

数学机械化与数学道理化^{*}

张鸿庆, 梅建琴

(大连理工大学 数学科学学院, 辽宁 大连 116024)

(本刊编委张鸿庆来稿)

摘要: 以中国传统文化为底蕴、机械化和道理化为特色的中国传统数学,曾经取得光辉的成就.将这些思想用于计算机科学、孤子理论和量子场论,不仅可以系统地产生已有结果,还可以开辟新的研究方向,取得重大突破.

关键词: 数学机械化; 数学道理化; 计算机科学; 孤子理论; 量子场论

中图分类号: O119 **文献标志码:** A

doi: 10.21656/1000-0887.370115

引言

中华数学源远流长,东汉《九章算术》,魏晋刘徽《九章算术注》,宋元之间李冶“立天元一”,朱世杰创“四元术”,以解决实际问题为主旨,以构造性机械化为特色,几何代数化、代数运算系统化,开解析几何之先河.物无妄然,必由其理,理一分殊,月映万川,数以载道,道行天下.言数者必先明理,数与道非二本也,数学道理化是中国传统数学的又一特色.

本文将论述中国传统数学的这两个特色.

1 数学机械化

吴文俊先生指出数学有两条发展路线,“一条是从希腊 Euclid(欧几里得)系统下来的,另一条是发源于中国,影响到印度,然后影响到世界的数学.这条线现在不太显著,所以一讲到数学就是 Euclid 统治下的,以演绎为主的公理化数学.”“我国传统数学在从问题出发以解决问题为主旨的发展过程中建立了以构造性与机械化为其特色的算法体系,这与西方数学以 Euclid《几何原本》为代表的所谓公理化演绎体系正好遥遥相对.《九章》与《刘徽注》是这一机械化体系的代表作,与公理化的代表作 Euclid《几何原本》可谓东西辉映,在数学发展的历史长河中,数学机械化算法体系与数学公理化演绎体系曾多次反复互为消长,交替成为数学发展中的主流.肇始于我国的这种机械化体系,在经过明代以来近几百年的相对消沉后,势必重新登上历史舞台.”

* 收稿日期: 2016-04-14; 修订日期: 2016-05-27

基金项目: 国家自然科学基金(11201048);中央高校基础研究基金(DUT16LK19)

作者简介: 张鸿庆(1936—),男,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: zhanghq@dlut.edu.cn);

梅建琴(1979—),女,副教授,博士(E-mail: meijq@dlut.edu.cn).

Klein M 说：“代数虽在埃及和巴比伦人开创时是立于算术的，但希腊人却颠覆了这个基础而要求立足于几何。”吴先生认为，希腊传统的排斥数量关系于几何之外的研究方式可能给数学包括几何带来严重的后果。他怀疑 Euclid 几何那种单纯依靠艰涩而迂曲地进行推理的方式是造成数学发展一度停顿的主要原因之一。吴先生认为代数无可争辩地是中国的创造。《九章算术》成书于公元 50 至 100 年间，但除个别片段外，基本内容完成于公元前 200 年。《周髀算经》成书于公元前 100 年左右，其中已有分数演算和开平方。《九章算术》中，分数运算、开平方、开立方已经成熟，印度在 7 世纪才有，西欧 4 世纪有开平方但无开立方。正负数、联立一次方程组在《九章算术》中已成熟，印度最早在 7 世纪、西欧 16 世纪才有之。《刘徽注》中引入十进位小数，1247 年秦九韶时已通行，西欧 16 世纪有之，印度无。三国时已有二次方程一般解法，印度在 7 世纪后、阿拉伯在 9 世纪才有一般解法。公元 7 世纪初，中国三次方程数值解法已成熟，西欧 16 世纪有一般解法，阿拉伯 10 世纪有几何解。联立高次方程组与消元法元时（14 世纪）已有，西欧 19 世纪始才有同样解法。

中国古代数学在宋元时期达到高峰。北宋时期“天元术”（半符号代数）萌发于太行山一带，并在北方获得很大的发展，李冶（1192—1279）得洞渊九容之说，日夕玩绎，以天元术为主攻方向，用自己的辛勤劳动使天元术成长为一棵参天大树。秦九韶（1202—1261）系统地总结和发展了高次方程的数值解法和一次同余方程组解法，提出了相当完备的正负开方术和大衍求一术，达到了当时世界数学的最高水平。正负开方术（现称秦九韶方法）提出一套完整的随乘随加逐步求出高次方程正根的程序，领先西方五、六百年。天元术经过二元术、三元术迅速发展为朱世杰的“四元术”。朱世杰于 1303 年出版《四元玉鉴》，他集前贤之大成，建立了四元高次方程理论，用天、地、人、物表示 4 个未知数，相当于今天的 x, y, z, u ，他非常熟练地掌握了多元高次方程组的解法，将多元高次方程组依次消元，最后只余下 1 个未知数，从而解决了整个方程组的求解问题。“一气混元，两仪化元，三才运元，四象会元，阴阳升降，进退左右，互通变化，错综无穷”，技巧也已达到炉火纯青的境地。天元术以勾股重差一类问题为立术的应用，李冶的《测圆海镜》（1248）与《益古演段》（1259）全部是以勾股为主题的天元术的应用。朱世杰的《四元玉鉴》中勾股测望八问全部用天元术求解。宋元数学家为了发展天元术而建立了一整套代数机器，包括天、地、人、物等元的正负乘幂以及这些代数式的运算系统。在几何问题中以天、地、人、物等元代替所求线段，用它们的代数式来表示几何图形长度、面积，然后运用相伴发展的那套代数机器求解。几何代数化、代数方法在几何上的应用以及代数式的使用与代数运算的系统化都取得了光辉的成就，中国传统数学已经到达了解析几何的门口。

元代以后，中国传统数学戛然而止，明朝末年天元、四元诸术已成绝学，中国和印度的数学经由阿拉伯学者传到西方。16 世纪欧洲发生一系列深刻的变化。Vieta F（1540—1603）于 1591 年出版《解析学入门》，以文字代替方程系数，引入代数的符号运算。他把解析法分为 3 类：

- 1) Zetetic 分析，化问题为方程法；
- 2) Poristic 分析，由方程推出定理法；
- 3) Exegetic 分析，解方程的方法，

并且认为使用这些方法和原则没有解决不了的问题。

Descartes（1596—1650）继 Vieta 的未竟之业，看到了代数的巨大潜力，把代数看成是进行推理，特别是关于抽象的未知量进行推理的有效方法。他认为代数使数学机械化，使思考和运算步骤变得简单，使数学创造变成一种几乎是自动化的工作。1628—1630 年期间，撰写了一篇方法论的论文《指导思维的法则》，1701 年发表。他的目标是建立一个包罗万象的知识框架，拟

议一个解决问题的普遍方法,适用于解决一切类型的问题,他提出 Descartes 化归原则:

- 1) 把任意问题归结为数学问题;
- 2) 把任意数学问题化为代数问题;
- 3) 把任意代数问题化为解代数方程.

吴先生指出:“回顾我国从秦汉到宋元之间数学发展的历程,我国传统数学所走过的道路正好与 Descartes 的计划若合一契;反过来,Descartes 的计划也无异于为中国传统数学做了一个很好的总结.”

微积分的发明从 Kepler 与 Galileo 到 Newton 与 Leibniz 经历过一段艰难的历程.“极限的概念,作为微积分学的真正基础,对于希腊人来说完全象是一个外国人.”吴先生指出,从刘徽以至宋代的我国十进制小数法,与极限概念一衣带水.刘徽基于极限思想提出“割圆术”说:“割之弥细,所失弥少,割之又割,以至于不可割,则与圆合体,而无所失矣.”他利用割圆术得到圆面积公式,计算出圆周率 $\pi = 3\ 927/1\ 250 \approx 3.141\ 6$, 并得到一系列体积公式.祖冲之(429—500)得到 $\pi = 35.5/11.3 \approx 3.141\ 592\ 92$, 准确到小数点后 6 位,而西方直到 1573 年, Otho 才得到同一结果.祖冲之、祖暅父子提出祖暅原理:“幂势既同则积不容异”,利用这一原理得到包括球在内的一系列体积公式.计算面积和体积是导致微积分发明的一个重要问题, Eudoxus 和 Archimedes 的穷竭法很不得力, Kepler 用之劳而少功,直到 Cavalieri(1598—1647)提出不可分原理(相当于祖暅原理)才取得重大突破,然而这一发现较祖冲之、祖暅父子晚了 1 100 多年.以上例子说明中国古代数学的作用优于希腊数学,甚至可以说微积分的发明是中国式数学战胜希腊数学的产物.

“数学如此多娇,引无数学子竞折腰.昔牛顿欧拉,开山立业,高斯黎曼,续领风骚.一代宗师,莱布尼兹,三百年来指航标.俱往矣,数风流人物有待明朝.”微积分的先驱者 Wallis 把微积分当作无穷的算术, Newton 和 Leibniz 算术化了微积分,在代数的基础上建立微积分.18 世纪的数学家继续认为微积分是代数的推广,继续向前推进. Euler 是代数化算术化大师,他广泛使用代数类比,指出一条获取数以千计的以后可以严密建立起来的结果的途径.算法学家是为解决特殊类型问题设计算法的数学家, Euler 是设计算法的大师.从 Newton, Leibniz 到 Euler, Lagrange, 他们认为任意函数能展成无穷级数,而无穷级数是多项式的推广,微积分是代数的扩展,是具有无穷多项式的代数.他们是不严格的,然而充满创造性. Euler 不会用 ϵ - δ 语言证明级数收敛性,却成功地求出许多级数的和.“牛顿欧拉代数体,轻薄为文晒未休,只知严格公理化,不识创造是主流.”他们是不严格的,然而他们才是微积分的创造者,没有他们就没有微积分.

Gauss 既是存在性大师,也是构造性大师,代数基本定理是非构造性的, Gauss 消去法则是构造性的杰作.中国《九章算术》中的方程章就有线性联立方程组的解法,“并列为行,故谓之方程”,将数据排列成行,然后并行计算,计算过程完全类似于现在的矩阵和消去法.

Leibniz 终生努力的主要动机是要导出一种可以获得知识和创造发明的普遍方法,力图发明一种对概念进行演算的理论使得概念将像数一样进行代数演算.一切推理过程、思维过程都像数学一样能够计算,甚至能够交给机器完成.因此他是符号逻辑的先驱,数学机械化的先驱,甚至是脑力劳动机械化的先驱.他将微积分当作处理符号 d 和符号 \int 的算法,精心设计一套符号和演算,使我们能像代数一样机械化地完成.

Leibniz 是数学机械化的先驱,但是直到 19 世纪末以后 Hilbert 及其追随者们建立并发展

了数理逻辑,这一问题才具有明确的数学形式。Hilbert 是公理化大师,但他在其公理化代表作《几何基础》中却指出如何从公理化通过代数化走向机械化的数学构想,从 Leibniz 开始的机械化证明的思想,通过 Hilbert 学派得到明确的数学形式,只有电子计算机的出现才有实现的可能。但是由于计算量过大,进展艰难。20 世纪 70 年代末,吴文俊先生以中国古代数学传统的数学机械化思想为基础,致力于几何定理的机器证明,获得重大进展。1997 年获得“Herbrand 自动推理杰出成就奖”,在授奖辞中对他工作给了这样的介绍与评价:“几何定理自动证明首先由 Herbert Gerlenter(赫伯特·格兰特)于 20 世纪 50 年代开始研究,虽然得到一些有意义的结果,但在吴方法出现之前的 20 年里,这一领域进展甚微。在不多的自动推理领域中,这种被动局面是由一个人完全扭转的,吴文俊很明显是这个人……吴的工作将几何定理证明自动推理的一个不太成功的领域变为最成功的领域之一。在很少的领域中,我们可以将机器证明归于一个人的工作,几何定理证明就是这样的一个领域。”在这之后吴文俊先生于 2000 年获得首届国家最高科学技术奖,2006 年获得邵逸夫数学奖。

吴先生指出,“有些人谈数学史言必称希腊,忘掉自己的祖宗,另有些人不仅言必称希腊还故意贬低中国古代数学辉煌的成就。中国古代数学的研究方法是从研究具体问题入手,从简明的事实得出深刻的结论,总结成简洁的原理和一般的方法。这种寓理于算、不证自明的方法完全是构造性和机械化的,可以据此编成程序在计算机上实现。正是这些简单明了而应用广泛的原理形成了中国古代数学的独特风格。”

吴先生一再强调,他是受中国古代数学的启迪才研究数学机械化,并且说他创立的方法实质上是朱世杰四元术的现代化推广形式。他在 1986 年写道:“经过对中国古代数学的学习和触发,结合着几十年来在数学研究道路上探索实践的回顾与分析,终于形成了这种数学机械化的思想,这种思想一旦形成就自然地化成一股顽强的动力,十几年来作者在这一方向道路上摸索前进,艰苦奋斗,义无反顾。”“我们的目的是明确的,即是推行数学机械化使作为中国古代数学传统的机械化思想光芒普照于数学的各个角落……数学机械化所以可能,归根结底在于消去法与结式等可以机械化的进行构造运算。”早在 1978 年吴先生就指出:“在不久的将来电子计算机之于数学家,势将与显微镜之于生物学家、望远镜之于天文学家那样不可或缺……数学家们对这些前景必须有足够的思想准备。”

公理化的思想起源于希腊,机械化的思想则起源于中国,公理化和机械化的思想与方法都对数学的发展做出巨大的贡献,今后也仍将做出巨大贡献。两种思想方法,各有各的长处,各有各的短处,我们既不能厚此薄彼,也不能重彼而轻此。当前进入信息化时代,计算机的发展使部分脑力劳动机械化,今天的数学家如果完全拒绝计算机,只用一支笔一张纸,就好比在枪炮时代继续使用冷兵器,落后于时代。中国古代数学以算术和代数见长,算术就是算法,既要有算,又要有术,在今天的信息化时代和计算机时代,中国古代数学的代数化、算术化、算法化、机械化特色必将继续发扬光大^[1-3]。

2 数学道理化

非诗人无以感知,非哲学无以提升,非数学无以确立。没有哲学就不能探测数学的深度,没有数学就不能探测哲学的深度,没有这二者就不能探测一切深度。

《自然哲学的数学原理》:“我将自然哲学的所有重担落在数学肩上。”一言为天下法,Newton 为百世师,为天地立心,为上帝立法,为科学树样板,为发展开未来。Leibniz:“人们研究数学必须拥有哲学家的思维方式,不能用手工匠人的方式。”他希望建立普遍的符号语言进行逻辑

思维运算,认为伏羲的图利用中国文字建立普遍的符号语言,试图建立中国传统文化与西方科学思想的对应关系,二进制-易经,以太-元气,普通符号语言-汉字。《易经》和二进制算术是象征东西方文明互相契合的两只大手,紧紧握在一起,他认为所谓世界文化实际上是由中国和欧洲相互补充而形成的,中国是东方的欧洲。他称孔子和宋明理学为自然神学,中国哲学比希腊哲学更接近基督教的神学。中国文化注重实用技术和经验总结,再配以被他称为自然神学的儒家哲学,跟有科学理论与天启真理见长的欧洲思想文化形成了互补。

Bouver(白晋,1656—1730)在给 Leibniz 的信中指出,易经是中国一切科学的源头,高于当时欧洲的哲学和科学,后人的注释充满谬误,占卜是迷信,要克服现在的错误解释,恢复真正的伏羲哲学。

为往圣继绝学,恢复真正的伏羲哲学,不是因循守旧,而是推陈出新,去芜存菁,吸收西方智慧,建构适应中国现代化和超越需求的新系统。古代的《易经》偏重于解释古代社会和人文科学,现代的《易经》要解释现代社会和自然科学。用《易经》解释数学物理,用数学物理解释《易经》;用中国传统文化解释数学物理,用数学物理解释中国传统文化。现代数学物理是倚天剑,中国传统文化是屠龙刀,刀剑互砍,不破不立,凤凰涅槃,浴火重生。打造数学物理的中国话语体系,使数学物理中国化、简单化、个性化^[4]。

数学道理化将数学化为自然而然之道理,中行独复以从道也。何谓道?一阴一阳之谓道,道生一,一生二,二生三,三生万物。

宇宙生成系统:太极生两仪,两仪生四象,四象生八卦,嵌入迭代自相似的生成系统(如图 1、2)。

八卦	乾	坤	震	巽	坎	离	艮	兑
符号	☰	☷	☳	☴	☵	☲	☶	☱
对应自然现象	天	地	雷	风	水	火	山	泽
二进制表示	7	0	1	6	2	5	4	3
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	坤	复	师	临	谦	明夷	升	泰
1	豫	震	解	归妹	小过	丰	恒	大壮
2	比	屯	坎	节	蹇	既济	井	需
3	萃	随	困	兑	咸	革	大过	夬
4	剥	颐	蒙	损	艮	贲	蛊	大畜
5	晋	噬嗑	未济	睽	旅	离	鼎	大有
6	观	益	涣	中孚	渐	家人	巽	小畜
7	否	无妄	讼	履	遯	同人	姤	乾

图 1 二进制表示的八卦阵

Fig. 1 The eight-diagram tactics in binary

考察八卦阵的子矩阵:

雷地阵=[地,雷]=地雷-雷地,

雷在地上为春来,雷在地下为春去,从春去到春来——一年。

雷泽阵=[泽,雷]=泽雷-雷泽,

雷在泽上为春来,雷在泽下为春去,从春去到春来——一年。

火地阵=[地,火]=地火-火地,

火在地下为日落,火在地上为日出,从日落到日出——一夜。

火泽阵=[泽,火]=泽火-火泽,

火在泽下为日落,火在泽上为日出,从日落到日出——一夜。

地	地雷	地水	地泽	地山	地火	地风	地天	地行
雷地	雷	雷水	雷泽	雷山	雷火	雷风	雷天	雷行
水地	水雷	水	水泽	水山	水火	水风	水天	水行
泽地	泽雷	泽水	泽	泽山	泽火	泽风	泽天	泽行
山地	山雷	山水	山泽	山	山火	山风	山天	山行
火地	火雷	火水	火泽	火山	火	火风	火天	火行
风地	风雷	风水	风泽	风山	风火	风	风天	风行
天地	天雷	天水	天泽	天山	天火	天风	天	天行
地列	雷列	水列	泽列	山列	火列	风列	天列	

图2 自然现象表示的八卦阵

Fig. 2 The eight-diagram tactics in natural phenomena

Lie(李)括号 $[A, B] = AB - BA$ 表示非交换的度量,非交换产生时间。

$$\frac{dF}{dt} = \{H, F\},$$

Poisson 括号非交换,用非交换表示日月运行,用日月运行表示时间。

起来携素手,庭户无声,时见疏星渡河汉。试问夜如何?夜已三更,金波淡,玉绳低转。但屈指西风几时来,又不道流年暗中偷换。

山地阵=[地,山]=地山-山地,

地山为山在地下,山地为山在地上,从地山到山地为造山运动。

泽地阵=[地,泽]=地泽-泽地,

地泽为泽在地下,泽地为泽在地上,地泽到泽地为沧海桑田。

Lie 括号 $[A, B] = AB - BA$ 表示非交换的度量,非交换产生空间。

非交换产生时间+非交换产生空间=非交换产生时空。

四方上下曰宇,往古来今曰宙,宙中有宇,宇中有宙,宇宙=时空,时空交变。

非交换产生时空=非交换产生宇宙。

天地阵=[地,天]=地天-天地,

地天为天在地下,天地为天在地上,从地天到天地为创世纪。

天地阵=天门阵+地门阵={引力阵,电磁阵,核力阵,物质阵,散射阵,⋯}+{度规阵,联络阵,曲率阵,正交阵,么正阵,⋯}。

先向北走一千里,后向东走一千里≠先向东走一千里,后向北走一千里,东北≠北东,非交换产生弯曲。 $F = ma$,力 \propto 曲率,引力-弯曲时空,非交换产生引力,非交换产生广义相对论。

令乾=-坤,震=-巽,坎=-离,艮=-兑,地雷=-雷地,⋯, $xy = -yx$, ⋯,地天=-天地,则八卦阵为迹为0的反对称矩阵,复数域上典型的 Lie 代数 $sl(n, \mathbf{C})$, $so(n, \mathbf{C})$, $sp(n, \mathbf{C})$ 都可以由八卦阵导出。

$$\frac{dF}{dt} = \{F, H\},$$

Poisson 括号非交换,非交换产生 Hamilton 方程。

$$\frac{dF}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \{F, H\},$$

$1/(i\hbar)$ 的 Lie 括号非交换,非交换产生 Heisenberg 方程.

$$\frac{dL}{dt} = [L, M],$$

Lie 括号非交换,非交换产生 Lax 方程.

从 Poisson 括号到 $1/i\hbar$ 的 Lie 括号 \rightarrow 从 Hamilton 方程到 Heisenberg 方程 \rightarrow 从非交换产生经典力学到从非交换产生量子力学.

从 Poisson 括号到 Lie 括号 \rightarrow 从 Hamilton 方程到 Lax 方程 \rightarrow 从有穷维 Hamilton 系统到无穷维 Hamilton 系统.

卦	玛雅图	杨图	tau函数
阴爻			τ_{\neg}
阳爻			τ_{\lceil}
震			τ_{ϕ}
巽			τ_{\boxplus}
坎			τ_{\square}
离			τ_{\boxminus}
艮			τ_{\boxtimes}
兑			τ_{\boxdot}

图 3 阴阳八卦与杨图的对应

Fig. 3 The correspondence between the Young diagrams and the yin and yang eight-diagram tactics

如图 3,以阴爻为横线,以阳爻为纵线,可以建立卦与杨图的一一对应.由表示论可知,任一个有限群都同构于一个置换群的子群,置换群可以用杨图表示,从而任意有限群都可以用卦表示.

用阳爻表示有 Fermi 子,用阴爻表示无 Fermi 子,根据 Pauli 不相容原理,每个由 Fermi 子组成的量子系统构成一个卦,Fermi 子的乘积对应于重卦,有自然的 Lie 代数结构,Hirota 导数对应重卦导数,tau 函数对应卦函数,双线性方程对应重卦方程,Plücker 关系式可表示为

$$\tau_{\phi} \tau_{\boxplus} - \tau_{\square} \tau_{\boxminus} + \tau_{\boxtimes} \tau_{\boxdot} = 0,$$

即

$$\text{震} \times \text{巽} - \text{坎} \times \text{离} + \text{艮} \times \text{兑} = 0.$$

而由此可得到双线性 KP 方程:

$$(D_1^4 - 4 D_1 D_3 + 3 D_2^2) \tau \cdot \tau = 0.$$

进一步的发展可参见文献[5-6].

易一名而三义:变易、不易、简易,变易为万物,不易为本征,简易为阴阳.在规范场理论中,

变易为对称变换,不易为描述相互作用的拉氏量不变,对应某种守恒律,为保持不变性引入的场就是规范场,简易为特殊么正群,规范场可用特殊么正群表示,从而可用卦表示.变易变换群,不易不变群,简易矩阵群,矩阵八卦阵,方以类聚,物以群分,君子以类族辨物.数学家以可解群分辨可解性,物理学家以么正群分辨粒子.群表示等同于卦表示,卦表示在量子场论中有重要应用^[7-8].

3 数学物理的中文话语体系

中文-中国传统文化,中国人要懂中文,中文是中国人的母语,中国人学习数学物理要打造数学物理的中国话语体系,使数学物理中国化、简单化、个性化(如表1).

表1 中国传统文化与量子理论的对应

Table 1 The traditional culture of China vs. quantum theory

中国传统文化重新解释	量子场论, 孤子理论
一阴一阳之谓道	波粒二象性, 孤子, 孤波
立象以尽意	量子力学表象
矩阵-八卦阵	Heisenberg 表象-矩阵表象-卦表象
并列为行 谓之方程	Schrödinger 表象-方程表象-卦表象
设卦以观象	量子力学表象-卦表象
极数知来之谓占	上帝掷骰子 波函数的统计诠释
阴阳不测之谓神	测不准原理
古人以测天之法测易	今人以量子场论测易
悟得洞渊九容之术 ^[注]	悟得群表示论
实通于易	实通于易
触类可为其象	取象→抽象→公理
按其共性比类取象	以基本性质为公理
非忘象无以制象	建立公理化演绎系统
非遗数无以极数	群、环、域, 抽象代数
以其义理为其象征	以不易之理为本征
代数 立天元一	动质能三角公式 Schrödinger 方程
以算符代替数	Klein-Gordon 方程 Dirac 方程
泰卦  真空态	上卦 阳间 正能量
虚而不屈 动而愈出	下卦 阴间 负能量
归妹 	下卦上爻受能量激发变成上卦下爻
泽上有雷 春回大地	上卦多一电子 下卦出一空穴 正电子
易一名而三义	变易变换群, 不易不变群
变易, 不易, 简易	简易矩阵群, 矩阵八卦阵
方以类聚	以共轭类为等价类, 按陪集分类
物以群分	用陪集作商群, 正规子群
君子以类族辨物	以可解群辨解, 以么正群辨粒子
变易为变换	刚体力学基本规律在正交变换群下不变
不易为不变	Hamilton 力学基本规律在正则变换群下不变

续表 1

中国传统文化重新解释	量子场论, 孤子理论
<p>简易为易简</p>	<p>电动力学基本规律在 Lorentz 变换群下不变</p>
<p>易简以知天下之险阻</p>	<p>量子力学基本规律在么正变换群下不变</p>
<p>方以类聚 物以群分</p>	<p>同位旋 SU(2) 群表示</p>
<p>君子以类族辨物</p>	<p>带电为质子 不带电为中子</p>
<p>八卦</p>	<p>重子八重态 介子八重态</p>
<p>上爻</p>	<p>同位旋朝上 上夸克</p>
<p>中爻</p>	<p>同位旋单态 奇异夸克</p>
<p>下爻</p>	<p>同位旋朝下 下夸克</p>
<p>$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$</p>	<p>重子介子八重态 共振子十重态</p>
<p>方以类聚</p>	<p>粒子世界的冥王星和周期表</p>
<p>物以群分</p>	<p>电磁场 U(1) 1 阶么正群</p>
<p>君子以类族辨物</p>	<p>弱力场 SU(2) 2 阶特殊么正群</p>
<p>夫子之道一以贯之</p>	<p>强力场 SU(3) 3 阶特殊么正群</p>
<p>乾知大始</p>	<p>标准模型 U(1) × SU(2) × SU(3)</p>
<p>坤作成物</p>	<p>乾为 Bose 子 相互作用</p>
<p>乾以易知</p>	<p>坤为 Fermi 子 物质粒子</p>
<p>坤以简能</p>	<p>多项式表象 乘法 微分</p>
<p>易简而天下之理得矣</p>	<p>卦表象 生成 湮灭</p>
<p>天下之理得而成位乎其中矣</p>	<p>超对称 Bose-Fermi 对应</p>
<p>天地之大德曰生, 生生不止之谓易</p>	<p>用超对称研究量子场论、孤子理论</p>
<p>有生必有死</p>	<p>a^+ 为生成算子</p>
<p>以不易为本征</p>	<p>a 为湮灭算子</p>
<p>以本征为象征</p>	<p>$a n \rangle = \sqrt{n} (n-1) \rangle$</p>
<p>有象必有数</p>	<p>$a^+ n \rangle = \sqrt{n+1} (n+1) \rangle$</p>
<p>数为粒子数</p>	<p>$a^+ a n \rangle = \sqrt{n} n \rangle$</p>
<p>观象寻意</p>	<p>粒子数表象</p>
<p>得意忘象</p>	<p>$a_r a_s \mp a_s a_r = 0$</p>
<p>以意制象</p>	<p>$a_r^+ a_s^+ \mp a_s^+ a_r^+ = 0$</p>
<p>非忘象无以制象</p>	<p>$a_r a_s^+ \mp a_s^+ a_r = \delta_{rs}$</p>
<p>非遗数无以极数</p>	<p>Bose 子 Heisenberg 代数</p>
<p>卦以阳爻阴爻为生死符</p>	<p>Fermi 子 Clifford 代数</p>
<p>易经, 阳爻, 阴爻</p>	<p>多项式以积分微分为生死符</p>
<p>阳爻-有 Fermi 子 阴爻-无 Fermi 子</p>	<p>微积分, 积分, 微分</p>
<p>阳爻为纵, 阴爻为横, 卦-纵横图</p>	<p>Pauli 不相容原理</p>
<p>泰卦 </p>	<p>Fermi 子-杨图</p>
<p>否卦 </p>	<p>真空态 </p>
<p>有象必有数</p>	<p>满态 </p>
<p>重卦</p>	<p>杨图-Schur 函数</p>
<p></p>	<p>Fermi 子的乘积</p>

见续表

续表 1

中国传统文化重新解释	量子场论, 孤子理论
重卦代数, 重卦群	Lie 代数 Lie 群
变易, 不易	在重卦群作用下不变的方程
重卦导数	Hirota 导数
重卦方程	双线性方程 轨道的定义方程
卦函数	tau 函数
河出图, 洛出书, 圣人则之	河图-杨图, 洛书-孤子方程
巽×震-离×坎+兑×艮=0	Plücker 关系式
坤×乾=巽×震-离×坎+兑×艮	Pfaff 式
云行雨施	云-作用量泛函, 雨-Euler 方程
品物流形	流-单参数变换群, 方程的解
天地有正气	气-场
杂然赋流形	万物皆流, 流布成形
在地为河汉	天上变换群, 不变方程的群
在天为日星	地上解流形, 解的轨道
太虚不能无气	太虚-混沌
气不能不聚而为万物	气聚为孤子 万物都是孤立子
万物不能不散而为太虚	气散为混沌
八卦阵-八卦炉	高温强耦合 低温弱耦合
通变之谓事	量子场论 → 格子规范场
极数知来之谓占	量子场论 → 统计物理
观乎人文以化成天下	数学物理的文化隐喻
易简以知天下之险阻	渐近自由 夸克禁闭
易道广大	符号动力系统
范围天地之化而不过	曲成万物而不遗
易与天地准	与天地相似故不违

注 洞渊九容之术-天元术 求解高次代数方程组。

Note Dongyuan 9 formulae to solve high-order algebraic equations .

阴阳八卦在应用中常常转化成一些原理, 各种原理在量子场论中的应用参见文献[9-11]。变易不易简易在数学中的应用参见文献[9, 12], “一阴一阳之谓道”“中行独复以从道”在力学中的应用参见文献[13-14], 中国传统文化与数学的关系参见文献[15]。

4 《易经》与数理神功

分析三法, 化归原则, 运算四则, 算法之宗, 独孤九符, 以符代数, 变易不易, 不易简易, 九阴九阳, 零一编码, 降龙十八掌. 问题数学化, 数学代数化, 代数算法化, 算法机械化, 从计算方法到计算推理, 从计算推理到计算智能, 我思故我算。

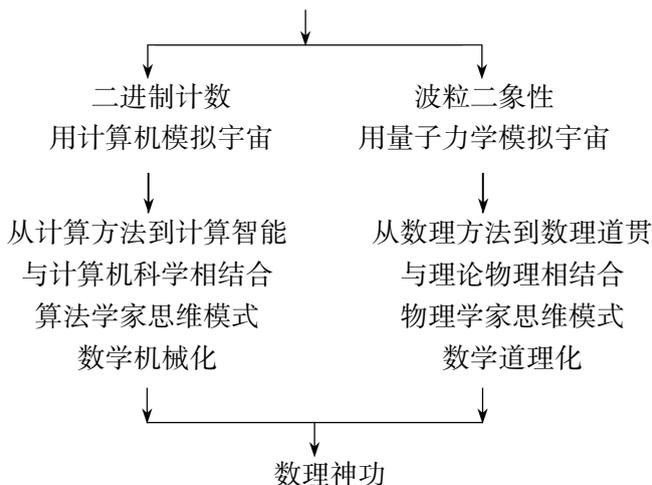
太极两仪, 生生不止, 五灯会元, 以理御数, 北冥神功, 以道御术, 诗以载道, 吸星大法, 以术解道, 道行天下, 乾坤大挪移. 数学道理化, 道理诗词化, 诗词模块化, 模块网络化。

道理化机械化取长补短; 思想性构造性相映生辉. 数理神功对非线性科学的应用可参见文献[4]。

物理者, 万物之理也; 万物之理者, 易理也. 不通物理不足以识易理, 不识易理不足以悟道,

不悟道不足以论数,言数者必先明理,数与道非二本也。

易与天地准,一阴一阳之谓道



最后,用一系列诗结束本文.

风雷颂

春雷一声响万家,东风送绿满天涯,雷电交加生成子,呼风唤雨催百花。

水火颂

阳光雨露百花香,信息能量压正熵,万物都是孤立子,聚散平衡调阴阳。

山泽颂

山川形势定河沟,拓扑场论宇宙流,海纳百川吸引子,混沌分形流域求。

天地颂

一阴一阳之谓道,八卦杨图特征标,二人成仁零曲率,天地生成李括号。

量子颂

量子风云起玄黄,波粒二象破洪荒,正负离子化学键,标准模型电弱强。
爱玻论剑创世纪,信息革命更辉煌,变易不易求简易,大道至简是阴阳。

梦幻曲

统一场论何处寻,大师巨匠苦用心,可交换转非交换,量子化出量子群。
虚而不屈动愈出,以理制象道最真,道可道者非常道,于无音处听有音。

乐无边

辟地开天天行健,步履随人大难,道贯中西诗联网,以道御术乐无边。
东方红,太阳升,东方文化在复兴,它为统一指方向,它给黑暗带来了黎明。

让我们告别支离破碎的黑暗,让我们迎接万象归一的黎明!

致谢 本项目得到大连理工大学研究生教学改革基金重点项目的资助。

参考文献(References):

- [1] 吴文俊. 吴文俊论数学机械化[M]. 济南: 山东教育出版社, 1996. (WU Wen-jun. *WU Wenjun's Review on Mathematical Mechanization* [M]. Jinan: Shandong Education Press, 1996. (in Chinese))
- [2] 张鸿庆. 为复兴中华数学开未来[C]//姜伯驹, 李绑河, 高小山, 李文林, 编. 吴文俊与中国数

- 学. 新加坡: 八方文化创作室, 2010: 185-197. (ZHANG Hong-qing. To revive the Chinese mathematics in the future [C]//JIANG Bo-ju, LI Bang-he, GAO Xiao-shan, LI Wen-lin, ed. *WU Wenjun and Chinese Mathematics*. Singapore: Global Publisher, 2010: 185-197. (in Chinese))
- [3] 张鸿庆. 数学机械化中的 $AC = BD$ 模式 [J]. 系统科学与数学, 2008, **28**(8): 1030-1039. (ZHANG Hong-qing. The model $AC=BD$ for mathematics mechanization [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2008, **28**(8): 1030-1039. (in Chinese))
- [4] 张鸿庆, 梅建琴. 非线性学习方法与非线性科学 [J]. 力学与实践, 2015, **37**(3): 431-435. (ZHANG Hong-qing, MEI Jian-qin. Nonlinear learning method and nonlinear sciences [J]. *Mechanics in Engineering*, 2015, **37**(3): 431-435. (in Chinese))
- [5] 広田良吾. 孤子理论中的直接方法 [M]. 王红艳, 李春霞, 赵俊霄, 虞国富, 译. 北京: 清华大学出版社, 2008. (Hirota R. *The Direct Method in Soliton Theory* [M]. WANG Hong-yan, LI Chun-xia, ZHAO Jun-xiao, YU Guo-fu, transl. Beijing: Tsinghua University Press, 2008. (Chinese version))
- [6] Miwa T, Jimbo M, Date E. *Solitons: Differential Equations, Symmetries and Infinite Dimensional Algebras* [M]. London: Cambridge University Press, 2000.
- [7] 马中骥. 物理学中的群论 [M]. 北京: 科学出版社, 1998. (MA Zhong-qi. *Theory in Physics* [M]. Beijing: Science Press, 1998. (in Chinese))
- [8] 唐敖庆. 理论化学中的群论方法 [M]. 长春: 吉林大学出版社, 2003. (TANG Ao-qing. *Group Method in Theoretical Chemistry* [M]. Changchun: Jilin University Press, 2003. (in Chinese))
- [9] 张鸿庆. 流形上的微积分 [M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2007. (ZHANG Hong-qing. *Calculus on Manifolds* [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2007. (in Chinese))
- [10] 章乃森. 粒子物理学 [M]. 北京: 科技出版社, 1994. (ZHANG Nai-sen. *Particle Physics* [M]. Beijing: Science and Technology Press, 1994. (in Chinese))
- [11] 马天. 从数学观点看物理世界: 基本粒子与统一场理论 [M]. 北京: 科学出版社, 2014. (MA Tian. *The Physical World From the Point of View of Mathematics: the Basic Particle and the Unified Field Theory* [M]. Beijing: Science Press, 2014. (in Chinese))
- [12] 张鸿庆. 泛函分析 [M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2007. (ZHANG Hong-qing. *Functional Analysis* [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2007. (in Chinese))
- [13] 钟万勰. 力、功、能量与辛数学 [M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2009. (ZHONG Wan-xie. *Force, Work, Energy and Symplectic Mathematics* [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2009. (in Chinese))
- [14] 吴锋, 钟万勰. 浅水问题的约束 Hamilton 变分原理及祖冲之类保辛算法 [J]. 应用数学和力学, 2016, **37**(1): 1-13. (WU Feng, ZHONG Wan-xie. The constrained Hamilton variational principle for shallow water problems and the Zu-type symplectic algorithm [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, **37**(1): 1-13. (in Chinese))
- [15] 张鸿庆. 大乘数学三境界 [J]. 高等数学研究, 2012, **15**(4): 117-120. (ZHANG Hong-qing. The three state of great mathematic [J]. *Studies in College Mathematics*, 2012, **15**(4): 117-120. (in Chinese))

Mathematics Mechanization and Tao of Mathematics

ZHANG Hong-qing, MEI Jian-qin

(School of Mathematical Sciences, Dalian University of Technology,
Dalian, Liaoning 116024, P.R.China)

(Contributed by ZHANG Hong-qing, M. AMM Editorial Board)

Abstract: The Chinese traditional mathematics, with the Chinese traditional culture as the background and characterized by mechanization and Tao (principle and law) of mathematics, once made glorious achievements. These ideas, used in the fields such as the computer science, the soliton theory and the quantum field theory, can not only yield the existent results systematically, but also open up some new research areas and breed major breakthroughs.

Key words: mathematics mechanization; Tao of mathematics; computer science; soliton theory; quantum field theory

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11201048)

引用本文/Cite this paper:

张鸿庆, 梅建琴. 数学机械化与数学道理化[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(7): 665-677.

ZHANG Hong-qing, MEI Jian-qin. Mathematics mechanization and Tao of mathematics[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(7): 665-677.