

# 海洋立管涡激损伤分析的虚拟激励法概述\*

宗 智, 吴 锋

(大连理工大学 船舶工程学院 辽宁省深海浮动结构工程实验室;  
工业装备结构分析国家重点实验室(大连理工大学);  
高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 辽宁 大连 116024)

**摘要:** 立管是连接海底钻井和海上平台的重要系统.涡激振动是造成立管疲劳损伤的主要因素.受海流的随机作用,立管涡激振动表现出不确定性,对这种随机振动进行快速有效地分析,对于立管的工程设计具有非常重要的意义.考虑随机激励作用,要比确定性激励困难得多,虚拟激励法对于克服这种困难具有很好的效果.近年来,应用虚拟激励法分析立管的涡激损伤问题,取得一些成果,该文对此作一概略的叙述.

**关键词:** 海洋立管; 涡激振动; 疲劳损伤; 随机振动; 虚拟激励法

**中图分类号:** TH145.4<sup>+</sup>2      **文献标志码:** A      **doi:** 10.21656/1000-0887.370506

## 引 言

我国是海洋国家,有着广阔的海岸线,海上油气资源储量十分可观.在浅海或深海海域开采油气,通常需要采用海面平台、立管和海底采油装置相组合的方式.海面平台可根据具体海洋环境,分别采用固定式平台(FP)、顺应式平台(CT)、半潜式平台(SEMI)、立柱式平台(SPAR)、张力腿平台(TLP)和浮式生产系统(FPS)等<sup>[1-2]</sup>.立管将海面平台与海底采油装置连接,开采出的油气通过立管输往海面平台.因此立管是海洋油气开采系统中不可或缺的重要设备,同时也是海洋油气开采系统中最薄弱易损坏的一个环节.造成海洋立管的破坏因素有很多,而由于海洋洋流作用所导致的涡激振动(vortex-induced vibration, VIV)<sup>[2-3]</sup>,是最重要的因素之一.涡激振动常常使立管产生疲劳破坏,进一步给海洋采油工作带来灾难性的后果.目前关于立管的涡激振动损伤分析研究,已经成为海洋工程的研究热点.

国内外学者对立管的涡激振动进行了许多研究,主要包括实验和计算两个方面.在实验研究方面,主要有刚性振动实验<sup>[4-5]</sup>、细长软管涡激振动实验<sup>[6-8]</sup>等.在计算研究方面,主要有经验模型<sup>[9]</sup>和CFD模型<sup>[3, 10]</sup>两类,且大多是采用确定性分析方法.然而海洋流动十分复杂,给立管的激励具有很多的不确定性.激励的不确定性给立管的涡激振动分析带来极大困难.随机振动

\* 收稿日期: 2016-12-05; 修订日期: 2016-12-26

**基金项目:** 国家自然科学基金(重点项目)(51639003);国家自然科学基金(面上项目)(51679037; 51279030);国家自然科学基金青年科学基金(51609034);国家重点基础研究发展计划(973计划)(2013CB036101);中国博士后科学基金(2016M590219);高技术船舶专项资助

**作者简介:** 宗智(1964—),男,教授,博士(通讯作者. E-mail: zongzhi@dlut.edu.cn);

吴锋(1985—),男,博士(E-mail: wufeng\_chn@163.com).

分析的常用方法是蒙特卡罗模拟 (Monte-Carlo simulation, MCS)<sup>[11]</sup>。如采用 MCS 分析立管的涡激振动,首先需要选取大量随机激励的样本函数;然后将每个样本激励作用于立管,并进行数值积分,得到立管的响应样本;最后对这些响应样本进行数值统计,得到有一定参考价值的立管随机响应的统计信息。可以看到采用 MCS 分析立管的涡激振动,需要耗费巨大的计算成本,而且随机激励的样本函数的选取,本身也不太容易。因此 MCS 难以应用于实际工程中的立管涡激振动分析。为解决实际工程中出现的规模结构随机振动的计算问题,大连理工大学林家浩教授提出一种高效高精度的虚拟激励法<sup>[12-13]</sup>,该方法通过将平稳和非平稳随机振动的计算问题分别转化为简谐振动计算和常规的逐步积分计算,从而只需要极少的计算量,便可以求得随机振动问题的精确解,解决了传统方法计算复杂、计算效率低的问题。近年来,笔者团队<sup>[2-3, 14-15]</sup>开始将虚拟激励法用于立管涡激振动随机分析,取得一些成果,本文对此作一概括的叙述。

## 1 海洋立管单自由度振动涡激损伤的虚拟激励法

立管计算的力学模型如图 1 所示,分析立管涡激损伤时,可使用 Palmgren-Miner 累积损伤准则来计算疲劳累积损伤,这是一种概率疲劳损伤算法。

假设立管某点处的随机应力幅值为  $S$ , 其概率密度函数为  $p(S)$ , 则总的期望损伤度定义为

$$E(D(T)) = vT \int_0^{+\infty} \frac{p(S)}{N(S)} dS, \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} v = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}}, \\ \lambda_i = 2 \int_0^{+\infty} \omega^i S(\omega) d\omega, \end{cases} \quad (2)$$

$N(S)$  是应力幅值  $S$  所对应的允许循环次数。如假设损伤是 Gauss(高斯)过程, S-N 曲线采用 Basquin 公式,则有

$$N(S)S^b = C, \quad (3)$$

其中  $b$  和  $C$  是材料参数,根据 S-N 曲线选取。将式(3)代入式(1)可得

$$E(D(T)) = \frac{vT}{C} (\sqrt{2}\sigma_s)^b \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right), \quad (4)$$

其中,  $\sigma_s$  是应力幅值  $S$  的均方根,需通过结构随机响应的功率谱计算。通过式(4)便可以估计疲劳损伤寿命。从式(4)可见,如何计算结构随机响应的功率谱对于估计疲劳损伤寿命十分重要。传统方法在计算结构随机响应的功率谱时,不仅计算效率低,且精度不够,而虚拟激励法仅需很少的计算量,便可以计算出精确的功率谱。

因为立管疲劳损伤主要由涡激振动的横向振动所致,实际计算时可以只考虑横向振动的自由度,此时将立管离散得到的振动方程为

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F(t). \quad (5)$$

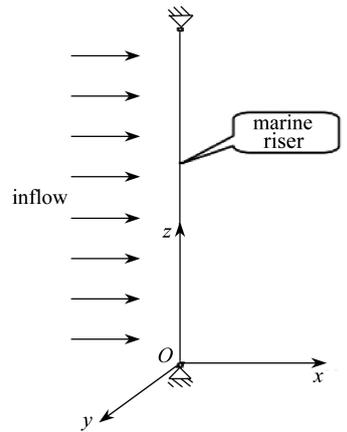


图 1 立管示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a riser

使用虚拟激励法<sup>[13]</sup>求解式(5),虚拟激励可写为

$$\tilde{\mathbf{F}}(t) = \mathbf{S}_{\sqrt{F}} e^{i\omega t}, \mathbf{S}_{\sqrt{F}} = \begin{Bmatrix} \sqrt{S_{F_1 F_1}(\omega)} \\ \sqrt{S_{F_2 F_2}(\omega)} \\ \vdots \\ \sqrt{S_{F_n F_n}(\omega)} \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

其中  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\mathbf{S}_{\sqrt{F}}$  是立管载荷的时间历程曲线,经过快速 Fourier(傅里叶)变换(FFT)得到,海洋立管的荷载可以通过二维离散涡法<sup>[2]</sup>计算得到的.于是式(5)可改写为

$$\mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{y}}} + \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{y}}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{S}_{\sqrt{F}} e^{i\omega t}. \quad (7)$$

式(7)可视为简谐激励作用下的受迫振动,其响应可写为

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{Y} e^{i\omega t}, \dot{\tilde{\mathbf{y}}} = i\omega \mathbf{Y} e^{i\omega t}, \ddot{\tilde{\mathbf{y}}} = -\omega^2 \mathbf{Y} e^{i\omega t}. \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)可得

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{Y} = \mathbf{S}_{\sqrt{F}}. \quad (9)$$

以上推导将二阶微分方程组的求解转化为线性方程组的求解.求解式(9)可得  $\mathbf{Y}$ ,代入式(8)便得到了虚位移响应  $\tilde{\mathbf{y}}$ .根据虚拟激励法,立管位移响应的功率谱矩阵可按式计算:

$$\mathbf{S}_{yy} = \tilde{\mathbf{y}}^* \tilde{\mathbf{y}}^T. \quad (10)$$

式(10)表明,采用虚拟激励法计算位移响应功率谱矩阵,便成了两个向量之积,计算效率大大提高.因此借助于虚拟激励法计算立管的涡激振动,不存在计算效率低的问题.

根据虚位移  $\tilde{\mathbf{y}}$ ,可进一步求应力等需关注的物理量的虚拟响应  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ ,从而应力的功率谱矩阵可以方便地使用下式计算:

$$\mathbf{S}_{\sigma\sigma} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^* \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T. \quad (11)$$

根据应力的功率谱,可以计算应力幅值的均方根  $\sigma_s$ ,然后再根据式(4)估计立管的疲劳损伤寿命.

## 2 海洋立管两自由度振动涡激损伤的虚拟激励法

倘若流向荷载的影响不可忽略,就需要考虑横向和流向两个方向的自由度.两自由度立管离散的振动方程为

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}_x(t), \\ \mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{F}_y(t). \end{cases} \quad (12)$$

使用虚拟激励法求解,虚拟激励为

$$\tilde{\mathbf{F}}_x(t) = \mathbf{S}_{\sqrt{F_x}} e^{i\omega t}, \tilde{\mathbf{F}}_y(t) = \mathbf{S}_{\sqrt{F_y}} e^{i\omega t}, \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{S}_{\sqrt{F_x}} = \begin{Bmatrix} \sqrt{S_{F_{x1} F_{x1}}(\omega)} \\ \sqrt{S_{F_{x2} F_{x2}}(\omega)} \\ \vdots \\ \sqrt{S_{F_{3n} F_{3n}}(\omega)} \end{Bmatrix}, \mathbf{S}_{\sqrt{F_y}} = \begin{Bmatrix} \sqrt{S_{F_{y1} F_{y1}}(\omega)} \\ \sqrt{S_{F_{y2} F_{y2}}(\omega)} \\ \vdots \\ \sqrt{S_{F_{yn} F_{yn}}(\omega)} \end{Bmatrix}. \quad (14)$$

式(12)可以写为

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{S}_{\sqrt{F_x}} e^{i\omega t}, \\ \mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{y}}} + \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{y}}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{S}_{\sqrt{F_y}} e^{i\omega t}. \end{cases} \quad (15)$$

此时平稳随机问题转化为式(15)所示的简谐荷载作用下的受迫振动问题,其响应可表示为

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{Y}e^{i\omega t}, \quad \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{X}e^{i\omega t}. \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)便得

$$\begin{cases} (-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{X} = \mathbf{S}_{\sqrt{F_x}}, \\ (-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{Y} = \mathbf{S}_{\sqrt{F_y}}. \end{cases} \quad (17)$$

式(17)是线性方程组,易于求解.求解出  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  后,根据式(16) 便可以得到位移的虚拟响应  $\tilde{\mathbf{x}}$  和  $\tilde{\mathbf{y}}$ .根据虚拟位移可求得虚拟应力  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ .根据虚拟激励法的原理,位移和应力的功率谱矩阵为

$$\mathbf{S}_{xx} = \tilde{\mathbf{x}}^* \tilde{\mathbf{x}}^T, \quad \mathbf{S}_{yy} = \tilde{\mathbf{y}}^* \tilde{\mathbf{y}}^T, \quad \mathbf{S}_{\sigma\sigma} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^* \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T. \quad (18)$$

### 3 荷载谱求解

使用虚拟激励法分析立管的涡激振动,需要海流作用下的荷载功率谱.荷载谱可以通过实际测量得到,也可以通过离散涡方法计算,然后通过快速 Fourier 变换得到.离散涡方法不需要对流场进行网格划分,避免了网格产生的数值黏性误差,并可用于几何外形复杂的结构的计算.

二维不可压缩黏性流体的控制方程可以表示为

$$\begin{cases} \frac{Dw}{Dt} = \nu \Delta w, \\ \Delta \psi = -w, \end{cases} \quad (19)$$

其中  $\nu$  是黏度,  $w$  是涡量,定义为

$$w = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (20)$$

$u$  和  $v$  是流速,流函数满足

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (21)$$

采用算子分裂法求解式(19),分为对流项和扩散项两个部分:

(a) 对流部分

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \\ \Delta \psi = -w. \end{cases} \quad (22)$$

(b) 黏性扩散部分

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nu \Delta w. \quad (23)$$

对流部分可以采用 Biot-Savart 公式求解,而黏性扩散项部分可采用随机涡方法求解.根据涡量和流函数,可以求得立管物面的受力系数.对受力系数进行快速 Fourier 变换可得立管荷载的功率谱密度.

## 4 虚拟激励法与实验对比研究

笔者团队还做了关于虚拟激励法计算立管涡激损伤的实验模型验证研究<sup>[15]</sup>。采用大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室滕斌等的实验模型<sup>[6]</sup>,比较虚拟激励法计算结果与实验结果。该实验所用水池长 55 m,宽 34 m,深 0.7 m。立管水平放置,两端固定,通过拖车在轨道上的平稳运动来给立管提供相对均匀来流,拖车速度为 0.15~0.48 m/s。图 2 摘自笔者之前发表的论文<sup>[15]</sup>,其中给出了不同流速下,位移均方根最大值的实验结果和虚拟激励法计算结果。图 2 中的“this paper calculation results”指文献[15]采用虚拟激励法的计算结果。由图 2 可见,虚拟激励法对海洋立管随机涡激振动模拟的结果是可靠的,可以满足工程需要。

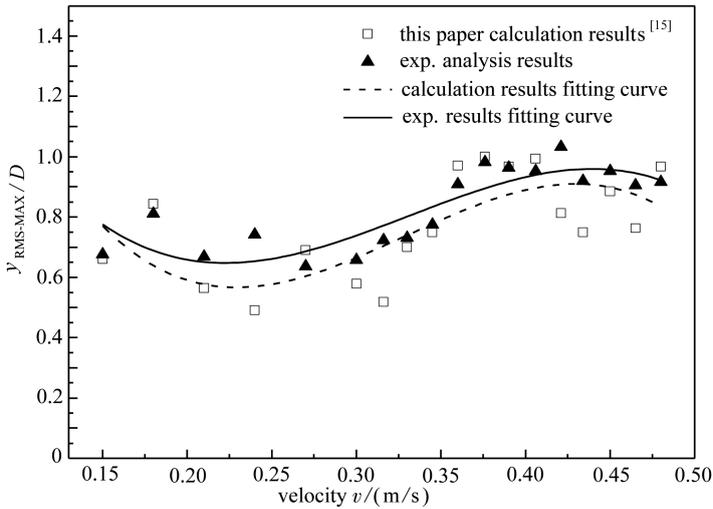


图 2 计算结果与实验分析结果的拟合曲线<sup>[15]</sup>

Fig. 2 Fitting curves of calculation results and test results

## 5 结束语

本文介绍了近年来笔者团队采用虚拟激励法在海洋立管涡激损伤分析问题中的应用。研究表明虚拟激励法用于海洋立管涡激振动是可行的,其计算结果满足工程需要,可以预测海洋立管的年疲劳损伤,为立管工程设计提供参考依据。

实际海洋工程中,海洋环境极其复杂,海洋立管的疲劳损伤还受波浪、平台运动等因素影响。考虑这些因素下的立管疲劳损伤的预报,进一步完善海洋立管的疲劳损伤研究,虚拟激励法还大有用武之地。

### 参考文献 (References):

- [1] 董晓林. 海洋立管考虑内流的涡激振动实验研究[D]. 硕士学位论文. 青岛: 中国海洋大学, 2006. (DONG Xiao-lin. Experimental study on the vortex-induced vibrations of marine riser transporting fluid[D]. Master Thesis. Qingdao: Ocean University of China, 2006. (in Chinese))
- [2] 董晓磊. 深海立管涡激损伤的虚拟激励法研究[D]. 硕士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2011.

- (DONG Xiao-lei. Research on VIV induced fatigue damage for deepwater riser using pseudo-excitation method[D]. Master Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2011.(in Chinese))
- [3] 潘佳. 深水立管涡激振动响应和疲劳损伤分析[D]. 硕士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2015. (PAN Jia. Vortex-induced vibration response and damage analysis of riser in deep water[D]. Master Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2015.(in Chinese))
- [4] Sarpkaya T. Hydrodynamic damping, flow-induced oscillations, and biharmonic response[J]. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 1995, **117**(4): 232-238.
- [5] Galvao R, Lee E, Farrell D, et al. Flow control in flow-structure interaction[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2008, **24**(8): 1216-1226.
- [6] 张建侨. 细长柔性立管涡激振动的实验研究[D]. 硕士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2009. (ZHANG Jian-qiao. Experimental investigation of vortex-induced vibration of long-flexible marine risers[D]. Master Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2009.(in Chinese))
- [7] Lie H, Kaasen K E. Modal analysis of measurements from a large-scale VIV model test of a riser in linearly sheared flow[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2006, **22**(4): 557-575.
- [8] Trim A D, Braaten H, Lie H, et al. Experimental investigation of vortex-induced vibration of long marine risers[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2005, **21**(3): 335-361.
- [9] Moon S M, Chang S M, Kim C. Parametric study on the mixing enhancement of parallel supersonic-subsonic wakes using wall cavities [J]. *Numerical Heat Transfer Applications*, 2008, **54**(4): 367-389.
- [10] 秦延龙, 王世澎. 海洋立管涡激振动计算方法进展[J]. 中国海洋平台, 2008, **23**(4): 14-17, 32. (QIN Yan-long, WANG Shi-peng. Computational methods progress of the vortex-induced vibration of ocean risers[J]. *China Offshore Platform*, 2008, **23**(4): 14-17, 32.(in Chinese))
- [11] Stefanou G. The stochastic finite element method: past, present and future[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2009, **198**(9/12): 1031-1051.
- [12] 张亚辉, 林家浩. 结构动力学基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.(ZHANG Ya-hui, LIN Jia-hao. *Fundamentals of Structural Dynamics*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2007.(in Chinese))
- [13] 林家浩, 张亚辉. 随机振动的虚拟激励法[M]. 北京: 科学出版社, 2007.(LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui. *Pseudo Excitation Method for Random Vibration*[M]. Beijing: Science Press, 2007.(in Chinese))
- [14] 董晓磊, 宗智, 孙雷, 等. 深海立管涡激损伤的虚拟激励法计算[J]. 船舶力学, 2012, **16**(7): 787-796. (DONG Xiao-lei, ZONG Zhi, SUN Lei, et al. Numerical computation of VIV induced fatigue damage for deepwater riser using pseudo-excitation method[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2012, **16**(7): 787-796.(in Chinese))
- [15] 孙雷, 董晓磊, 宗智, 等. 海洋立管两自由度振动的涡激损伤分析[J]. 振动与冲击, 2012, **31**(19): 99-103.(SUN Lei, DONG Xiao-lei, ZONG Zhi, et al. Analysis of VIV induced fatigue damage of marine riser at 2-DOF[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, **31**(19): 99-103.(in Chinese))

# A Summary of the Pseudo-Excitation Method for VIV Fatigue Damage Analysis of Marine Risers

ZONG Zhi, WU Feng

(*Liaoning Engineering Laboratory for Deep-Sea Floating Structures, School of Naval Architecture & Ocean Engineering, Dalian University of Technology; State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment (Dalian University of Technology); Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Dalian, Liaoning 116024, P.R.China*)

**Abstract:** The marine riser is an important part connecting the undersea drilling and the offshore platform. The primary factor causing the fatigue damage of marine risers is the vortex-induced vibration. Due to the random effects of ocean currents, the vortex-induced vibration of the riser is uncertain. Quick and reliable analysis of such random vibration is of great importance for the engineering design of the riser. Compared with the deterministic excitation, the random excitation is much more difficult to analyze, and the pseudo-excitation method is an efficient tool for this problem. In recent years, the pseudo-excitation method was applied and extended by the author and his collaborators for the analysis of vortex-induced vibration of marine risers, and many achievements were made, which were briefly summarized.

**Key words:** marine riser; vortex-induced vibration; fatigue damage; random vibration; pseudo-excitation method

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China (Key Program) (51639003); The National Natural Science Foundation of China (General Program) (51679037; 51279030); The National Science Fund for Young Scholars of China (51609034); The National Basic Research Program of China (973 Program) (2013CB036101); China Postdoctoral Science Foundation (2016M590219)

---

引用本文/Cite this paper:

宗智, 吴锋. 海洋立管涡激损伤分析的虚拟激励法概述[J]. 应用数学和力学, 2017, 38(1): 60-66.  
ZONG Zhi, WU Feng. A summary of the pseudo-excitation method for VIV fatigue damage analysis of marine risers[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(1): 60-66.