

复合隔振体系多目标优化研究*

黄伟¹, 徐建², 朱大勇^{3,4}, 胡明祎^{5,6}, 卢剑伟⁷, 卢坤林^{3,4}

- (1. 中国中元国际工程有限公司, 北京 100089;
2. 中国机械工业集团有限公司, 北京 100080;
3. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 合肥 230009;
4. 安徽土木工程结构与材料省级实验室, 合肥 230009;
5. 中国电子工程设计院, 北京 100142;
6. 清华大学 土木工程系, 北京 100084;
7. 合肥工业大学 机械与汽车工程学院, 合肥 230009)

摘要: 传统动力设备的隔振,往往仅着眼于设备本身的振动抑制,而将其连接基础视为绝对刚性,忽略其振动.考虑“设备-隔振器-薄板基础”为复合隔振体系,设备通过4点安置在薄板上;并基于机械四端连接特性,推导了力的传递率.随后,在固支薄板振动分析的基础上,引入功率流理论,提出了多目标优化策略:使多点安置的设备隔振体系输入薄板的峰值功率流最小;与此同时,使动力设备尽可能地趋于均匀振动,以降低设备振动损害.多目标粒子群优化算法具有参数设置少,收敛快,优化能力强等优点,且可基于 Pareto 支配获得最优解.该研究将设备隔振、薄板振动、功率流传递以及智能多目标优化技术结合,固支薄板振动理论作为切入点为优化策略创造了有利条件.多目标粒子群优化算法的应用亦为工程隔振及振动控制提供了新思路.

关键词: 复合隔振体系; 功率流; 多目标粒子群优化

中图分类号: TU112.4⁺1; O328 **文献标志码:** A

doi: 10.21656/1000-0887.360238

引言

随着现代工业的快速发展,大型动力设备的应用也愈来愈广泛.这些设备包括锻压、回转、往复以及冲击设备等,它们在迅速推动科技发展的同时,产生的有害振动也日趋严重,如果不加以控制,将会对设备本身、附属结构甚至临近建筑造成严重影响.

主动隔振体系^[1]是研究动力设备隔振的主要方法,已在工程中广泛应用,其隔振性能与参数设计关系密切.文献[2]将遗传算法与最大熵法结合,提出了一种隔振参数优化设计的混合方法;文献[3]阐述了动力悬置隔振体系参数优化设计的一般方法.

传统隔振设计假定基础绝对刚性,不考虑其参与振动,然而,当外激励为高频时,将无法达到很好的隔振效果,甚至使隔振性能恶化.所以,必须考虑动力设备引起基础参与振动的情况.薄板是动力设备常见的基础形式,考虑到解析计算的简便性,一般假定为简支.然而,固支薄板

* 收稿日期: 2015-08-26; 修订日期: 2016-05-13

基金项目: 国家自然科学基金(51078123;51179043)

作者简介: 黄伟(1988—),男,博士(通讯作者. E-mail: huangweiac@126.com).

的应用也非常广泛,不可忽视,如工业建筑的楼板等。Amabili 等^[4]对固支薄板基础进行了简谐集中作用力下的大振幅强迫振动研究。文献[5]利用准 Green(格林)函数法解决了固支薄板的自由振动问题。Arenas^[6]利用虚功原理,推导了固支薄板振动的一般形式,其解结构简便,不需联立方程求解,计算快速,克服了 Rayleigh-Ritz 法等其他复杂方法中的对称特征值问题,且易于编程。

研究连续结构(如梁、板或组合结构)上点与点间的振动传输时,当单靠传递函数不足以提供准确的信息以确定传递路径时,则需要考虑更有效的措施。近年来,国内外学者们开始致力于功率流的研究,它的主要优点是可以同时考虑传递至结构上的力和速度^[7]。Goyder 和 White^[8-10]首次研究了动力设备及其基础的功率流传递机理,并获得了力和力矩作用下梁和板的功率流特性。为了研究多点激励下功率流传递机理,文献[11]提出了有效导纳和总有效导纳的概念。文献[12]利用微分进化算法对电力功率流传递进行了多目标优化研究。

作为新型的群智能算法——粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法^[13]自 1995 年提出以来,就因其简单、易实现、收敛快、可调参数少等优点得到了广泛应用。Shi 等^[14]提出了惯性权重的线性变化策略,以改进 PSO 算法的收敛特性。Coello 等^[15]首次提出多目标粒子群优化(multi-objective PSO, MOPSO)算法,掀开了多目标优化问题的新篇章。

本文将薄板结构和动力设备隔振体系考虑为复合体系,基于机械四端连接特性和功率流理论,推导了复合体系的传递功率流,并提出了一组多目标优化问题:减小传递至薄板的峰值功率流,以降低薄板振动;此外,尽可能使动力设备的振动趋于均匀。考虑该多目标问题,可实现动力设备对基础扰动的抑制以及对设备振动保护的兼顾,对于实际工程具有一定的指导意义。MOPSO 的提出有效地解决了传统 PSO 只能解决单目标优化问题的不足,本文将该技术引入,旨在解决提出的多目标优化问题。

1 多目标粒子群优化算法

粒子群优化算法模型中,每一个粒子的自身状态都由一组位置和速度向量描述,分别表示问题的可行解和它在搜索空间中的运动方向。粒子通过不断更新群体最优解和邻居最优解,从而实现全局最优化。粒子的速度和位置更新方程是 PSO 的核心:

$$v_{ij} = wv_{ij}(t) + b_1r_1[p_{bestij}(t) - x_{ij}(t)] + b_2r_2[g_{bestij}(t) - x_{ij}(t)], \quad (1)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1), \quad (2)$$

其中 i 表示第 i 个粒子, j 表示粒子的第 j 维, $v_{ij}(t)$ 表示粒子 i 在进化到 t 代时的第 j 维飞行速度分量, $x_{ij}(t)$ 表示粒子 i 进化到 t 代时的第 j 维位置分量, $p_{bestij}(t)$ 表示粒子 i 在进化到 t 代时的第 j 维个体最优位置 p_{besti} 分量, $g_{bestj}(t)$ 表示 t 代时整个粒子群的最优位置 g_{best} 的第 j 维分量, b_1 , b_2 为加速因子或称学习因子, r_1, r_2 为 $[0, 1]$ 间的随机数, w 为惯性权重系数。

多目标粒子群优化算法的主要计算步骤如下:

- 1) 初始化粒子群,计算各粒子的目标函数向量,并将非支配解加入到外部档案之中;
- 2) 初始化粒子群的局部最优解 p_{best} 和全局最优解 g_{best} ;
- 3) 在搜索空间,通过式(1)、(2)不断调整粒子的飞行速度和位置,形成新的 p_{best} 解;
- 4) 根据新的非支配解维护外部档案,并为每个粒子选取 g_{best} 解(以外部档案决定全局最优解);
- 5) 是否达到最大迭代次数,是则停止计算,并输出 Pareto 最优解集。

多目标粒子群优化算法与单目标粒子群优化算法的主要区别就是最优解的选取方式及外

部档案的设定和更新,需要着重指出的是关于最优解的选取问题:对于多目标优化,直接计算会存在一组等价的最优解集,很难从每一次迭代中确定某个最优解.解决该问题最直接的方法就是利用 Pareto 支配,考虑档案中的所有非支配解,并从中确定一个“主导者”,通常采用密度测量的方法来确定最优解.本文将采用基于粒子最近邻拥挤程度评判的最近邻密度估计方法^[16],当然还有其他类似的方法,如核密度估计法等^[17].最近邻密度估计法即是通过测量相邻粒子作为顶点构成的长方形周长以确定拥挤程度,周长愈长表明个体分布的密度愈低,则适应性愈好,如图 1 示意.

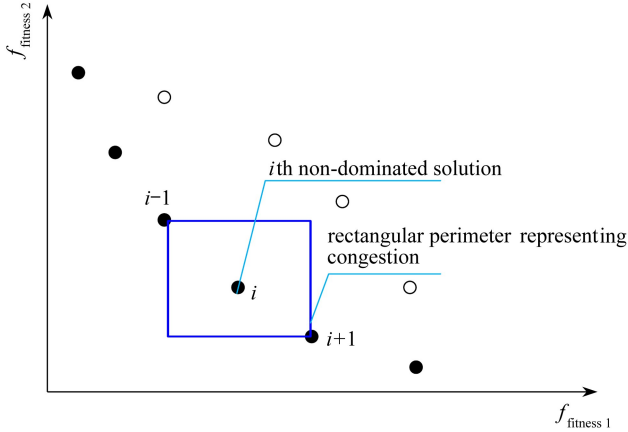


图 1 最近邻密度估计法示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the nearest neighbor density estimation method

2 振动功率流

2.1 单点谐激励作用下的功率流

设结构上作用力为 $\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}e^{j\omega t}$, 引起作用点处的速度为 $\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}e^{j\omega t}$, 则输入该体系的瞬时功率为 $\mathbf{P} = \mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{V}(t)$. 对于时间周期 T , 振动功率流可表示为

$$\mathbf{P} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \mathbf{F}(t) \mathbf{V}(t) dt. \quad (3)$$

将式(3)改写为

$$\mathbf{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re}(\mathbf{F}e^{j\omega t}) \operatorname{Re}(\mathbf{V}e^{j\omega t}) dt, \quad (4)$$

其中, \mathbf{F} 和 \mathbf{V} 为复向量, 式(4)可简化为

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{F}\mathbf{V}^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{F}^* \mathbf{V}), \quad (5)$$

其中, $*$ 表示共轭, 式(5)即为传递至结构的功率流.

2.2 多点谐激励作用下的功率流

当有多个力作用在结构上时, 因功率流为标量, 故而输入结构的总功率流应等于所有点输入功率流的和, 即有 n 个力 F_1, F_2, \dots, F_n 作用在结构上, 作用点处的速度响应为 V_1, V_2, \dots, V_n , 则输入功率流为

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{F}^H \mathbf{V}), \quad (6)$$

H 表示矩阵的共轭转置. 考虑到功率流的变化范围很大, 在此引入“功率级”^[18]的概念, 它可将

功率流等效表示为

$$PL = 10 \times \lg(P/10^{-12}), \text{ dB}. \quad (7)$$

3 固支薄板振动的数值模拟

Arenas 基于虚功原理, 推导了固支薄板在简谐激励荷载作用下位移解的一般形式^[6]:

$$X(x, y) = F_0 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_{mn}(x, y) \Psi(x', y')}{B(I_1 I_2 + 2I_3 I_4 + I_5 I_6) - \rho_s \omega^2 I_2 I_6}, \quad (8)$$

其中, F_0 为荷载振幅; $B = Eh^3/[12(1 - \nu^2)]$ 为薄板的弯曲刚度; E 为弹性模量; ν 为 Poisson(泊松)比; $\rho_s = \rho h$ 为薄板的面密度, ρ 为体密度; (x, y) 为薄板平面上任一离散点; (x', y') 为荷载作用点.

振型函数 $\Psi_{mn}(x, y)$ 表达形式为

$$\Psi_{mn}(x, y) = \theta_m(x) \xi_n(y), \quad (9)$$

$$\theta_m(x) = J\left(\frac{\beta_m x}{a}\right) - \frac{J(\beta_m)}{H(\beta_m)} H\left(\frac{\beta_m x}{a}\right), \quad \xi_n(y) = J\left(\frac{\beta_n y}{b}\right) - \frac{J(\beta_n)}{H(\beta_n)} H\left(\frac{\beta_n y}{b}\right),$$

$$J(\cdot) = \cosh(\cdot) - \cos(\cdot), \quad H(\cdot) = \sinh(\cdot) - \sin(\cdot),$$

且 β_i 为方程 $\cosh(\beta) \cos(\beta) = 1$ 的根;

$$I_2 I_6 = \frac{ab}{\beta_m \beta_n} L_m L_n; \quad I_3 I_4 = \frac{\beta_m \beta_n}{ab} R_m R_n; \quad I_1 = I_6 \left(\frac{\beta_m}{a}\right)^4; \quad I_5 = I_2 \left(\frac{\beta_n}{b}\right)^4;$$

$$L_i = \frac{(1 + D_i^2) \sinh(2\beta_i)}{4} + \sinh(\beta_i) [2D_i \sin(\beta_i) - (1 - D_i^2) \cos(\beta_i)] -$$

$$(1 + D_i^2) \sin(\beta_i) \cosh(\beta_i) + (1 - D_i^2) \sin(\beta_i) \cos(\beta_i) + \beta_i -$$

$$\frac{D_i [1 + \cosh(2\beta_i)]}{2} + D_i \cos^2(\beta_i);$$

$$R_i = \frac{(1 + D_i)^2 \sinh(2\beta_i)}{4} - \frac{D_i \cosh(2\beta_i)}{2} - \frac{(1 - D_i^2) \sin(\beta_i) \cos(\beta_i)}{2} -$$

$$D_i \cos^2(\beta_i) - D_i^2 \beta_i + \frac{3D_i}{2};$$

$$D_i = \frac{J(\beta_i)}{H(\beta_i)};$$

m, n 为模态数, 其取值一般不必取太高值. 对于式(8)和(9)中的无穷项级数, 实际工程中, 往往仅取有限项, 本文取 $m, n = 1, 2, \dots, 6$. 固支薄板的自振频率为

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{B}{\rho_s}} \sqrt{\left(\frac{\beta_m}{a}\right)^4 + \left(\frac{\beta_n}{b}\right)^4 + 2\left(\frac{\beta_m \beta_n}{ab}\right)^2 \frac{R_m R_n}{L_m L_n}}. \quad (10)$$

多点激励(振幅分别为 F_1, F_2, \dots, F_k 的作用力, 作用点坐标为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$) 下薄板振动的总位移为

$$X(x, y) = \frac{1}{\rho_s ab} \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \frac{\Psi_{mn}(x, y) \Psi_{mn}(x', y')}{\gamma(\omega_{mn}^2 - \omega^2)}, \quad (11)$$

其中

$$\gamma = \frac{1}{ab} \int_0^b \int_0^a \Psi_{mn}^2(x, y) dx dy.$$

定义对角阵 $\mathbf{F} = \text{diag}(F_1, F_2, \dots, F_k)$, 则板上任一点在某时刻的速度响应为

$$V(x, y, \omega, t) = \frac{\omega}{2\pi\kappa} \text{trace}(\mathbf{F}\mathbf{V}^T\mathbf{\Omega}\mathbf{P}) \exp\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (12)$$

其中, $\kappa = 2\pi\rho_s ab\gamma$, \mathbf{V} 是 $m \times k$ 矩阵, \mathbf{P} 是 $n \times k$ 矩阵, $\mathbf{\Omega}$ 是 $m \times n$ 矩阵, 且

$$V_{mk} = \theta_m(x)\theta_m(x_k), P_{Nk} = \zeta_n(x)\zeta_n(x_k), \mathbf{\Omega}_{mn} = 4\pi^2/(\omega_{mn}^2 - \omega^2). \quad (13)$$

上述固支薄板振动的计算方法, 快捷、简便、易于编程, 为与动力设备隔振体系的联合计算创造了条件. 此外, 它还给出了速度响应, 为快速计算薄板上某点的输入功率流提供了便利.

4 复合隔振体系

4.1 力的传递率推导

图 2 为工业工程中典型的动力设备隔振装置, 可将其简化为如图 3 所示的复合隔振体系.



图 2 典型的动力设备

Fig. 2 A typical power equipment

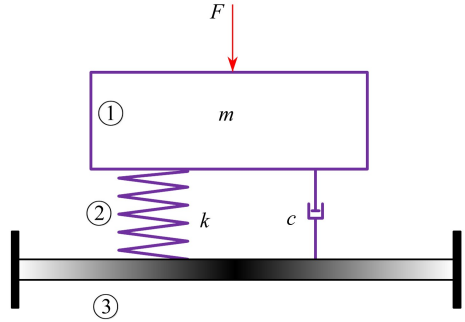


图 3 复合隔振体系

Fig. 3 The composite vibration isolation system

图 3 中, ①为动力设备, ②为隔振器, 包括刚度和阻尼元件, ③表示四边固支的矩形薄板基础. 设备的质量为 m , 其产生的谐激励幅值为 F , 圆频率为 ω . 设备通过 4 个隔振器连接在薄板基础之上, 每个隔振器的刚度、阻尼分别为 $k_{1,2,3,4}$ 和 $c_{1,2,3,4}$; 薄板尺寸为 $a \times b \times h$, 动力设备简化为规则长方体, 其平面尺寸为 $e \times f$. 图 4 为在直角坐标系中表示的复合隔振体系, 图 5 为机械四端连接示意.

根据机械四端连接特性^[19]:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ X_1 \end{bmatrix} = \hat{m}\hat{k}^* \begin{bmatrix} F_3 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中, \hat{m} 为质量的四端表达式, \hat{k}^* 为弹簧和阻尼并联后的四端表达式,

$$\hat{m} = \begin{bmatrix} 1 & -m\omega^2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \hat{k}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{k + ic\omega} & 1 \end{bmatrix}.$$

式(14)可改写为

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_3 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{m\omega^2}{k + i c \omega} & -m\omega^2 \\ \frac{1}{k + i c \omega} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_3 \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

由式(15)可得

$$F_1 = \Delta_{11}F_3 + \Delta_{12}X_3, \quad (16)$$

其中, F_3 和 X_3 分别为传递至薄板基础上的力和位移。

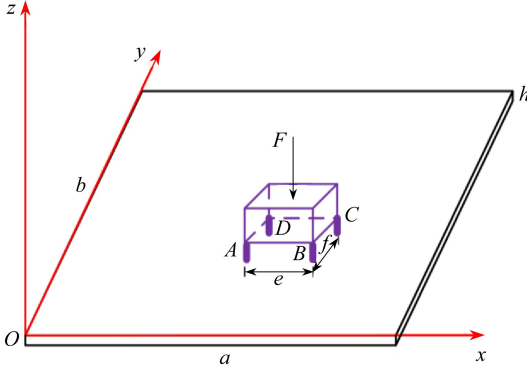


图4 直角坐标系下的复合隔振体系

Fig. 4 Schematic of the composite vibration isolation system in the Cartesian coordinate system

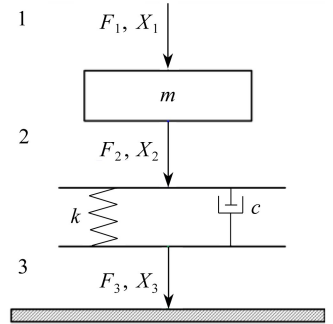


图5 复合隔振体系的四端连接

Fig. 5 Schematic of the 4-pole connection in the composite vibration isolation system

设 $F_3/X_3 = 1/M_A$, M_A 表示板上 A 点的位移导纳, 则

$$F_3 = \frac{1}{\Delta_{11} + \Delta_{12}(X_3/F_3)} F_1 = \frac{1}{\Delta_{11} + \Delta_{12}M_A} F_1. \quad (17)$$

由式(17)可得传递率为

$$T_F = \left| \frac{F_3}{F_1} \right| = \frac{\sqrt{k^2 + c^2 \omega^2}}{\sqrt{[(1 - m\omega^2 M_A)k - m\omega^2]^2 + c^2 \omega^2 (1 - m\omega^2 M_A)^2}}. \quad (18)$$

设 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $\xi = c/(2m\omega_0)$, 则式(18)可改写为

$$T_F = \frac{\omega_0 \sqrt{\omega_0^2 + 4\xi^2 \omega^2}}{\sqrt{[(1 - m\omega^2 M_A)\omega_0^2 - \omega^2]^2 + 4\xi^2 \omega^2 \omega_0^2 (1 - m\omega^2 M_A)^2}}. \quad (19)$$

传递率 T_F 随参数 ω_0, ξ, M_A 的变化如图 6 所示。

由图 6 所示, 传递率随 ξ, ω_0 的变化存在一峰值点, 在参数设计时, 要尽量避开该共振区域。由式(11), $M_A = X(x_A, y_A)/F_A$, F_A 为经由隔振器后的传递力; 类似地, 可得到 M_B, M_C 和 M_D 。设传递后的力 F_A, F_B, F_C 和 F_D 之间的比例关系为: $F_B = N_1 F_A, F_C = N_2 F_A, F_D = N_3 F_A$, 则 M_A, M_B, M_C 和 M_D 可表示为式(20), 其意义为位移导纳。

$$M_A = \frac{1}{\rho_s ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left\{ \Psi_{mn}(x_A, y_A) \left[\Psi_{mn}(x_A, y_A) + N_1 \Psi_{mn}(x_B, y_B) + N_2 \Psi_{mn}(x_C, y_C) + N_3 \Psi_{mn}(x_D, y_D) \right] \right\} / \left[\gamma(\omega_{mn}^2 - \omega^2) \right] \right\}, \quad (20a)$$

$$M_B = \frac{1}{\rho_s ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left\{ \Psi_{mn}(x_B, y_B) \left[\Psi_{mn}(x_B, y_B) + \frac{1}{N_1} \Psi_{mn}(x_A, y_A) + \right. \right. \right.$$

$$\left. \frac{N_2}{N_1} \Psi_{mn}(x_C, y_C) + \frac{N_3}{N_1} \Psi_{mn}(x_D, y_D) \right\} / [\gamma(\omega_{mn}^2 - \omega^2)] \Bigg\}, \quad (20b)$$

$$M_C = \frac{1}{\rho_s ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left\{ \Psi_{mn}(x_C, y_C) \left[\Psi_{mn}(x_C, y_C) + \frac{1}{N_2} \Psi_{mn}(x_A, y_A) + \frac{N_1}{N_2} \Psi_{mn}(x_B, y_B) + \frac{N_3}{N_2} \Psi_{mn}(x_D, y_D) \right] \right\} / [\gamma(\omega_{mn}^2 - \omega^2)] \right\}, \quad (20c)$$

$$M_D = \frac{1}{\rho_s ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left\{ \Psi_{mn}(x_D, y_D) \left[\Psi_{mn}(x_D, y_D) + \frac{1}{N_3} \Psi_{mn}(x_A, y_A) + \frac{N_1}{N_3} \Psi_{mn}(x_B, y_B) + \frac{N_2}{N_3} \Psi_{mn}(x_C, y_C) \right] \right\} / [\gamma(\omega_{mn}^2 - \omega^2)] \right\}. \quad (20d)$$

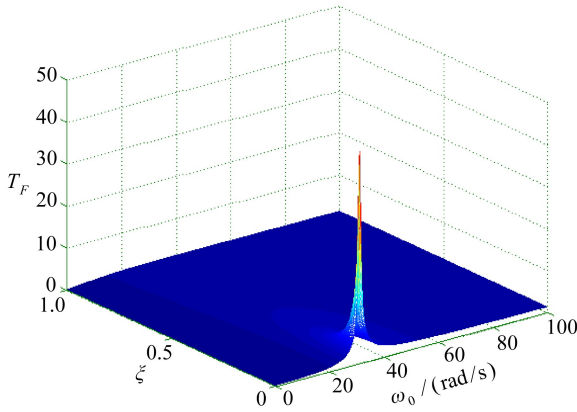


图6 T_F - ξ - ω_0 变化曲面

Fig. 6 The T_F - ξ - ω_0 variation surface

4.2 多目标优化策略

针对 4.1 小节所描述的复合隔振体系,本文所定义的优化策略即是合理地设计隔振参数,以尽可能地降低动力设备经由 A , B , C 和 D 点传递至薄板的峰值功率流,从而最大程度地抑制薄板振动;同时,该 4 点不同的振动将会引起动力设备的不均匀振动,造成设备振动损害,故而,希望通过合理的参数设计使得设备尽可能地趋于均匀振动,这对于设备本身的正常工作、使用寿命和耐久性来说是非常重要的,这也是动力设备隔振的重要目的之一。

综上,可定义如下的多目标优化问题(用第 2 节所述的“功率级”形式表示):

$$f_{\text{fitness}_1}: \min(\max([\text{powerflow}_A, \text{powerflow}_B, \text{powerflow}_C, \text{powerflow}_D]))$$

$$f_{\text{fitness}_2}: \min(\text{var}[\text{Peak}(A), \text{Peak}(B), \text{Peak}(C), \text{Peak}(D)]),$$

$\text{var}(\cdot)$ 为基于 MATLAB 2010 的工具函数, $\text{Peak}(A)$ 为 A 点振动幅值,其他类同;为便于显示,本文对该结果进行对数 \lg 转换。 A , B , C 和 D 点的功率流可由第 2 和第 3 节进行计算, $\text{var}(\cdot)$ 函数用于计算方差,以表征 4 点不同振动的差异情况; f_{fitness_1} 的定义即表示降低动力设备通过 4 点传递至薄板结构的峰值功率流, f_{fitness_2} 的定义即表示降低动力设备 4 点振动的差异水平,使其尽可能趋于均匀振动。多目标优化策略的计算流程如图 7 所示。

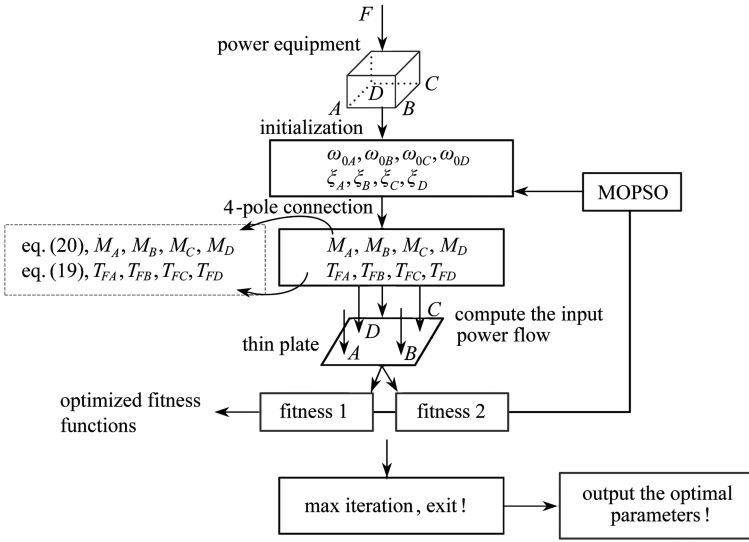


图7 多目标优化策略

Fig. 7 The flow chart of the multi-objective optimization strategy

5 数值算例

考虑第4节所描述的固支薄板基础,基本参数为

$$a = 3 \text{ m}, b = 6 \text{ m}, h = 0.2 \text{ m}, E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}, \nu = 0.33, \rho = 7800 \text{ kg/m}^3.$$

将薄板离散化,以获得板上任一点的坐标,离散化操作为

$$\Delta x = \text{linspace}(0, a, 34), \Delta y = \text{linspace}(0, b, \text{round}(b/a \times 22)),$$

其中, $\Delta x, \Delta y$ 分别为薄板两方向的离散精度; $\text{linspace}(\cdot), \text{round}(\cdot)$ 为基于软件 MATLAB 2010 的工具函数,前者用于产生等间距的一组向量,后者进行四舍五入运算.离散后的薄板如图8所示, A, B, C 和 D 即为设备安装的4个位置.

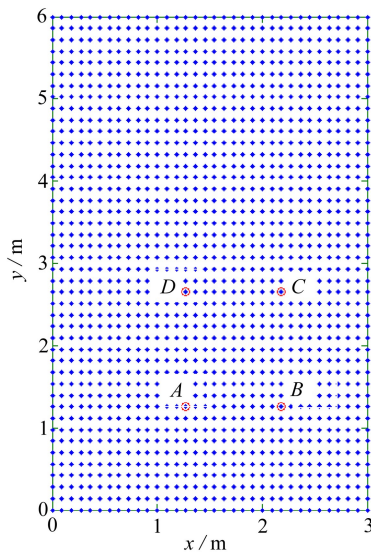


图8 薄板的离散网格形式

Fig. 8 The discrete grid of the thin plate

动力设备的质量 $m = 200 \text{ kg}$, 其平面尺寸 $e \times f = 0.90 \text{ m} \times 1.38 \text{ m}$, A 点的坐标为 $(1.27 \text{ m}, 1.26 \text{ m})$, 则 $B, C,$ 和 D 点的坐标易得, 如图 8 示. 设备产生的谐激励频率为 $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$, 力的振幅为 $1 \times 10^3 \text{ N}$, 模拟时程 $T_i = 1 \text{ s}$. 对于 4 个隔振器 (A, B, C, D), 其基本参数表示如下: $\omega_{0A}, \omega_{0B}, \omega_{0C}, \omega_{0D}, \xi_A, \xi_B, \xi_C, \xi_D$.

对于 MOPSO 算法, 设定为 8 维, 即 $s(i) = \omega_{0A} \sim \omega_{0B}, i = 1, 2, 3, 4; s(i) = \xi_A \sim \xi_B, i = 5, 6, 7, 8$. 参数搜索范围任意设定为

$$[10, 10, 10, 10, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1] \sim [100, 100, 100, 100, 1, 1, 1, 1].$$

种群数为 200; 最大迭代次数 200; 学习因子 $b_1 = 2, b_2 = 1$; 惯性权重采用线性变化的策略^[14], $w_{\max} = 0.9, w_{\min} = 0.4$.

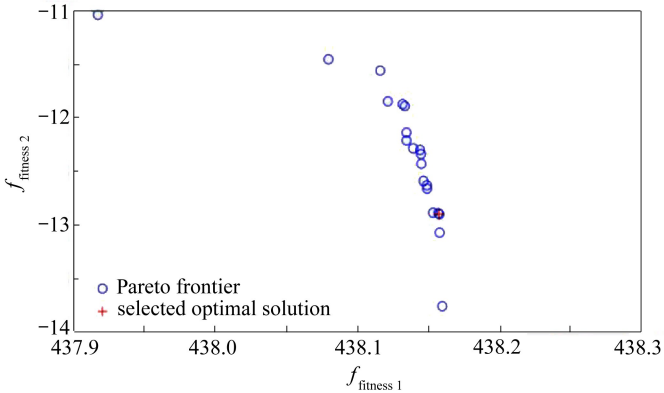


图 9 Pareto 前沿与选取的最优解

Fig. 9 The Pareto frontier and the selected solution

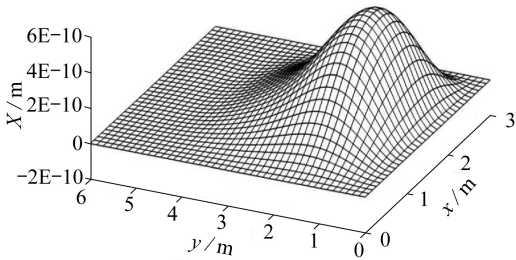


图 10 薄板振动示意

Fig. 10 Schematic diagram of the plate vibration

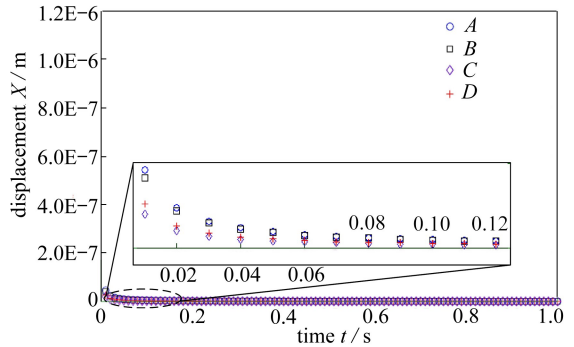


图 11 优化后不同设备安装点的振动幅值

Fig. 11 Vibration amplitudes of corresponding to different installation positions after optimization

多目标优化计算得到的 Pareto 前沿如图 9 所示, 根据第 1 节描述的最优解选取规则, 遴选得到的最优解为

$$25.401 \ 7, 0.015 \ 2, 9.725 \ 3, 0.297 \ 9, 15.752 \ 5, 0.014 \ 7, 49.694 \ 4, 0.109 \ 4.$$

则 4 个隔振器的刚度和阻尼系数分别为

$$\begin{aligned} k_A &= 3.871 \ 4 \times 10^3 \text{ N/m}, k_B = 5.674 \ 8 \times 10^2 \text{ N/m}, \\ k_C &= 1.488 \ 8 \times 10^3 \text{ N/m}, k_D = 1.481 \ 7 \times 10^4 \text{ N/m}; \\ c_A &= 4.649 \ 4 \text{ N}\cdot\text{s/m}, c_B = 35.753 \ 7 \text{ N}\cdot\text{s/m}, \end{aligned}$$

$$c_C = 2.782\ 1\ \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}, c_D = 65.252\ 9\ \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}.$$

薄板在 $t = 1\ \text{s}$ 时的峰值振动位移为: $5.881\ 2 \times 10^{-10}\ \text{m}$, 薄板振动如图 10 所示。

图 11 给出了 A, B, C 和 D 共 4 个设备安置点的振动幅值情况, 在 $t = 1\ \text{s}$ 时, 4 点的幅值 X 分别为

$$[4.794\ 95 \times 10^{-10}, 4.556\ 3 \times 10^{-10}, 3.036\ 4 \times 10^{-10}, 3.592\ 3 \times 10^{-10}], \text{m}.$$

由此可见, 优化后的 4 点振动幅值较接近, 趋于均匀, 体现了所定义优化策略的有效性。

6 结束语

本文将固支薄板振动理论与动力设备隔振结合, 以模拟设备上楼所引起的工业建筑、厂房等楼板的振动。引入的薄板振动理论可计算板上作用点的力和速度, 为功率流计算创造了有利条件。基于机械四端连接特性, 推导了多点安置设备传递至薄板力的传递率, 提出了多目标优化策略, 并引入 MOPSO 算法, 将降低输入至薄板基础的峰值功率流以及使设备尽可能趋于均匀振动定义为多目标优化问题, 数值算例验证了所提出策略的有效性。

本研究为最优隔振设计提供了一个新思路, 对于实际工程应用具有一定的指导意义, 同时也可作为《隔振设计规范》^[1] 的修订做准备。

参考文献 (References):

- [1] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. GB 50463—2008: 隔振设计规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2009. (Ministry of Housing and Urban-Rural Development of People's Republic of China, General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. GB 50463—2008: Code for design of vibration isolation[S]. Beijing: China Planning Press, 2009. (in Chinese))
- [2] 魏燕定, 赖小波, 陈定中, 沈国强. 两级振动隔振系统参数优化设计[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(5): 893-896. (WEI Yan-ding, LAI Xiao-bo, CHEN Ding-zhong, SHEN Guo-qiang. Optimal parameters design of two-stage vibration isolation system[J]. *Journal of Zhejiang University(Engineering Science)*, 2006, 40(5): 893-896. (in Chinese))
- [3] 李志强, 陈树勋, 韦齐峰. 汽车动力总成悬置系统振动解耦计算方法研究[J]. 计算力学学报, 2014, 31(2): 187-191. (LI Zhi-qiang, CHEN Shu-xun, WEI Qi-feng. Study on calculating method of vibration decoupling for automotive powertrain mounting system[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2014, 31(2): 187-191. (in Chinese))
- [4] Amabili M, Carra S. Experiments and simulations for large amplitude vibrations of rectangular plates carrying concentrated masses[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(1): 155-166.
- [5] Li S, Yuan H. Green quasifunction method for free vibration of clamped thin plates[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2012, 25(1): 37-45.
- [6] Arenas J P. On the vibration analysis of rectangular clamped plates using the virtual work principle[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 266(4): 912-918.
- [7] 马永彬, 张亚辉, 曾耀祥. 板列弯曲振动及功率流分析的辛空间波传播方法[J]. 应用数学和力学, 2014, 35(8): 838-849. (MA Yong-bin, ZHANG Ya-hui, ZENG Yao-xiang. Bending vibration and power flow analysis of plate assemblies in the symplectic space[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, 35(8): 838-849. (in Chinese))
- [8] Goyder H G D, White R G. Vibrational power flow from machines into built-up structures—

- part I: introduction and approximate analyses of beam and plate-like foundations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, **68**(1): 59-75.
- [9] Goyder H G D, White R G. Vibrational power flow from machines into built-up structures—part II: wave propagation and power flow in beam-stiffened plates[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, **68**(1): 77-96.
- [10] Goyder H G D, White R G. Vibrational power flow from machines into built-up structures—part III: power flow through isolation systems[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, **68**(1): 97-117.
- [11] Pinnington R J. Vibrational power transmission to a seating of a vibration isolated motor[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, **118**(3): 515-530.
- [12] Abido M A, Al-Ali N A. Multi-objective optimal power flow using differential evolution[J]. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2012, **37**(4): 991-1005.
- [13] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory[C]//*Micro Machine and Human Science, Proceedings of the Sixth International Symposium on IEEE*, 1995: 39-43.
- [14] Shi Y, Eberhart R. A modified particle swarm optimizer[C]//*IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 1998: 69-73.
- [15] Coello C C A, Lechuga M S. MOPSO: a proposal for multiple objective particle swarm optimization[C]//*Proceedings of the 2002 Congress on IEEE*, 2002, **2**: 1051-1056.
- [16] Deb K, Pratap A, Agarwal S, Meyarivan T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, **6**(2): 182-197.
- [17] Goldberg D E, Richardson J. Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization[C]//*Genetic Algorithms and Their Applications: Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, 1987: 41-49.
- [18] 王全娟, 陈家义, 许华. 基于功率流方法的复杂柔性耦合系统被动综合最优控制[J]. *机械工程学报*, 2001, **37**(8): 32-36. (WANG Quan-juan, CHEN Jia-yi, XU Hua. Optimum control of complex flexible coupling system based on power flow[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2001, **37**(8): 32-36. (in Chinese))
- [19] 严济宽. 机械振动隔离技术[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1985. (YAN Ji-kuan. *Mechanical Vibration Isolation Technology*[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Literature Press, 1985. (in Chinese))

Multi-Objective Optimization of Composite Vibration Isolation Systems

HUANG Wei¹, XU Jian², ZHU Da-yong^{3,4},
HU Ming-yi^{5,6}, LU Jian-wei⁷, LU Kun-lin^{3,4}

(1. *China IPPR International Engineering Co., Ltd., Beijing 100089, P.R.China;*

2. *China National Machinery Industry Corporation, Beijing 100080, P.R.China;*

3. *School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology,
Hefei 230009, P.R.China;*

4. *Anhui Provincial Laboratory of Civil Engineering and Materials, Hefei 230009, P.R.China;*

5. *China Electronics Engineering Design Institute, Beijing 100142, P.R.China;*

6. *Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, P.R.China;*

7. *School of Mechanical and Automotive Engineering, Hefei University of Technology,
Hefei 230009, P.R.China)*

Abstract: The traditional vibration isolation methods were often aimed at the suppression of the power equipment vibration only, but the vibration participation of the simplified rigid foundation was usually ignored in practice. The ‘power equipment-isolator-thin plate’ combination was considered as a composite vibration isolation system where the equipment was 4-point installed, and the transmitted forces from the equipment to the plate foundation were derived according to the mechanical 4-pole connection properties. In turn, the multi-objective optimization was performed in which the minimum power flow transmitted to the plate and the uniform vibration of the power equipment were defined as the fitness functions, and the purpose of the latter one was to sustain normal work and service life of the equipment. The multi-objective particle swarm optimization (MOPSO) algorithm was selected as the optimization tool in view of the advantages of less parameter settings, fast convergence, strong optimization capability and unique global optimal solution based on the Pareto dominance. This study combined together the power equipment vibration isolation, the thin plate vibration, the power flow transmission and the intelligent multi-objective optimization; in addition, a latest vibration theory for clamped plates aptly supported this strategy. The application of the MOPSO promotes the traditional view of vibration isolation and control.

Key words: composite vibration isolation system; power flow; multi-objective particle swarm optimization

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51078123; 51179043)

引用本文/Cite this paper:

黄伟, 徐建, 朱大勇, 胡明祎, 卢剑伟, 卢坤林. 复合隔振体系多目标优化研究[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(9): 924-935.

HUANG Wei, XU Jian, ZHU Da-yong, HU Ming-yi, LU Jian-wei, LU Kun-lin. Multi-objective optimization of composite vibration isolation systems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(9): 924-935.