

海底管道分布浮力式侧向屈曲控制的多目标优化设计*

战立超, 李 刚

(工业装备结构分析国家重点实验室(大连理工大学); 大连理工大学 工程力学系, 辽宁 大连 116024)

(本刊编委张亚辉推荐)

摘要: 基于弹性解析模型,提出了大尺度海底管道系统分布浮力式侧向屈曲控制的多目标优化设计策略,以满足管道系统侧向屈曲控制的不同性能要求.采用快速非支配排序遗传算法(NSGA-II算法),对某分布浮力式海底管道浮力模块的设计参数及布置位置进行了优化设计,使侧向屈曲的位移和轴力控制达到最佳.算例结果表明,浮力模块的数量并不能对管道侧向屈曲的控制效果产生绝对的影响,通过多目标优化设计方法得到的 Pareto 最优集,可以为设计人员在海底管道侧向屈曲控制设计中兼顾多个性能需求以及选择更理性的设计方案提供参考.

关键词: 海底管道; 侧向屈曲控制; 分布浮力式; 多目标优化设计

中图分类号: P751 **文献标志码:** A

doi: 10.21656/1000-0887.370153

引 言

随着输送距离以及铺设水深的增加,海底油气输送管道的工作压力以及温度不断提高,尤其深海油气输送管道的工作压力已达到 70~100 MPa,温度高达 120~180 °C.高温高压引发的管道轴向膨胀,很难通过轴向伸长释放,势必在管道内形成较大的轴向载荷.当轴向载荷达到管道的临界屈曲力,管道就会发生整体屈曲.深海油气输送管道由于挖沟埋管成本较高,一般采用直接铺设在海床上的裸铺方式.管道的侧向屈曲可以改变管道的内力状态,使管道的有效轴力得到明显的下降.SAFEBUCK JIP 指出,相对于抑制侧向屈曲的发生,利用并合理控制侧向屈曲是一种明智并且经济地解决海底管道轴向膨胀的方案^[1].分布浮力式激发方式就是一种具有广阔应用前景的海底管道横向屈曲控制技术.

由于海底管道长度尺度大,数值模拟成本相对较高,尤其是优化分析中,快速高效的解析分析方法在初始设计阶段确定设计参数具有重要意义.Hobbs^[2-3]推导了平坦海床上无初始缺陷的直管道竖向屈曲及侧向屈曲的弹性解析解,阐释了无初始缺陷的直管道热屈曲的基本机理,被后续研究管道热屈曲问题的学者普遍认可和广泛采用.Ju 和 Kyriakides^[4]对有残余应力和无残余应力两种情况下,含有点支和连续两种竖向缺陷的海底埋设管道竖向热屈曲问题进

* 收稿日期: 2016-05-18; 修订日期: 2016-06-27

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2014CB046803)

作者简介: 战立超(1985—),男,博士生(E-mail: zhanlch@163.com);

李刚(1966—),男,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: ligang@dlut.edu.cn).

行了推导,讨论了初始缺陷类型及幅值对管道竖向热屈曲的影响。Antunes 等^[5]建立了海底管道侧向屈曲分布浮力式激发方式的解析方程与边界条件,然而并没有给出方程的解答。赵天奉、段梦兰等^[6-7]对双层海底管道在高温高压下的整体屈曲行为进行了理论与实验研究。Li 等^[8]选取了浮力模块的无量纲参数作为设计变量,推导了适用于整个设计域的海底管道侧向屈曲分布浮力式激发方式的详细解析解答。

对于铺设尺度比较长的海底油气输送管道系统,沿管道长度会发生多个屈曲,改变其后管道的内力状态,从而使各个屈曲之间产生耦合作用。在分布浮力式激发方式控制海底管道侧向屈曲的设计中,关键问题是如何确定浮力模块的设计参数以及安装位置以达到最优的控制效果。传统的设计方法很难找到最优控制效果的设计方案,随着优化算法的日益成熟以及计算机硬件的飞速发展,工程结构优化设计已经日益成熟,并且已经成功应用在船舶与海洋工程领域^[9-11]。本文基于 Li 等^[8]推导的解析解答,应用 NSGA-II 优化算法,对海底管道侧向屈曲分布浮力式激发方式进行了多目标优化设计。

1 分布浮力式海底管道侧向屈曲控制

直接铺设在平坦海床上的深海油气输送管道在高温高压作用下会产生轴向膨胀,当管道中轴向载荷 P_0 达到管道的临界侧向屈曲力 P_{cr} , 管道即会发生侧向屈曲。对于铺设长度较长的海底管道系统,沿管道铺设路径会发生多个侧向屈曲,造成管道系统有效轴力分布在不同的侧向屈曲之间,如图 1 所示。

一方面,海底管道的侧向屈曲行为能够使管道中的有效轴力得到显著地降低;另一方面,不加控制的侧向屈曲行为很有可能导致管道局部发生屈曲破坏或者疲劳破坏。为了保证管道运行的性能与安全,必须对管道发生侧向屈曲的位置以及侧向屈曲的后屈曲行为加以有效控制。对此,DNV 规范^[12]对管道在整体屈曲下的完整性作了相关要求。

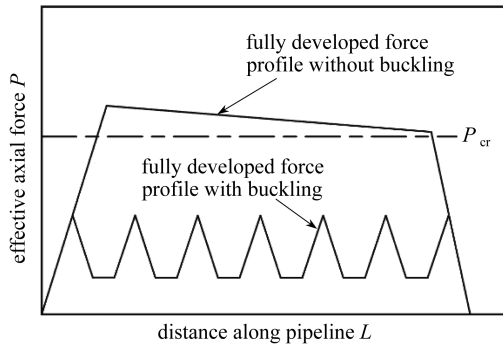


图 1 海底管道侧向屈曲有效轴力示意图

Fig. 1 The effective axial forces of the subsea pipeline with or without lateral buckling

分布浮力式海底管道侧向屈曲控制方式即是在沿管道长度的特定位置布置分布浮力模块,降低该位置的浮重,减小海床对管道的侧向抗力,达到在该位置激发侧向屈曲的目的。分布浮力模块装置作为最值得信赖的侧向屈曲诱发装置之一,已经取得了实际工程上的应用。基于对称性,取分布浮力式海底管道三阶模式侧向屈曲构型,如图 2 所示。 $0 \leq x \leq L_B$ 区段为浮力模块装置段, $0 \leq x \leq L_1$ 区段为正向弯曲屈曲段, $L_1 \leq x \leq L_2$ 区段为反向弯曲屈曲段, $L_2 \leq x \leq L_0$ 区段为轴向滑移段, $x = L_0$ 处为虚拟锚固点, $L_B \leq x \leq L_0$ 区段管道浮重为 W_s ,浮力模块段管道浮重为 γW_s ,其中 $0 < \gamma \leq 1$ 。浮力模块段长度与屈曲段管道长度比为 β ,即 $\beta = L_B/L_1$ 。考虑工

程实际,浮力模块装置布置长度小于管道屈曲长度,可得 $0 \leq \beta \leq 1$. 并且仅考虑浮力模块装置对管道浮重的降低效应,忽略其对管道刚度的贡献.

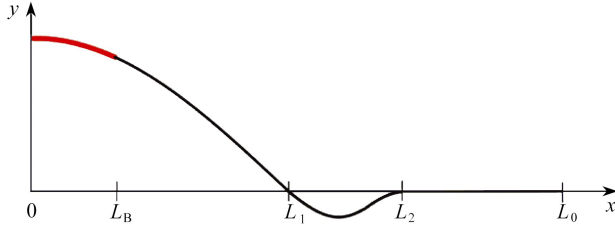


图2 分布浮力式海底管道侧向屈曲三阶模态

Fig. 2 The lateral buckling of the subsea pipeline with distributed buoyancy sections for mode 3

分布浮力式海底管道侧向屈曲方程以及力学特性为^[8]

$$P_0 = P + k_3 \mu_A W_s L \left[-1 + \sqrt{1 + k_2 \frac{EAL^5 (\mu_L W_s)^2}{\mu_A W_s (EI)^2}} \right], \quad (1)$$

$$P = k_1 \frac{EI}{L^2}, \quad (2)$$

$$v_{\max} = k_4 L^4 \frac{\mu_L W_s}{EI}, \quad (3)$$

$$M_{\max} = -k_5 L^2 \mu_L W_s, \quad (4)$$

其中, P_0 是管道有效轴力, P 是屈曲段有效轴力, L 是屈曲长度, W_s 是管道浮重, μ_A 是轴向摩擦因数, μ_L 是侧向摩擦因数, E 是弹性模量, I 是管道截面惯性矩. 系数 $k_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 由管道浮力模块段与屈曲段长度比 β 以及浮重比 γ 确定, 当 $\beta = 0$ 或 $\gamma = 1$ 时, 上述方程与公式适用于理想直管道侧向屈曲行为.

2 海底管道侧向屈曲多目标优化问题模型

采用分布浮力式海底管道侧向屈曲控制方式, 控制大尺度的海底管道系统的侧向屈曲行为, 需沿管道长度布置多个浮力模块装置. 为了达到最优的控制效果, 分布浮力模块的参数以及安装位置必须进行合理设计. 管道发生侧向屈曲后的最大侧向位移是影响管道性能与安全的重要指标. 同时, 分布浮力模块的安装目的是为了使管道中的有效轴向载荷得到有效的降低. 因此本文取管道系统所有侧向屈曲的侧向位移最大值 v_{\max} 以及管道发生侧向屈曲后管道中最大有效轴向载荷 P_{\max} 的最小化为优化目标, 采用 NSGA-II 优化算法, 对一段长度为 20 km 的海底管道侧向屈曲行为进行多目标优化控制.

NSGA-II 优化算法是由 Deb 等在其所提出的第一代 NSGA 优化算法基础上提出的. 通过引入快速非支配排序、精英策略以及拥挤距离评价使得 NSGA-II 在种群多样性、计算复杂度、运算速度和鲁棒性方面相比于 NSGA 算法更加优越^[13-14].

分布浮力模块与屈曲段的长度比 β 以及浮重比 γ 直接影响管道侧向屈曲后的力学行为. 并且有效轴向载荷沿管道长度的分布不同, 相同设计参数的浮力模块在不同的管道位置所诱发的侧向屈曲行为(轴力下降值、弯矩、屈曲长度等)也不相同. 侧向屈曲发生又会引起其所在位置之后管道的有效轴向载荷发生变化, 所以分布浮力模块的位置也会影响管道整体的有效轴向载荷分布, 不同位置布置的分布浮力模块之间会产生耦合作用. 本文取每个浮力模块的设

计参数 β 与 γ 均相同.以浮力模块段与屈曲段长度比 β 以及浮重比 γ 以及布置位置 $\bar{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 作为优化设计变量.

设置浮力模块是为了减小管道的浮重,进而降低其所在位置管道侧向屈曲的临界屈曲载荷,诱发侧向屈曲的发生.考虑工程实际应用,本文取分布浮力模块与屈曲段的长度比为 $0.5 \leq \beta \leq 1$,浮重比为 $0.1 \leq \gamma \leq 0.5$.采用分布浮力装置控制管道的侧向屈曲行为,必须保证安装的浮力模块能够成功地激发管道侧向屈曲.因此需要满足布置第 i 个浮力模块位置的管道有效轴力 P_{0i} 达到其侧向屈曲的临界屈曲力 P_{cri} ,而且使所有侧向屈曲都发生在预定位置,即未安装浮力模块的管道有效轴力 P_0 小于其临界屈曲力 P_{cr} .管道运营中常见前四阶屈曲模态,应用式(1)可计算得到理想直管道前四阶侧向屈曲的临界屈曲力中最小临界屈曲力.同时为了保证管道在发生侧向屈曲后的性能与安全,本文采用 DNV 规范^[12]中整体的侧向屈曲设计弯矩 M_{sd} 、设计有效轴力 S_{sd} 、内压 p_i 以及外压 p_e 还须满足管道的完整性要求.本文算例中(见表1)管道内压力大于外压力,按 DNV 规范应满足下式:

$$\left\{ \gamma_m \cdot \gamma_{sc} \cdot \frac{|M_{sd}|}{\alpha_c \cdot M_p(t_2)} + \left\{ \frac{\gamma_m \cdot \gamma_{sc} \cdot S_{sd}(p_i)}{\alpha_c \cdot S_p(t_2)} \right\}^2 \right\}^2 + \left(\alpha_p \cdot \frac{p_i - p_e}{\alpha_c \cdot p_b(t_2)} \right)^2 \leq 1, \quad (5)$$

其中, γ_m, γ_{sc} 是局部约束系数, M_{sd}, S_{sd} 是设计弯矩与设计有效轴力, p_i 是内压, p_e 是外压, p_b 是管道破裂压力, M_p, S_p 为表征管道塑性能力的参数, α_c 是流动应力系数, α_p 是径厚比影响系数, t_2 是管道壁厚.

综上,构建以下优化模型:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{find } \beta, \gamma, \bar{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \\ \text{min } \max(v_{\max}), P_{\max} \\ \text{s.t. } 0.1 \leq \gamma \leq 0.5, \\ 0.5 \leq \beta \leq 1, \\ P_{cri} \leq P_{0i}, \\ P_0 \leq P_{cr}, \\ \left\{ \gamma_m \cdot \gamma_{sc} \cdot \frac{|M_{sd}|}{\alpha_c \cdot M_p(t_2)} + \left\{ \frac{\gamma_m \cdot \gamma_{sc} \cdot S_{sd}(p_i)}{\alpha_c \cdot S_p(t_2)} \right\}^2 \right\}^2 + \\ \left(\alpha_p \cdot \frac{p_i - p_e}{\alpha_c \cdot p_b(t_2)} \right)^2 \leq 1. \end{array} \right.$$

3 优化算例

本文基于 MATLAB 平台编写分布浮力式海底管道侧向屈曲分析程序,通过 Isight 工程优化软件平台集成,对海底管道侧向屈曲分布浮力式控制进行多目标优化设计.算例考虑直接铺设在海床上两端自由的理想长直管道,管道结构和载荷参数见表1^[15].

3.1 不加控制海底管道侧向屈曲

通过式(1)可求得理想长直管道侧向屈曲临界屈曲力为 2 880 kN,在高温高压的作用下发生侧向屈曲后管道的有效轴力如图 3 所示.由于管道结构与载荷特性沿管道是均匀的,各个屈曲段的屈曲特性相同.虽然屈曲位移幅值仅为 1.9 m,但管道侧向屈曲后有效轴力下降较多,下降到 1 880 kN,导致相邻两个屈曲之间长度仅为 0.856 km.20 km 长度的管道,共发生 19 个侧向屈曲,显然,管道的平直度受到严重的影响,并且管道有效轴力最大值下降到 2 380 kN,有

必要对管道的侧向屈曲行为加以控制。

表 1 管道结构和载荷参数

Table 1 Structural and loading parameters of the pipeline

parameter	value	unit
length L	20	km
outside diameter D_o	609.6	mm
wall thickness t_2	20.6	mm
Young's modulus E	207	GPa
Poisson's ratio ν	0.3	-
pipeline submerged weight W_s	3 303.52	kN/m
design temperature T_d	50	°C
internal pressure p_i	15	MPa
water depth h	1 200	m
water density ρ	1 030	kg/m ³
thermal coefficient α	0.000 011 7	°C ⁻¹
axial friction factor μ_A	0.4	-
lateral friction factor μ_L	0.5	-

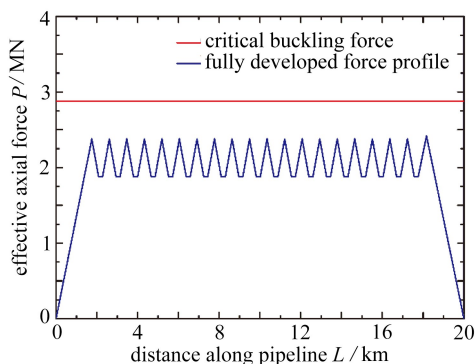


图 3 理想管道完全发展轴力图

Fig. 3 The fully developed force profile of the ideal pipeline

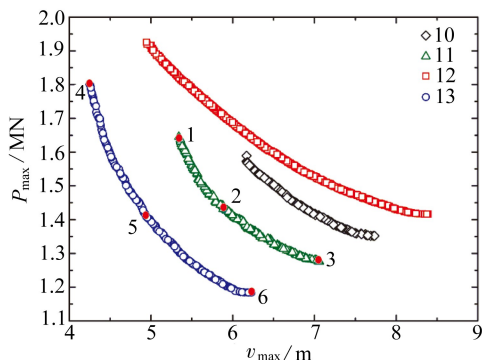


图 4 Pareto 最优解分布图

Fig. 4 The set of Pareto-optimal solutions

3.2 分布浮力式海底管道侧向屈曲控制多目标优化设计

针对分布浮力式侧向屈曲控制方式,分别对浮力模块个数为 10, 11, 12, 13 这 4 种控制方案的设计参数以及布置位置进行多目标优化设计,优化结果如图 4 所示。可以看到,最大侧向屈曲位移与管道最大有效轴向载荷是两个冲突的性能指标,在实际设计中,应适当权衡以上两个性能指标,从而提高对管道侧向屈曲的整体性能控制。

Pareto 最优集可以为设计人员提供多种可行的设计方案,本文列举了 6 组可行的设计方案,如图 4 所示,具体相关设计变量和相应的性能指标见表 2。相比浮力模块个数为 13 的控制方案,浮力模块个数为 11 的控制方案虽然在性能上稍差,但是较少的浮力模块意味着较低的成本,设计人员可以权衡选取。同时,1, 4 号设计方案相对倾向于侧向位移更小的性能需求,3, 6 号设计方案更倾向于轴力更低的性能需求。而 2, 5 号则在轴力和位移两个性能需求之间相对平衡。

从优化结果可以看出,并不是分布浮力模块个数越多管道的侧向屈曲性能越好,4 种控制方案中,浮力模块个数为 12 的反而是控制效果最差的。原因在于分布浮力式海底管道侧向屈

曲行为受浮力模块与屈曲段的长度比 β 、浮重比 γ 以及浮力模块布置位置的管道轴向载荷共同影响,分别在浮力模块个数为11和12两种控制方案的 Pareto 锋面上取 β 以及 γ 值相同的两个设计($\beta = 0.8, \gamma = 0.1$),有效轴力分布图如图5所示.虽然分布浮力模块之间的间距减小,使侧向屈曲发生在较低的有效轴力作用下,但是侧向屈曲发生后轴力的下降幅度也较小,最终导致浮力模块个数为12的控制方案在后3个侧向屈曲上产生了比浮力模块个数为11的控制方案更大的轴力.由此可以看出,在兼顾其他力学特性的前提下,浮力模块个数的增加并不能绝对地降低有效轴力.

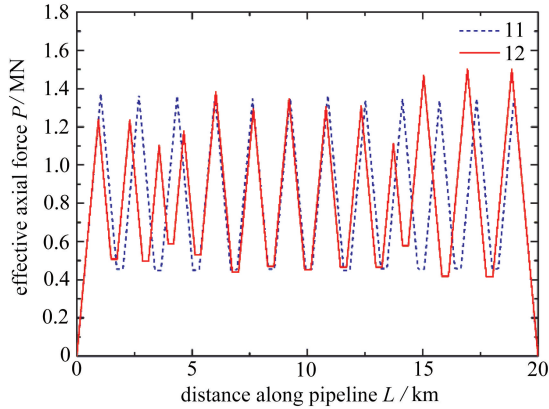


图5 管道有效轴力

Fig. 5 The effective axial force profiles of the pipeline

表2 优化性能指标与相关设计变量

Table 2 Values of the performance indices and their associated design variables for optimization

project	β	γ	v_{\max} / m	P_{\max} / MN
1	0.54	0.10	5.34	1.645
2	0.77	0.10	6.00	1.41
3	0.97	0.10	7.06	1.28
4	0.50	0.33	4.25	1.8
5	0.73	0.10	5.08	1.37
6	0.97	0.10	6.23	1.18

project	position of the buoyancy section												
1	1.95	3.55	5.18	6.81	8.44	10.07	11.69	13.30	14.88	16.40	18.00		
2	1.91	3.53	5.17	6.80	8.44	10.06	11.69	13.31	14.92	16.52	18.12		
3	1.81	3.50	5.17	6.81	8.43	10.07	11.70	13.28	14.88	16.53	18.19		
4	1.96	3.16	4.45	5.75	7.06	8.34	9.69	11.05	12.43	13.84	15.25	16.65	18.00
5	1.74	3.16	4.55	5.88	7.00	8.21	9.62	11.05	12.47	13.88	15.31	16.75	18.22
6	1.64	3.11	4.47	5.66	7.08	8.24	9.65	11.02	12.47	13.88	15.34	16.84	18.35

4 结 论

本文采用多目标优化设计方法,对海底管道系统侧向屈曲分布浮力式控制方式中浮力模块的布置方案以及设计参数进行了多目标优化设计,得到了性能指标的 Pareto 最优集,为设计者的决策提供了支持.对于各个屈曲段相互耦合作用的管道系统,有必要采用优化设计方法,以找到对管道侧向屈曲控制效果最优的设计方案.

优化结果表明,侧向位移与管道有效轴力是两个互相矛盾的性能需求,在设计中应该兼顾考虑.增加分布浮力模块的个数并不能绝对地提高管道侧向屈曲的力学性能,甚至可能起到相反作用.

参考文献(References):

- [1] Bruton D A S, Carr M. Overview of the SAFEBUCK JIP[C]//*Proceedings of Offshore Technology Conference 2011*. Houston, Texas, USA, 2011: OTC21671.
- [2] Hobbs R E. Pipeline buckling caused by axial loads[J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 1981, **1**(2): 2-10.
- [3] Hobbs R E. In-service buckling of heated pipelines[J]. *Journal of Transportation Engineering*, 1984, **110**(2): 175-189.
- [4] Ju G T, Kyriakides S. Thermal buckling of offshore pipelines[J]. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 1988, **110**(4): 355-364.
- [5] Antunes B R, Solano R F, Vaz M A. Analytical formulation of distributed buoyancy sections to control lateral buckling of subsea pipelines[C]//*Proceedings of the ASME 2010 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*. Shanghai, China, 2010: OMAE2010-20676.
- [6] 赵天奉, 段梦兰, 潘晓东. 刚性连接双层海底管道高温侧向屈曲分析方法研究[J]. 海洋工程, 2008, **26**(3): 65-69.(ZHAO Tian-feng, DUAN Meng-lan, PAN Xiao-dong. An approach of lateral buckling analysis of HT non-compliant PIP system[J]. *The Ocean Engineering*, 2008, **26**(3): 65-69.(in Chinese))
- [7] 车小玉, 段梦兰, 曾霞光. 双层管道整体屈曲实验研究及数值模拟[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(2): 188-201.(CHE Xiao-yu, DUAN Meng-lan, ZENG Xia-guang. Experimental study and numerical simulation of global buckling of pipe-in-pipe systems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(2): 188-201.(in Chinese))
- [8] LI Gang, ZHAN Li-chao, LI Hao. An analytical solution to lateral buckling control of subsea pipelines by distributed buoyancy sections[J]. *Thin-Walled Structures*, 2016, **107**: 221-230.
- [9] 杨德庆, 冯爱景, 高处. 面积约束下船舶舱室声学布局优化设计的理性准则法[J]. 上海交通大学学报, 2015, **49**(4): 494-498.(YANG De-qing, FENG Ai-jing, GAO Chu. Rational criterion approach for ship cabin acoustic layout optimization design under area constraints[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2015, **49**(4): 494-498.(in Chinese))
- [10] 杨德庆, 马涛, 陈卫, 林新志. 船舶管线隔振支座布局优化设计的规范法[J]. 中国造船, 2012, **53**(1): 62-78.(YANG De-qing, MA Tao, CHEN Wei, LIN Xin-zhi. Optimal allocations of seismic restraints in pipeline system in ships by code method[J]. *Shipbuilding of China*, 2012, **53**(1): 62-78.(in Chinese))
- [11] 郑长良, 姚征. 工程机械中的机构-结构一体化优化设计[J]. 计算力学学报, 2012, **29**(1): 81-85.(ZHENG Chang-liang, YAO Zheng. Mechanism-structure integrative optimal design on construction machinery[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2012, **29**(1): 81-85.(in Chinese))
- [12] Det Norske Veritas. DNV-OS-F101: submarine pipeline systems[S]. Norway: Det Norske Veritas, 2007.
- [13] Deb K, Agrawal S, Pratap A, Meyarivan T. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II [J]. *Evolutionary Computation*, 2002, **6**

- (2): 182-197.
- [14] 侯文彬, 侯大军, 徐金亭, 张伟. 基于车身装配结构优化的改进图分解算法[J]. 应用数学和力学, 2015, **36**(5): 515-522. (HOU Wen-bin, HOU Da-jun, XU Jin-ting, ZHANG Wei. A modified graph-partitioning algorithm for vehicle body assembly structure optimization[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **36**(5): 515-522. (in Chinese))
- [15] 李刚, 战立超, 孟增. 基于分布浮力式的海底管道侧向屈曲控制优化[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2016. doi: 10.11784/tdxbz201603005. (LI Gang, ZHAN Li-chao, MENG Zeng. Optimal design for the lateral buckling control by distributed buoyancy sections of the subsea pipeline[J]. *Journal of Tianjin University(Science and Technology)*, 2016. doi: 10.11784/tdxbz201603005. (in Chinese))

Multi-Objective Optimization Design for Lateral Buckling Control of Subsea Pipelines by Distributed Buoyancy Sections

ZHAN Li-chao, LI Gang

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment
(Dalian University of Technology); Department of Engineering Mechanics,
Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, P.R.China)

(Recommended by ZHANG Ya-hui, M. AMM Editorial Board)

Abstract: In order to meet different performance requirements, a multi-objective optimization strategy was presented for the lateral buckling control of large-scale subsea pipeline systems based on the analytical model. The multi-objective optimization was performed with the NSGA-II algorithm to improve the lateral buckling control effects on the subsea pipeline through optimization of the layout scheme and design parameters of the distributed buoyancy sections. The optimization results show that the amount of the distributed buoyancy sections does not have absolute influence on the lateral buckling performance, and the Pareto-optimal set obtained from the multi-optimization provides helpful reference for designers to consider multiple performance requirements and choose more rational schemes.

Key words: subsea pipeline; lateral buckling control; distributed buoyancy section; multi-objective optimization

Foundation item: The National Basic Research Program of China (973 Program) (2014CB046803)

引用本文/Cite this paper:

战立超, 李刚. 海底管道分布浮力式侧向屈曲控制的多目标优化设计[J]. 应用数学和力学, 2016, **37**(9): 945-952.

ZHAN Li-chao, LI Gang. Multi-objective optimization design for lateral buckling control of subsea pipelines by distributed buoyancy sections[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, **37**(9): 945-952.