

基于非线性能量阱的双频激励 非线性系统减振*

孙 斌^{1,2}, 吴志强¹

(1. 天津大学 机械工程学院 力学系;
天津市非线性动力学与混沌控制重点实验室, 天津 300072;
2. 中国民航大学 航空工程学院 飞机系, 天津 300300)

摘要: 针对某型民用航空发动机双频带激励特点,建立了单自由度线性振子耦合非线性能量阱(nonlinear energy sink, NES)的动力学模型.根据典型双转子发动机在巡航状态下低、高特征频率比(1:4.74),为系统设定双频带简谐外激励.利用四阶 Runge-Kutta 算法,研究了耦合 NES 振子时系统的振动抑制特征,并从外激励频率对系统主振子动能、系统总体能量的影响等方面,与未耦合 NES 系统、耦合线性动力吸振器两种情况下的数值计算结果进行对比分析.研究表明 NES 对双频带外激励具有更好的振动抑制效果,用 NES 降低航空发动机振动有可行性.

关键词: NES; 民用航空发动机; 双频带; 振动抑制

中图分类号: O328

文献标志码: A

doi: 10.21656/1000-0887.370379

引 言

民用航空发动机属于大型旋转类流体机械,调查表明:即使对于目前最为先进的民航飞机,由发动机振动所导致如局部结构裂纹、管路渗漏等故障现象仍频繁出现.发动机的振动通过吊挂传递至飞机机体结构,也会通过噪声的形式传递至座舱,进而影响着客舱的乘坐舒适性.现代民航涡扇发动机普遍采用双转子布局,低压及高压压气机转子分别带动相应涡轮旋转,从而产生典型的双频激励形式^[1-3].

在航空发动机振动研究方面,文献[1]发现当发动机风扇处于低转速工况时,其振动频谱会向低频段转移并接近飞机结构固有频率,从而可能产生共振,带来严重的结构损伤;文献[2]借助实验及仿真的方法,对比了在航空发动机吊点处安装液弹阻尼器和硬连接时的振动传递效率,发现采用液弹阻尼器后在发动机 N_1 频率下能够减少发动机前吊点大约 10 dB 的振动载荷分量;文献[3]根据某型涡扇发动机的实测振动谱,经研究表明,振动能量主要集中在发动机低压、高压转子的转频 N_1, N_2 及其倍频处,并借助有限元方法对发动机振动沿吊挂向机翼、机身结构传递的路径等进行了分析,发现振动载荷的主传递路径为发动机后挂点、吊挂中

* 收稿日期: 2016-12-14; 修订日期: 2016-12-28

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2014CB046805); 国家自然科学基金(11372211; 11672349)

作者简介: 孙斌(1987—),男,博士生(E-mail: bsun_2015@163.com);

吴志强(1968—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: zhiqwu@tju.edu.cn).

连接点、机翼后梁,最后传递至飞机机身。

与传统线性动力学吸振器相比,NES(也称非线性动力吸振器)具有吸振频带宽、能量耗散率高等优点,其理论研究与应用探讨得到越来越多的重视。

在理论方面,主要涉及系统稳态及瞬态动力学分析、NES 设计及优化等。文献[4-5]研究了附加 NES 的调谐强迫线性系统的吸引子问题,从 NES 参数设计的角度分析了其吸能效果,研究表明,在一定的阻尼及频率范围设定下,NES 具有比传统线性动力吸能器更佳的吸能效果,同时分析了 NES 参数的优化设计方法;文献[6-7]分析了 NES 与两自由度线性主系统之间的内共振问题,随后研究了含 NES 系统在 1:1:1 内共振准周期强迫激励以及随机激励下的响应机制,证实了通过设计 NES 参数可有效减少准周期甚至是随机外激励引发的振动;文献[8]采用非光滑 NES 方法研究了两个自由度机械系统中靶能量传递的基本特征;文献[9]采用多尺度法研究了时滞 NES 对两自由度主系统的减振效果;文献[10]研究了简谐激励下两自由度 NES 的振动抑制效果;文献[11-12]对 NES 中非线性耦合振子间产生靶能量传递的初始条件进行了分析,提出可将其应用于 NES 立方刚度设计,并研究了 NES 对双共振峰抑制的力学特性方法;文献[13]发现窄带随机激励下 NES 具备比同条件下最优线性动力吸振器更好的抑振效果。

在工程应用方面,讨论的对象包括机翼、高耸结构、壁板结构等。部分研究者将 NES 应用于飞机机翼主系统减振,如文献[14-15]设计了在可折叠式后掠机翼翼尖附加单自由度 NES 的缩比实物模型,从实验角度研究了机翼与 NES 之间的靶能量传递特征,与有限元仿真结果进行了对比,另外对翼尖 NES 的设计过程进行了描述;文献[16]研究了耦合 NES 的二维翼型的极限环振荡抑制问题;文献[17]则进一步提出在二维机翼前、后缘分别安装 NES,可以拓宽其靶能量传递以及共振捕获对应的频带。NES 也可应用于高耸结构的振动抑制,如文献[18]发现存在 NES 最优参数能非常明显地抑制高耸结构振动,且最多可将结构振动减至原来的 20% 左右;文献[19]利用解析法研究了振动控制中 NES 的较优刚度计算方法,并通过试验方法验证了 NES 具有较好的宽频抑振效果;文献[20]借助振动台实验研究了轨道型 NES 对建筑结构的宽频带振动控制特点。同时 NES 在其他方面也有一定的应用,如文献[21]用 Euler(欧拉)屈曲梁构建了 NES,并进行了振动抑制分析;文献[22]研究表明 NES 可显著抑制一定风荷载下超音速飞机复合材料层合板的剧烈振动。

尽管 NES 在理论及实验研究方面已有不少的研究成果,但对于双频激励下的研究还未开展。本文分析受双频激励非线性系统的动力学行为,通过与未附加 NES 线性主振子以及附加线性动力吸振器两种工况下的振动抑制情况进行比较,探讨双频带 NES 在民用航空发动机隔振应用的可行性。

1 双频带 NES 非线性动力学模型建立

1.1 主系统动力学模型

为了分析 NES 对双频带激励的减振效果,首先建立带有一定阻尼项的单个线性主振子系统动力学模型(如图 1 所示),其动力学方程表示为

$$\ddot{x}_1 + (1 + \varepsilon\sigma)x_1 + \varepsilon\lambda\dot{x}_1 = \varepsilon(A_1\cos(\omega_1 t) + A_2\cos(\omega_2 t)), \quad (1)$$

式中, x_1 为线性振子位移, σ 为系统频率失谐参数, $\varepsilon\lambda$ 为线性主振子阻尼系数。 εA_1 和 εA_2 为系统外激励幅值, ε 为远小于 1 的参数,而 ω_1 和 ω_2 为外激励特征频率,外激励设定为具有典型双转子发动机频率比特征的两个简谐激励项。

1.2 耦合 NES 的系统动力学模型

如图 2 所示为单个线性主振子耦合单个 NES 的系统,其动力学方程表示为

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + (1 + \varepsilon\sigma)x_1 + \varepsilon\lambda(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \frac{4}{3}\varepsilon(x_1 - x_2)^3 = \\ \varepsilon(A_1\cos(\omega_1t) + A_2\cos(\omega_2t)), \\ \varepsilon\ddot{x}_2 + \varepsilon\lambda(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \frac{4}{3}\varepsilon(x_2 - x_1)^3 = 0, \end{cases} \quad (2)$$

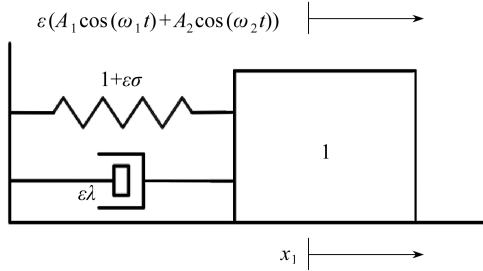


图 1 主系统动力学模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the dynamic model for the main system

式中参数已作无量纲化处理, x_1 和 x_2 分别表示线性振子及 NES 振子位移, σ 为频率失谐参数, $\varepsilon\lambda$ 为阻尼系数.为了简化分析过程,这里取 NES 振子对应的非线性立方刚度为 $(4/3)\varepsilon$.系统中 εA_1 和 εA_2 为两个外激励幅值,参数 ε 远小于 1, ω_1 和 ω_2 为外激励特征频率.为了便于结果对比,外激励设定为与单个线性主振子系统(1)相同的两个简谐激励项.

1.3 耦合线性动力吸振器的系统动力学模型

为了与传统线性吸振器的振动抑制效果进行比较,建立单个线性主振子耦合单个线性动力吸振器的系统,其动力学方程表示为

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + (1 + \varepsilon\sigma)x_1 + \varepsilon\lambda(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_{\text{Lin}}(x_1 - x_2) = \\ \varepsilon(A_1\cos(\omega_1t) + A_2\cos(\omega_2t)), \\ \varepsilon\ddot{x}_2 + \varepsilon\lambda(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_{\text{Lin}}(x_2 - x_1) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

式中, k_{Lin} 为该动力吸振器振子的线性刚度, $\varepsilon\lambda$ 为动力吸振器振子阻尼系数.其余参数设定及双频带外激励加载情况仍与系统(2)保持一致.

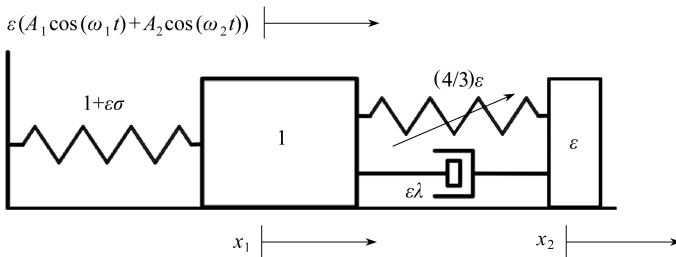


图 2 耦合 NES 系统动力学模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the dynamic model for the system coupled with the NES

在以上建立的系统动力学模型的基础上,根据相关能量准则^[23]可将上述 3 个系统主振子动能均设为

$$E_{\text{kin}} = \frac{\dot{x}_1^2}{2}. \quad (4)$$

耦合 NES 系统总体能量可设为

$$E_{\text{tot_NES}} = \frac{\dot{x}_1^2}{2} + \varepsilon \frac{\dot{x}_2^2}{2} + \frac{x_1^2}{2} + \varepsilon k \frac{(x_1 - x_2)^4}{4}. \quad (5)$$

另外,对耦合线性动力吸振器系统其总体能量同样可设为

$$E_{\text{tot_Lin}} = \frac{\dot{x}_1^2}{2} + \varepsilon \frac{\dot{x}_2^2}{2} + \frac{x_1^2}{2} + k_{\text{Lin}} \frac{(x_1 - x_2)^2}{2}. \quad (6)$$

2 与主系统减振效果对比

考虑某典型民航发动机在巡航状态 N_1, N_2 转速对应的特征频率比为 1 : 4.74, 将主系统模型(1)中参数设定为 $\sigma = 0, \varepsilon = 0.01, \lambda = 0.2, \omega_1$ 和 ω_2 分别取 1 和 4.74, $A_1 = 1.3, A_2 = 0.1$. 其中主系统总体能量为式(5)去除 NES 振子相关项剩余的部分, 即只包含主系统振子的动能和势能两部分, 耦合 NES 系统(2)其余参数与主系统保持相同参数设定.

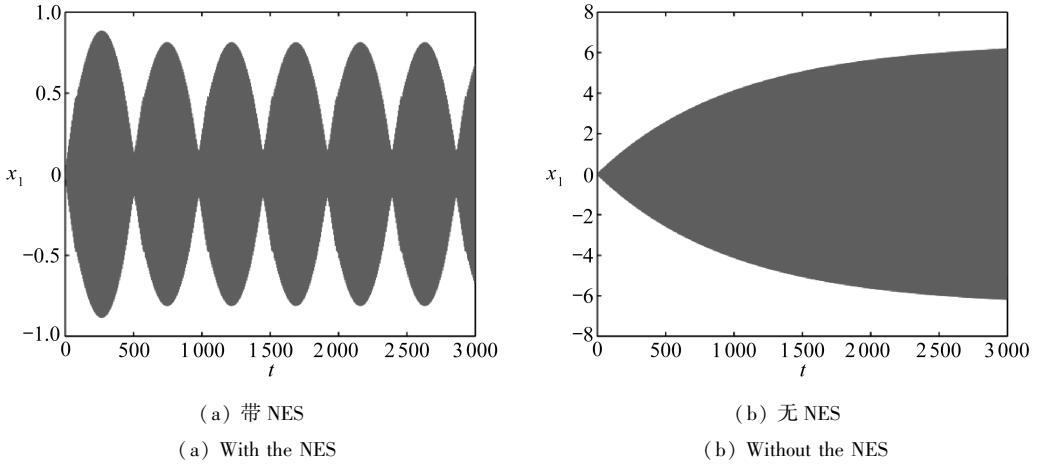


图 3 与主系统主振子位移响应对比

Fig. 3 Comparison of the main oscillator displacement responses of the main system

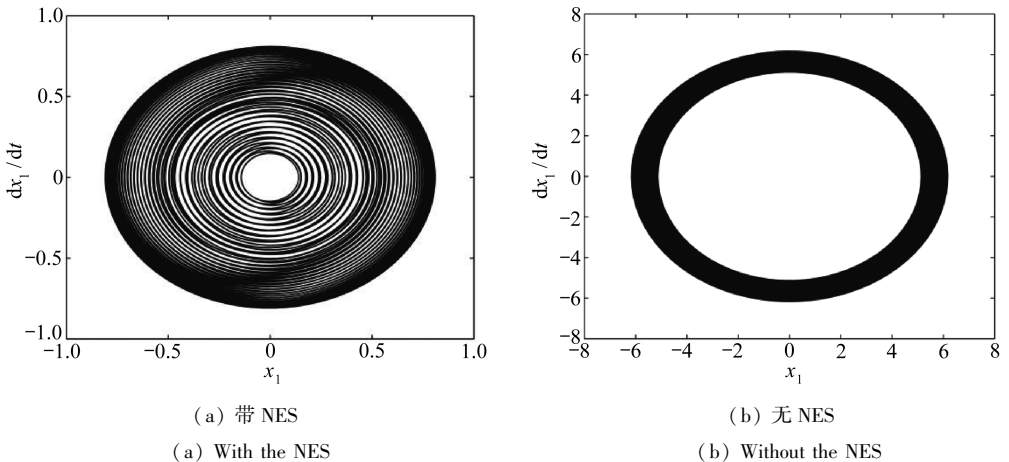


图 4 与主系统主振子相图对比

Fig. 4 Comparison of the main oscillator phase diagrams of the main system

基于 MATLAB 中四阶 Runge-Kutta 数值算法, 将系统(1)和系统(2)中各振子的初始位移及初始速度均设为 0, 耦合 NES 系统与主系统主振子位移响应及相图计算结果对比如图 3 及图 4 所示.

与主系统相比, 耦合 NES 的系统其主振子整体位移更小. 若保持 ω_1 为单位频率, 同时单调

增加 ω_2 , 根据式(4)、(5)研究其对系统主振子位移幅值、主振子动能及系统总体能量的影响。其计算结果如图 5~图 7 所示, 其中, ω_2 从 2 变化到 5 时, 图中曲线规律保持不变。

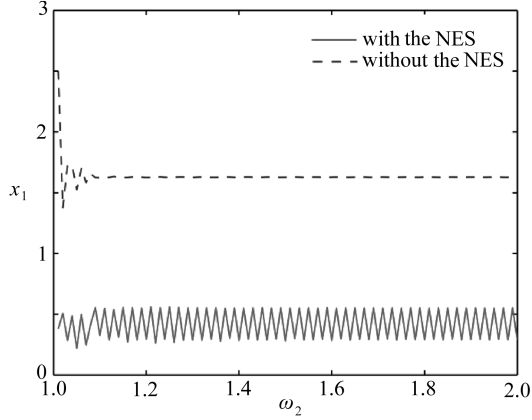


图 5 与主系统 ω_2 对主振子幅值的影响对比

Fig. 5 Comparison of the effects of ω_2 on the main oscillator amplitude of the main system

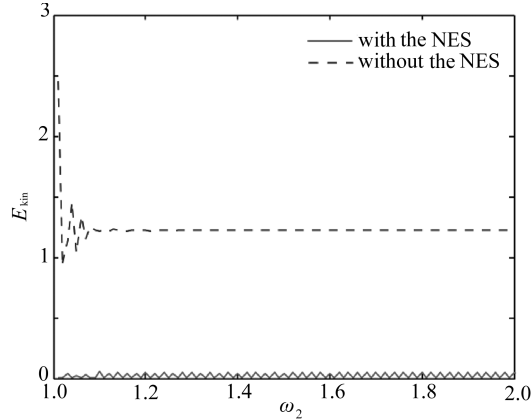


图 6 与主系统 ω_2 对主振子动能的影响对比

Fig. 6 Comparison of the effects of ω_2 on the main oscillator kinetic energy of the main system

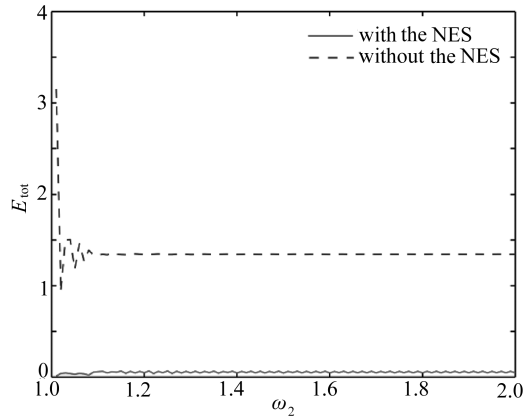


图 7 与主系统 ω_2 对系统总能量的影响对比

Fig. 7 Comparison of the effects of ω_2 on the total system energy of the main system

由以上数值计算结果可见,随着 ω_2 的逐渐增大,含有 NES 系统的主振子幅值、主振子动能以及系统总体能量数值明显更低,说明 NES 振子对主系统的减振效果十分显著。

3 与附加线性动力吸振器的系统减振效果对比

同样选取飞机巡航阶段民航发动机低、高特征频率比为 1 : 4.74,研究系统(3)中耦合线性动力吸振器时系统的抑振情况,为了与系统(2)中 NES 振子减振效果开展对比分析,选取参数 k_{lin} 大小等于 $(4/3)\epsilon$,其余系统特征参数保持相同的设定.借助于四阶 Runge-Kutta 数值算法,将系统(2)和系统(3)中各振子的初始位移及初始速度均设为 0,对比研究耦合 NES 及线性动力吸振器两种典型情况,其系统主振子位移响应、动力吸振器振子位移响应、两振子相对位移响应及主振子相图计算结果对比如图 8~图 11 所示。

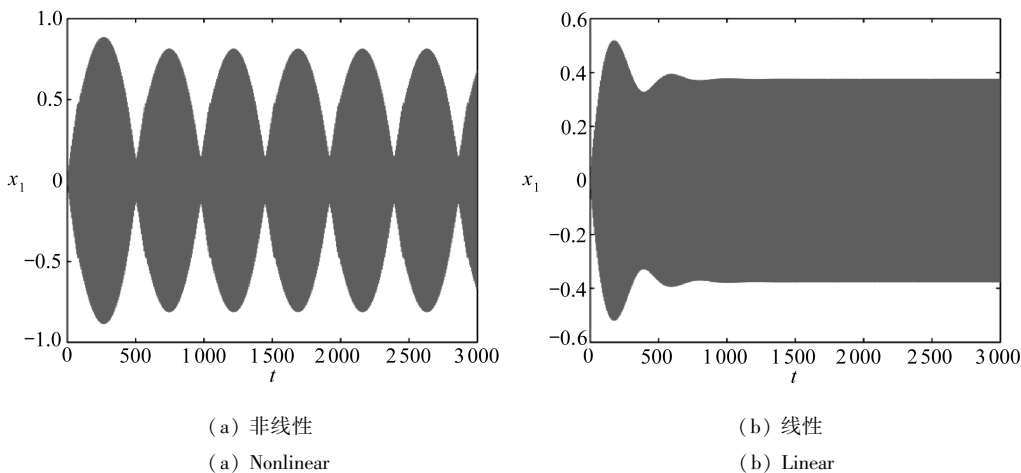


图 8 与线性动力吸振器系统主振子位移响应对比
 Fig. 8 Comparison of the main oscillator displacement responses of the system coupled with a linear dynamic vibration absorber

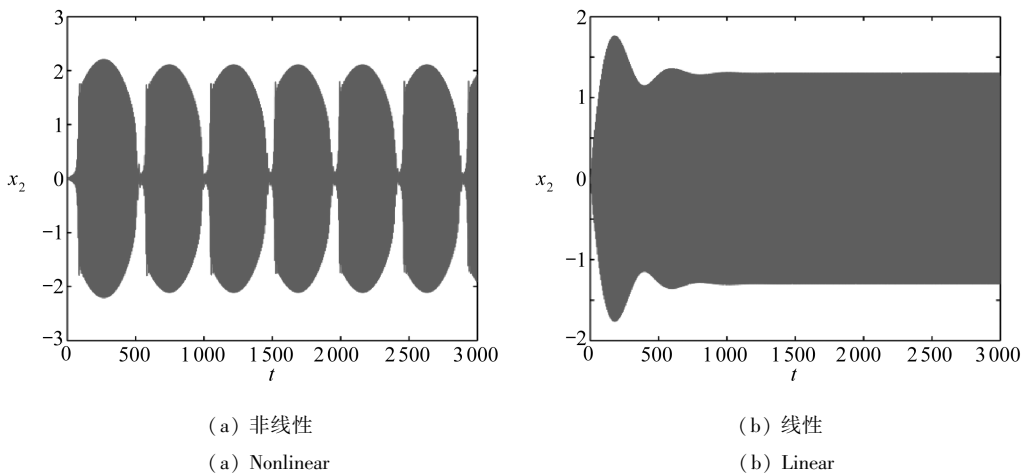


图 9 NES 振子与线性动力吸振器振子位移响应对比
 Fig. 9 Comparison of the displacement responses between the NES and the linear dynamic vibration absorber oscillators

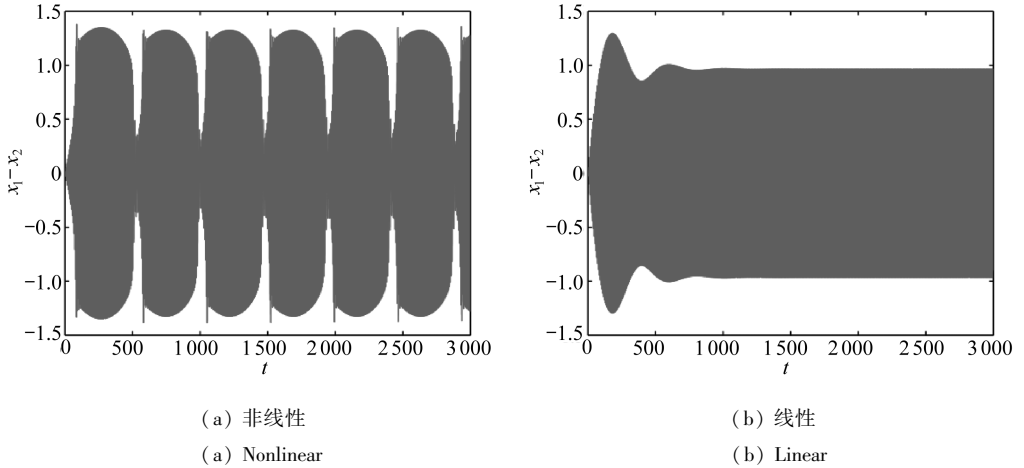


图 10 与线性动力吸振器系统振子相对位移响应对比

Fig. 10 Comparison of the oscillator relative displacement responses of the system with a linear dynamic vibration absorber

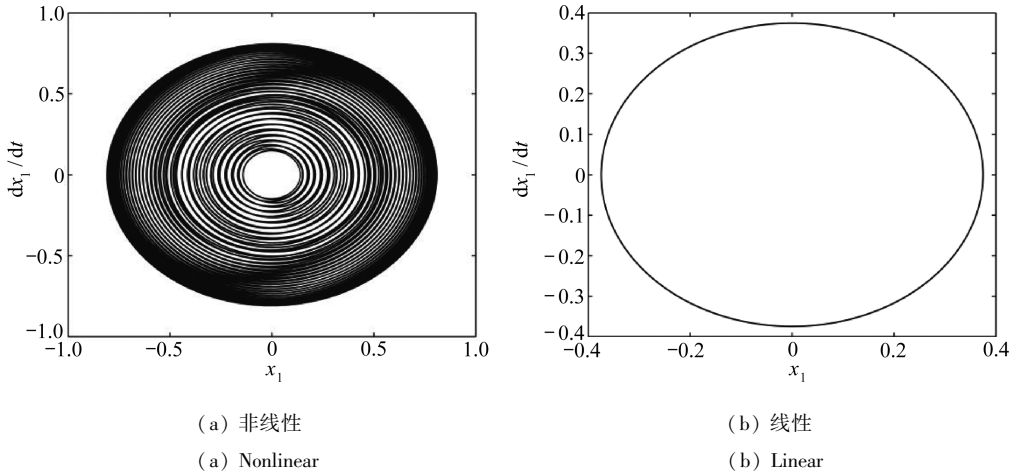


图 11 与线性动力吸振器系统主振子相图对比

Fig. 11 Comparison of the main oscillator phase diagrams of the system with a linear dynamic vibration absorber

与附加线性动力吸振器系统相比,虽然耦合 NES 系统的主振子及 NES 振子位移瞬态峰值略大,但其主振子与 NES 振子的相对位移幅值变化很大,且图 10(a) 中呈现出典型的强调制响应 (strongly modulated response, SMR)^[23] 模式,表明 NES 振子抑振效果明显。

结合 Starosvetsky 等的相关研究^[5],系统内动力吸振器减振效果的优化设计准则应主要考虑主振子动能峰值、系统总体能量峰值以及系统总体能量曲线与横轴所围总面积。因此,取 ω_1 为单位频率,单调增加 ω_2 , 根据式(4)~(6)研究其对主振子动能以及系统总体能量的影响。此时计算结果如图 12 及图 13 所示, ω_2 从 2 变化到 5 时,图中曲线规律保持不变。

上述计算结果表明,随着 ω_2 逐渐增大,耦合 NES 系统的主振子动能均值低于耦合线性动力吸振器系统,且系统总体能量峰值明显小于附加线性动力吸振器时的情况。表明在相同系统特征参数设定下, NES 在较宽的频率范围内对典型双频带外激励的减振效果更佳。

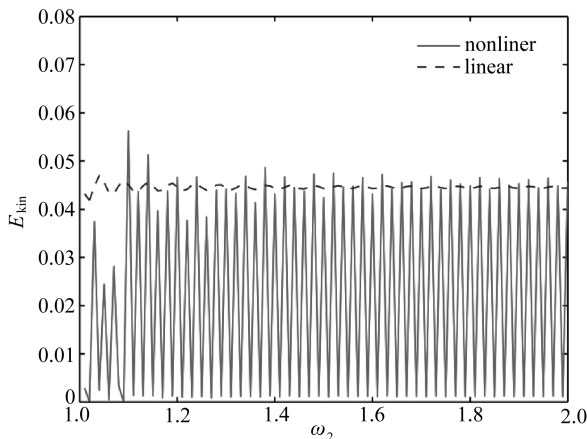


图 12 与线性动力吸振器系统 ω_2 对主振子动能影响对比

Fig. 12 Comparison of the effects of ω_2 on the main oscillator kinetic energy of the system coupled with a linear dynamic vibration absorber

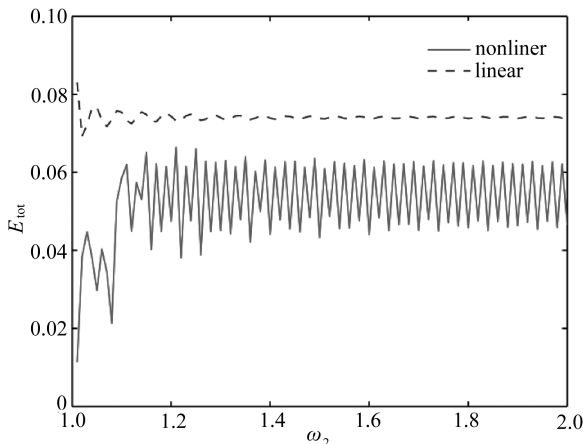


图 13 与线性动力吸振器系统 ω_2 对系统总能量影响对比

Fig. 13 Comparison of the effects of ω_2 on the total energy of the system coupled with a linear dynamic vibration absorber

4 结 语

本文采用四阶 Runge-Kutta 算法研究了耦合 NES 系统在典型发动机双频带外激励下的抑振效果,数值计算及结果分析表明:

1) 附加 NES 系统与同参数设定下无 NES 系统相比,在双频带外激励作用下,NES 具有吸振效果明显、适用频带宽等特点,能够适用于民航发动机典型双频带振动工况。

2) 与相同典型特征参数选取时的含线性动力吸振器的系统相比,NES 减振效果更佳,有效减振频带范围宽,主振子与 NES 振子间相对位移呈现典型的 SMR。

总之,应用 NES 降低双频激励非线性系统的振动有可行性。作为具有双频激励特征的双转子航空发动机减振问题,可以考虑利用 NES 来解决。另外双频带 NES 系统受非线性因素的影响,其系统内部能量耗散机理较为复杂,要解决振动 NES 设计问题,还需要深入理论探讨。

参考文献(References):

- [1] Depriest J. Aircraft engine attachment and vibration control[C]//*SAE Technical Paper*. 2000. doi: 10.4271/2000-01-1708.
- [2] Rancourt D, Whiteford G P, Lemire J. A systematic approach to evaluate the effectiveness of engine mount systems[C]//*44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Norfolk, Virginia, 2003: 2003-1894.
- [3] 陈熠, 贺尔铭, 扈西枝, 等. 大型客机发动机振动载荷传递特性研究[J]. 西北工业大学学报, 2012, **30**(3): 384-389. (CHEN Yi, HE Er-ming, HU Xi-zhi, et al. Exploring wing-mounted engine vibration transmission for new generation airplanes with turbofan engines of high bypass ratio[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2012, **30**(3): 384-389. (in Chinese))
- [4] Gendelman O V, Starosvetsky Y, Feldman M. Attractors of harmonically forced linear oscillator with attached nonlinear energy sink I: description of response regimes[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2008, **51**(1/2): 31-46.
- [5] Starosvetsky Y, Gendelman O V. Attractors of harmonically forced linear oscillator with attached nonlinear energy sink II: optimization of a nonlinear vibration absorber[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2008, **51**(1/2): 47-57.
- [6] Starosvetsky Y, Gendelman O V. Interaction of nonlinear energy sink with a two degrees of freedom linear system: internal resonance[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, **329**(10): 1836-1852.
- [7] Starosvetsky Y, Gendelman O V. Response regimes in forced system with non-linear energy sink: quasi-periodic and random forcing[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2011, **64**(1/2): 177-195.
- [8] Lamarque C H, Gendelman O V, Savadkoochi A T, et al. Targeted energy transfer in mechanical systems by means of non-smooth nonlinear energy sink[J]. *Acta Mechanica*, 2011, **221**(1): 175-200.
- [9] 赵艳影, 徐鉴. 时滞非线性动力吸振器的减振机理[J]. 力学学报, 2008, **40**(1): 98-106. (ZHAO Yan-ying, XU Jian. Mechanism analysis of delayed nonlinear vibration absorber[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2008, **40**(1): 98-106. (in Chinese))
- [10] 孔宪仁, 张也弛. 两自由度非线性吸振器在简谐激励下的振动抑制[J]. 航空学报, 2012, **33**(6): 1020-1029. (KONG Xian-ren, ZHANG Ye-chi. Vibration suppression of a two-degree-of-freedom nonlinear energy sink under harmonic excitation[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, **33**(6): 1020-1029. (in Chinese))
- [11] 张也弛, 孔宪仁. 非线性耦合振子间产生靶能量传递的初始条件[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, **44**(7): 21-26. (ZHANG Ye-chi, KONG Xian-ren. Initial conditions for targeted energy transfer in coupled nonlinear oscillators[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2012, **44**(7): 21-26. (in Chinese))
- [12] 张也弛. 基于非线性能量阱的双共振峰振动抑制的力学特性研究[J]. 航天器环境工程, 2015, **32**(5): 477-483. (ZHANG Ye-chi. Dynamics of a nonlinear energy sink used for suppressing two-separated resonance peaks[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2015, **32**(5): 477-483. (in Chinese))
- [13] XIONG Huai, KONG Xian-ren, YANG Zhen-guo, et al. Response regimes of narrow-band stochastic excited linear oscillator coupled to nonlinear energy sink[J]. *Chinese Journal of*

- Aeronautics*, 2015, **28**(2): 457-468.
- [14] Hubbard S A, McFarland D M, Bergman L A, et al. Targeted energy transfer between a model flexible wing and nonlinear energy sink[J]. *Journal of Aircraft*, 2010, **47**(6): 1918-1931.
- [15] Hubbard S A, McFarland D M, Bergman L A, et al. Targeted energy transfer between a swept wing and winglet-housed nonlinear energy sink[J]. *AIAA Journal*, 2014, **52**(12): 2633-2651.
- [16] GUO Hu-lun, CHEN Yu-shu, YANG Tian-zhi. Limit cycle oscillation suppression of 2-DOF airfoil using nonlinear energy sink[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2013, **34**(10): 1277-1290.
- [17] 张文帆, 张家忠, 曹盛力. NES 对二维机翼气弹不稳定性抑制作用的研究[J]. 航空学报, 2016, **37**(11): 3249-3262.(ZHANG Wen-fan, ZHANG Jia-zhong, CAO Sheng-li. Suppression of aeroelastic instability of 2-D wing by nonlinear energy sinks[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, **37**(11): 3249-3262.(in Chinese))
- [18] 陈勇, 徐羿. 基于非线性能量吸振器的高耸结构减振分析[J]. 振动与冲击, 2014, **33**(9): 27-32, 54.(CHEN Yong, XU Yi. Vibration suppression analysis for a tall structure attached with a nonlinear energy sink absorber[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2014, **33**(9): 27-32, 54.(in Chinese))
- [19] 刘中坡, 吕西林, 王栋, 等. 非线性能量阱刚度优化计算与振动台试验[J]. 振动与冲击, 2016, **35**(20): 77-84.(LIU Zhong-po, LÜ Xi-lin, WANG Dong, et al. Stiffness optimization of nonlinear energy sink and shaking table test[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, **35**(20): 77-84.(in Chinese))
- [20] 刘中坡, 吕西林, 鲁正, 等. 轨道型非线性能量阱振动控制的振动台试验研究[J]. 建筑结构学报, 2016, **37**(11): 1-9.(LIU Zhong-po, LÜ Xi-lin, LU Zheng, et al. Experimental investigation on vibration control effect of track nonlinear energy sink[J]. *Journal of Building Structures*, 2016, **37**(11): 1-9.(in Chinese))
- [21] 刘海平, 杨建中, 罗文波, 等. 新型欧拉屈曲梁非线性动力吸振器的实现及抑振特性研究[J]. 振动与冲击, 2016, **35**(11): 155-160, 228.(LIU Hai-ping, YANG Jian-zhong, LUO Wen-bo, et al. Realization and vibration suppression ability of a new novel Euler buckled beam nonlinear vibration absorber[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, **35**(11): 155-160, 228.(in Chinese))
- [22] ZHANG Ye-wei, ZHANG Hao, HOU Shuai, et al. Vibration suppression of composite laminated plate with nonlinear energy sink[J]. *Acta Astronautica*, 2016, **123**: 109-115.
- [23] Gendelman O V. Targeted energy transfer in systems with external and self-excitation[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2011, **225**(9): 2007-2043.

Vibration Suppression of Nonlinear Systems Under Dual-Frequency Excitations With Nonlinear Energy Sink

SUN Bin^{1,2}, WU Zhi-qiang¹

(1. *Department of Mechanics, School of Mechanical Engineering,
Tianjin University, Tianjin Key Laboratory of Nonlinear Dynamics
and Chaos Control, Tianjin 300072, P.R.China;*

2. *Department of Aircraft, School of Aeronautical Engineering,
Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, P.R.China)*

Abstract: In view of the dual-frequency excitation characteristics of a certain type of civil aero-engines, the dynamic model of a single DOF linear oscillator coupled with the nonlinear energy sink (NES) was established. At the low to high characteristic frequency ratio (1 : 4.74) of the typical dual-rotor engine in cruise flight, the system was subjected to a dual-frequency harmonic excitation. The 4th-order Runge-Kutta algorithm was employed to study the vibration suppression effects of the system with the coupled NES. In the aspects of the influences of the external excitation frequencies on the kinetic energy of the main oscillator and the total energy of the system, etc, the numerical results were compared among the system with the NES, the one without the NES and another one coupled with a linear dynamic vibration absorber. The work shows that the NES has better vibration suppression effects on the dual-frequency excitation, and is feasible for the reduction of the vibration of aero-engines.

Key words: NES; civil aero-engine; dual-frequency; vibration suppression

Foundation item: The National Basic Research Program of China (973 Program) (2014CB046805); The National Natural Science Foundation of China (11372211;11672349)

引用本文/Cite this paper:

孙斌, 吴志强. 基于非线性能量阱的双频激励非线性系统减振[J]. 应用数学和力学, 2017, 38(11): 1240-1250.

SUN Bin, WU Zhi-qiang. Vibration suppression of nonlinear systems under dual-frequency excitations with nonlinear energy sink[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(11): 1240-1250.