应用数学和力学,第 38 卷 第 4 期
2017 年 4 月 15 日出版

Applied Mathematics and Mechanics
Vol.38,No.4,Apr.15,2017

文章编号:1000-0887(2017)04-0469-08

海-气耦合气候系统非线性扰动模式的周期正解*

陈丽娟, 鲁世平, 徐 晶

(南京信息工程大学 数学与统计学院, 南京 210044)

摘要: 与 ENSO 相关的热带大尺度海-气相互作用是影响全球气候年际变化的主要过程之一.该文从一个海-气相互作用方程组出发,推广了一个具有一般形式的海-气耦合气候系统非线性扰动模式.运用拓扑度理论,从数学上严格证明了一定条件下该模式存在周期正解的结果,并分析了所得结果潜在的应用价值.海-气相互作用研究,有助于理解气候变化过程,为气候模拟和预报提供理论基础.

关 键 词: 海-气耦合; 非线性; 周期正解

中图分类号: O175 **文献标志码**: A doi: 10.21656/1000-0887.370188

引 言

气候变化是一个全球性的环境问题,它是海洋和大气科学研究的重点之一,从而受到广泛重视.气候系统的两个最重要的组成部分是海洋和大气,这两种介质在不同的空间尺度和时间上存在着相互作用.这种相互作用是两个同时发生且互相影响的过程[1-4],它们改变了大气或海洋单一系统中的运动形态,比如,南方涛动、El Niño(厄尔尼诺)和 La Niña(拉尼娜)事件就是热带海洋和大气相互作用的体现,它们存在着密切联系.这些发生在热带海洋和热带大气中的极端天气异常事件严重影响了全球各地区生态和气候等方面的变化.因此,在理解气候变化过程和开展气候模拟中,研究海-气相互作用就显得尤为重要.

随着人们对动力过程认识的深入,以及计算机水平的发展和观测手段的进步,越来越多的研究集中到气候系统中不同子系统间的耦合模式上,如冰原-大气耦合模式、陆-气耦合模式等.从而相应地,运用耦合气候模式来进行气候模拟和对未来的预测就成为大气和海洋领域的一个重要工具.对海-气耦合气候系统模式的研究,已成为众多学者关注的热点,他们通过数值模拟等方法对海-气耦合系统的局部和整体性态进行了多方面的探讨[5-16].

然而,耦合模式数值计算的困难在于不同子系统的运动时间尺度差异很大,需要大量计算时间来达到平衡状态,而且由于相互作用的复杂性和非线性,本文所推广的一般模式,数值计算无法求解,上述文献中所使用的研究方法也不再适用.本文借助于重合度理论,它有别于一

* **收稿日期**: 2016-06-14; **修订日期**: 2016-08-02
基金项目: 国家自然科学基金(11271197);江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(CXLX13_502)
作者简介: 陈丽娟(1973—),女,副教授,博士(通讯作者. E-mail: cljung@ sohu.com).

般的数学物理理论.其中延拓定理是解决动力系统周期解存在性问题的非常有效和常用的方法,其直接从方程本身的特点来了解方程解的性态,而并不需要求出方程的解,在物理学、力学、偏微分方程等领域中都有广泛的应用.在大气物理、海洋气候、动力系统等方面,笔者曾利用 Mawhin 重合度拓展理论研究了一些非线性模式的周期解问题,如:零维气候系统非线性模式的周期解问题[17]、海气耦合随机-动力气候模式的周期解问题[18]等.在重合度理论中周期解的先验界估计是关键,也是难点.本文中周期解的先验界估计方法与文献[17-18]均不相同.

1 海-气耦合气候系统非线性扰动模式

文献[19]考虑了湍流和蒸发耗散作用,建立了以下的海-气相互作用气候模式:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial T_{\mathrm{a}}}{\partial t}=A_1+A_2T_{\mathrm{s}}+A_3T_{\mathrm{a}}+A_4T_{\mathrm{s}}^4,\\[2ex]\dfrac{\partial T_{\mathrm{s}}}{\partial t}=B_1+B_2T_{\mathrm{s}}+B_3T_{\mathrm{a}}+B_4T_{\mathrm{s}}^4.\end{cases}\tag{1}$$

利用拟能和 Melnikov 函数讨论了系统(1)在外界周期强迫下的演化行为及其出现同宿分叉时的一些参数关系.式(1)中 T_{a},T_{s} 分别为气温、海温,其余各系数的意义详见文献[19].模式(1)只考虑了热力作用而没有考虑动力作用,即忽略了温度平流作用和大型水平涡动作用.文献[20]通过对整个大气平均层和海洋混合层垂直积分,在不考虑动力耗散因素的情况下,利用大气和海洋的运动方程、能量方程,借助于幂级数函数的一级近似,推出了一类海-气相互作用系统的非线性扰动气候模式:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial T'_{\mathrm{a}}}{\partial t}=l_1T'_{\mathrm{a}}+l_2T'_{\mathrm{s}}+l_3T'^2_{\mathrm{s}},\\[2ex]\dfrac{\partial T'_{\mathrm{s}}}{\partial t}=l_4T'_{\mathrm{s}}+l_5T'_{\mathrm{a}}+l_6T'^2_{\mathrm{s}},\end{cases}\tag{2}$$

式中

$$T_{\mathrm{a}}=T_{\mathrm{a0}}+T'_{\mathrm{a}},\ T_{\mathrm{s}}=T_{\mathrm{s0}}+T'_{\mathrm{s}};$$
$$l_1=A_3,\ l_2=A_2+4A_4T_{\mathrm{s0}}^3,\ l_3=6A_4T_{\mathrm{s0}}^2,$$
$$l_4=B_2+4B_4T_{\mathrm{s0}}^3,\ l_5=B_3,\ l_6=6B_4T_{\mathrm{s0}}^2;$$

这里 T_{a0} 和 T_{s0} 为平衡态的特征量,T'_{a} 和 T'_{s} 为扰动量.借助于 Melnikov 函数,文献[20]推出了系统(2)出现分岔的参数方程,同时得到了系统(2)存在唯一的分岔点和唯一的极限环.

为了便于讨论,令 $u=T'_{\mathrm{s}}$,$v=T'_{\mathrm{a}}$,则式(2)转化为

$$\begin{cases}\dfrac{\partial v}{\partial t}=l_1v+l_2u+l_3u^2,\\[2ex]\dfrac{\partial u}{\partial t}=l_4u+l_5v+l_6u^2.\end{cases}\tag{3}$$

将式(3)中第一式乘 l_5、第二式乘 l_1 得到

$$\begin{cases}l_5\dfrac{\partial v}{\partial t}=l_1l_5v+l_2l_5u+l_3l_5u^2,\\[2ex]l_1\dfrac{\partial u}{\partial t}=l_1l_4u+l_1l_5v+l_1l_6u^2.\end{cases}\tag{4}$$

从式(4)中消去项 l_1l_5v,整理为

$$l_5 \frac{\partial v}{\partial t} = l_1 \frac{\partial u}{\partial t} + (l_2 l_5 - l_1 l_4) u + (l_3 l_5 - l_1 l_6) u^2. \tag{5}$$

对式(3)中第二式两边关于 t 求导,再将式(5)代入整理成

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (l_1 + l_4 + 2l_6 u) \frac{\partial u}{\partial t} + (l_2 l_5 - l_1 l_4) u + (l_3 l_5 - l_1 l_6) u^2, \tag{6}$$

简写为

$$u'' = (l_1 + l_4 + 2l_6 u) u' + (l_2 l_5 - l_1 l_4) u + (l_3 l_5 - l_1 l_6) u^2. \tag{7}$$

由式(7)以及海-气相互作用的复杂性和非线性,本文研究具有一般形式的非线性动力学系统:

$$u''(t) = f(u(t)) u'(t) + g(u(t)), \tag{8}$$

其中 $f, g \in C(\mathbf{R}, \mathbf{R})$.显然,式(8)为推广的海-气耦合气候系统非线性扰动模式,而式(7)是式(8)的特殊情形.

2 非线性系统(8)周期正解的存在性

现考虑方程(8)的 T- 周期正解存在性问题,T 为一正常数.

令

$$C_T = \{x \mid x \in C(\mathbf{R}, \mathbf{R}), x(t + T) \equiv x(t)\},$$

$$C_T^1 = \{x \mid x \in C^1(\mathbf{R}, \mathbf{R}), x(t + T) \equiv x(t)\},$$

显然, C_T 和 C_T^1 为 Banach 空间.

$\forall x \in C_T$, 定义 $\| x \|_\infty = \max_{t \in [0, T]} | x(t) |$,

$$\| x \|_r = \left(\int_0^T | x(t) |^r \mathrm{d}t \right)^{1/r}, \quad r \in (1, +\infty).$$

$\forall x \in C_T^1$, 定义 $\| x \|_{C_T^1} = \max_{t \in [0, T]} \{ \| x \|_\infty, \| x' \|_\infty \}$.

引理 1[21] 设 X, Y 是两个 Banach 空间, L: $D(L) \subset X \to Y$ 为指标为 0 的 Fredholm 算子, $\Omega \subset X$ 为有界开集,N:$X \to Y$ 为 $\overline{\Omega}$ 上 L- 紧的, 如果下列条件满足:

1) 对任意的 $\lambda \in (0,1)$,$x \in \partial\Omega \cap D(L)$,均有 $Lx \neq \lambda Nx$;

2) 对任意的 $x \in \ker L \cap \partial\Omega$,均有 $QNx \neq 0$;

3) $\deg\{JQN, \Omega \cap \ker L, 0\} \neq 0$,其中 J: $\operatorname{Im} Q \to \ker L$ 同构,

则方程 $Lx = Nx$ 在 $\overline{\Omega} \cap D(L)$ 上至少存在一个解(其中 $\overline{\Omega} = \partial\Omega \cup \Omega$, $\partial\Omega$ 为 Ω 的边界).

定理 1 若方程(8)满足下列条件:

[H1] $\exists D_1 > 0$,当 $0 < x < D_1$ 时,$g(x) < 0$;

[H2] $\exists D_2 > 0$,当 $x > D_2$ 时,$g(x) > 0$;

[H3] $F = \max_{t \in [0,T], D_1 < x < D_2} |f(x)|$, $G = \max_{t \in [0,T], D_1 < x < D_2} |g(x)|$,

则式(8)存在 T- 周期正解.

证明 分别定义算子

$$\begin{cases} L: D(L) \subset X = C_T^1 \to Y = C_T, \ Lu = u'', \\ N: X \to Y, \ [Nu](t) = f(u(t)) u'(t) + g(u(t)), \end{cases} \tag{9}$$

其中 $D(L) = C_T^2 = \{x \mid x \in C^2(\mathbf{R}, \mathbf{R}), x(t + T) \equiv x(t)\}$.

易见,方程(8)可转换成算子方程 $Lu = Nu$.此外,根据算子的定义,不难得出 L 的核空间和

像空间分别为

$$\ker L = R^n,\ \mathrm{Im}\, L = \left\{ u \in X, \int_0^T u(s)\,\mathrm{d}s = 0 \right\},$$

因此, L 是指标为 0 的 Fredholm 算子.

令投影算子 P,Q 分别为

$$P: X \to \ker L,\ Pv = v(0),$$

$$Q: X \to \mathrm{Im}\, Q,\ Qv = \frac{1}{T}\int_0^T v(s)\,\mathrm{d}s,$$

则

$$\ker L = \mathrm{Im}\, P, \ker Q = \mathrm{Im}\, L.$$

令 $K: \mathrm{Im}\, L \to D(L) \cap \ker P$ 表示 $L|_{D(L)\cap \ker P}: D(L) \cap \ker P \to \mathrm{Im}\, L$ 的唯一逆,则

$$[Ky](t) = \int_0^t y(s)\,\mathrm{d}s \in D(L). \tag{10}$$

由式(9)、(10)易证 N 在 $\overline{\Omega}$ 上是 L- 紧的,其中 Ω 为 X 中的任意有界开集.

设 $u(t)$ 为

$$u''(t) = \lambda f(u(t))u'(t) + \lambda g(u(t)) \tag{11}$$

的 T- 周期正解.由 $u(t)$ 的连续性,令 t_0, t_1 分别为 $u(t)$ 的最小值点、最大值点,则

$$u'(t_0) = u'(t_1) = 0,\ u''(t_0) \geqslant 0,\ u''(t_1) \leqslant 0.$$

将 t_0 代入式(11) 得 $u''(t_0) = \lambda g(u(t_0)) \geqslant 0$,即得 $g(u(t_0)) \geqslant 0$.

由条件[H1]得

$$u(t_0) \geqslant D_1. \tag{12}$$

再将 t_1 代入式(11) 得 $u''(t_1) = \lambda g(u(t_1)) \leqslant 0$,即得 $g(u(t_1)) \leqslant 0$.

由条件[H2]得

$$u(t_1) \leqslant D_2. \tag{13}$$

综合式(12)、(13)可得

$$D_1 \leqslant u(t_0) \leqslant u(t) \leqslant u(t_1) \leqslant D_2. \tag{14}$$

在式(11)两边同乘 $u(t)$,在$[0,T]$ 上积分得

$$\int_0^T u''(t)u(t)\,\mathrm{d}t = \lambda \int_0^T f(u(t))u'(t)u(t)\,\mathrm{d}t + \lambda \int_0^T g(u(t))u(t)\,\mathrm{d}t,$$

整理为

$$-\int_0^T [u'(t)]^2\mathrm{d}t = \lambda \int_0^T g(u(t))u(t)\,\mathrm{d}t.$$

由条件[H3]及式(14)得

$$\| u' \|_2 \leqslant D_2 GT. \tag{15}$$

又因 $u(t)$ 是式(11) 的 T- 周期解,则 $u(0) = u(T)$,由积分中值定理,$\exists t^* \in [0,T]$ 使得 $u(t^*) = 0$.于是,对 $\forall t \in [0,T]$, 有

$$u'(t) = u'(t^*) + \int_{t^*}^t u''(s)\,\mathrm{d}s.$$

由式(11)、条件[H3]及 Hölder 不等式,得

$$|u'(t)| = \left| u'(t^*) + \int_{t^*}^t u''(s)\,\mathrm{d}s \right| = \left| \int_{t^*}^t u''(s)\,\mathrm{d}s \right| =$$

$$\left|\lambda\int_{t^*}^{t}f(u(s))u'(s)\mathrm{d}s+\lambda\int_{t^*}^{t}g(u(s))\mathrm{d}s\right|\leqslant$$
$$\int_0^T|f(u(s))|\cdot|u'(s)|\mathrm{d}s+\int_0^T|g(u(s))|\mathrm{d}s\leqslant$$
$$F\int_0^T|u'(s)|\mathrm{d}s+T\cdot G\leqslant$$
$$F\sqrt{T}\cdot\|u'\|_2+T\cdot G\leqslant$$
$$F\sqrt{T}\cdot D_2G\cdot T+T\cdot G\triangleq M,$$

即得 $\|u'\|_\infty\leqslant M.$

作 $\Omega=\{u\in X\mid M_1<u(t)<M_2,|u'(t)|<M_3\}$，其中

$$0<M_1<D_1,\ M_2>D_2,\ M_3>M.$$

显然，引理 1 中的条件 1) 成立.

$$\forall u\in\ker L\cap\partial\Omega,\text{则 } u\equiv M_1 \text{ 或 } M_2.$$

当 $u\equiv M_1$ 时，根据条件[H1]，有

$$QNu=QN(M_1)=\frac{1}{T}\int_0^T g(M_1)\mathrm{d}t<0;$$

当 $u\equiv M_2$ 时，根据条件[H2]，有

$$QNu=QN(M_2)=\frac{1}{T}\int_0^T g(M_2)\mathrm{d}t>0.$$

即 $\forall u\in\ker L\cap\partial\Omega$，均有 $QNu\neq0$，从而引理 1 中的条件 2) 成立.

令 $h(u)=u-\frac{1}{2}(M_1+M_2)$，

则 $h(M_1)<0$，$h(M_2)>0$.再令 $J:\operatorname{Im}Q\to\ker L$，$Ju=u$，作同伦

$$H(u,\xi)=\xi h(u)+(1-\xi)JQNu,\qquad \xi\in[0,1].$$

并且，当 $(u,\xi)\in(\partial\Omega\cap\ker L)\times[0,1]$ 时，有 $u=M_1$ 或 M_2.

当 $u=M_1$ 时，

$$H(u,\xi)=H(M_1,\xi)=\xi h(M_1)+(1-\xi)QN(M_1)<0;$$

当 $u=M_2$ 时，

$$H(u,\xi)=H(M_2,\xi)=\xi h(M_2)+(1-\xi)QN(M_2)>0.$$

即 $\forall(u,\xi)\in(\partial\Omega\cap\ker L)\times[0,1]$，$H(u,\xi)\neq0$.

所以有

$$\deg(JQN,\Omega\cap\ker L,0)=\deg(H(\cdot,0),\Omega\cap\ker L,0)=$$
$$\deg(H(\cdot,1),\Omega\cap\ker L,0)=\deg(h,\Omega\cap\ker L,0)=\sum_{u\in h^{-1}(0)}\operatorname{sgn}h'(u)=1.$$

从而引理 1 中的条件 3) 成立.因此，由引理 1，式(8)存在 T- 周期正解.

3 模式(7)周期正解的存在性

由于模式(7)是模式(8)的特殊情形，因此借助定理 1 研究模式(7)周期正解的存在性.令

$$g(u)=Bu+Au^2=A\left(u+\frac{B}{2A}\right)^2-\frac{B^2}{4A},$$

其中

$$A = l_3 l_5 - l_1 l_6 = 6T_{s0}^2(A_4B_3 - B_4A_3),$$
$$B = l_2 l_5 - l_1 l_4 = (B_3A_2 - A_3B_2) + 4T_{s0}^3(A_4B_3 - B_4A_3).$$

根据文献[19-20],当平衡态的特征量 $T_{s0} < 0$ 时,经过简单的计算可得到

$$A_4B_3 - B_4A_3 > 0,\ B_3A_2 - A_3B_2 = 0.$$

从而有

$$A = 6T_{s0}^2(A_4B_3 - B_4A_3) > 0,\ B = 4T_{s0}^3(A_4B_3 - B_4A_3) < 0.$$

再由 $g(u)$ 的表达式, 不难看出, 当 $0 < u < -B/A$ 时, $g(u) < 0$; 而当 $u > -B/A$ 时, $g(u) > 0$. 现取 $D_1 = -B/(2A)$, $D_2 = -2B/A$, 从而,模式(7)满足定理 1 中的条件[H1]和[H2].又 $f(u) = l_1 + l_4 + 2l_6u$,显然,当 $t \in [0,T]$ 时,$D_1 < x < D_2$, $|f(x)|$和$|g(x)|$有最大值,即定理 1 中的条件[H3]也成立.于是,模式(7)存在 T- 周期正解.

4 结论

1) 大气物理全球气候是一个复杂的自然现象,因此研究海-气耦合气候系统的主要规律一般需要建立问题的动力学模型.本文从一个海-气相互作用方程组出发,推广了一个具有一般形式的海-气耦合气候系统非线性扰动模型(8),显然方程(8)是方程(7)的推广.由于方程(8)难以求解,本文运用拓扑度中的重合度理论,从数学上严格证明了一定条件下该模式存在周期正解的结果,然后将其应用到方程(7),得到方程(7)也存在周期正解.在本文所得结果的基础上,还可以进一步探讨该模式同宿轨等其他动力学行为的存在性问题.

2) 海洋和大气是地球系统中两个最具气候影响力且最为活跃的圈层,它们作为地球流体力学的研究主体,除了自身的变化和运动,相互之间的作用也给全球带来了复杂的气候过程,影响着人们赖以生存的空间环境.世界气候研究计划(WCRP)明确指出,只有充分了解全球大气和海洋的耦合动力学的基础,才有可能解决未来几年到几十年的气候变化预测问题.本文关于海-气耦合气候系统非线性扰动模式的研究,对认识气候变化的主要现象、理解其内在动力学本质具有潜在的气候应用价值,同时所得结果为海洋和大气科学的研究者进一步评价、预测气候的变化提供了重要的理论依据.

参考文献(References):

[1] CHAO Ji-ping, YUAN Shao-yu, CHAO Qing-chen, et al. A date analysis study on the evolution of the El Niño/La Niña cycle[J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 2002, **19**(5): 837-844.

[2] Teng H, Wang B. Interannual variations of the boreal summer intraseasonal oscillation in the Asian-Pacific region[J]. *Journal of Climate*, 2003, **16**: 3571-3584.

[3] Lin A, Li T. Energy spectrum characteristics of boreal summer intraseasonal oscillations: climatology and variations during the ENSO developing and decaying phases[J]. *Journal of Climate*, 2008, **21**: 6304-6320.

[4] Yang B, Wang Y, Wang B. The effect of internally generated inner-core asymmetries on tropical cyclone potential intensity[J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 2007, **64**: 1165-1188.

[5] Zhuo G, Zeng Q. Predictions of ENSO with a coupled atmosphere-ocean general circulation model[J]. *Advances in Atmosphere Sciences*, 2001, **18**(4): 587-603.

[6] Luo J, Masson S, Behera S, et al. Extended ENSO predictions using a fully coupled ocean-atmosphere model[J]. *Journal of Climate*, 2008, **21**: 84-93.

[7] Yu J, Liu W T, Mechoso C R. An SST anomaly dipole in the northern subtropical Pacific and its relationships with ENSO[J]. *Geophysical Research Letters*, 2000, **27**(13): 1931-1934.

[8] Zhou T, Yu R, Li Z. ENSO-dependent and ENSO-independent variability over the mid-latitude North Pacific: observation and air-sea coupled model simulation[J]. *Advances in Atmosphere Sciences*, 2002, **19**(6): 1127-1147.

[9] 王雯, 徐燕, 鲁世平. 厄尔尼诺-南方涛动时滞海气振子耦合模型的周期解[J]. 物理学报, 2011, **60**(3): 030205.(WANG Wen, XU Yan, LU Shi-ping. The periodic solutions of a delayed sea-air oscillator coupling model for the ENSO[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(3): 030205.(in Chinese))

[10] LU Shi-ping, ZHENG Liang, CHEN Li-juan. Homoclinic solutions for a class of second order neutral function differential systems[J]. *Acta Mathematica Scientia*, 2013, **33B**(5): 1361-1374.

[11] LIN Wan-tao, LIN Yi-hua, MO Jia-qi. Asymptotic solving method for a sea-air oscillator model of atmospheric physics[J]. *Chinese Physics B*, 2012, **21**(1): 010204.

[12] MO Jia-qi, LIN Wan-tao, LIN Yi-hua. Asymptotic solution for the El Niño time delay sea-air oscillator model[J]. *Chinese Physics B*, 2011, **20**(7): 070205.

[13] 林万涛, 林一骅, 石兰芳, 等. 一类厄尔尼诺-南方涛动耦合振子动力学模型的震荡近似解[J]. 物理学报, 2013, **62**(14): 140202.(LIN Wao-tao, LIN Yi-hua, SHI Lan-fang, et al. Vibrating approximate solution for a class of El Nino-southern coupled oscillation dynamic model[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(14): 140202.(in Chinese))

[14] Möller J D, Shapiro L J. Influences of asymmetric heating on hurricane evolution in the MM5[J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 2005, **62**: 3974-3992.

[15] Hong C, Li T. The extreme cold anomaly over southeast Asia in February 2008: Roles of ISO and ENSO[J]. *Journal of Climate*, 2009, **22**: 3786-3801.

[16] Zhang R, Zebiak S E. An embedding method for improving interannual variability simulations in a hybrid coupled model of the tropical Pacific Ocean-atmosphere system[J]. *Journal of Climate*, 2004, **17**: 2794-2812.

[17] 陈丽娟, 鲁世平. 零维气候系统非线性模式的周期解问题[J]. 物理学报, 2013, **62**(20): 200201.(CHEN Li-juan, LU Shi-ping. The problem of periodic solution of nonlinear model in zero-dimensional climate system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(20): 200201.(in Chinese))

[18] 陈丽娟, 鲁世平, 徐晶. 海气耦合随机-动力气候模式的周期解问题[J]. 应用数学和力学, 2015, **36**(10): 1085-1094. (CHEN Li-juan, LU Shi-ping, XU Jing. The periodic solution of stochastic-dynamic climate model with sea-air interaction[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **36**(10): 1085-1094.(in Chinese))

[19] 林振山. 海-气相互作用系统可能性态的研究[J]. 大气科学, 1991, **15**(4): 43-51.(LIN Zhen-shan. Studying of the behaviours and states of the sea-atmosphere climatic system[J]. *Scientia Atmospherica Sinica*, 1991, **15**(4): 43-51.(in Chinese))

[20] 林振山. 气候建模·诊断和预测的研究[M]. 北京: 气象出版社, 1996.(LIN Zhen-shan. *Climate Modeling: A Study of Diagnosis and Prediction*[M]. Beijing: China Meteorological Press, 1996.(in Chinese))

[21] Gaines R E, Mawhin J L. *Coincidence Degree and Nonlinear Differential Equations*[M]. Berlin: Springer, 1977.

Positive Periodic Solutions to the Nonlinear Disturbed Model for Sea-Air Coupling Climate Systems

CHEN Li-juan, LU Shi-ping, XU Jing

(*School of Mathematics and Statistics*, *Nanjing University of Information Science and Technology*, *Nanjing* 210044, *P.R.China*)

Abstract: The focus was given on the tropical large-scale ocean-atmosphere interaction associated with ENSO, which was considered as one of the most important mechanisms for the global inter-annual climate variability. From a group of sea-air coupling equations, a nonlinear disturbed model was built for sea-air coupling climate systems. Based on the continuation theorem of Mawhin's coincidence degree, the existence of positive periodic solutions to a class of nonlinear problems was discussed. A strict proof of the existence of positive periodic solutions to the model was obtained, and the potential application value of the result was expected. The study of air-sea interaction, which helps to understand the process of climate variability, provides a theoretical basis for climate simulation and prediction.

Key words: sea-air coupling; nonlinear; positive periodic solution

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11271197)

引用本文/Cite this paper:

陈丽娟, 鲁世平, 徐晶. 海-气耦合气候系统非线性扰动模式的周期正解[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(4): 469-476.

CHEN Li-juan, LU Shi-ping, XU Jing. Positive periodic solutions to the nonlinear disturbed model for sea-air coupling climate systems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(4): 469-476.