

基于多点自由度约束的方向性 保形拓扑优化设计方法*

朱继宏, 王林, 李昱, 张卫红

(西北工业大学 工程仿真与宇航计算技术实验室, 西安 710072)

摘要: 保持飞行器气动面、功能面等型面的精确外形是飞行器刚度设计的重要内容。为控制飞行器结构局部区域的翘曲变形模式,抑制特定方向上有害的翘曲变形,提出考虑结构方向性保形约束的拓扑优化设计新方法。一方面,引入由保形区域内有限控制点生成的人工附加弱单元(artificial weak elements, AWEs),使控制点各自由度位移通过多点自由度约束(multi-point constraints, MPCs)传递到 AWEs 上,约束 AWEs 的变形能可以实现对保形区域翘曲变形的抑制;另一方面,合理配置多点自由度约束,将需要抑制的特定方向上自由度耦合到 AWEs 上,从而实现方向性保形优化设计。数值算例证明所提出的优化设计方法能在结构刚度拓扑优化设计的基础上实现对局部保形区域在特定方向上翘曲变形的有效控制,与已有约束所有自由度翘曲变形的保形拓扑优化设计相比,方向性保形优化设计在变形控制效果上更加具有灵活性。

关键词: 拓扑优化; 方向性保形; 人工附加弱单元; 多点自由度约束; 局部变形能

中图分类号: V222 **文献标志码:** A

doi: 10.21656/1000-0887.370255

引言

结构拓扑优化^[1]通过优化材料的空间分布来达到减轻结构重量、提升结构性能的目的。经过近三十年的发展,拓扑优化在理论、方法和应用上取得了长足的进步^[2-3],已成为飞行器结构设计的重要工具^[4]。目前,国内外拓扑优化相关研究工作大多着眼于结构整体性能指标的最优化,如柔顺度^[5]、固有频率^[6]、散热弱度^[7]等。针对结构局部区域性能,尤其是提升局部刚度以控制特定区域变形的的设计尚不多见。

事实上在航空航天产品的设计、装配和使用过程中,结构局部区域的弹性变形不协调很可能导致结构翘曲变形,带来装配不协调^[8]甚至局部失效^[9]的问题,影响结构性能和飞行安全。针对此类问题广泛采用的变形控制方法,如飞行器外形开口的局部补强^[10]或飞机装配变形工艺补偿^[8]方法能够达到控制变形的目的,但是可能带来结构增重以及额外的成本。拓扑优化方法能够提供设计域内合理的材料分布,通过改变传力路径来减小局部变形,为解决此问题提供了一种新的途径。当前拓扑优化对变形控制的研究多集中于对单个或某些节点添加位移

* 收稿日期: 2016-08-16; 修订日期: 2016-09-05

基金项目: 国家自然科学基金(11432011;51521061);111 引智计划(B07050);中央高校基本科研业务费(3102014JC02020505)

作者简介: 朱继宏(1981—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者。E-mail: JH.Zhu@nwpu.edu.cn)。

约束^[11-13],此方法控制了结构翘曲变形,但同时也约束了无需控制的刚体位移,变形控制过于严格。

前期提出的多点保形结构拓扑优化方法^[14-15]引入结构局部区域变形能约束来表征翘曲变形并加以抑制,控制了局部区域所有方向的翘曲变形.但在工程实际中可能只有特定方向上的变形需要控制^[16].本工作在原有多点保形拓扑优化的基础上,通过多点自由度约束提取出变形控制点在特定方向上的位移,计算变形能并加以约束,较好地达到了方向性保形的目的。

1 方向性保形

1.1 问题描述

在图 1 所示的设计问题中,模型中部存在保形区域,该区域可能为孔洞或实体,代表结构中的开口或者安装的仪器设备等.在一定的载荷与边界条件下,保形区域同时发生刚体位移和翘曲变形.取特定方向为保形方向(保形方向可以取任意方向,为说明问题方便图中取 y 方向),寻求设计域内合理的材料分布,使得受载后保形区在该方向上的翘曲变形得到抑制,刚体位移和其他方向的翘曲变形不予考虑。

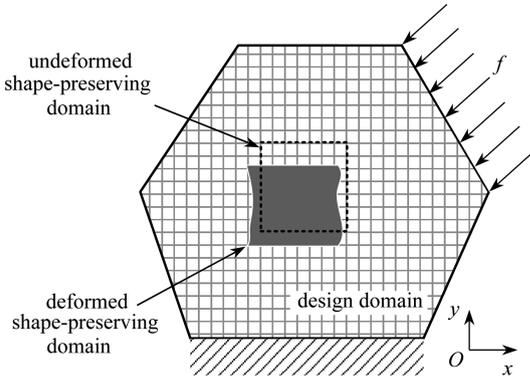


图 1 方向性保形设计问题示意模型

Fig. 1 An illustrative structure system for the directional shape-preserving design problem

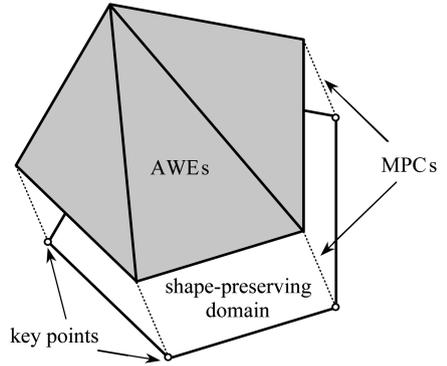


图 2 AWEs 与 MPCs 的定义方法示意图

Fig. 2 Definition of AWEs and MPCs

1.2 方向性变形的定量表征

结构变形可以表述为区域内节点的位移向量 $\mathbf{u}_{(sp)}$,包含了所有节点共有的刚体位移 $\mathbf{u}_{(sp)p}$ 和节点间的相对位移 $\mathbf{u}_{(sp)r}$ 两部分,即

$$\mathbf{u}_{(sp)} = \mathbf{u}_{(sp)p} + \mathbf{u}_{(sp)r} \quad (1)$$

刚体位移 $\mathbf{u}_{(sp)p}$ 仅使结构区域发生位置变化,结构本身的弹性变形来源于节点间的相对位移 $\mathbf{u}_{(sp)r}$.其弹性变形能表达式为

$$\begin{aligned} C_{(sp)} &= \frac{1}{2} \mathbf{u}_{(sp)}^T \mathbf{K}_{(sp)} \mathbf{u}_{(sp)} = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_{(sp)p} + \mathbf{u}_{(sp)r})^T \mathbf{K}_{(sp)} (\mathbf{u}_{(sp)p} + \mathbf{u}_{(sp)r}) = \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{u}_{(sp)p}^T \mathbf{K}_{(sp)} \mathbf{u}_{(sp)p} + \mathbf{u}_{(sp)p}^T \mathbf{K}_{(sp)} \mathbf{u}_{(sp)r} + \frac{1}{2} \mathbf{u}_{(sp)r}^T \mathbf{K}_{(sp)} \mathbf{u}_{(sp)r} = \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{u}_{(sp)r}^T \mathbf{K}_{(sp)} \mathbf{u}_{(sp)r}, \end{aligned} \quad (2)$$

上式中 $\mathbf{K}_{(sp)}$ 是保形区域的刚度矩阵.在上式的运算中,变形能的产生与刚体位移分量 $\mathbf{u}_{(sp)p}$ 无

即控制了保形区域特定方向上的翘曲变形.特别地,当多点约束耦合了被连接节点的全部自由度时,问题退化为典型的多点保形问题.

1.5 位移向量的变换

工程结构对变形形式的要求是复杂多样的,当保形方向与整体坐标系坐标轴方向重合时,

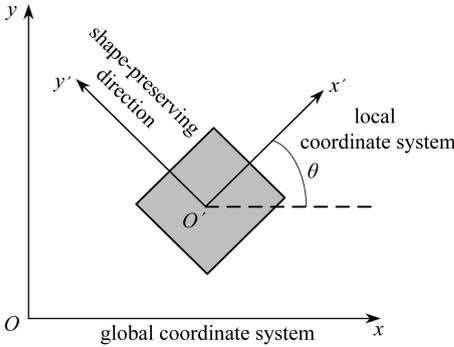


图3 坐标变换示意图

Fig. 3 Transformation of the coordinate system

可以在整体坐标系中建立 MPCs 单元,直接耦合保形方向的自由度.当保形方向与整体坐标系坐标轴方向不重合时,MPCs 单元的耦合自由度将难以定义.为分析和设计方便,可以建立局部坐标系,以保形方向作为其坐标轴方向,在局部坐标系中定义变形控制点,建立 AWEs, MPCs 单元并耦合局部坐标系中相应自由度.如图 3 所示,当保形方向与整体坐标系 x 轴正方向成 θ 角,以保形方向为横轴建立局部坐标系 $x'O'y'$.此时整体坐标系中 AWEs 的位移向量 \mathbf{u}_{AWE} 在局部坐标系中表示为 \mathbf{u}'_{AWE} ,建立坐标变换矩阵 \mathbf{A} ,存在如下变换关系:

$$\mathbf{u}_{\text{AWE}} = \mathbf{A}\mathbf{u}'_{\text{AWE}} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \cos \theta & -\sin \theta \\ & & & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \mathbf{u}'_{\text{AWE}} \quad (7)$$

在局部坐标系中建立 MPCs 单元并对保形区域变形控制点位移 $\mathbf{u}_{(\text{sp})}$ 进行过滤,有以下表达式:

$$\mathbf{u}'_{\text{AWE}} = \mathbf{S}\mathbf{u}_{(\text{sp})} \quad (8)$$

在计算总体应变能时,为得到正确的总体位移向量,必须将局部坐标系中的位移向量变换至总体坐标系中,因此有

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u}_{\text{AWE}} = \mathbf{S}\mathbf{A}^T \mathbf{u}_{(\text{sp})} \quad (9)$$

式中坐标变换矩阵是正交矩阵,进一步可将 MPCs 表达式写为

$$\mathbf{u}_{\text{AWE}} = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^T \mathbf{u}_{(\text{sp})} \quad (10)$$

2 优化模型

2.1 数学模型

结构系统总能量泛函的离散形式可以表述为

$$\Pi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{F}^T \mathbf{u} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{H}\mathbf{u} \quad (11)$$

其中, \mathbf{K} 为整个系统的总体刚度矩阵, \mathbf{u} 为总体位移向量, \mathbf{F} 为系统的载荷向量,包含外载荷与系统的内载荷, $\boldsymbol{\lambda}$ 为引入的 Lagrange (拉格朗日) 乘子向量.求上式的驻值可以得到

$$\begin{cases} \mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{H}^T\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{F}, \\ \mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{0}, \end{cases} \quad (12)$$

上式即为引入 MPCs 方程的有限元系统的静力学平衡方程.位移向量 \mathbf{u} 和 Lagrange 乘子向量 $\boldsymbol{\lambda}$ 可以通过求解该方程得到^[17].

方向性保形问题的优化模型可以描述为:在一定的体积分数和附加单元变形能约束下,寻求设计域内的最优材料分布,使得结构总体刚度最大,即总体应变能最小.数学模型如下:

$$\begin{cases} \text{find: } \boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n); \\ \text{min: } C = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u}, \\ \text{s.t. } \begin{cases} \mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{H}^T\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{F}, \\ \mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{0}, \\ V \leq V_0, \\ C_{\text{AWE}} \leq \varepsilon, \end{cases} \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\boldsymbol{\eta}$ 为描述材料分布的伪密度设计变量, η_i 取值为 0 到 1, 通过材料插值模型^[18] 实现材料取值的连续化(本文选用 SIMP 插值模型); 目标函数为结构的总体变形能 C 最小, 即结构总体刚度最大; V 为结构设计域内的材料体积, V_0 为给定的材料用量上界; ε 为弱单元变形能的约束值, 约束其大小来限制局部区域在保形方向上的翘曲变形.

2.2 灵敏度分析

在基于梯度设计的优化过程中,灵敏度是目标函数或约束函数相对于设计变量的偏导数,它反映了设计变量的变化对系统性能的影响,可以用于指导设计与搜索方向,建立对设计过程的有效控制.

对于带局部变形能约束的拓扑优化,分别需要推导总体变形能和附加单元变形能对伪密度设计变量的灵敏度.文献[19]给出了一般情况下对前者的推导,本文中考虑了 MPCs 的主要推导过程如下.

考虑式(12)中的静力学平衡方程,两端同时对拓扑设计变量求偏导数可得

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta_i} = \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda})}{\partial \eta_i}, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta_i} = \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda})}{\partial \eta_i} - \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u}. \end{cases} \quad (14)$$

设 $\mathbf{F} = \mathbf{f} + \mathbf{G}$, 其中 \mathbf{f} 代表与设计无关的外载荷,其对伪密度设计变量的偏导数为 0, \mathbf{G} 代表与设计相关的内载荷,如重力、惯性力或向心力等,故上式可以进一步写成如下形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda})}{\partial \eta_i} = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta_i} - \frac{\partial (\mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda})}{\partial \eta_i}, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta_i} = \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda})}{\partial \eta_i} - \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u} = \\ \mathbf{K}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta_i} - \frac{\partial (\mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda})}{\partial \eta_i} \right) - \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u}. \end{cases} \quad (15)$$

目标函数即结构的总体应变能表达式求偏导:

$$\frac{\partial C}{\partial \eta_i} = \mathbf{u}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta_i} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u}. \quad (16)$$

将式(15)代入上式,可以得到

$$\frac{\partial C}{\partial \eta_i} = \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta_i} - \mathbf{u}^T \mathbf{H}^T \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial \eta_i} - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u}. \quad (17)$$

由于 $\mathbf{u}^T \mathbf{H}^T = \mathbf{0}$, 故总体变形能对伪密度设计变量的灵敏度可以写成

$$\frac{\partial C}{\partial \eta_i} = \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta_i} - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u}. \quad (18)$$

附加弱单元变形能对伪密度设计变量 η_i 的灵敏度推导过程如下.将附加弱单元的变形能 C_{AWE} 表示为如下形式:

$$C_{\text{AWE}} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_{\text{AWE}}^T \mathbf{K}_{\text{AWE}} \mathbf{u}_{\text{AWE}}, \quad (19)$$

式中 \mathbf{u}_{AWE} 为附加弱单元的节点位移向量,由于 MPCs 单元的过滤,此位移向量实际上仅包含变形控制点在保形方向上的位移分量. \mathbf{K}_{AWE} 是附加单元部分的刚度矩阵.等式两边对设计变量 η_i 求偏导:

$$\frac{\partial C_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_{\text{AWE}} \frac{\partial \mathbf{K}_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i} \mathbf{u}_{\text{AWE}} + \mathbf{u}_{\text{AWE}}^T \mathbf{K}_{\text{AWE}} \frac{\partial \mathbf{u}_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i}. \quad (20)$$

因为附加弱单元是非设计域,上式中等号右边第一项为 0,即

$$\frac{\partial C_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i} = \mathbf{u}_{\text{AWE}}^T \mathbf{K}_{\text{AWE}} \frac{\partial \mathbf{u}_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i}. \quad (21)$$

接下来令

$$\mathbf{u}_{\text{AWE}} = \mathbf{T}_{\text{AWE}} \mathbf{u}, \quad (22)$$

其中 \mathbf{u} 是包括附加弱单元在内的结构总体位移向量, \mathbf{T}_{AWE} 是将结构总体位移向量变换到局部区域的系数矩阵,矩阵中与附加单元节点对应的项为 1,其他项为 0.因此有

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i} = \mathbf{T}_{\text{AWE}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta_i}. \quad (23)$$

将式(15)代入式(21),得到

$$\frac{\partial C_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i} = \mathbf{u}_{\text{AWE}}^T \mathbf{K}_{\text{AWE}} \mathbf{T}_{\text{AWE}} \mathbf{K}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta_i} - \frac{\partial (\mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda})}{\partial \eta_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u} \right), \quad (24)$$

令 $\mathbf{h} = \mathbf{T}_{\text{AWE}}^T \mathbf{K}_{\text{AWE}} \mathbf{u}_{\text{AWE}}$ 为阶数与结构总体自由度相一致的列向量,将其作为伴随虚拟载荷施加到原结构上做一次额外的有限元分析,得到伴随虚拟载荷作用下结构总体的虚拟位移向量:

$$\begin{cases} \mathbf{h} = \mathbf{K} \mathbf{u}^*, \\ \mathbf{u}^* = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}. \end{cases} \quad (25)$$

则有灵敏度如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i} &= (\mathbf{u}^*)^T \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta_i} - \frac{\partial (\mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda})}{\partial \eta_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u} \right) = \\ &= (\mathbf{u}^*)^T \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u} \right) - (\mathbf{u}^*)^T \mathbf{H}^T \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial \eta_i}. \end{aligned} \quad (26)$$

同样因为 $(\mathbf{u}^*)^T \mathbf{H}^T = \mathbf{0}$, 所以 AWEs 对伪密度设计变量的灵敏度为

$$\frac{\partial C_{\text{AWE}}}{\partial \eta_i} = (\mathbf{u}^*)^T \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \eta_i} \mathbf{u} \right). \quad (27)$$

3 数值算例

本节将方向性保形方法运用于一个示意性的受拉平板算例和飞行器蒙皮传力路径的优化设计,得到了不同于经典以刚度最大为目标的拓扑优化材料分布形式。

3.1 带矩形保形区域的受拉平板

如图 4 所示的平面薄板,左端完全固定,右端受到沿 x 轴正方向的均布拉力.设计域材料弹性模量为 210 GPa,中部矩形保形区域材料的弹性模量为 70 GPa,Poisson(泊松)比均为 0.3.通过优化设计域内的材料分布,减轻结构受载后保形区域在 y 方向上的收缩变形。

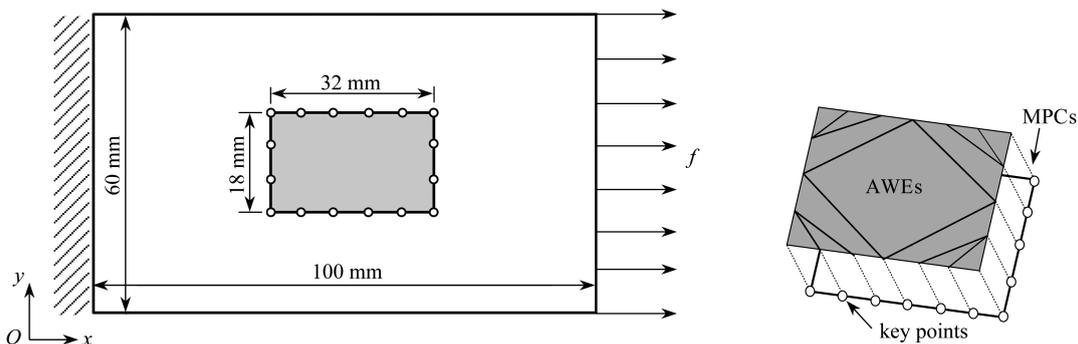


图 4 平板结构模型与 AWEs 示意图

Fig. 4 A 2D plate model and the definition of AWEs

将模型划分成 $1\text{ mm}\times 1\text{ mm}$ 的四边形壳单元,厚度 1 mm.变形控制区边缘上的 16 个控制点通过 MPCs 单元和 AWEs 上的对应节点相连接,MPCs 仅耦合 y 方向的自由度,AWEs 弹性模量设为 1 MPa,Poisson 比设置为 0。

分别就仅考虑总体刚度最大的标准设计、 y 方向保形设计和传统的区域整体多点保形设计 3 种情况,取体积分数 0.4,分别得到优化结果如图 5.可见有局部保形要求后,主要的传力路径不再通过保形区域. y 方向保形和传统区域整体多点保形的设计结果亦存在较大区别, y 方向保形时,保形区域仍可传递部分 x 方向载荷,采用传统区域整体多点保形时,保形区域基本不传递载荷。

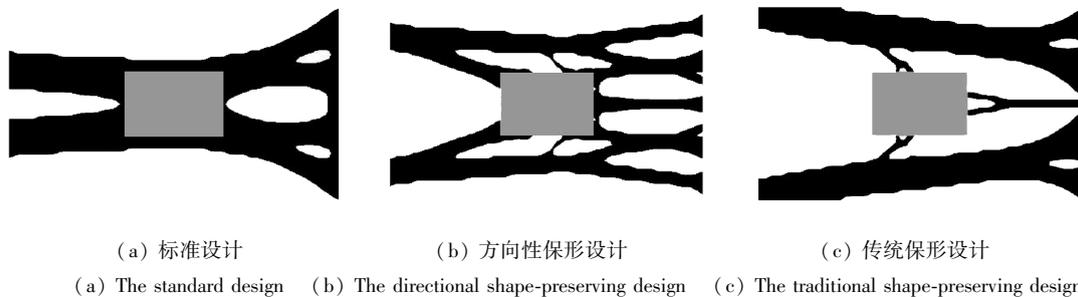


图 5 不同设计方法结果对比

Fig. 5 Comparisons of the optimized design results of different methods

从图 6 保形区域变形图上看,方向性保形方法达到了显著的变形控制效果,图 6(a)中各方向均存在翘曲变形,图 6(b)中变形区域上下边界的形状基本保持不变,左右边界仍有一定的翘曲变形,而图 6(c)中各个方向的翘曲变形均被抑制。



(a) 标准设计

(b) 方向性保形设计

(c) 传统保形设计

(a) The standard design (b) The directional shape-preserving design (c) The traditional shape-preserving design

图6 保形区域的变形效果对比(放大500倍)

Fig. 6 Comparisons of the enlarged deformations of the shape-preserving domain (amplification factor: 500)

不同设计方法的迭代曲线见图7,变形能数据如表1所示.刚度最大化设计中不约束 AWEs 应变能,分析得到最终设计下 AWEs 通过 MPCs 耦合保形区域 γ 向自由度情形下的变形能数据.以此数据为依据设置 AWEs 应变能约束上限进行保形设计.从数据上看,采用方向性保形方法进行设计,在达到变形控制效果的同时,结构应变能增加并不显著,总体刚度损失相对较小.

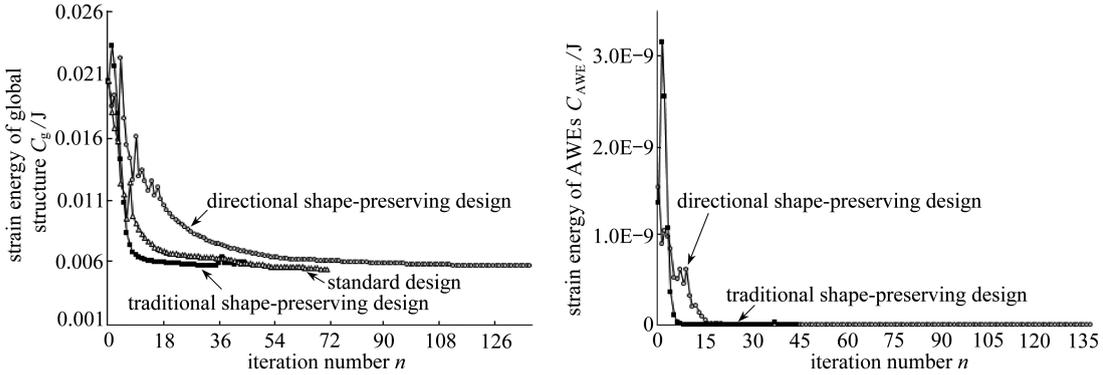


图7 结构总体变形能和 AWEs 变形能迭代曲线

Fig. 7 Iteration histories of the strain energies of global structure and AWEs

表1 不同设计方法的变形能对比

Table 1 Comparison of strain energies between different methods

method	strain energy C/J		
	AWEs	shape-preserving domain	global structure
standard design	1.41×10^{-9}	0.89×10^{-3}	4.99×10^{-3}
directional shape-preserving design	5.00×10^{-12}	0.41×10^{-3}	5.25×10^{-3}
traditional shape-preserving design	5.00×10^{-12}	2.99×10^{-7}	5.50×10^{-3}

为探讨在方向性保形设计中保形约束与总体刚度的消长变化关系,对附加单元的变形能给定不同的约束值,分别做拓扑优化设计.得到拓扑构形与总体变形能数据变化曲线如图8所示.随着约束的增强,拓扑构形发生变化,总体变形能亦有所升高,即保形效果的提升以一定的总体刚度损失为代价.若局部变形能约束过大,会造成总体刚度的较大损失,甚至可能得不到清晰可行的优化结果.因此必须根据设计要求与工程实际,合理选择 AWEs 变形能约束值.

3.2 飞行器弹体结构设计

本算例通过图9所示飞行器弹体的拓扑优化,验证方向性保形方法在航空航天结构设计

中的有效性.弹体全长约 7 m,材料弹性模量 71.7 GPa,Poisson 比 0.3.将模型划分为 25 mm×25 mm,厚度为 20 mm 的四边形壳单元.导弹模型尾端固定,截面等效载荷分布形式如图 10 所示,图中横坐标为载荷作用截面到全弹最前端的距离,纵坐标为对应截面上的载荷数值.

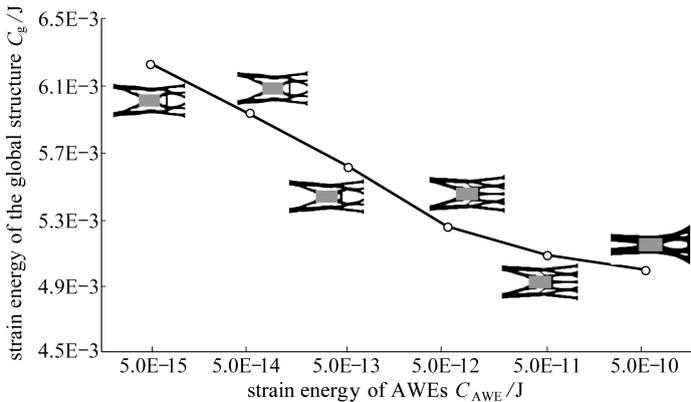


图 8 不同 AWEs 变形能约束下的总体变形能与优化结果

Fig. 8 The global strain energy and the corresponding optimized design under different constraint values

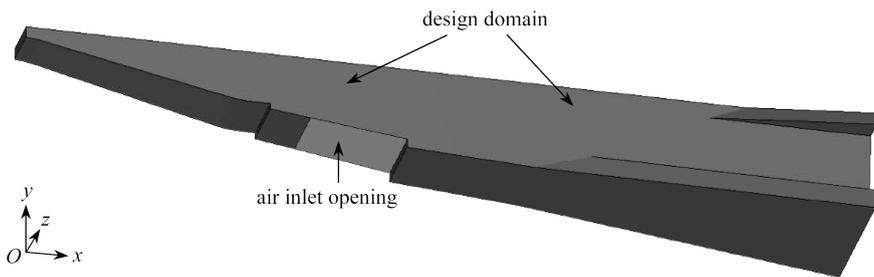
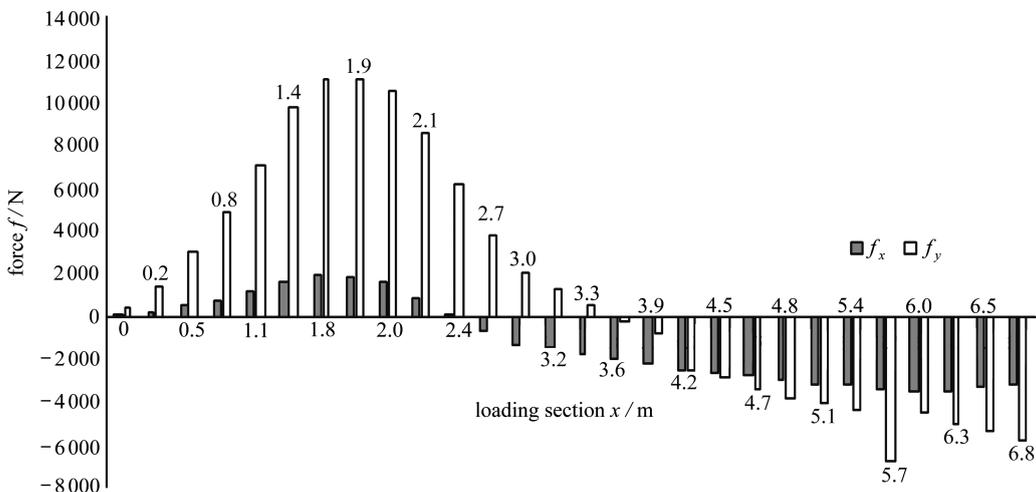


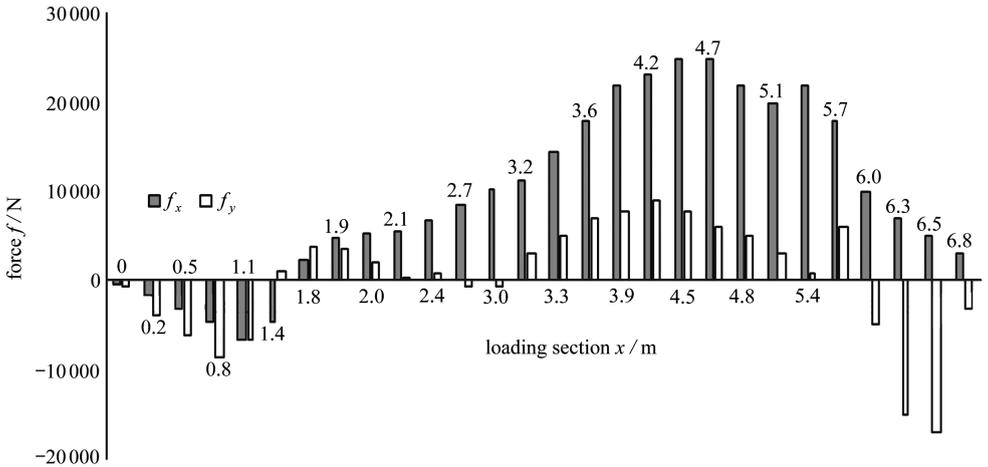
图 9 飞行器模型示意图

Fig. 9 The flight vehicle model



(a) 工况 1

(a) Load condition 1



(b) 工况 2

(b) Load condition 2

图 10 弹体各截面等效气动载荷

Fig. 10 Equivalent aerodynamic load conditions at different sections

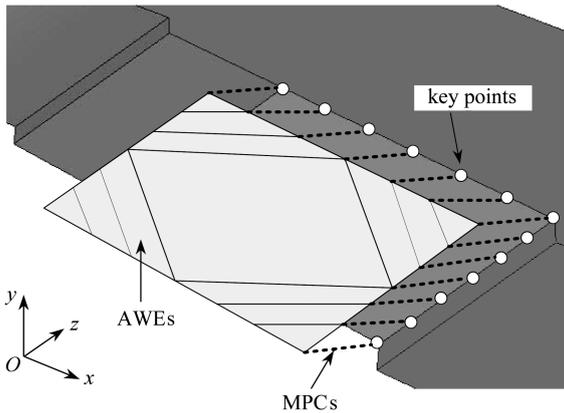
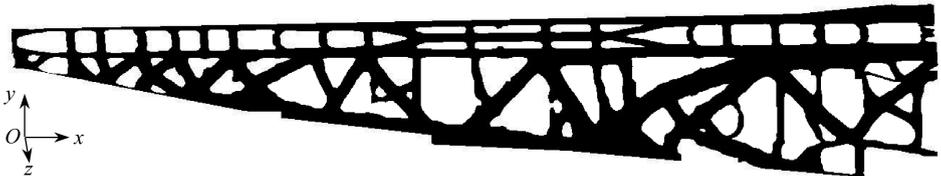


图 11 保形区域与 AWEs 示意图

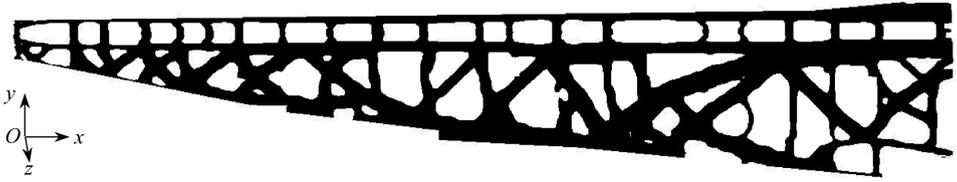
Fig. 11 The shape-preserving domain and the definition of AWEs

对模型做有限元分析可知:进气道开口左右两侧在工况 1 向外扩张,工况 2 向内收缩,以进气道开口为保形区域,建立附加弱单元,弹性模量仅为 1 MPa, Poisson 比为 0,厚度取 1 mm. AWEs 和结构本身以多点约束连接,如图 11 所示, MPCs 单元仅传递弹体上变形控制点 z 方向(进气道开口左右边界变形方向)上的位移,在两个工况中分别约束附加弱单元的变形能以控制该方向的翘曲变形.



(a) 标准设计

(a) The standard design

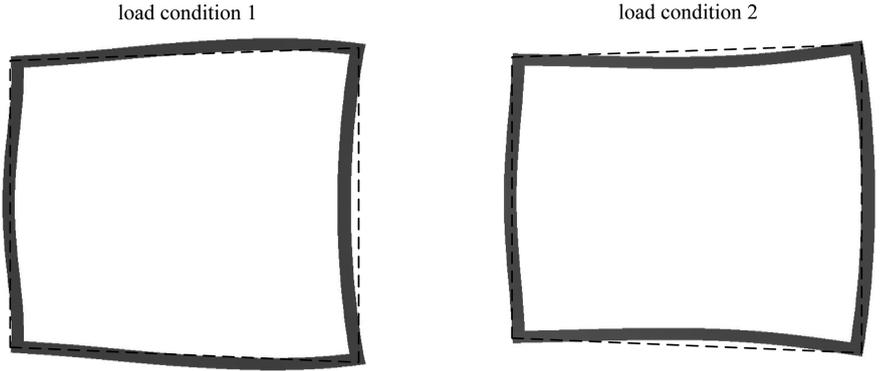


(b) 方向性保形设计

(b) The directional shape-preserving design

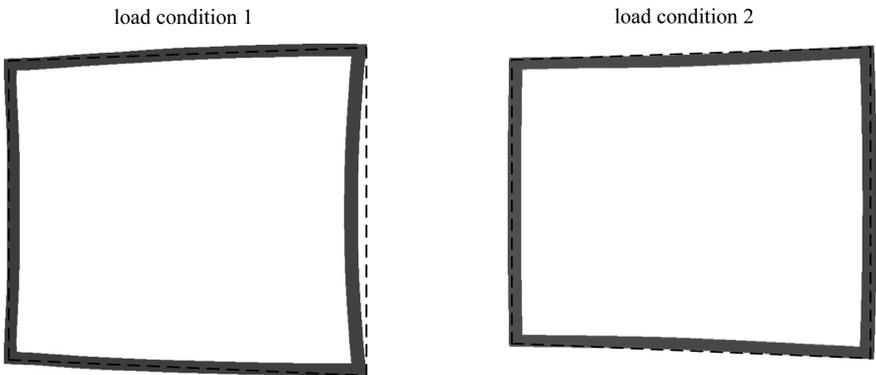
图 12 不同方法优化结果对比

Fig. 12 Comparison of optimized design results between different methods



(a) 标准设计

(a) The standard design



(b) 方向性保形设计

(b) The directional shape-preserving design

图 13 进气道开口变形图(放大 50 倍)

Fig. 13 Comparison of enlarged deformations of the air inlet opening (amplification factor; 50)

给定体积分数 0.4,以整个弹体为设计域.分别考虑单纯使总体刚度最大的标准设计和方向性保形两种情况,得到了图 12 所示两种不同的结构传力路径形式.

从表 2 的变形能数据和图 13 中变形效果上看,采用方向性保形方法后,结构总体变形能工况 1 中仅增加 2%,工况 2 中仅增加 4%,以较小的总体刚度损失,有效抑制了进气道开口在 z 方向的翘曲变形.

表2 不同设计方法的变形能对比

Table 2 Comparisons of strain energies between different methods

load condition	strain energy C/J			
	standard design		directional shape-preserving design	
	global structure	AWEs	global structure	AWEs
load condition 1	996	1×10^{-3}	1 016	3×10^{-5}
load condition 2	235	2×10^{-3}	245	6×10^{-5}

4 结 论

本工作面向飞行器特定型面的保形设计要求,提出了一种带有方向性保形约束的拓扑优化设计方法.合理定义了带有自由度过滤的多点自由度约束与人工附加弱单元,提取出节点在特定方向上的翘曲变形,通过约束人工附加弱单元的变形能可有效抑制这类方向性翘曲变形.

在数值算例中对标准的刚度最大化的拓扑优化、传统的区域保形优化和方向性保形优化设计结果、变形行为和变形能数据进行了对比,发现通过选取合适的变形能约束值,方向性保形约束下的拓扑优化可以有效获得刚度设计和保形设计双重设计效果,且能够以较小的总体刚度损失,达到方向性保形的效果.这一设计思路相比经典拓扑优化方法的变形控制以及传统的区域整体保形更加具有灵活性,可以为飞行器结构整体传力路径设计提供有效方案.

参考文献(References):

- [1] Sigmund O, Bendsøe M P. *Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications*[M]. Berlin: Springer, 2003: 25.
- [2] GUO Xu, CHENG Geng-dong. Recent development in structural design and optimization[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2010, **26**(6): 807-823.
- [3] Sigmund O, Maute K. Topology optimization approaches[J]. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2013, **48**(6): 1031-1055.
- [4] ZHU Ji-hong, ZHANG Wei-hong, XIA Liang. Topology optimization in aircraft and aerospace structures design[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2015: 1-28. doi: 10.1007/s11831-015-9151-2.
- [5] 许华昞, 关立文, 王立平, 陈祥. 惯性载荷下飞行模拟器大臂结构的拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2014, **50**(9): 14-23. (XU Hua-yang, GUAN Li-wen, WANG Li-ping, CHEN Xiang. Topology optimization for the arm of flight simulator under inertial loads[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, **50**(9): 14-23. (in Chinese))
- [6] 宋志强, 史青录, 彭万万, 陈贵祥. 拓扑优化在提高电机底座固有频率中的应用[J]. 机械工程与自动化, 2014(3): 8-10. (SONG Zhi-qiang, SHI Qing-lu, PENG Wan-wan, CHEN Guan-xiang. Application of topology optimization in improving natural frequency of motor base[J]. *Journal of Mechanical Engineering & Automation*, 2014(3): 8-10. (in Chinese))
- [7] 左孔天, 陈立平, 张云清, 王书亭. 用拓扑优化方法进行热传导散热体的结构优化设计[J]. 机械工程学报, 2005, **41**(4): 13-16. (ZUO Kong-tian, CHEN Li-ping, ZHANG Yun-qing, WANG Shu-ting. Structural optimal design of heat conductive body with topology optimization method[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, **41**(4): 13-16. (in Chinese))
- [8] 张克明. 飞机生产中产生不协调问题的原因及解决办法[J]. 南京航空航天大学学报, 1995, **27**(2): 221-228. (ZHANG Ke-ming. Reason and solution of incoordinate problem occurring in aeroplane manufacture [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*,

- 1995, **27**(2): 221-228.(in Chinese))
- [9] Huff J. Improving the service life of flight deck windshields[J]. *Boeing Aero Magazine*, 2002, **17**: 3-9.
- [10] 苏雁飞, 谭申刚, 薛应举, 惠红军. 运输类飞机机身大开口结构加强方式理论研究[J]. 力学与实践, 2013, **35**(6): 59-64.(SU Yan-fei, TAN Shen-gang, XUE Ying-ju, HUI Hong-jun. The strengthening of aero-transport with large opening[J]. *Mechanics in Engineering*, 2013, **35**(6): 59-64.(in Chinese))
- [11] ZUO Zhi-hao, XIE Yi-min. Evolutionary topology optimization of continuum structures with a global displacement control[J]. *Computer-Aided Design*, 2014, **56**(11): 58-67.
- [12] Rong J H, Yi J H. A structural topological optimization method for multi-displacement constraints and any initial topology configuration[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2010, **26**(5): 735-744.
- [13] 杨德庆, 隋允康, 刘正兴, 孙焕纯. 应力和位移约束下连续体结构拓扑优化[J]. 应用数学和力学, 2000, **21**(1): 17-24.(YANG De-qing, SUI Yun-kang, LIU Zheng-xing, SUN Huan-chun. Topology optimization design of continuum structures under stress and displacement constraints[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2000, **21**(1): 17-24.(in Chinese))
- [14] 朱继宏, 李昱, 张卫红, 侯杰. 考虑多点保形的结构拓扑优化设计方法[J]. 航空学报, 2015, **36**(2): 518-526.(ZHU Ji-hong, LI Yu, ZHANG Wei-hong, HOU Jie. Structural topology optimization with multi-point shape-preserving constraint[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, **36**(2): 518-526.(in Chinese))
- [15] ZHU Ji-hong, LI Yu, ZHANG Wei-hong, HOU Jie. Shape preserving design with structural topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015, **53**(4): 893-906.
- [16] Genberg V L. Optical performance criteria in optimum structural design[C]//*Proceedings SPIE 3786, Optomechanical Engineering and Vibration Control*, 1999: 248-255. doi: 10.1117/12.363801.
- [17] Ainsworth M. Essential boundary conditions and multi-point constraints in finite element analysis[J]. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, **190**(48): 6323-6339.
- [18] Bendsøe M P, Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 1999, **69**(9): 635-654.
- [19] Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in Matlab[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, **21**(2): 120-127.

A Directional Shape-Preserving Topology Optimization Method With Multi-Point Constraints

ZHU Ji-hong, WANG Lin, LI Yu, ZHANG Wei-hong
(*Engineering Simulation & Aerospace Computing Laboratory,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, P.R.China*)

Abstract: Shape preservation of aerodynamic surfaces and functional surfaces was an important aspect in aircraft stiffness design. An extended topology optimization method was presented

with directional shape-preserving constraints, which suppressed the warping deformation of structural local domains in particular directions and generated required deformation patterns. On the one hand, artificial weak elements (AWEs) were established with respect to the finite control points in local shape-preserving domains. Multi-point constraints (MPCs) were further applied to transfer nodal displacements at the control points to nodes of the AWEs. Strain energy of the AWEs was then constrained to suppress the warping deformation. On the other hand, the MPCs were properly defined to transfer only the displacements of the specified degrees of freedom to be suppressed. Directional shape preservation was in turn achieved. The numerical examples and optimized designs prove the validity of the proposed method in maintaining directional shape preservation based on the stiffness maximization topology optimization. Compared with the existing shape-preserving topology optimization design method, the proposed directional shape-preserving one brings more flexibility in controlling the local structural deformation.

Key words: topology optimization; directional shape preservation; artificial weak element; multi-point constraint; local strain energy

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11432011;51521061)



特邀作者简介: 朱继宏, 1981年出生, 西北工业大学教授、博士生导师、比利时列日大学航空航天技术实验室博士、翱翔青年学者、陕西省青年科技新星、中国航空学会高级会员。担任西北工业大学机电学院科研副院长、金属高性能增材制造与创新设计工信部重点实验室副主任、仿真与多学科优化设计国际期刊副主编、国际仿真与多学科优化设计协会学术委员。

主要从事飞行器结构轻量化与性能优化设计、结构系统动力学优化设计、面向增材制造的结构优化设计研究工作, 参与并负责了航空航天多个型号的结构总体设计工作。主持国家自然科学基金、973计划、重大专项、总装专项等课题, 发表论文100余篇, 其中SCI

检索31篇, 出版英文专著2部。获得国家自然科学二等奖、陕西省科学技术一等奖、二等奖各1项, 2016年获钱令希计算力学青年奖。

引用本文/Cite this paper:

朱继宏, 王林, 李昱, 张卫红. 基于多点自由度约束的方向性保形拓扑优化设计方法[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(10): 999-1012.

ZHU Ji-hong, WANG Lin, LI Yu, ZHANG Wei-hong. A directional shape-preserving topology optimization method with multi-point constraints[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(10): 999-1012.