应用数学和力学,第 38 卷 第 2 期
2017 年 2 月 15 日出版

Applied Mathematics and Mechanics
Vol.38,No.2,Feb.15,2017

文章编号:1000-0887(2017)02-0233-10

ⓒ 应用数学和力学编委会,ISSN 1000-0887

基于应力敏感的天然裂缝性页岩气藏双孔模型解的结构*

李顺初[1], 任 丽[1], 郑鹏社[1], 桂钦民[2]

(1. 西华大学 理学院 应用数学研究所, 成都 610039;
2. 北京东润科石油技术股份有限公司, 北京 100029)

摘要: 针对天然裂缝性页岩气藏,研究了 3 种外边界条件(无穷大、定压、封闭)及内边界条件下的定产量生产问题,并建立了考虑应力敏感性和解析吸附的不稳定渗流的试井分析模型.先对此模型作线性化处理;然后通过摄动法以及利用 Laplace 变换,求得线性化后的无因次储层压力的 Laplace 空间精确解;最后根据解的相似结构理论,给出了求解该模型解结构的步骤,并且定义了 3 种外边界条件下的相似核函数,发现了此模型在 3 种外边界条件下精确解之间的相似结构.这项研究不仅为编制试井分析软件提供便利, 提高计算效率,而且对页岩气藏渗流理论的研究具有重要意义,也为页岩气藏渗流模型的求解提供了一种新的方法.

关 键 词: 应力敏感性; 裂缝性页岩气藏; 解析吸附; 相似核函数; 相似构造

中图分类号: O29; TE3 **文献标志码:** A doi: 10.21656/1000-0887.370190

符 号 说 明

p	储层压力,MPa	p_0	储层原始压力,MPa
C	井筒储集系数,m^3/MPa	C_g	等温压缩系数,MPa^{-1}
K	储层渗透率,μm^2	ϕ	孔隙度,%
μ	储层流体粘度,mPa·s	r_w	井半径
q	油气产量,m^3/d	t	时间,h
m	拟压力	Z	气体压缩因子
γ	渗透率模数	λ	窜流因子
α	形状因子	ω	弹性容量比

引 言

近年来,天然气石油勘探焦点已逐渐转向页岩气等非常规气藏.以低孔隙率、低渗透率为主要特点的页岩气藏储层,其采集比传统气藏更加困难.中国页岩气藏开发才刚刚起步,理论

* **收稿日期:** 2016-06-15; **修订日期:** 2016-07-06

基金项目: 四川省科技厅 2015 年第一批科技计划项目(基本科研-重点研发)(2015JY0245);四川省教育厅自然科学重点项目(12ZA164);四川省教育厅自然科学重点项目(15ZA0135)

作者简介: 李顺初(1963—),男,教授(通讯作者. E-mail: lishunchu@163.com);
任丽(1991—),女,硕士生(E-mail: 15208416930@163.com).

研究更多集中在产能方程和数值模拟,对于页岩气渗流模型及其求解还不是很成熟.一方面,一些研究者通过结合多种复杂公式、函数及化简方法求得页岩气渗流模型的解.熊也等[1]通过引入 Langmuir 等温吸附公式和渗透率模数,结合双重介质模型、应力敏感性和水力垂直裂缝的性质,建立了应力敏感双孔单渗页岩气藏水力压裂直井的不稳定渗流数学模型,利用 Kelvin 点源基本解、Poisson 求和公式、修正 Bessel 函数积分、Duhamel 叠加定理和 Stehfest 数值反演得到了该模型在实空间的数值解,分析了该模型的渗流特征;蔡华等[2]在传统裂缝-基质双重介质模型的基础上,考虑应力敏感性和吸附效应影响下的裂缝性页岩气藏产量递减模型,运用隐式差分和 Newton(牛顿)迭代法得到其产量的数值解,并画出 Blasingame 型产量递减曲线;郭小哲等[3]根据页岩气藏压裂水平井等效渗流模型,建立了考虑应力敏感渗流综合模型并得到了单井产能方程,简单地采用 Laplace 变换得到了单一主裂缝到井筒的流量值,分析了其在实例下产能变化规律.另一方面,一些研究者直接给出了渗流模型的复杂解或者并未给出精确解.张志军等[4]依据常规双重介质模型,综合考虑了滑脱效应、应力敏感效应及启动压力梯度对页岩气藏产能的影响,建立了考虑解吸、扩散渗流综合作用的页岩气渗流模型,但是并没有准确地求出该模型的解;邓佳等[5]建立了考虑解吸、扩散及渗流综合作用的页岩气稳态流动模型,直接给出了页岩气储层的压力分布及产能方程,但不能检验其准确性;盛茂等[6]基于双孔双渗理论,建立了综合考虑扩散作用、应力敏感性、滑脱效应及解析吸附作用的页岩气藏渗流模型,运用有限元法和全隐式差分法仅仅得到其数值模型.基于上述分析,以一种简便的方法求解模型、表达模型的解是亟需解决的问题,这将对页岩气渗流模型解的求得和产能方程的简化起到至关重要的作用.

自 2004 年起,解的相似结构理论不断发展完善,已经在一些二阶齐次线性常微分方程(组)[7-9]、二阶线性偏微分方程(组)[10-11]以及一些油藏工程中的渗流问题[12-13]中取得了可喜的成果.其研究表明:微分方程边值问题的解可以用连分式的乘积形式表示,即解式具有相似结构;一些油藏模型在不同的外边界条件下储层压力与井底压力也可以用一个统一形式来表示.然而,针对页岩气藏模型,现今还没有这方面的研究.

在前人的研究基础上,本文在 3 种外边界条件下综合考虑应力敏感性和解析吸附作用,得到了天然裂缝性页岩气不稳定渗流模型,通过进行线性化、无因次变换和摄动法,将该渗流模型转化为常微分方程边值问题,再利用 Laplace 变换和 Bessel 函数性质,得到了天然裂缝性页岩气不稳定渗流模型在 Laplace 空间的半解析解.根据解的相似结构理论,分析出应力敏感的天然裂缝性页岩气藏渗流模型解的相似结构式的统一表达式,避免了冗长的计算过程,为编制相应的程序奠定了基础和提供了一个新途径,对页岩气藏数值模拟技术的进步具有重要的指导作用.

1 非线性渗流模型的建立

对于圆形封闭的一口页岩气井,以定产量生产,其渗流模型的假设如下:

1) 忽略毛细管力、重力和惯性力的影响;

2) 不考虑表皮系数和井筒储集;

3) 不考虑储层各向异性和气体扩散的影响;

4) 单相流气体流动,流动过程等温;

5) 气体渗流符合 Darcy 定律;

6) 只考虑裂缝发生形变;

7）考虑二次压力梯度项.

引入拟压力：

$$m_1(p)=2\int_{p_0}^{p_1}\frac{p}{\mu Z}\,\mathrm{d}p, \tag{1a}$$

$$m_2(p)=2\int_{p_0}^{p_2}\frac{p}{\mu Z}\,\mathrm{d}p. \tag{1b}$$

裂缝系统的连续方程：

$$-\nabla(\rho_1 v_1)=\frac{\partial}{\partial t}(\phi_1\rho_1)-q^*. \tag{2}$$

基质系统的连续方程：

$$-\nabla(\rho_2 v_2)=\frac{\partial}{\partial t}(\phi_2\rho_2)+q^*. \tag{3}$$

裂缝系统和基质系统中存在窜流,假设其为拟稳态,则窜流方程为

$$q^*=\frac{\alpha_0\rho_0 K_2}{\mu}(p_2-p_1), \tag{4}$$

等温条件下,流体密度和压力的关系可表示为

$$\rho_i=\frac{MP_i}{RTZ}\qquad(i=1,2), \tag{5}$$

运动方程：

$$v_i=\frac{k_i}{\mu}\frac{\partial p_i}{\partial r}\qquad(i=1,2). \tag{6}$$

将式(1)、(4)~(6)代入式(2)、(3)得页岩气藏非线性渗流基本方程：

$$\nabla(k_1\nabla m_1(p_1))+\alpha(m_2(p_2)-m_1(p_1))=\phi_1 C_{\mathrm{g}}(p_1)\mu(p_1)\frac{\partial m_1(p_1)}{\partial t}, \tag{7}$$

$$\nabla(k_2\nabla m_2(p_2))-\alpha(m_2(p_2)-m_1(p_1))=\phi_2 C_{\mathrm{g}}(p_2)\mu(p_2)\frac{\partial m_2(p_2)}{\partial t}, \tag{8}$$

其中

$$\alpha=\alpha_0 k_2,\ C_{\mathrm{g}}(p_1)=\frac{1}{p_1}-\frac{1}{Z}\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}p_1},\ C_{\mathrm{g}}(p_2)=\frac{1}{p_2}-\frac{1}{Z}\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}p_2}.$$

由于方程(7)和(8)中μ和C_{g}均是关于压力的函数,取$\mu(p)=\mu_{gi}$,$C_{\mathrm{g}}(p)=C_{gi}$,对其进行线性化得

$$\nabla(k_1\nabla m_1)+\alpha(m_2-m_1)=\phi_1 C_{\mathrm{g}1}\mu_{gi}\frac{\partial m_1}{\partial t},\qquad i=1,2, \tag{9}$$

$$\nabla(k_2\nabla m_2)-\alpha(m_2-m_1)=\phi_2 C_{\mathrm{g}2}\mu_{gi}\frac{\partial m_2}{\partial t},\qquad i=1,2. \tag{10}$$

定义考虑解析吸附过程的基质综合压缩系数[14]：

$$\bar{C}_{\mathrm{t}2}=C_{\mathrm{g}2}+\frac{\rho_{\mathrm{gsc}}V_{\mathrm{L}}p_{\mathrm{L}}}{\phi_2\rho_{\mathrm{g}2}(p_{\mathrm{L}}+p_{\mathrm{m}})^2}, \tag{11}$$

则基质的渗流方程可以表示为

$$\nabla(k_2\nabla m_2)-\alpha(m_2-m_1)=\phi_2\bar{C}_{t2}\mu_{gi}\frac{\partial m_2}{\partial t},\qquad i=1,2. \tag{12}$$

根据变形双重介质理论可知,系数 γ_i 在基质系统和裂缝系统的有效应力下对渗透率产生很大的影响,其表达式为

$$K_i=K_{i,0}\mathrm{e}^{-\gamma_i(p_0-p_i)},\qquad i=1,2. \tag{13}$$

孙贺东等[15]和同登科等[16]对页岩气藏应力敏感性的研究表明,随着裂缝和基质应力敏感程度的增加,裂缝的应力敏感性远远显著于基质的应力敏感性.所以,在建立模型时只需考虑裂缝性页岩气藏的应力敏感效应.

考虑天然裂缝性页岩气藏双孔模型,假设:1)基质块的渗透率远小于裂缝介质的渗透率,即 $K_2\ll K_1$;2)页岩气只通过裂缝进入井筒.

定义无因次变量如下:

$$p_{Di}=\frac{\pi\cdot hT_{sc}K_{10}(m_0-m_i)}{p_{sc}Q_{sc}T},\ \gamma_D=\frac{\mu q\gamma_1}{2\pi\cdot K_{10}h},\ \omega=\frac{\phi_1C_{g1}}{C_{g1}\phi_1+\bar{C}_{t2}\phi_2},$$

$$\lambda=\frac{\alpha_0K_{20}r_w^2}{K_{10}},\ r_D=\frac{r}{r_w},\ t_D=\frac{K_{10}t}{\mu_{gi}(C_{g1}\phi_1+\bar{C}_{t2}\phi_2)r_w^2},\qquad i=1,2.$$

联立式(9)、(12)和(13),并引入上述无因次变量,可化简得到裂缝性页岩气无因次化形式的渗流方程:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2p_{D1}}{\partial r_D^2}+\dfrac{1}{r_D}\dfrac{\partial p_{D1}}{\partial r_D}-\gamma_D\left(\dfrac{\partial p_{D1}}{\partial r_D}\right)^2=\left[\omega\dfrac{\partial p_{D1}}{\partial t_D}+(1-\omega)\dfrac{\partial p_{D2}}{\partial t_D}\right]\mathrm{e}^{\gamma_Dp_{D1}},\\(1-\omega)\dfrac{\partial p_{D2}}{\partial t_D}=\lambda(p_{D1}-p_{D2}).\end{cases} \tag{14}$$

初始条件:

$$p_{D1}\big|_{t_D=0}=p_{D2}\big|_{t_D=0}=0.$$

内边界条件:

$$\exp(-\gamma_Dp_{D1})\frac{\partial p_{D1}}{\partial r_D}\Big|_{r_D=1}=-1.$$

外边界条件:

无穷大时

$$p_{D1}(\infty,t_D)=p_{D2}(\infty,t_D)=0;$$

定压时

$$\frac{\partial p_{D1}}{\partial r_D}\Big|_{r_D=R_D}=\frac{\partial p_{D2}}{\partial r_D}\Big|_{r_D=R_D}=0;$$

封闭时

$$p_{D1}(R_D,t_D)=p_{D2}(R_D,t_D)=0.$$

2　非线性渗流方程的线性化

为了使渗流方程(14)线性化,即去掉 $-\gamma_D(\partial p_{D1}/\partial r_D)^2$ 项,可做如下变量替换:

$$p_{D1}=-\frac{1}{\gamma_D}\ln(1-\gamma_D\eta_1),\ p_{D2}=-\frac{1}{\gamma_D}\ln(1-\gamma_D\eta_2). \tag{15}$$

变换后的线性形式数学模型如下：

$$\frac{\partial^2 \eta_1}{\partial r_D}+\frac{1}{r_D}\frac{\partial \eta_1}{\partial r_D}=\frac{\omega}{1-\gamma_D\eta_1}\frac{\partial \eta_1}{\partial t_D}+\frac{1-\omega}{1-\gamma_D\eta_2}\frac{\partial \eta_2}{\partial t_D},\tag{16}$$

$$\frac{1-\omega}{1-\gamma_D\eta_2}\frac{\partial \eta_2}{\partial t_D}=-\frac{\lambda}{\gamma_0}\ln\frac{1-\gamma_0\eta_1}{1-\gamma_0\eta_2}.\tag{17}$$

初始条件：

$$\eta_1\big|_{t_D=0}=\eta_2\big|_{t_D=0}=0.\tag{18}$$

内边界条件：

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial r_D}\Big|_{r_D=1}=\frac{\partial \eta_2}{\partial r_D}\Big|_{r_D=1}=-1.\tag{19}$$

外边界条件：

无穷大时

$$\eta_1(\infty,t_D)=\eta_2(\infty,t_D)=0;\tag{20}$$

定压时

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial r_D}\Big|_{r_D=R_D}=\frac{\partial \eta_2}{\partial r_D}\Big|_{r_D=R_D}=0;\tag{21}$$

封闭时

$$\eta_1(R_D,t_D)=\eta_2(R_D,t_D)=0.\tag{22}$$

3 线性渗流定解问题的 Laplace 空间形式

采用摄动法[17-18]取其零阶摄动方程，并用 Laplace 变换，数学模型(16)~(20)可化为如下常微分方程的边值问题：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2 \bar{\eta}_1}{\partial r_D}+\dfrac{1}{r_D}\dfrac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial r_D}-zf(z)\bar{\eta}_1=0,\\[2ex] \bar{\eta}_2=\dfrac{\lambda}{(1-\omega)z+\lambda}\bar{\eta}_1.\end{cases}\tag{23}$$

内边界条件：

$$r_D\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial r_D}\Big|_{r_D=1}=-\frac{1}{z}.\tag{24}$$

外边界条件：

无穷大时

$$\bar{\eta}_1(\infty,t_D)=\bar{\eta}_2(\infty,t_D)=0;\tag{25a}$$

定压时

$$\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial r_D}\Big|_{r_D=R_D}=0;\tag{25b}$$

封闭时

$$\bar{\eta}_1(R_D,t_D)=\bar{\eta}_2(R_D,t_D)=0.\tag{25c}$$

4 数学模型的求解及解的相似结构

方程(23)的第一个式子为零阶变型 Bessel 方程，它的通解可表示为[19]

$$\bar{\eta}_1(r_D,z) = A\mathrm{I}_0(r_D\sqrt{zf(z)}) + B\mathrm{K}_0(r_D\sqrt{zf(z)}), \tag{26}$$

其中 $\mathrm{I}_0(\cdot)$,$\mathrm{K}_0(\cdot)$为零阶的第一类、第二类变型 Bessel 函数; A,B 为待定系数,求其特解时由内边界条件确定.

把式(26)代入内边界条件式(24)可得

$$A\sqrt{zf(z)}\,\mathrm{I}_1(\sqrt{zf(z)}) - B\sqrt{zf(z)}\,\mathrm{K}_1(\sqrt{zf(z)}) = -\frac{1}{z}. \tag{27}$$

(a) 当外边界无穷大时,由式(25a)、(26)、(27)可得待定系数 A,B 的值,将 A,B 代入式(26),可得到微分方程(23)在该外边界条件下的 Laplace 空间的解析解为

$$\bar{\eta}_1 = \frac{\mathrm{K}_0(r_D\sqrt{zf(z)})}{z\sqrt{zf(z)}\,\mathrm{K}_1(\sqrt{zf(z)})}. \tag{28}$$

(b) 当外边界定压时,由式(25b)、(26)、(27)可得待定系数 A,B 的值,将 A,B 代入式(26),可得到微分方程(23)在该外边界条件下的 Laplace 空间的解析解为

$$\bar{\eta}_1(r_D,z) = \frac{\mathrm{K}_1(R_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{I}_0(r_D\sqrt{zf(z)}) + \mathrm{I}_1(R_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{K}_0(r_D\sqrt{zf(z)})}{z\sqrt{zf(z)}\,[\mathrm{K}_1(\sqrt{zf(z)})\mathrm{I}_1(R_D\sqrt{zf(z)}) - \mathrm{I}_1(\sqrt{zf(z)})\mathrm{K}_1(R_D\sqrt{zf(z)})]}. \tag{29}$$

(c) 当外边界封闭时,由式(25c)、(26)、(27)可得待定系数 A,B 的值,将 A,B 代入式(26),可得到微分方程(23)在该外边界条件下的 Laplace 空间的解析解为

$$\bar{\eta}_1(r_D,z) = \frac{\mathrm{I}_1(R_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{K}_0(r_D\sqrt{zf(z)}) - \mathrm{K}_0(R_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{I}_0(r_D\sqrt{zf(z)})}{z\sqrt{zf(z)}\,[\mathrm{K}_1(\sqrt{zf(z)})\mathrm{I}_0(R_D\sqrt{zf(z)}) + \mathrm{I}_1(\sqrt{zf(z)})\mathrm{K}_0(R_D\sqrt{zf(z)})]}. \tag{30}$$

在上述 3 种外边界条件下,根据解的相似构造理论[20],可将式(28)~(30)转化为由相同的表达式表示,具体步骤如下:

1) 由定解问题

$$\frac{\partial^2\bar{\eta}_1}{\partial r_D} + \frac{1}{r_D}\frac{\partial\bar{\eta}_1}{\partial r_D} - zf(z)\bar{\eta}_1 = 0$$

的两个线性无关解 $\mathrm{I}_0(r_D\sqrt{zf(z)})$,$\mathrm{K}_0(r_D\sqrt{zf(z)})$ 作引解函数:

$$\psi_{0,0}(r_D,R_D) = \varphi(r_D,R_D,\sqrt{zf(z)}) = \mathrm{I}_0(r_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{K}_0(R_D\sqrt{zf(z)}) - \mathrm{K}_0(r_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{I}_0(R_D\sqrt{zf(z)}). \tag{31}$$

并对其做如下运算:

$$\psi_{1,0}(r_D,R_D) = \frac{\partial\psi_{0,0}(r_D,R_D)}{\partial r_D} = \sqrt{zf(z)}\,\mathrm{I}_1(r_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{K}_0(R_D\sqrt{zf(z)}) + \sqrt{zf(z)}\,\mathrm{K}_1(r_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{I}_0(R_D\sqrt{zf(z)}), \tag{32}$$

$$\psi_{0,1}(r_D,R_D) = \frac{\partial\psi_{0,0}(r_D,R_D)}{\partial R_D} = -\sqrt{zf(z)}\,\mathrm{I}_0(r_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{K}_1(R_D\sqrt{zf(z)}) - \sqrt{zf(z)}\,\mathrm{K}_0(r_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{I}_1(R_D\sqrt{zf(z)}), \tag{33}$$

$$\psi_{1,1}(r_D,R_D)=\frac{\partial\psi_{1,0}(r_D,R_D)}{\partial R_D}=$$

$$\frac{\partial\psi_{0,1}(r_D,R_D)}{\partial r_D}=-zf(z)\mathrm{I}_1(r_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{K}_1(R_D\sqrt{zf(z)})+$$

$$zf(z)\mathrm{K}_1(r_D\sqrt{zf(z)})\mathrm{I}_1(R_D\sqrt{zf(z)}).\tag{34}$$

2）由函数 $\psi_{i,j}(r_D,R_D)$ 和外边界条件(25)的系数生成相似核函数 $\phi(r_D,z)$ 如下：

$$\phi(r_D,z)=\begin{cases}\dfrac{-\mathrm{K}_0(r_D\sqrt{zf(z)})}{\sqrt{zf(z)}\,\mathrm{K}_1(z\sqrt{f(z)})}, & \text{in infinite condition},\\[2ex] \dfrac{-\psi_{1,0}(R_D,r_D,\sqrt{zf(z)})}{\sqrt{zf(z)}\,\psi_{1,1}(1,R_D,\sqrt{zf(z)})}, & \text{in constant pressure condition},\\[2ex] \dfrac{-\psi_{0,0}(r_D,R_D,\sqrt{zf(z)})}{\sqrt{zf(z)}\,\psi_{1,0}(1,R_D,\sqrt{zf(z)})}, & \text{in closed condition}.\end{cases}\tag{35}$$

3）由内边界条件 $r_D(\partial\bar{\eta}_1/\partial r_D)\big|_{r_D=1}=-1/z$ 的系数与相似核函数 $\phi(r_D,z)$ 进行组装.

综上所述,3 种外边界(无穷大、定压、封闭)条件下,模型线性化后的 Laplace 空间的解析式(28)~(30)均可转化为如下相同的表达式：

$$\bar{\eta}_1(r_D,z)=\frac{1}{z}\cdot\phi(r_D,z).\tag{36}$$

5 结论和认识

1）本文从页岩气藏裂缝系统的角度出发,忽略人工裂缝的影响,针对页岩气藏裂缝系统中的天然裂缝网络,以双孔模型为基础,仅考虑了应力敏感性、解析吸附过程建立了天然裂缝性页岩气藏渗流方程,结合内边界条件和 3 种不同的外边界条件,利用摄动技术、线性变换以及 Laplace 变换得到了线性化后的模型的 Laplace 空间解——它具有统一解的相似结构表达式 $\bar{\eta}_1(r_D,z)$.

2）如果将无纲量化后的实测数据代入变换 $p_D=-(1/\gamma_D)\ln(1-\gamma_D\eta)$,可以得到线性化后模型解 η 的值,然后作数值 Laplace 变换,得到线性化后的 Laplace 空间解 $\bar{\eta}$ 值,从而可以直接在 Laplace 空间进行试井分析或者压力动态分析,这将体现本文所求解模型的统一解表达式的优越性,极大地方便了试井分析软件的编制.

3）从式(35)中易知相似核函数与外边界条件有关,与内边界条件无关;从式(36)可以看出,解的相似结构与内边界条件有关,与外边界条件无关.这两点与在二阶齐次线性常微分方程、二阶线性偏微分方程以及石油渗流模型中运用解的相似结构理论所得结论相一致.考虑应力敏感的天然裂缝性页岩气藏渗流模型解的相似结构的求解,不仅扩大了解的相似结构理论的适用范围,而且为求解页岩气藏模型提供了一种新的方法.

4）本文在不考虑井筒储集和表皮因子的基础上,创新地建立了仅考虑应力敏感和解析吸附的天然裂缝性页岩气藏模型,并首次将解的相似结构理论运用到该模型的求解中.在考虑井筒储集或者引入表皮因子等复杂的内外边界条件下,从页岩气藏运输规律、裂缝系统和贮藏方式的角度出发,建立了考虑应力敏感、解析吸附、滑脱效应的复杂页岩气藏模型,并为求解这类模型提供了思路和理论基础.

致谢　作者衷心感谢西华大学研究生创新基金(YCJJ2016102)的资助.

参考文献(References):

[1]　熊也, 张烈辉, 赵玉龙, 等. 应力敏感页岩气藏水力压裂直井试井分析[J]. 科学技术与工程, 2014, **14**(16): 221-225, 251.(XIONG Ye, ZHANG Lie-hui, ZHAO Yu-long, et al. Pressure transient analysis of hydraulic fratured vertical well in stress-sensitive shale gas reservoirs[J]. *Science Technology and Engineering*, 2014, **14**(16): 221-225, 251.(in Chinese))

[2]　蔡华, 付随艺, 程时清. 裂缝性页岩气藏考虑应力敏感的产量递减模型构建[J]. 科技导报, 2013, **31**(24): 51-54.(CAI Hua, FU Sui-yi, CHEN Shi-qing. Production decline mode for fractured shale gas reservoirs with stress sensitivity[J]. *Science & Technology Review*, 2013, **31**(24): 51-54.(in Chinese))

[3]　郭小哲, 周长沙. 考虑应力敏感的页岩气藏压裂水平井渗流模型建立与分析[J]. 长江大学学报(自科版), 2015, **12**(5): 44-50.(GUO Xiao-ze, ZHOU Chang-sha. Establishment of a seepage model considering the stress sensitivity in fractured horizontal wells in shale gas reservoirs and its analysis[J]. *Journal of Yangtze University*(*Natural Science Edition*), 2015, **12**(5): 44-50.(in Chinese))

[4]　张志军, 姜汉桥, 余春玲, 等. 考虑启动压力梯度和应力敏感的页岩气产能影响因素分析[J]. 复杂油气藏, 2014, **7**(2): 47-50.(ZHANG Zhi-jun, JIANG Han-qiao, YU Chun-ling, et al. Influence factors of shale gas productivity considering the start-up pressure gradient and stress sensitivity[J]. *Complex Hydrocarbon Reservoirs*, 2014, **7**(2): 47-50.(in Chinese))

[5]　邓佳, 朱维耀, 刘锦霞, 等. 考虑应力敏感性的页岩气产能预测模型[J]. 天然气地球科学, 2013, **24**(3): 456-460.(DENG Jia, ZHU Wei-yao, LIU Jin-xia, et al. Productivity prediction model of shale gas considering stress sensitivity[J]. *Nature Gas Geoscience*, 2013, **24**(3): 456-460.(in Chinese))

[6]　盛茂, 李根生, 黄中伟, 等. 页岩气藏流固耦合渗流模型及有限元求解[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(9): 1894-1900.(SHENG Mao, LI Gen-sheng, HUANG Zhong-wei, et al. Hydro-mechanical coupling model of shale gas reservoir and its finite element analysis[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, **32**(9): 1894-1900.(in Chinese))

[7]　白丽霞, 李顺初, 桂东冬. 复合型第二种 Weber 方程边值问题的新解法[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2014, **35**(6): 633-637.(BAI Li-xia, LI Shun-chu, GUI Dong-dong. New method for solving the boundary value problem of the composite second Weber system[J]. *Journal of North University of China*(*Natural Science Edition*), 2014, **35**(6): 633-637.(in Chinese))

[8]　罗梅, 李顺初. 连带 Legendre 微分方程边值问题解的相似结构[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2015, **32**(11): 34-37.(LUO Mei, LI Shun-chu. Similar structure of the solution to boundary value problem of associated Legendre differential equation[J]. *Journal of Chongqing Technology Business University*(*Natural Science Edition*), 2015, **32**(11): 34-37.(in Chinese))

[9]　郑鹏社, 李顺初, 冷礼辉, 等. 一类非线性复合变型 Bessel 方程组边值问题的相似构造解法[J]. 信阳师范学院学报(自然科学版), 2014, **27**(4): 490-492, 504.(ZHENG Peng-she, LI Shun-chu, LENG Li-hui, et al. Similar construction method of boundary value problem of a nonlinear composite modified Bessel equations[J]. *Journal of Xinyang Normal University*(*Natural Science Edition*), 2014, **27**(4): 490-492, 504.(in Chinese))

[10]　李顺初. 一类二阶偏微分方程的 Laplace 空间解的形式相似性[J]. 西华大学学报(自然科学版), 2007, **26**(4): 83-86.(LI Shun-chu. Formal similarity of solutions to the class of 2-order partial differential equation in the Laplace space[J]. *Journal of Xihua University*(*Natural

Science Edition), 2007, **26**(4): 83-86.(in Chinese))

[11] SU Jian-peng, LI Shun-chu, LI Cheng-jie. The similar structure of solutions in the Laplace space of on the class of composite parabolic partial differential equation[J]. *Journal of Zaozhuang University*, 2009, **26**(2): 6-11.

[12] 王强, 李顺初, 胡明. 多层复合油藏渗流模型解的相似结构[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2015, **32**(8): 71-75, 92.(WANG Qiang, LI Shun-chu, HU Ming. Similar structure of seepage model solution for multilayer composite reservoir[J]. *Journal of Chongqing Technology Business University*(*Natural Science Edition*), 2015, **32**(8): 71-75, 92.(in Chinese))

[13] 李科, 李顺初, 董亚南. 基于相似结构的合采油藏试井分析模型的求解[J]. 油气井测试, 2013, **22**(2): 7-9.(LI Ke, LI Shun-chu, DONG Ya-nan. The solution of well test analysis model based on similar structure in the multilayer reservoir[J]. *Well Testing*(*Youqijing Ceshi*), 2013, **22**(2): 7-9.(in Chinese))

[14] 段永刚, 魏明强, 李建秋, 等. 页岩气藏渗流机理及压裂井产能评价[J]. 重庆大学学报, 2011, **34**(4): 62-66.(DUAN Yong-gang, WEI Ming-qiang, LI Jian-qiu, et al. Shale gas seepage mechanism and fractured wells' production evaluation[J]. *Journal of Chongqing University*, 2011, **34**(4): 62-66.(in Chinese))

[15] 孙贺东, 韩永新, 肖香姣, 等. 裂缝性应力敏感气藏的数值试井分析[J]. 石油学报, 2008, **29**(2): 270-273.(SUN He-dong, HAN Yong-xin, XIAO Xiang-jiao, et al. Numerical well test analysis of stress-sensitive fractured gas reservoirs[J]. *Acta Petrolei Sinica*, 2008, **29**(2): 270-273.(in Chinese))

[16] 同登科, 姜东梅, 陈钦雷. 变形双重介质油藏动态特征[J]. 石油大学学报(自然科学版), 2001, **25**(5): 53-56.(TONG Deng-ke, JIANG Dong-mei, CHEN Qin-lei. Dynamic characteristics of reservoir with deformed double-porosity medium[J]. *Journal of the University of Petroleum China*, 2001, **25**(5): 53-56.(in Chinese))

[17] Pedrosa Jr O A. Pressure transient response in stress-sensitive formations[C]//*SPE California Regional Meeting*. Oakland, California, 1986.

[18] Kikani J, Pedrosa Jr O A. Perturbation analysis of stress-sensitive reservoirs[J]. *SPE Formation Evaluation*, 1991, **6**(3): 379-386.

[19] 刘式适, 刘式达. 特殊函数[M]. 北京: 气象出版社, 2002.(LIU Shi-kuo, LIU Shi-da. *Special Function*[M]. Beijing: China Meteorological Press, 2002.(in Chinese))

[20] 李顺初. 从相似结构到相似构造法的微分方程边值问题求解方法综述[J]. 西华大学(自然科学版), 2015, **34**(2): 22-25.(LI Shun-chu. Development of solution approaches to differential equations from the similar structure of solution to the similarity construction method[J]. *Journal of Xihua University*(*Natural Science Edition*), 2015, **34**(2): 22-25.(in Chinese))

Similar Structure of the Solution to the Dual-Porosity Model for Naturally Fractured Shale Gas Reservoirs Based on Stress Sensitivity

LI Shun-chu[1], REN Li[1], ZHENG Peng-she[1], GUI Qin-min[2]

(1. *Institute of Applied Mathematics*, *School of Science*, *Xihua University*, *Chengdu* 610039, *P.R.China*;

2. *Beijing Dongrunke Petroleum Technology Co.*, *Ltd.*, *Beijing* 100029, *P.R.China*)

Abstract: For naturally fractured shale gas reservoirs, the problem about fixed output was addressed in 3 outer boundary conditions (infinite boundary, constant pressure and closed boundary) and inner boundary conditions, to build a well test analysis model for unsteady seepage flow in view of stress sensitivity and desorption & adsorption. Firstly, the model was linearized. Secondly, the perturbation method and the Laplace transform were used to get the exact solution of dimensionless reservoir pressure in the Laplace space with the linearized model. Finally, according to the similar structure theory, the steps leading to the similar structure of the solution to this model were presented. In addition, the kernel functions in the 3 outer boundary conditions were defined and it was found that a similar structure existed among the exact solutions of this model in the 3 outer boundary conditions. The work not only facilitates the development of well test analysis software with higher calculation efficiency, but also helps a lot in the investigation of shale gas seepage mechanisms, making a new method for the solution of the shale gas seepage model.

Key words: stress sensitivity; naturally fractured shale gas reservoir; desorption & adsorption; kernel function; similar structure

引用本文/Cite this paper:

李顺初, 任丽, 郑鹏社, 桂钦民. 基于应力敏感的天然裂缝性页岩气藏双孔模型解的结构[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(2): 233-242.

LI Shun-chu, REN Li, ZHENG Peng-she, GUI Qin-min. Similar structure of the solution to the dual-porosity model for naturally fractured shale gas reservoirs based on stress sensitivity[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(2): 233-242.