

光压摄动对空间太阳能电站轨道的影响研究^{*}

魏 乙, 邓子辰, 李庆军, 王 艳

(西北工业大学 工程力学系, 西安 710072)

(本刊编委邓子辰来稿)

摘要: 针对以重力梯度稳定方式设计的3种典型空间太阳能电站轨道动力学问题,提出了考虑地影和有效截面积变化的太阳光压模型.首先,采用能量方法,通过 Legendre 变换,引入广义动量,建立了 Hamilton 体系下轨道的正则方程;其次,采用辛 Runge-Kutta 方法求解相应的正则方程;最后通过数值试验分析,验证了模型的有效性以及数值求解方法的稳定性.同时,说明了地影和有效截面积变化对空间太阳能电站轨道有显著的影响;给出了空间太阳能电站对其半长轴、离心率以及轨道倾角的轨迹曲线,为空间太阳能电站的设计提供一种理论参考.

关键词: 空间太阳能电站; 辛算法; 轨道; Hamilton 系统

中图分类号: V412.4

文献标志码: A

doi: 10.21656/1000-0887.370309

引 言

太阳能是一种可大规模开发、清洁的可再生能源.然而在地面上利用太阳能,总免不了受昼夜、大气和天气的影响,如何高效利用太阳能一直是世界各国努力的方向.1968年美国人 Peter E·Glaser 首次提出了在太空建立空间太阳能电站(space solar power station, SSPS)的设想.随着能源供需矛盾和环境保护问题的日益突出,以美国、欧洲和日本为主的发达国家已经投入巨资研究 SSPS 技术,并相继提出了多种设计方案^[1-3].“Abacus”方案是美国航空航天局(national aeronautics and space administration, NASA)提出的,相比以往的设计,该方案具有质量轻、组装方便等优点^[4,5].此后,欧洲提出了“太阳帆塔”方案,该方案采用了可展开薄膜电池技术,质量更轻,同时采用重力梯度稳定方式,减少对燃料的消耗^[6].日本提出的最具代表性的设计之一是“绳系”方案,该设计的优点是结构简单、质量轻、稳定性好^[7].然而,对于这类航天器长期在轨正常运行的轨道动力学问题,还需要针对性地深入研究.

为了实现24小时向地球供电,往往采用同步轨道.因此,Wie等针对地球同步轨道上运行的 Abacus 方案,采用 Newton 力学方法建立了轨道、姿态的动力学方程,并对轨道、姿态、结构控制采取了一体化设计^[8].然而,许多卫星和空间碎片大都集中在地球静止轨道附近,可用的空间越来越少.同时,为了减少维持 SSPS 位置消耗的燃料,McNally 等考虑受地球非球摄动的影响,研究了 Abacus 方案在同步 Laplace 平面轨道和地球静止轨道的轨道动力学和姿态动力

* 收稿日期: 2016-10-12; 修订日期: 2017-03-02

基金项目: 国家自然科学基金(11432010;11572254)

作者简介: 魏乙(1980—),男,博士生(E-mail: weiyiyw@126.com);

邓子辰(1964—),男,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: dweifan@nwpu.edu.cn).

学,并比较了两种轨道下的角速度、Euler 角以及轨道参数^[9];此后,他们在考虑太阳光压摄动、地球的非球摄动、日月摄动和微波反作用力的影响下,建立了更为精确的轨道动力学模型,并且比较了两种轨道保持中消耗的燃料以及受太空垃圾碰撞的风险^[10]。以上对 Abacus 方案轨道的研究都没有考虑地影以及有效截面积变化对太阳光压的影响,然而,已有文献表明地影会对高面质比的空间碎片轨迹产生很大的影响^[11-12]。同时,针对太阳帆塔和绳系方案的轨道运动的研究还比较少。例如, Ishimura 等^[13]将绳系方案抽象成弹性杆模型,通过将微分方程线性化,研究了其轨道运动、俯仰运动、轴向振动之间的耦合现象,然而并没有考虑光压等摄动力的影响。

对于受摄轨道的动力学方程,很难用分析方法进行求解,只能用数值方法进行求解。然而传统的数值方法,如非辛 Runge-Kutta 方法、Newmark 方法、广义 α 方法等,会产生人为的数值耗散,并且会破坏系统本身具有的特征,如辛性、能量、动量等。正是由于保结构算法可以保持上述的某些性质,已经有学者将这类算法应用到航天领域。赵长印等用辛算法和非辛 Runge-Kutta 方法计算了轴对称星系模型中恒星的运动,经过比较,证明了辛算法有高效、系统的能量误差没有长期积累、相空间几何结构不因长时间计算而受歪曲等不可比拟的优点^[14]。对于保守体系的动力学问题,选择 Hamilton 体系并采用辛算法进行数值计算,近年来已经被学术界广泛认同。对于含有小耗散项的系统,采用辛算法同样可以得到极佳的效果^[15]。同时,辛算法在天体力学的轨道动力学仿真方面得到了广泛的应用,例如空间碎片的长时间轨道传播^[11-12, 16]、 N 体问题^[17-18]、行星的长期演化^[19-20]等。

1 SSPS 轨道力学模型

图 1 是美国、欧洲、日本提出的 3 种典型的设计方案模型^[4],本文将其简化为质点,建立赤道惯性坐标系 $Oxyz$,地心 O 为坐标原点, Ox 轴指向春分点, Oz 轴垂直于赤道平面指向地球的北极, Oy 轴由右手法则得到。

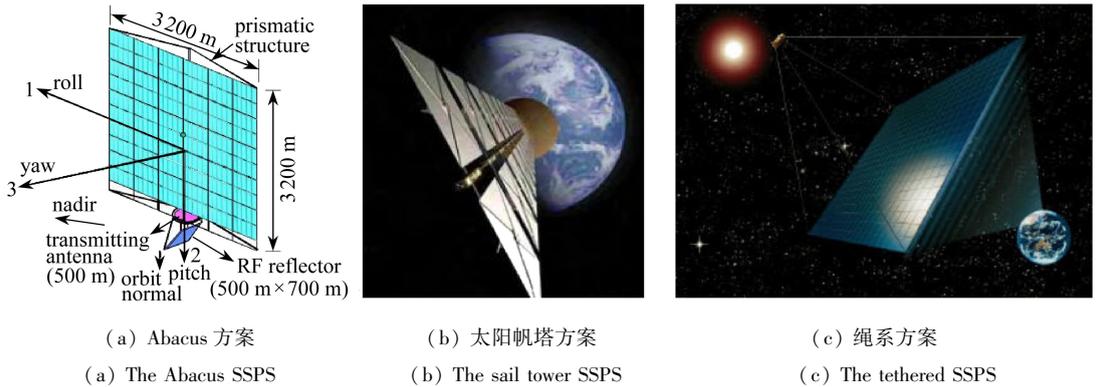


图 1 典型 SSPS 方案^[4]

Fig. 1 The typical SSPS schemes^[4]

1.1 太阳光压摄动^[10,21]

太阳辐射出的光子流辐射到电池板的表面时,会产生辐射压,由太阳辐射压产生的摄动称为太阳光压摄动。按照设计寿命 SSPS 将在地球静止轨道上运行长达 30 至 40 年,并且都是高面质比的飞行器,其轨道不能被简单的看作是 Kepler 轨道,所以必须考虑除了地球引力之外的太阳光压力的影响。太阳光压力是一有心力,力的方向是从太阳中心指向受力体。由于其是

有心力,所以存在位函数

$$U_{\text{SPR}}(\mathbf{r}) = -\frac{\gamma}{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}|}, \quad (1)$$

其中 $\gamma = (k+1)(A/m)\rho$, $\mathbf{r} = (x \ y \ z)^T$ 表示 SSPS 的位置矢量, \mathbf{r}_s 表示太阳的位置矢量, A 表示 SSPS 在垂直于太阳光方向的投影面积,称为有效截面积, m 表示 SSPS 的质量,材料表面的反射系数 $k \in [0, 1]$ 的值与表面材料的反射性能有关, $\rho = 1 \times 10^{17} \text{ kg} \cdot \text{m}^3 / (\text{s}^2 \cdot \text{m}^2)$ 表示地球表面的太阳光压常数.

1.2 太阳轨道计算

对于计算太阳光压引起的摄动,无需知道太阳最精确的坐标,多数情况下使用太阳坐标的简化公式足以达到其精度.假设地球围绕太阳作无摄椭圆运动,则太阳在 2000 年附近地心赤道坐标系中的轨道根数为^[22] $a = 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$, $e = 1.6709 \times 10^{-2}$, $i = 0^\circ$, $\Omega + \omega = 282.940^\circ$, $M = 357.5256^\circ + 35999.049^\circ T$, 其中,

$$T = (T_{\text{JD}} - 2451545.0) / 36525.0 \quad (2)$$

为自 2000 年 1 月 1 日 12 时历元开始的 Julia(儒略)世纪数, T_{JD} 为 Julia 日.已知黄赤交角 $\varepsilon = 23.43929111^\circ$, 则太阳在赤道坐标系的 Cartesian(笛卡尔)坐标为

$$\mathbf{r}_s = \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_s \cos(\lambda_s) \\ r_s \sin(\lambda_s) \cos(\varepsilon) \\ r_s \sin(\lambda_s) \sin(\varepsilon) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中,太阳的黄经 λ_s 和距离 r_s 为

$$\begin{cases} \lambda_s = \Omega + \omega + M + 6892'' \sin(M) + 72'' \sin(2M), \\ r_s = (149.619 - 2.499 \cos(M) - 0.021 \cos(2M)) \times 10^9 \text{ m}. \end{cases} \quad (4)$$

1.3 地影的影响

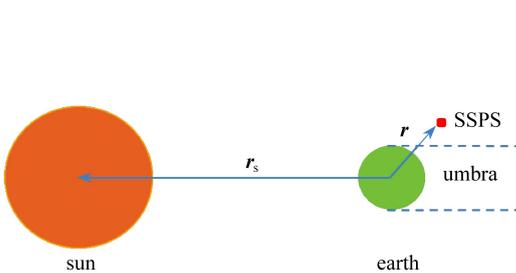


图2 圆柱形地影

Fig. 2 The cylindrical earth shadow

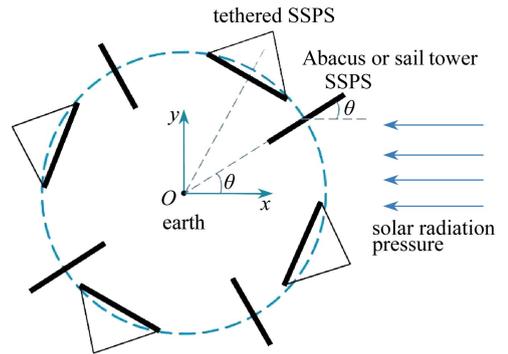


图3 太阳光压模型

Fig. 3 The model for solar radiation pressure

当太阳光被地球挡住时,SSPS 就进入了地影,如图 2 所示.如果把太阳光看作是从无穷远处射来,此时称为“柱形”地影.这种简单模型已经被用来模拟同步轨道空间碎片的长时间运行,但是这种模型需要找到地影因子 $V_c(\mathbf{r})$,使得在地影内时 $V_c(\mathbf{r}) = 0$,在地影外时 $V_c(\mathbf{r}) = 1$.为了避免数值计算时产生误差, $V_c(\mathbf{r})$ 需要是光滑函数.本文采用文献[12]给出的光滑函数

$$V_c(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \{ 1 + \tanh[\lambda s_c(\mathbf{r})] \}, \quad (5)$$

其中, $s_c(\mathbf{r}) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_s / r_s + \sqrt{r^2 - R_\oplus^2}$, $R_\oplus = 6.378\ 137 \times 10^7$ m 是地球半径, $r = \|\mathbf{r}\|$, $r_s = \|\mathbf{r}_s\|$, λ 是一个非常大的常数, 本文选择 $\lambda = 10^9$.

1.4 SSPS 有效截面积变化的影响

为了增加 SSPS 的发电量, 提高太阳能电池板的利用率是重要途径之一. 一般是假设太阳能电池板垂直太阳光的方向, 所以必须采用相应的对日指向控制手段. 然而, 这样需要消耗大量的燃料, 同时, 如此庞大的空间结构也为控制带来了很大的困难. 因此太阳帆塔方案和绳系方案采用重力梯度稳定技术以保证发射天线始终指向地面, 所以这类 SSPS 的太阳能电池板不是始终垂直于太阳光的方向, 而是周期变化的, 如图 3 所示. 因此, 计算太阳光压时, 不能简单地假设 SSPS 的表面法向始终指向太阳, 即有效截面积等于 SSPS 的表面积. 事实上, 由于 SSPS 随着地球自转, 其有效截面积也是变化的, 其变化规律如图 3 所示. 容易得出, 有效截面积与真近角 θ 的变化有关, 对于 Abacus 方案和太阳帆塔方案可以表示为

$$A(\theta) = |\sin(\theta)| \cdot S, \quad (6)$$

对于绳系方案可以表示为

$$A(\theta) = |\cos(\theta)| \cdot S, \quad (7)$$

其中, S 表示 SSPS 的表面积, $\theta = \theta_0 + \omega_\oplus(t - t_0)$, $\theta_0 = 280.450\ 6^\circ$ 表示从 2000 年 1 月 1 日 12 时起算 $t_0 = 2\ 451\ 544.5$ d 时刻 Greenwich(格林尼治)方向和春分方向的夹角, 假设地球的自转角速度 $\omega_\oplus = 360.985\ 647\ 3^\circ \text{s}^{-1}$ 为定值.

2 动力学方程的建立及求解

设系统的速度 $\mathbf{v} = (\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z})^T$, 则其无量纲后的动能可以表示为

$$T(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{v}. \quad (8)$$

考虑到太阳光压摄动, 则空间中任意一点的位函数可以表示为^[21]

$$U(\mathbf{r}) = U_g(\mathbf{r}) + U_{\text{SSS}}(\mathbf{r}), \quad (9)$$

其中, $U_g(\mathbf{r}) = \mu_\oplus / r$ 是空间中任意一点在地球引力场下的位函数, $\mu_\oplus = 3.986\ 004\ 401\ 5 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ 是地球引力常数, $U_{\text{SSS}}(\mathbf{r})$ 表示考虑地影时的光压位函数. 则有下面的关系式:

$$\frac{\partial U_{\text{SSS}}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} = V_c(\mathbf{r}) \frac{\partial U_{\text{SPR}}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}}. \quad (10)$$

由式(8)和(9)可以得出 Lagrange 函数和 Hamilton 函数分别为

$$\begin{cases} L(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = T(\mathbf{v}) + U(\mathbf{r}), \\ H(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = T(\mathbf{v}) - U(\mathbf{r}). \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)中的 Lagrange 函数, 依据 Legendre 变换, 引入广义动量

$$\mathbf{p} = \frac{\partial L(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{\partial T(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = \mathbf{v}. \quad (12)$$

由式(11)中的 Hamilton 函数, 依据 Hamilton 原理

$$\dot{\mathbf{p}} = - \frac{\partial H(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}}. \quad (13)$$

由式(12)、(13), 系统无量纲后的正则方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial H(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{p}, \\ \dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial H(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}}, \end{cases} \quad (14)$$

其中 $\frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{\mu_{\oplus}}{r^3} \mathbf{r} + \frac{\gamma V_c(\mathbf{r})}{|\mathbf{r}_s - \mathbf{v}|^3} (\mathbf{r}_s - \mathbf{v})$.

注 ① 当不考虑地影时,式(5)中的 $V_c(\mathbf{r}) \equiv 1$. ② 当不考虑有效截面积的变化时, $A(\theta) \equiv S$.

对于方程(14)数值求解,本文采用二级四阶辛 Runge-Kutta 方法进行计算^[23-25].

3 SSPS 轨道动力学分析

3.1 考虑地影的地球同步轨道

在考虑太阳光压力的作用下,文献[11-12]针对高面质比的空间碎片轨道进行了数值仿真.当不考虑有效截面积变化的影响时,方程(14)可以退化到文献[11-12]中的动力学方程.为了验证本文建模方法和数值方法的正确性,采用文献[11-12]的相关数据,并与其对比.初始条件设置为半长轴 $a = 4.216\ 414 \times 10^7$ m, 轨道倾角 $i = 0^\circ$, 升交点赤经 $\Omega = 0^\circ$, 近地点幅角 $\omega = 0^\circ$, 平近点角 $M = 0^\circ$, 离心率 $e = 0$, 初始 Julia 日 $T_{\text{JD}} = 2\ 455\ 194.5$ d, 材料表面的反射系数 $k = 0$, 面质比 $A/m = 5$ m²/kg. 定义误差 $\Delta a_s = a - a_s$, $\Delta e_s = e - e_s$, $\Delta i_s = i - i_s$, 其中, a, e, i 分别表示受到光压作用时的半长轴、离心率以及轨道倾角; a_s, e_s, i_s 分别表示考虑地球“柱形”地影时的半长轴、离心率以及轨道倾角. 定义能量误差 $\Delta H = H - H_0$, 其中, H 表示系统的能量, 下标 0 表示初始时刻的能量.

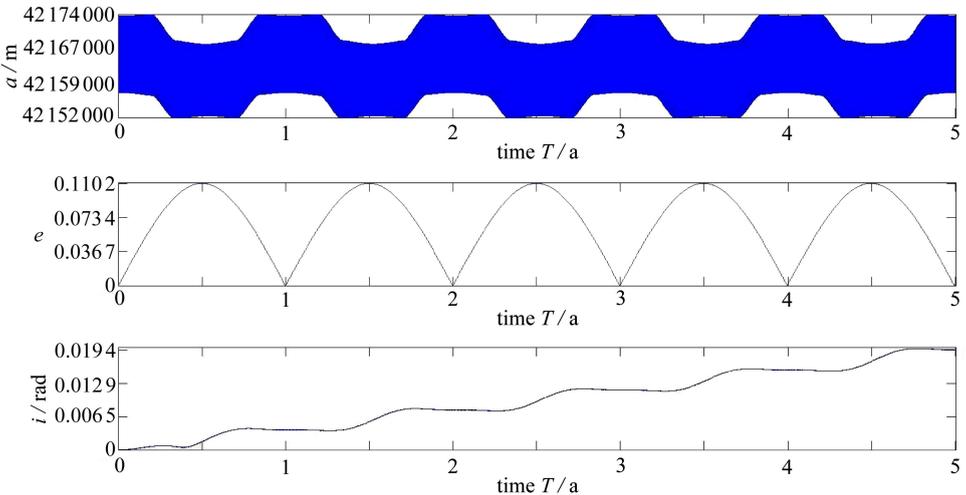


图4 空间碎片的轨道仿真

Fig. 4 Orbital simulation of the space debris

图4给出了面质比为5的空间碎片在同步轨道运行时的半长轴 a 、离心率 e 以及轨道倾角 i 的变化情况.可以看出,在5年的时间内半长轴 a 在 $4.215\ 2 \times 10^7$ m 到 $4.217\ 4 \times 10^7$ m 的范围内变化,并且呈现周期性变化,周期大约为1年.离心率 e 也是变化的,初始时刻为0,半年后达到了最大值0.1102,并且呈现周期性变化.为了能与文献[11-12]清晰对比,图4中轨道倾角的单

位使用弧度表示,轨道倾角 i 是一直增长的,5年后达到 0.0194 rad .但是并不是严格线性增长的,当地影区域时,轨道倾角 i 的变化率很小,图4与文献[12]的图8以及文献[11]的图3(a)吻合很好,说明本文的建模方法和数值算法都是正确的。

图5给出了地影对 Abacus 方案半长轴 a 、离心率 e 以及轨道倾角 i 的影响。可以看出,5年后半长轴 a 的最大差距大约是 80 m ,并且还在增加。地影对于离心率 e 的影响大约是 10^{-4} 数量级,而且是周期的。地影对于轨道倾角 i 也有影响,5年后大约是 10^{-3} 数量级,并且随着时间的增长一直在增加。因此,长时间的轨道运动时,地影的影响是不容忽略的。

由图6(a)可以看出,在不考虑太阳压力,采用 100 s 步长时,系统的能量一直保持在 $14\ 180\ 359 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$ 。由图6(b)和6(c)可以看出,分别采用 100 s 和 $1\ 000 \text{ s}$ 的步长时,太阳光压对 Abacus 系统能量的影响大约是 10^5 数量级,同时是周期的,周期大约是1年。这主要是由于地球绕太阳的轨道是椭圆,并且周期是1年,这也符合规律。同时,通过对比可以看出,两个不同步长的能量变化图相差不大,说明辛 Runge-Kutta 方法适用于大步长。

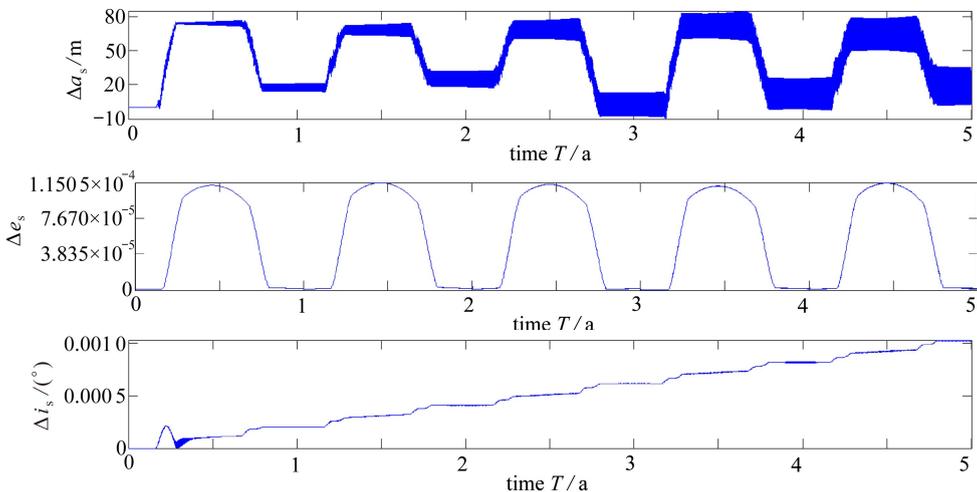


图5 地影对 Abacus 轨道的影响

Fig. 5 Effects of the earth shadow on the orbit of Abacus

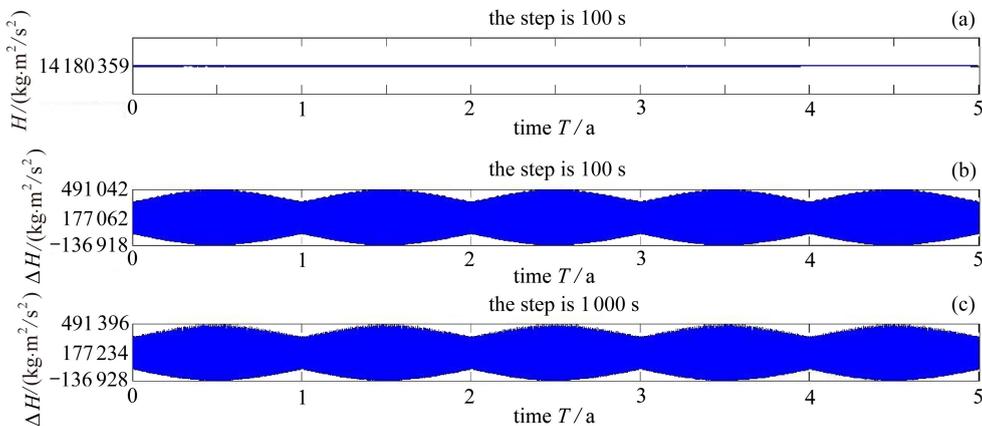


图6 不同步长下 Abacus 的能量变化情况

Fig. 6 Energy errors of Abacus under different step lengths

3.2 考虑有效截面积变化的影响

以 Abacus 方案为例,说明有效截面积的变化对 SSPS 轨道仿真的影响.初始条件设置为半长轴 $a = 4.216\ 414 \times 10^7$ m,轨道倾角 $i = 0^\circ$,升交点赤经 $\Omega = 0^\circ$,近地点幅角 $\omega = 0^\circ$,平近点角 $M = 0^\circ$,离心率 $e = 0$,材料表面的反射系数 $k = 0.3$,初始 Julia 日 $T_{\text{JD}} = 2\ 455\ 194.5$ d,面质比 $A/m = 0.4\ \text{m}^2/\text{kg}$ [10].定义误差 $\Delta a_\theta = a - a_\theta$, $\Delta e_\theta = e - e_\theta$, $\Delta i_\theta = i - i_\theta$,其中, a, e, i 分别表示既不考虑地影也不考虑有效截面积变化时的半长轴、离心率以及轨道倾角; $a_\theta, e_\theta, i_\theta$ 分别表示只考虑有效截面积变化时的半长轴、离心率以及轨道倾角.

图 7 给出了太阳光压扰动下有效截面积变化对 Abacus 的影响.可以看出,半长轴的差距在 -280 m 到 380 m 范围内变化.有效截面积变化对于离心率的影响达到 10^{-3} 数量级,而且是周期的.有效截面积变化对于轨道倾角也有影响,5 年后大约是 10^{-3} 数量级,并且随着时间的增长一直在增加.由图 5~7 可以看出,SSPS 有效截面积变化的影响明显大于地影的影响.因此,对于这类 SSPS 的轨道动力学仿真必须考虑有效截面积变化的影响.

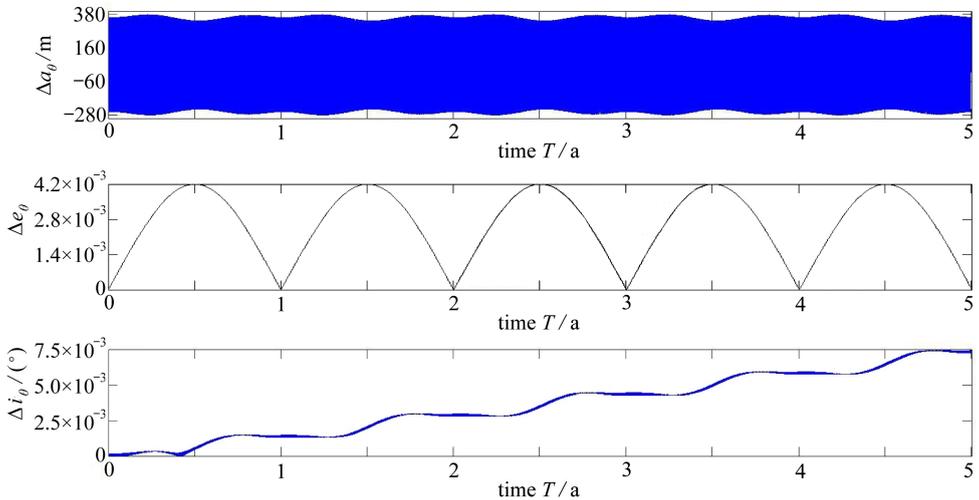
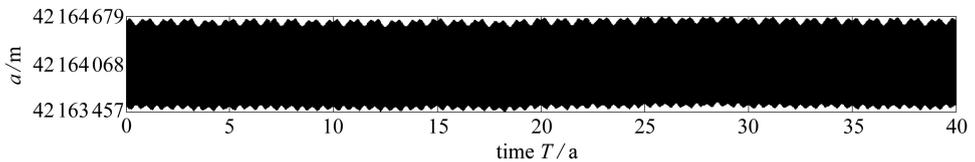


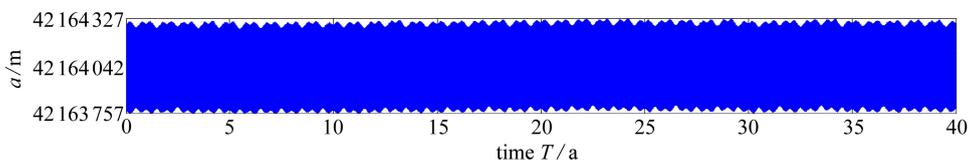
图 7 有效截面积变化对 Abacus 轨道的影响

Fig. 7 Effects of the effective cross-sectional area variations on the orbit of Abacus



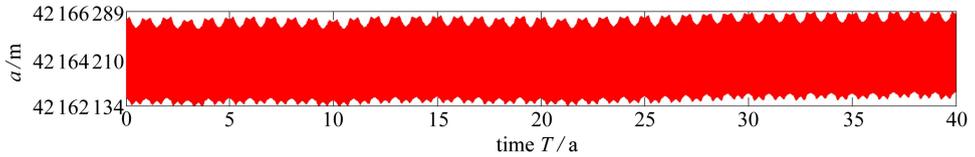
(a) Abacus 方案

(a) The Abacus SSPS



(b) 绳系方案

(b) The tethered SSPS



(c) 太阳帆塔方案

(c) The sail tower SSPS

图 8 不同面质比对 SSPS 半长轴影响

Fig. 8 Effects of different area-to-mass ratios on the semi-major axis of SSPS

3.3 考虑地影和有效截面积变化的 SSPS 轨道仿真

以上分析了地影以及有效截面积变化的影响,可以看出两者都应该考虑.本小节对图 1 中的 3 种 SSPS 方案进行同步轨道动力学仿真.初始条件设置为半长轴 $a = 4.216\ 414 \times 10^7\ \text{m}$, 轨道倾角 $i = 0^\circ$, 升交点赤经 $\Omega = 0^\circ$, 近地点幅角 $\omega = 0^\circ$, 平近点角 $M = 0^\circ$, 离心率 $e = 0$, 初始 Julia 日 $T_{\text{JD}} = 2\ 455\ 194.5\ \text{d}$, 材料表面的反射系数 $k = 0.3$, 太阳帆塔方案和绳系方案的面质比分别是 $A/m = 1.26\ \text{m}^2/\text{kg}$ [6] 和 $A/m = 0.19\ \text{m}^2/\text{kg}$ [7, 26].

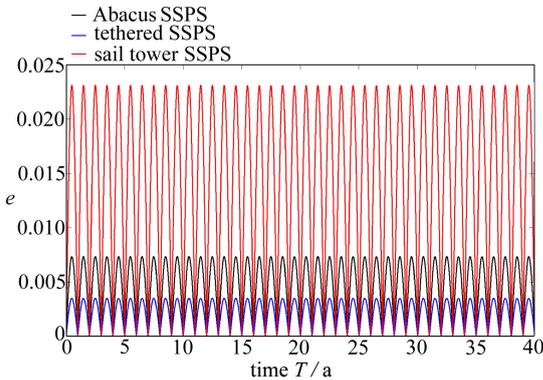


图 9 不同面质比对 SSPS 离心率影响

Fig. 9 Effects of different area-to-mass ratios on the eccentricity of SSPS

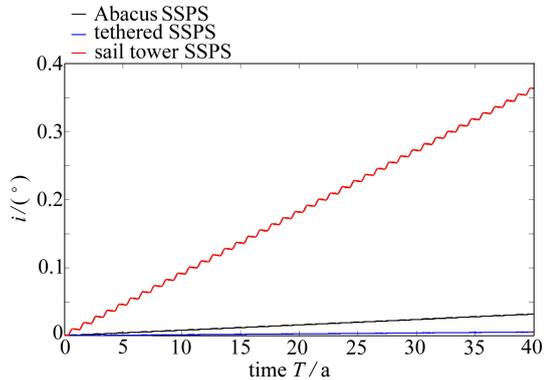


图 10 不同面质比对 SSPS 轨道倾角影响

Fig. 10 Effects of different area-to-mass ratios on the orbital inclination of SSPS

图 8~10 给出了 3 种 SSPS 的轨道仿真图.可以看出,在受到太阳光压摄动下,轨道已经不再是严格的圆.半长轴 a 也会在一定范围内周期变化.同时发现面质比越大半长轴 a 的变化范围越大.离心率 e 是周期变化的,同时面质比越大离心率的变化也越大.轨道倾角 i 随着时间增长近似线性增长,同时,面质比越大,斜率也就越大.

4 结 论

针对美国、欧洲、日本提出的 3 种典型 SSPS 长期在轨运行问题,在太阳光压摄动作用下,同时考虑地影和 SSPS 的姿态,建立了其 Hamilton 体系下轨道的正则方程,同时采用辛 Runge-Kutta 方法进行了数值求解,数值方法可以采用大步长,并且数值稳定性好.本文模型可以退化到已有文献,通过与已有文献进行对比,吻合很好,说明本文的建模方法和数值计算都是正确的,同时分析了地影以及 SSPS 姿态对于轨道参数的影响,数值算例说明,长时间轨道模拟时这两种影响是不能忽略的.通过对 3 种 SSPS 在长达 40 年的轨道仿真,可以看出半长轴和离心率都是周期变化的,面质比越大两者的变化也越大.然而,轨道倾角是近似线性增长的,面质比

越大斜率越大。

致谢 作者衷心感谢西北工业大学博士论文创新基金(CX201517;CX201615)对本文的资助。

参考文献(References):

- [1] 侯欣宾, 王立, 张兴华, 等. 多旋转关节空间太阳能电站概念方案设计[J]. 宇航学报, 2015, **36**(11): 1332-1338. (HOU Xin-bin, WANG Li, ZHANG Xing-hua, et al. Concept design on multi-rotary joints SPS[J]. *Journal of Astronautics*, 2015, **36**(11): 1332-1338. (in Chinese))
- [2] 魏乙, 邓子辰, 李庆军, 等. 绳系空间太阳能电站动力学响应分析[J]. 宇航学报, 2016, **37**(9): 1041-1048. (WEI Yi, DENG Zi-chen, LI Qing-jun, et al. Analysis of dynamic response of tethered space solar power station[J]. *Journal of Astronautics*, 2016, **37**(9): 1041-1048. (in Chinese))
- [3] 侯欣宾, 王薪, 王立, 等. 空间太阳能电站反向波束控制仿真分析[J]. 宇航学报, 2016, **37**(7): 887-894. (HOU Xin-bin, WANG Xin, WANG Li, et al. Space power satellite retrodirective beam steering simulation[J]. *Journal of Astronautics*, 2016, **37**(7): 887-894. (in Chinese))
- [4] Palmas A. Solar power satellites[D]. Master Thesis. Glasgow: University of Glasgow, 2013.
- [5] Feingold H, Carrington C. Evaluation and comparison of space solar power concepts[J]. *Acta Astronautica*, 2003, **53**(4/10): 547-559.
- [6] Seboldt W, Klimke M, Leipold M, et al. European sail tower SPS concept[J]. *Acta Astronautica*, 2001, **48**(5/12): 785-792.
- [7] Sasaki S, Tanaka K, Higuchi K, et al. A new concept of solar power satellite: tethered-SPS [J]. *Acta Astronautica*, 2007, **60**(3): 153-165.
- [8] Wie B, Roithmayr C M. Attitude and orbit control of a very large geostationary solar power satellite[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, **28**(3): 439-451.
- [9] McNally I, Scheeres D, Radice G. Attitude dynamics of large geosynchronous solar power satellites[C]//AIAA/AAS *Astrodynamic Specialist Conference*. San Diego, CA, USA, 2014. doi: 10.2514/6.2014-4123.
- [10] McNally I, Scheeres D, Radice G. Locating large solar power satellites in the geosynchronous Laplace plane[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2015, **38**(3): 489-505.
- [11] Valk S, Lemaître A. Semi-analytical investigations of high area-to-mass ratio geosynchronous space debris including Earth's shadowing effects[J]. *Advances in Space Research*, 2008, **42**(8): 1429-1443.
- [12] Hubaux Ch, Lemaître A, Delsate N, et al. Symplectic integration of space debris motion considering several Earth's shadowing models[J]. *Advances in Space Research*, 2012, **49**(10): 1472-1486.
- [13] Ishimura K, Higuchi K. Coupling among pitch motion, axial vibration, and orbital motion of large space structures[J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2008, **21**(2): 61-71.
- [14] 赵长印, 廖新浩, 刘林. 辛积分方法在动力天文中的应用[J]. 天文学报, 1992, **33**(1): 36-47. (ZHAO Zhang-yin, LIAO Xin-hao, LIU Lin. Application of symplectic integrators to dynamical astronomy[J]. *Acta Astronomica Sinica*, 1992, **33**(1): 36-47. (in Chinese))
- [15] 刘林, 廖新浩, 赵长印, 等. 辛算法在动力天文中的应用(III)[J]. 天文学报, 1994, **35**(1): 51-

- 66.(LIU Lin, LIAO Xin-hao, ZHAO Zhang-yin, et al. Application of symplectic integrators to dynamical astronomy(Ⅲ)[J]. *Acta Astronomica Sinica*, 1994, **35**(1): 51-66.(in Chinese))
- [16] Früh C, Jah M. Attitude and orbit propagation of high area-to-mass ratio (HAMR) objects using a semi-coupled approach[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2013, **60**(1): 32-50.
- [17] Hernandez D M. Fast and reliable symplectic integration for planetary system N -body problems[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **458**(4): 4285-4296.
- [18] Quinn T, Perrine R P, Richardson D C, et al. A symplectic integrator for Hill's equations[J]. *The Astronomical Journal*, 2010, **139**(2): 803-807.
- [19] Laskar J, Correia A C M, Gastineau M, et al. Long term evolution and chaotic diffusion of the insolation quantities of Mars[J]. *Icarus*, 2004, **170**(2): 343-364.
- [20] Laskar J, Robutel P, Joutel F, et al. A long term numerical solution for the insolation quantities of the Earth[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2004, **428**(1): 261-285.
- [21] 肖峰. 人造地球卫星轨道摄动理论[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997.(XIAO Feng. *Man-Made Earth Satellite Orbit Perturbation Theory*[M]. Changsha: National University of Defense Technology Publishing House, 1997.(in Chinese))
- [22] Montenbruck O, Gill E. *Satellite Orbits: Models, Methods and Applications*[M]. New York: Springer, 2000.
- [23] Hairer E, Lubich C, Wanner G. *Geometric Numerical Integration: Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations*[M]. Berlin: Springer, 2006.
- [24] WEI Yi, DENG Zi-chen, LI Qing-jun, et al. Projected Runge-Kutta methods for constrained Hamiltonian systems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 2016, **37**(8): 1077-1094.
- [25] 李庆军, 叶学华, 王博, 等. 辛 Runge-Kutta 方法在卫星交会对接中的非线性动力学应用研究[J]. *应用数学和力学*, 2014, **35**(12): 1299-1307.(LI Qing-jun, YE Xue-hua, WANG Bo, et al. Nonlinear dynamic behavior of the satellite rendezvous and docking based on the symplectic Runge-Kutta method[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(12): 1299-1307.(in Chinese))
- [26] Ishimura K, Higuchi K. Coupling between structural deformation and attitude motion of large planar space structures suspended by multi-tethers[J]. *Acta Astronautica*, 2007, **60**(8/9): 691-710.

Effects of Solar Radiation Pressure on Orbits of Space Solar Power Station

WEI Yi, DENG Zi-chen, LI Qing-jun, WANG Yan

(Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University,
Xi'an 710072, P.R.China)

(Contributed by DENG Zi-chen, M. AMM Editorial Board)

Abstract: The orbital dynamic behaviors of 3 typical space solar power stations (SSPSs) under the gravity gradient stabilized flight strategy were investigated. In view of the earth shadow and the effective cross-sectional area, a solar radiation pressure model was established. Firstly, the energy method was used, through the Legendre transformation and with the generalized momenta introduced, the canonical equations for the orbits in the Hamiltonian system were derived; then, the symplectic Runge-Kutta method was adopted to solve the corresponding canonical equations. Finally, several numerical examples were given, and the effectiveness of the proposed model and the stability of the numerical scheme were verified, in comparison with the previously reported results. The effects of the earth shadow and the effective cross-sectional area variations on SSPSs are significant. Meanwhile, the curves of the semi-major axis, eccentricity and orbital inclination in the geosynchronous orbit were obtained. The results provide a theoretical reference for the design of SSPSs.

Key words: space solar power station; symplectic algorithm; orbit; Hamiltonian system

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11432010;11572254)

引用本文/Cite this paper:

魏乙, 邓子辰, 李庆军, 王艳. 光压摄动对空间太阳能电站轨道的影响研究[J]. 应用数学和力学, 2017, 38(4): 399-409.

WEI Yi, DENG Zi-chen, LI Qing-jun, WANG Yan. Effects of solar radiation pressure on orbits of space solar power station[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(4): 399-409.