永卫, 魏川, 张书明, 等. 飞机增稳结构振动研究及其裂纹成因分析[J]. 振动、测试与诊断, 2012, **32**(4): 547-552. (TIAN Yong-wei, WEI Chuan, ZHANG Shu-ming, et al. Study on a stability augmentation structure of a transport aircraft and analysis of crack formation[J]. *Journal of Vibration Measurement & Diagnosis*, 2012, **32**(4): 547-552. (in Chinese))
- [144] 王磊, 王飞, 王海东, 等. 细长型飞行器双台随机振动试验虚拟试验技术研究[J]. 上海航天, 2014, **31**(1): 56-62. (WANG Lei, WANG Fei, WANG Hai-dong, et al. Research on virtual vibration test of dual-exciter random vibration test for slender aircraft[J]. *Aerospace Shanghai*, 2014, **31**(1): 56-62. (in Chinese))
- [145] 刘晓波, 顾智平, 王志华. 航空发动机双转子系统的随机激励响应分析[J]. 推进技术, 2012, **33**(1): 43-46. (LIU Xiao-bo, GU Zhi-ping, WANG Zhi-hua. Response analysis on aero-engine dual-rotor system under random excitation[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2012, **33**

- (1): 43-46. (in Chinese))
- [146] 白瑜光, 孙东科, 林家浩. 利用 CFD 计算技术进行机翼模型气动特性分析[J]. 航空计算技术, 2010, **40**(1): 21-24, 28. (BAI Yu-guang, SUN Dong-ke, LIN Jia-hao. Aerodynamic analysis of Naca0012 airfoil model using CFD[J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2010, **40**(1): 21-24, 28. (in Chinese))
- [147] BAI Yu-guang, SUN Dong-ke, LIN Jia-hao, et al. Numerical aerodynamic simulations of a NACA airfoil using CFD with block-iterative coupling and turbulence modelling[J]. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2012, **26**(2): 119-132.
- [148] 王传奇. 随机激励下无人机起落架结构的动力响应分析[J]. 计算机仿真, 2014, **31**(2): 69-72, 460. (WANG Chuan-qi. Dynamic response analysis of UAV's landing gear structure subjected to random excitation[J]. *Computer Simulation*, 2014, **31**(2): 69-72, 460. (in Chinese))
- [149] 祝俊, 陈换过, 陈文华, 等. 飞行器结构在自然环境激励下损伤检测的研究[J]. 机械强度, 2014, **36**(5): 779-783. (ZHU Jun, CHEN Huan-guo, CHEN Wen-hua, et al. Damage detection in the flight structure subjected to the nature excitation[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2014, **36**(5): 779-783. (in Chinese))
- [150] 聂旭涛. 导引头伺服机构若干强度与动力学问题研究[D]. 博士学位论文. 长沙: 国防科学技术大学, 2008. (NIE Xu-tao. Study on strength and dynamics of seeker servo mechanism[D]. PhD Thesis. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese))
- [151] 宋向华, 安伟光, 王杰方. 非平稳随机激励下太阳能帆板随机振动分析[J]. 计算机仿真, 2015, **32**(1): 88-93. (SONG Xiang-hua, AN Wei-guang, WANG Jie-fang. Random vibration analysis of solar panels under non-stationary random excitations[J]. *Computer Simulation*, 2015, **32**(1): 88-93. (in Chinese))
- [152] 张军伟, 陈伟, 周忆, 等. 神光 III-原型装置振动激励源稳定性指标权重分配研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2011, **43**(2): 228-233, 240. (ZHANG Jun-wei, CHEN Wei, ZHOU Yi, et al. Research on vibration excitation source stability index allocation of SG-III TIL[J]. *Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition)*, 2011, **43**(2): 228-233, 240. (in Chinese))
- [153] 刘明, 安伟光, 宋向华. 随机激励下随机参数超空泡结构的动力可靠度[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2012, **33**(9): 1116-1121. (LIU Ming, AN Wei-guang, SONG Xiang-hua. Dynamic reliability of a supercavitating vehicle with stochastic parameters under random excitation[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2012, **33**(9): 1116-1121. (in Chinese))
- [154] Xu Y, Zhang W. Closed-form solution for seismic response of adjacent buildings with linear quadratic Gaussian controllers[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2002, **31**(2): 235-259.
- [155] 于晓, 张文首, 林家浩, 等. 毗邻建筑非平稳随机地震响应 LQG 控制问题的闭合解[J]. 动力学与控制学报, 2005, **3**(3): 86-91. (YU Xiao, ZHANG Wen-shou, LIN Jia-hao, et al. Closed from solution of LQG control problem for non-stationary stochastic seismic response of adjacent buildings[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, **3**(3): 86-91. (in Chinese))
- [156] 宋刚, 吴志刚, 林家浩. 毗邻建筑 LQG 抗震控制的组合精细积分策略[J]. 工程力学, 2006, **53**(9): 55-60. (SONG Gang, WU Zhi-gang, LIN Jia-hao. Combined precise integration strategy for aseismic LQG control of adjacent buildings[J]. *Engineering Mechanics*, 2006, **53**(9): 55-60. (in Chinese))
- [157] SONG Gang, LIN Jia-hao, Williams F W, et al. Precise integration strategy for aseismic LQG control of structures[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, **68**(12): 1281-1300.

- [158] Bigdeli K, Hare W, Tesfamariam S. Optimal design of viscous damper connectors for adjacent structures using genetic algorithm and Nelder-Mead algorithm [C]//*Proceeding of SPIE, Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems*. 2012.
- [159] 杜永峰. 被动与智能隔震结构地震响应分析及控制算法[D]. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2003.(DU Yong-feng. Analysis of seismic response of passive and smart isolated structures and investigation to control algorithms[D]. PhD Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2003.(in Chinese))
- [160] 沈金. 联体多结构振动控制体系的研究[D]. 博士学位论文. 杭州: 浙江大学, 2000.(SHEN Jin. Study on the connected multi-structure vibration control system[D]. PhD Thesis. Hangzhou: Zhejiang University, 2000.(in Chinese))
- [161] SONG Gang, LIN Jia-hao, ZHAO Yan, et al. Robust H_{∞} control for aseismic structures with model uncertainties in mode parameters[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2007, **6**(4): 409-416.
- [162] 李春祥. 顺风激励下高层建筑多重调谐质量阻尼器振动控制的参数研究[J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2003, **20**(2): 6-15.(LI Chun-xiang. Parametric analysis of multiple tuned mass dampers for attenuating undesirable along-wind responses of tall buildings[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology(Urban Science Edition)*, 2003, **20**(2): 6-15.(in Chinese))
- [163] 朱以文, 吴春秋. TMD 多点控制体系随机地震响应分析的虚拟激励法[J]. 地震工程与工程振动, 2003, **23**(6): 174-178.(ZHU Yi-wen, WU Chun-qiu. Pseudo-excitation method for random earthquake response analysis of control system with MTMD[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2003, **23**(6): 174-178.(in Chinese))
- [164] 张力, 张文首, 岳前进. 基于模态空间的海洋平台冰致振动的 H_{∞} 控制[J]. 动力学与控制学报, 2008, **6**(3): 284-288.(ZHANG Li, ZHANG Wen-shou, YUE Qian-jin. Ice-induced vibration control of offshore platform with H_{∞} controllers based on modal space[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, **6**(3): 284-288.(in Chinese))
- [165] 谭平, 卜国雄, 周福霖. 带限位 TMD 的抗风动力可靠性研究[J]. 振动与冲击, 2009, **28**(6): 42-44.(TAN Ping, BU Guo-xiong, ZHOU Fu-lin. Study of wind-resistant dynamic reliability of TMD with limited spacing[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, **28**(6): 42-44.(in Chinese))
- [166] 王伟东, 孙立宁, 杜志江. 基于虚拟激励法的移动手臂振动分析[J]. 吉林大学学报(工学版), 2010, **40**(4): 1081-1085.(WANG Wei-dong, SUN Li-ning, DU Zhi-jiang. Vibration analysis of mobile manipulator with pseudo-excitation method[J]. *Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition)*, 2010, **40**(4): 1081-1085.(in Chinese))
- [167] 何斌, 施卫星, 刘成清. 含 TLCD 超高层建筑风振舒适度及其生命周期费用分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2015, **35**(6): 718-725.(HE Bin, SHI Wei-xing, LIU Cheng-qing. Wind-induced human comfort and life cycle cost analysis of super tall buildings with tuned liquid column damper[J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2015, **35**(6): 718-725.(in Chinese))
- [168] 智浩, 岳前进, 林家浩. 海洋平台随机冰力谱的识别[J]. 海洋工程, 2000, **18**(2): 13-17.(ZHI Hao, YUE Qian-jin, LIN Jia-hao. Randon ice-force spectrum identification of marine platforms[J]. *Ocean Engineering*, 2000, **18**(2): 13-17.(in Chinese))
- [169] 廖俊, 孔宪仁. 随机载荷识别的算法改进与实验验证[J]. 航天器环境工程, 2008, **25**(4): 355-359.(LIAO Jun, KONG Xian-ren. An improved algorithm for random loading identification and experimental validation[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2008, **25**(4): 355-

359. (in Chinese))
- [170] 姜金辉, 陈国平, 张方. 多点平稳随机荷载识别方法研究[J]. 振动工程学报, 2009, **22**(2): 162-167. (JIANG Jin-hui, CHEN Guo-ping, ZHANG Fang. Identification method of multi-point stationary random load[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2009, **22**(2): 162-167. (in Chinese))
- [171] 张丽萍, 郭立新. 基于逆虚拟激励法的车辆动载的识别[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2011, **32**(3): 415-418. (ZHANG Li-ping, GUO Li-xin. Vehicle dynamic load determination based on an inverse pseudo excitation method[J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2011, **32**(3): 415-418. (in Chinese))
- [172] 王静. 基于逆虚拟激励法的飞行器非定常气动力识别[J]. 四川兵工学报, 2012, **33**(11): 15-17. (WANG Jing. The identification of unsteady aerodynamic forces of vehicles based on an inverse pseudo excitation method[J]. *Journal of Sichuan Ordnance*, 2012, **33**(11): 15-17. (in Chinese))
- [173] 熊铁华, 梁枢果, 邹良浩. 基于完全气弹模型风洞试验输电塔风荷载识别[J]. 建筑结构学报, 2010, **31**(10): 48-54. (XIONG Tie-hua, LIANG Shu-guo, ZOU Liang-hao. Wind loading identification of transmission towers based-on wind tunnel tests of full aero-elastic model[J]. *Journal of Building Structures*, 2010, **31**(10): 48-54. (in Chinese))
- [174] 李龙龙, 吕令毅. 基于虚拟激励法的高耸结构风荷载识别[J]. 工程建设与设计, 2012, **4**: 72-75. (LI Long-long, LÜ Ling-yi. Identification of the tall structure wind load based on pseudo-excitation method[J]. *Journal of Building Structures*, 2012, **4**: 72-75. (in Chinese))
- [175] 林家浩, 高强, 钟万勰. 分层岩层介质中平稳随机地震波传播的精细解法[J]. 岩土力学, 2003, **24**(5): 677-681. (LIN Jia-hao, GAO Qiang, ZHONG Wan-xie. Precise computation for random earthquake wave propagation in stratified materials[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, **24**(5): 677-681. (in Chinese))
- [176] 高强, 林家浩. 三维粘弹性分层介质中平稳随机波的传播[J]. 应用数学和力学, 2005, **26**(6): 723-734. (GAO Qiang, LIN Jia-hao. Stationary random waves propagation in 3D viscoelastic stratified solid[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2005, **26**(6): 723-734. (in Chinese))
- [177] Gao Q, Lin J H, Zhong W X, et al. Random wave propagation in a viscoelastic layered half space[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, **43**(21): 6453-6471.
- [178] Gao Q, Lin J H, Zhong W X, et al. Propagation of non-stationary random waves in viscoelastic stratified solids[J]. *Computers and Geotechnics*, 2006, **33**(8): 444-453.
- [179] Gao Q, Howson W P, Watson A, et al. Propagation of non-uniformly modulated evolutionary random waves in stratified viscoelastic solid[J]. *Structural Engineering & Mechanics*, 2006, **24**(2): 213-225.
- [180] Gao Q, Lin J H, Zhong W X, et al. Propagation of partially coherent non-stationary random waves in viscoelastic layered half-space[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2008, **28**(4): 305-320.
- [181] Gao Q, Lin J H, Zhong W X, et al. Isotropic layered soil-structure interaction caused by stationary random excitations[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, **46**(3/4): 455-463.
- [182] 李杰, 廖松涛. 考虑岩土介质随机特性的工程场地地震动随机场分析[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(6): 685-689. (LI Jie, LIAO Song-tao. The analysis of coherency function of earthquake ground motion considering stochastic effect in site media[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, **24**(6): 685-689. (in Chinese))

- [183] 王淮峰, 楼梦麟, 陈希, 等. 基于虚拟激励法的沉积盆地场地地震反应分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(2): 337-347.(WANG Huai-feng, LOU Meng-lin, CHEN Xi, et al. Pseudo-excitation method for seismic response analysis of sedimentary basin[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(2): 337-347.(in Chinese))
- [184] 高忠鹏, 杨海天. 虚拟激励法求解激励随机热传导问题[J]. 热科学与技术, 2012, **11**(1): 1-7.(GAO Zhong-peng, YANG Hai-tian. Solving stochastic heat conduction problems via pseudo excitation method[J]. *Journal of Thermal Science and Technology*, 2012, **11**(1): 1-7.(in Chinese))
- [185] LIU Bao-shan, ZHAO Guo-zhong, Li A. PEM based sensitivity analysis for acoustic radiation problems of random responses[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2010, **132**(2): 021012. doi: 10.1115/1.4000776.
- [186] LIU Bao-shan, ZHAO Guo-zhong, SHI Lei. Design optimization of acoustic radiation from structures under random excitations[J]. *Noise Control and Engineering*, 2010, **58**(2): 132-144.
- [187] 刘宝山, 赵国忠, 顾元宪. 复合材料层合板结构振动声辐射优化[J]. 振动与冲击, 2008, **27**(12): 31-35.(LIU Bao-shan, ZHAO Guo-zhong, GU Yuan-xian. Optimization of acoustic radiation caused by structural vibration of composite laminated plates[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, **27**(12): 31-35.(in Chinese))
- [188] 刘宝山. 结构振动声辐射灵敏度分析及优化设计研究[D]. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2010.(LIU Bao-shan. Research on acoustic radiation sensitivity analysis and design optimization of structural vibration[D]. PhD Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2010.(in Chinese))
- [189] 陈钢. 内腔声-结构耦合系统的数值模拟与优化设计[D]. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2008.(CHEN Gang. Numerical simulation and design optimization for interior acoustic-structural coupled systems[D]. PhD Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2008.(in Chinese))
- [190] CHEN Gang, ZHAO Guo-zhong, CHEN Biao-song. Sensitivity analysis of coupled structural-acoustic systems subjected to stochastic excitation[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, **39**(1): 105-113.
- [191] 王军, 林家浩. 剪切型非线性滞迟系统随机地震响应的虚拟激励分析[J]. 固体力学学报, 2001, **22**(1): 23-30.(WANG Jun, LIN Jia-hao. Seismic random response analysis non-linear hysteretic systems with pseudo excitation method[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2001, **22**(1): 23-30.(in Chinese))
- [192] ZHAO Yan, LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui, et al. Seismic random vibration analysis of locally nonlinear structures[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2003, **16**(3): 240-244.
- [193] Lin J H, Wang J, Zhang Y H. Non-stationary random response of MDOF Duffing systems[J]. *Shock and Vibration*, 2004, **11**: 615-624.
- [194] 杜永峰, 张恩海, 李慧, 等. 隔震结构“小震不坏”的动力可靠度分析[J]. 地震工程与工程振动, 2004, **24**(5): 84-91.(DU Yong-feng, ZHANG En-hai, LI Hui, et al. Dynamic reliability of isolated structure for “undamaged under minor earthquake”[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2004, **24**(5): 84-91.(in Chinese))
- [195] 杜永峰, 白莉, 李慧, 等. 基于动力可靠度的隔震结构参数模糊优化[J]. 世界地震工程, 2007, **23**(3): 60-67.(DU Yong-feng, BAI Li, LI Hui, et al. Fuzzy optimization of isolation parameters based on dynamic reliability[J]. *World Earthquake Engineering*, 2007, **23**(3): 60-67.(in Chinese))

- [196] 杜永峰, 李春锋, 李慧. 粘滞阻尼减震结构最优极点配置与随机振动分析[J]. 振动与冲击, 2014, **33**(11): 114-118, 135. (DU Yong-feng, LI Chun-feng, LI Hui. Optimal pole disposal and random vibration analysis of structures with supplemental viscous damping[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, **33**(11): 114-118, 135. (in Chinese))
- [197] 杜永峰, 李慧. 智能隔震: 基于能量响应和可靠度的前景分析[J]. 工程力学, 2006, **23**(S2): 5-13. (DU Yong-feng, LI Hui. Smart isolation: future prospect based on energy response and dynamic reliability[J]. *Engineering Mechanics*, 2006, **23**(S2): 5-13. (in Chinese))
- [198] 李春锋, 杜永峰, 李慧. 连体位置对连体结构位移响应影响的平稳随机振动分析[J]. 特种结构, 2015, **32**(1): 23-27. (LI Chun-feng, DU Yong-feng, LI Hui. Stationary random vibration analysis of connection position affecting connected structures displacement response[J]. *Special Structures*, 2015, **32**(1): 23-27. (in Chinese))
- [199] 李丽媛. 虚拟激励法的工程应用及参数研究[J]. 硕士学位论文. 大连: 大连理工大学工学, 2004. (LI Li-yuan. Engineering applications of pseudo excitation method and the parameter selection[D]. Master Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2004. (in Chinese))
- [200] 卜国雄, 谭平, 张颖, 等. 大型超高层建筑的随机风振响应分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, **42**(2): 175-179. (BU Guo-xiong, TAN Ping, ZHANG Ying, et al. Random wind-induced response analysis of a large-scale and high-rise building[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2010, **42**(2): 175-179. (in Chinese))
- [201] 张颖, 易伟建, 谭平, 等. 大震下中间层隔震体系的随机动力可靠性分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2009, **36**(3): 11-15. (ZHANG Ying, YI Jian-wei, TAN Ping, et al. The dynamic reliability of mid-story isolation structure under seldomly occurred earthquake[J]. *Journal of Hunan University(Natural Science)*, 2009, **36**(3): 11-15. (in Chinese))
- [202] 彭文海, 谭平, 候家健, 等. 非对称双塔连体结构柔性连接体系参数研究[J]. 华南地震, 2009, **29**(1): 8-16. (PENG Wen-hai, TAN Ping, HOU Jia-jian, et al. Connecting-parameters optimization of unsymmetrical double-tower flexible connecting system[J]. *South China Journal of Seismology*, 2009, **29**(1): 8-16. (in Chinese))
- [203] 何勇, 龚顺风, 金伟良. 考虑几何非线性的海底悬跨管道疲劳可靠性分析方法[J]. 振动工程学报, 2009, **22**(3): 313-318. (HE Yong, GONG Shun-feng, JIN Wei-liang. Fatigue reliability analysis of submarine pipeline with free span considering geometrical nonlinearity[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, **22**(3): 313-318. (in Chinese))
- [204] 马长飞, 张亚辉, 谭平, 等. 高层基础隔震建筑非平稳随机响应改进算法[J]. 振动与冲击, 2013, **32**(4): 80-84. (MA Chang-fei, ZHANG Ya-hui, TAN Ping, et al. An improved method for non-stationary stochastic seismic response analysis of base-isolated high-rise buildings[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, **32**(4): 80-84. (in Chinese))
- [205] 马长飞, 张亚辉, 谭平, 等. 三维非偏心基础隔震结构非平稳随机振动分析[J]. 工程力学, 2013, **30**(4): 198-203, 253. (MA Chang-fei, ZHANG Ya-hui, TAN Ping, et al. Non-stationary stochastic analysis for 3D non-eccentric base-isolated buildings[J]. *Engineering Mechanics*, 2013, **30**(4): 198-203, 253. (in Chinese))
- [206] 黄茜, 臧峰刚, 张毅雄. 基于虚拟激励的滞变支撑耦合结构的随机地震响应分析[J]. 核动力工程, 2011, **32**(1): 10-15. (HUANG Qian, ZHANG Feng-gang, ZHANG Yi-xiong. Pseudo excitation random seismic response analysis for structures equipped with hysteretic dampers[J]. *Nuclear Power Engineering*, 2011, **32**(1): 10-15. (in Chinese))
- [207] LEI Song, ZHANG Wen-shou, LIN Jia-hao, et al. Frequency domain response of a parametrically excited riser under random wave forces[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, **333**(2): 485-498.

The Pseudo-Excitation Method and Its Industrial Applications in China and Abroad

LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui, ZHAO Yan

(*State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment*
(*Dalian University of Technology*); *Department of Engineering Mechanics,*
Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics,
Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, P.R.China)
(Contributed by LIN Jia-hao and ZHANG Ya-hui, M. AMM Editorial Board)

Abstract: Since the first paper on the pseudo-excitation method (PEM) to compute structural random responses was published in 1985, it has gradually been accepted and applied in many industrial communities and resolved a great number of important and difficult problems. Up to date, it has not only been applied by many engineers and experts through technical papers or engineering guidelines in China, but also been introduced in detail in special chapters of some internationally published engineering handbooks, and practically used by some foreign experts. This is a review paper based on over two hundred selected papers published worldwide (mostly in China) that use or develop the PEM in eleven industrial fields, as well as some typical comments given by well-known scholars. It is hoped that this paper may help more engineers and researchers to have a more extensive understanding of the PEM, and encourage more comprehensive and effective engineering applications of the random vibration theory and achievements.

Key words: random vibration; pseudo-excitation method; engineering application

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (18972017; 19342003; 19332030; 19772009; 10072015; 10472023; 10972048; 90815023); The National Key Technology R&D Program of China(2009BAG12A04)

引用本文/Cite this paper:

林家浩, 张亚辉, 赵岩. 虚拟激励法在国内外工程界的应用回顾与展望[J]. 应用数学和力学, 2017, **38** (1): 1-31.

LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui, ZHAO Yan. The pseudo-excitation method and its industrial applications in China and abroad[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(1): 1-31.